Tarea: Filtros IIR y FIR

- Filtro → Cualquier medio que atraviesa una señal
  * Digital: opera sobre señales digitales. Es una operación matemática que toma una secuencia de numeros (la señal de entrada) y la modifica produciendo otra secuencia de números, con el objetivo de resaltar o atenuar ciertas características.

• IIR

Son sistemas cuya salida depende de las salidas anteriores y que, estando en reposo, al ser estimulados con una entrada impulsional su salida no vuelve al reposo de ahí el calificativo de filtros de respuesta impulsional infinita. la ecuación

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) \cdots + b_m x(n-m) - a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) - \cdots - a_N y(n-N)$$

$$= \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$$

y el orden es igual al maximo de M y N

La función de transferencia en Z es

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}}$$

Comparado con un filtro FIR, un filtro IIR requiere un orden mucho menor para cumplir las especificaciones de diseño, pero no pueden diseñarse para tener fase lineal

- Métodos de diseño de filtros IIR
- Aproximación del impulso invariante

Se diseña un filtro digital IIR cuya respuesta impulsional, $h(n)$ sea la versión muestreada de la respuesta impulsional del filtro analógico equivalente $h_d(n) = h_a(nT)$

Filtro analógico con N polos simples

$$H(s) = \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{s - s_k}$$ su respuesta impulsional es:

$$h_a(t) = \sum A_k e^{s_k t} \implies h_d(n) = \sum A_k e^{s_k T}$$

La función se obtiene calculando la transformada z de la respuesta al impullso

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h[n] \cdot z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{N} A_k \cdot (e^{d_k - T})^n \cdot z^{-n}$$

- Aproximación bilineal

Esta transformación conserva el comportamiento en frecuencia haciendo que el eje jw se transfome en una circonferencia en el plano z

la función del filtro se obtiene con un cambio de variable

$$H(z) = H(s) \Big|_{s = \frac{2(1 - z^{-1})}{T(1 + z^{-1})}}$$

- Aproximación por derivadas

Uno de los métodos mas simples para convertir un filtro analógico a digital. se aproxima la ec. Diferencial con una ec. de derivadas equivallentes. Para la derivada se sustituye con

$$\frac{dy(t)}{dt}\Big|_{t=nT} = \frac{y(nT) - y(nT - T)}{T}$$

T → representa el intervalo de muestreo y $y(n) = y(nT)$

La sustitución de la derivada se hace con

$$s^k = \left(\frac{1 - z^{-1}}{T}\right)^k$$

y la función del sistema es

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s = \left(\frac{1 - z^{-1}}{T}\right)}$$

~~Tarea → transformada de paquetes~~

Resumen transformada wavelet

- Es eficiente para señales no estacionarias y de rapida transitoriedad, mapea la señal en una representación de tiempo escala, y tiene un analisis multiresolución
- La continua es un escalamiento y una traslación de la señal y se elige una señal wavelet madre

$g_a^b(t) = g\left(\frac{t-b}{a}\right)$

esc. y rot

wavelet madre $= \psi_a^b = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$

$$\text{t.w.c} \Rightarrow CWT(b,a) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\psi^*\left(\frac{1}{a}(t-b)\right) dt$$

Para una transformada wavelet discreta, si se tiene una señal discreta en el tiempo y dependiendo de la wavelet madre se hace una descomposición en subfunciones que serán de la mitad del tamaño de la original, éstas dos señales pueden reconstruir la señal si se suman los elementos correspondientes la subfunción se puede dividir a su vez para tener el analisis a otro nivel.

$20\ 8192 \cdot 50$

Tarea

- Butterworth
- $F_s = 60.1\ KHz$
- Banda de paso

$f_p = 3\ KHz$

$f_s = 8\ KHz$

$\alpha_p = -20\log_{10}(1-\delta_p) \rightarrow < 3db$

$\alpha_s = -20\log_{10}(\delta_s) \quad < 25\ db$

$w_p = 2\pi(f_p/F_s) = 2\pi\left(\frac{3KHz}{60.1KHz}\right) = 0.3136365$

$w_s = 2\pi(f_s/F_s) = 2\pi\left(\frac{8KHz}{60.1KHz}\right) = 0.836364$

$\frac{1}{60.100}$

$1 - 10^\wedge\left(\frac{-\alpha_p}{20}\right) = \delta_p \rightarrow \delta_p = 0.292054$

$10^\wedge(\alpha_s/20) = \delta_s = 0.056$

$\Omega_p = \frac{2}{1.6638 \times 10^{-5}} \tan\left(\frac{w_p}{2}\right)$

$= 328.987$

$$N = \frac{1}{2}\,\frac{\log\left(1/(1-0.292)^2 - 1\right) - \log\left(\frac{1}{(0.056)^2} - 1\right)}{\log\left(\frac{0.31363}{0.836364}\right)} = \frac{-2.195797 \times 10^{-3} - 2.5622}{-0.42596}$$

$= 3$

$\Omega_s = 877.3146$

$$\Omega_c = \frac{w_p}{\left(\frac{1}{(1-0.292)^2} - 1\right)^3} = \frac{0.31363}{0.9849} = 0.3184$$

$$H(\Omega) = \frac{0.0010}{1s^6 + 1.2302s^5 + 0.7567s^4 + 0.2951s^3 + 0.0767s^2 + 0.0126s + 0.0010}$$