# Relatório - Experimento 08 - Parte I

Fausto Emrich Brenner - 17/0009777

## I. Introdução

Neste experimento, trabalharemos com a transmissão digital de sinais. Nesta primeira parte, veremos as modulações PCM e DPCM.

## II. Atividades

### *A. AR01 - PCM*

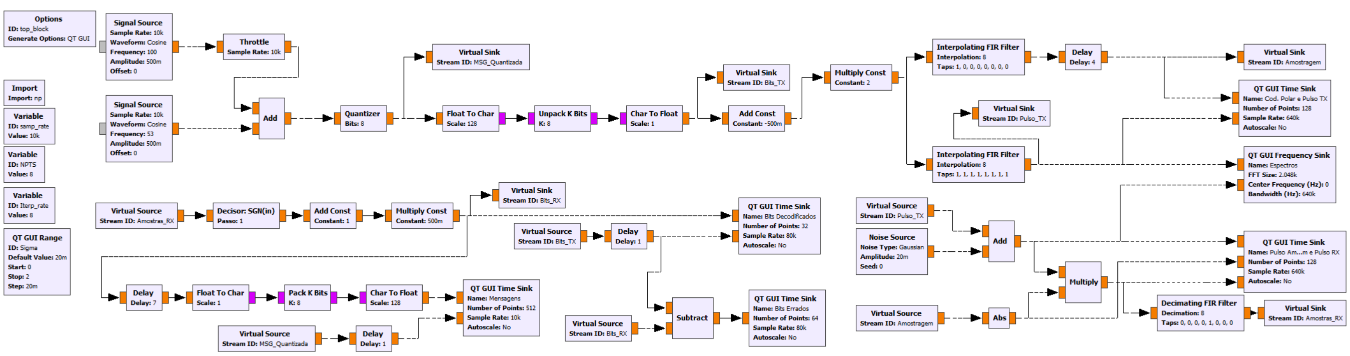


Figura 1: Configuração da AT para a transmissão em PCM **[Fig. 1.1]**

A transmissão de um sinal em PCM foi construída no GNU Radio conforme os direcionamentos do roteiro. O diagrama de blocos completo está na Figura 1. A partir dessa montagem, diversas configurações diferentes para a codificação e formatação de pulso foram testadas, de forma a preencher a Tabela I com os valores medidos. As formas de onda e o espectro de cada configuração podem ser vistos nas Figuras 3 e 4, respectivamente. Para o preenchimento dos valores teóricos da Tabela I, utilizou-se o cálculo da Transformada de Fourier de cada pulso individual.

Retangular NRZ: $$p(t) = rect\left(\frac{t}{T_b}\right) \iff = T_b sinc(\pi f T_b) \qquad S_p(f) = T_b^2 sinc^2(\pi f T_b) \tag{1}$$

Retangular RZ: $$p(t) = rect\left(\frac{t}{T_b/2}\right) \iff \frac{T_b}{2} sinc(\pi f T_b/2) \qquad S_p(f) = \frac{T_b^2}{4} sinc^2(\pi f T_b/2) \tag{2}$$

Triangular: $$p(t) = \Delta\left(\frac{t}{T_b}\right) \iff \frac{T_b}{2} sinc^2(\pi f T_b/2) \qquad S_p(f) = \frac{T_b^2}{4} sinc^4(\pi f T_b/2) \tag{3}$$

Ou seja, as raízes da DEP para o caso retangular NRZ acontecem em

$$f = nR_b, \quad n \in \mathbb{N} \tag{4}$$

Enquanto que para os outros dois casos ocorre em

$$f = 2nR_b, \quad n \in \mathbb{N} \tag{5}$$

Como no nosso caso $R_b = nf_{sample} = 80\,\text{kHz}$, podemos preencher os valores teóricos de $B_N$ na Tabela I.

**[A1.a]** Como destacado pelas expressões (4) e (5), $B_N$ é múltiplo de $R_b$.

**[A1.b]** O pulso de menor $B_N$ foi o Retangular NRZ.

**[A1.c]** O pulso de menor NLL foi o Retangular RZ.

**[A1.d]** Escolheria o pulso Retangular NRZ, pois como $B_N < 120\,\text{kHz}$, uma maior porção da potência seria transmitida. Os demais pulsos teriam muita potência eliminada acima de $120\,\text{kHz}$.

Com a amplitude do ruído em $0.1\,\text{V}$ e pulsos retangulares NRZ, encontramos o resultado da Figura 5. Vemos que o sistema se comportou bem, sem erros. A mensagem recuperada foi idêntica à enviada.

Agora, alteramos a codificação do pulso para retangular RZ, mas mantendo o *delay* do sincronismo de pulsos em 4. Dessa forma, estamos criando uma falta de sincronia entre a codificação e os pulsos de amostragem. Essa montagem gera como resultado a mensagem recuperada da Figura 6.

**[A1.e]** A falta de sincronismo gerada pela mudança no *Delay* significa que a amostragem está sendo feita na metade do período da transmissão, no momento em que o pulso retangular RZ retorna a zero. Isso pode ser visto claramente na Figura 7. Em um sistema sem ruído, nossas amostragens seriam todas 0, e não haveria sinal recuperado. Mas como estamos adicionando o ruído AWGN, de fato, é ele que está sendo amostrado. Isso fica evidente pelo histograma dos pulsos amostrados (Fig. 9), que possui o formato de uma distribuição Gaussiana de média zero. Quando a amplitude do ruído é maior que 0, o bit recuperado é 1 e quando a amplitude do ruído é menor que 0, o bit é 0, por conta das propriedades da função *sign*. Por isso vemos uma sequencia de bits recebida de valores aleatórios, aparentemente independente da sequência de bits enviada (Fig. 8).

Retornando para a codificação com pulsos retangulares NRZ, verificamos o histograma dos pulsos amostrados para três valores de amplitude de ruído: 0.2, 0.5 e 1.0 volts (Figura 10).

**[A1.f]** O critério de decisão utilizado no receptor foi a função

$$sign(x) = \begin{cases} +1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases} \tag{6}$$

Dessa forma, enquanto o ruído não é grande o suficiente para cruzar alguma das condições acima, não haverá erro. Esse é o caso do ruído de amplitude $0.2\,\text{V}$, cujo histograma [Figura 10 (a)] nos mostra que nenhuma das distribuições gaussianas causadas pelo ruído gerou valores que cruzassem a linha do 0. Porém, os outros valores de $\sigma$ (0.5 e 1.0) já causam a "cauda"da distribuição a cruzar a linha do 0. Isso que irá gerar os erros, pois um bit que deveria ser 1, por conta do ruído, será recebido no receptor com valor negativo, e será interpretado como 0.

**[A1.g]** Utilizando o receptor construído neste experimento, como ele leva em consideração apenas o ponto amostrado do pulso recebido, o formato desse pulso não é relevante para a sua recuperação, desde que a sincronia da amostragem seja garantida. A questão do formato do pulso é mais relevante em questões de transmissão, largura de banda etc.

**[A1.h]** É possível notar que, às vezes, o efeito do ruído é mais severo no sinal recuperado. Isso ocorre pois, dependendo da posição do bit de erro na sequência transmitida o erro pode ser maior ou menor. Por exemplo, vamos supor que estamos transmitindo a seguinte sequência de bits

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\big|_b = 45$$

Vamos supor agora que a presença de ruído no canal gere um erro no segundo bit **mais significativo**, de forma que a sequência recebida fosse

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\big|_b = 109$$

Porém, se o mesmo erro ocorresse no segundo bit **menos significativo**, a sequência recebida seria

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\big|_b = 47$$

Percebe-se que o primeiro caso gerou um erro muito mais significativo que o segundo. Fica claro que o efeito do erro é uma função da significância do bit onde ele ocorreu.

*B. AR02 - DPCM*

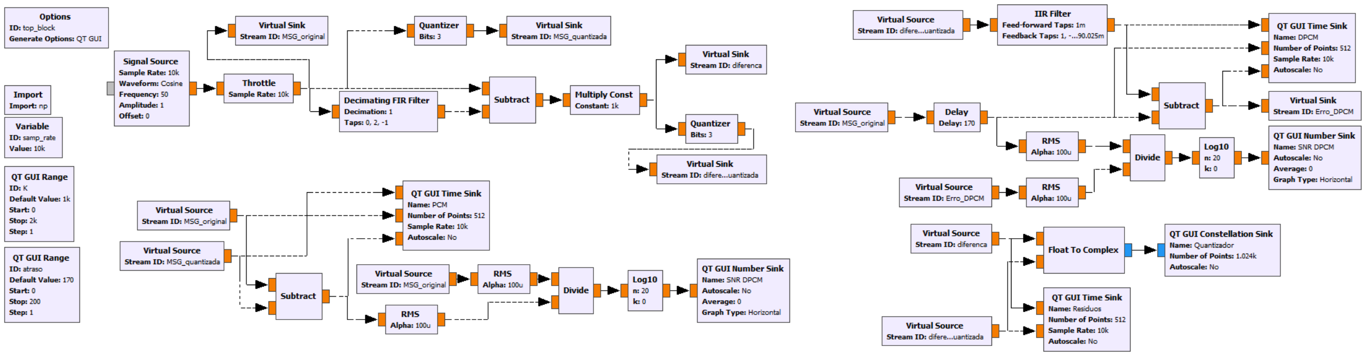



Figura 2: Configuração da AT para transmissão em DPCM **[Fig. 2.1]**

Com o sistema montado para modulação em DPCM (Figura 2), primeiramente, ajustou-se os valores das variáveis *K* e *atraso*, de forma a recuperar uma mensagem de mesma amplitude e fase que a original. isso foi feito mantendo $d(t) \in [-1; +1]$ para conservar uma quantização em 3 bits, como pode ser visto pelo *Constellation Sink* da Figura 11. Com isso configurado, mediu-se os valores de RSR para ambas as quantizações de forma a preencher o restante da Tabela II. As formas de onda dos sinais originais, recuperados e os erros associados podem ser vistos na Figura 12.

**[A2.a]** Comparando as duas RSRs medidas, nota-se claramente que a modulação DPCM obteve melhor desempenho. Isso já era esperado pelo que sabemos do comportamento teórico dessas modulações, que nos diz que o ganho em RSR da modulação DPCM, em comparação com a PCM é, pelo menos,

$$G = \frac{P_m}{P_d} \qquad [1] \tag{7}$$

Onde $P_m$ é a potência da mensagem e $P_q$ é a potência de $d(t)$. Como, em geral, $d(t)$ é muito menor que $m(t)$, para o mesmo numero de bits sendo transmitido, a modulação DPCM irá ter melhor desempenho, pois aproveita a relação entre amostras consecutivas de um mesmo sinal para diminuir as redundâncias da informação transmitida.

**[A2.b]** Para que ambas as modulações obtenham o mesmo desempenho (RSR), é preciso aumentar o número de bits de quantização da PCM. Conseguimos atingir a mesma RSR quanto $n = 7$, ou seja, foram necessários 4 bits a mais que a DPCM. Dessa forma, com nossa taxa de amostragem $f_s = 10\,\text{ksps}$, a DPCM necessita de uma taxa de transmissão de $R_b = 3f_s = 30\,\text{ksps}$, enquanto que a PCM necessitará de uma taxa de transmissão de $R_b = 7f_s = 70\,\text{ksps}$. Uma transmissão em DPCM necessita de uma menor taxa de transmissão e, consequentemente, ocupará uma menor largura de banda.

## III. Tabelas

| Pulso | $B_N$ [kHz] | | NLL [dB] | |
|---|---|---|---|---|
| | teórico | medido | teórico | medido |
| (1) Retangular NRZ | 80 | 80,00 | 13,26 | 17,69 |
| (2) Retangular RZ | 160 | 160,00 | 13,26 | 11,34 |
| (4) Triangular | 160 | 160,00 | 26,52 | 22,60 |
| (5) Hanning | — | 182,81 | — | 33,79 |

Tabela I: Largura de banda e nível de lóbulo vizinho para pulsos polares

| $RSR_{PCM}$ [dB] | $RSR_{DPCM}$ [dB] | K | atraso |
|---|---|---|---|
| 20,35 | 45,30 | 1000 | 190 |

Tabela II: Parâmetros e medidas PCM/DPCM

## IV. IMAGENS

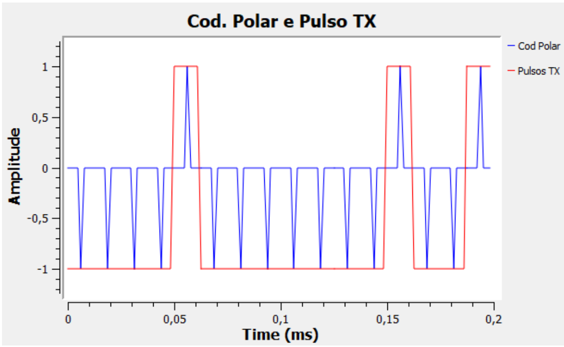
As imagens de oscilografia e espectrais se encontram ao final do documento, em uma página reservada.

## V. CONCLUSÃO

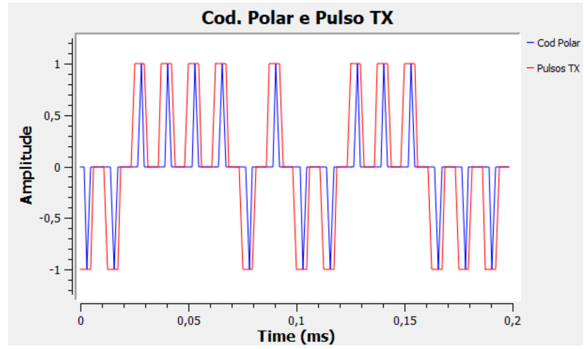
Neste experimento foi possível analisar o princípio da modulação digital, tanto por análises no tempo, quanto na frequência. Foi possível verificar a aplicação da modulação DPCM como meio de diminuir as redundâncias da informação transmitida para atingir melhor RSR e menores taxas de transmissão.

## REFERÊNCIAS

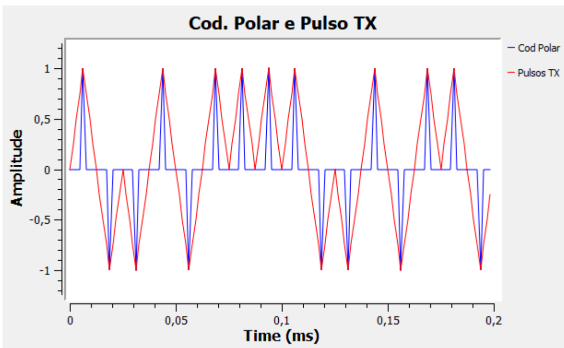
[1] B. P Lathi and Z. Ding, *Sistemas de Comunicações Analógicos e Digitais Modernos*, 4th ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.



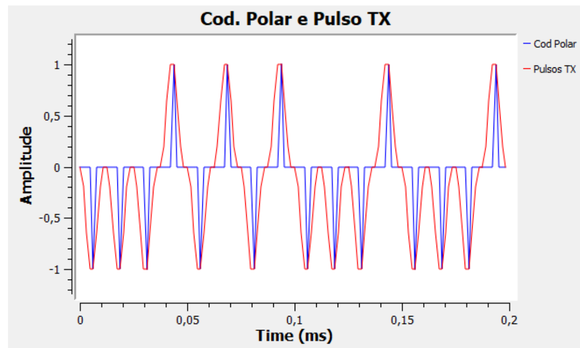

(a) Retangular NRZ




(b) Retangular RZ

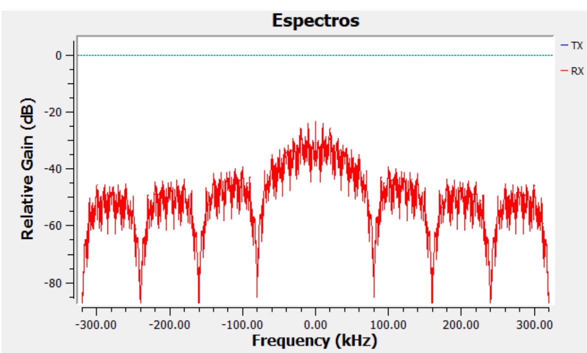



(c) Triangular

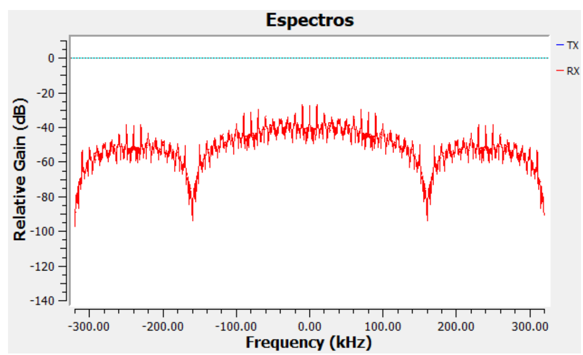



(d) Hanning

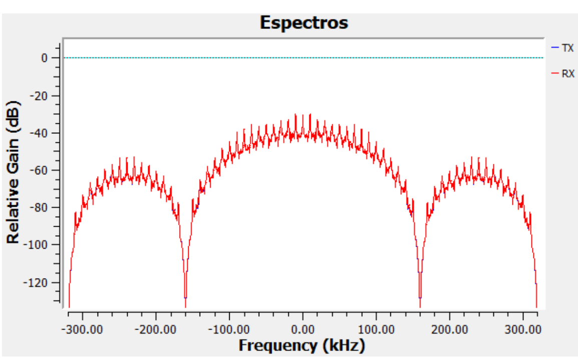
Figura 3: Formas de onda para diferentes configurações do pulso **[Fig. 1.2a-d]**



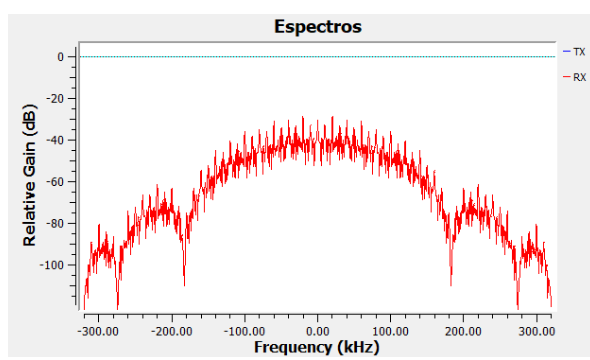

(a) Retangular NRZ




(b) Retangular RZ




(c) Triangular




(d) Hanning

Figura 4: Espectros para diferentes configurações do pulso **[Fig. 1.3a-d]**

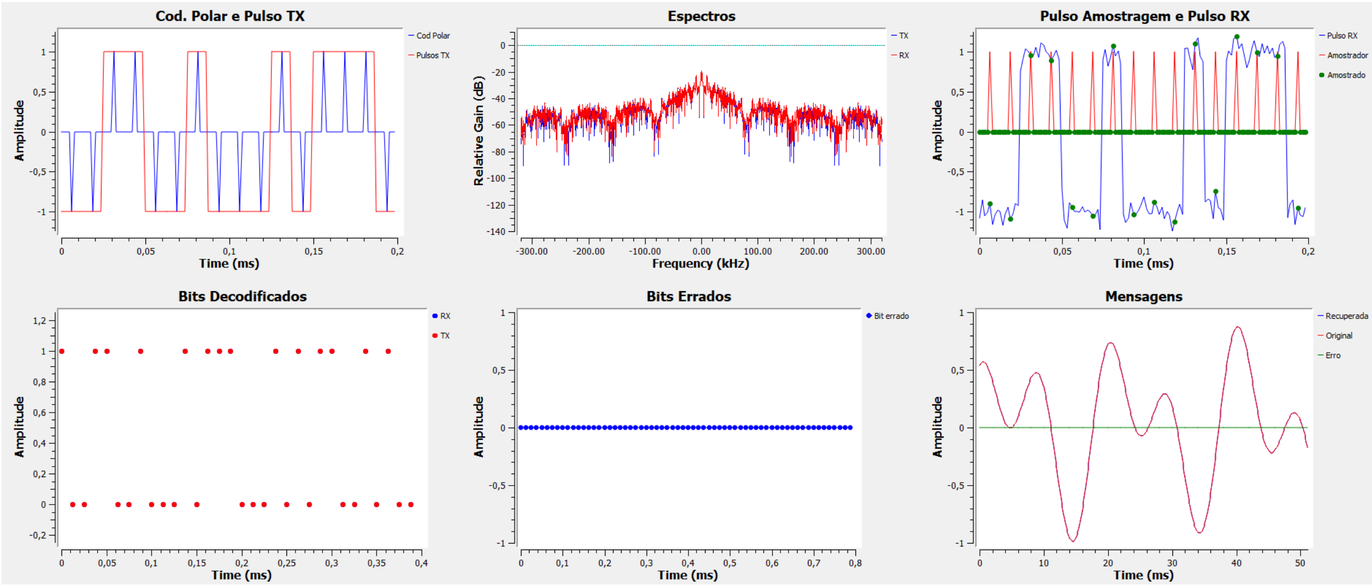



Figura 5: Resultados do sistema para $\sigma = 0.1\,\mathrm{V}$ **[Fig. 1.3]**

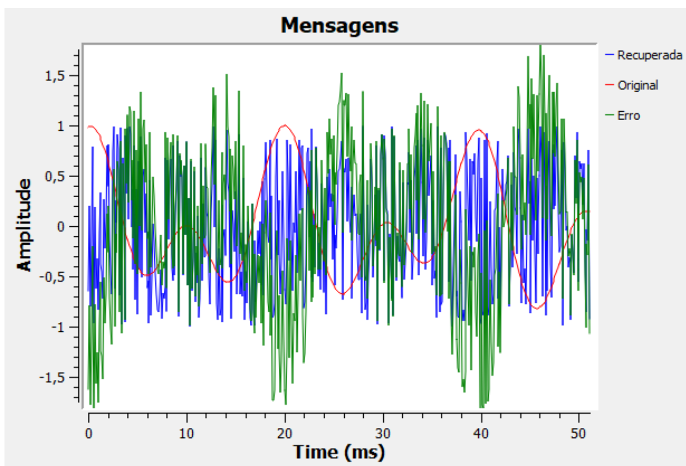



Figura 6: Mensagem decodificada com falta de sincronismo de pulso de amostragem para $\sigma = 0.1\,\mathrm{V}$

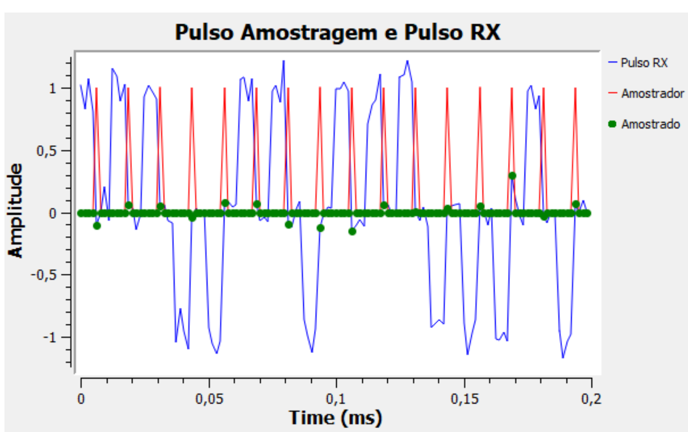



Figura 7: Pulsos contaminados e com falta de sincronismo de amostragem para $\sigma = 0.1\,\mathrm{V}$ **[Fig. 1.4a]**

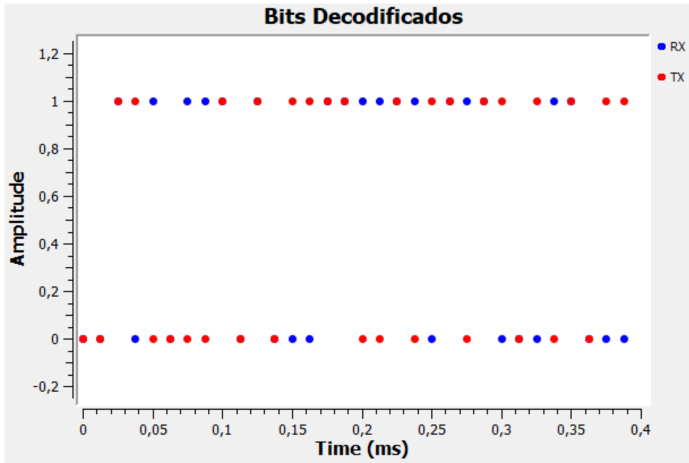



Figura 8: Sequência de bits transmitida e recebida com falta de sincronismo de amostragem para $\sigma = 0.1\,\mathrm{V}$ **[Fig. 1.4b]**

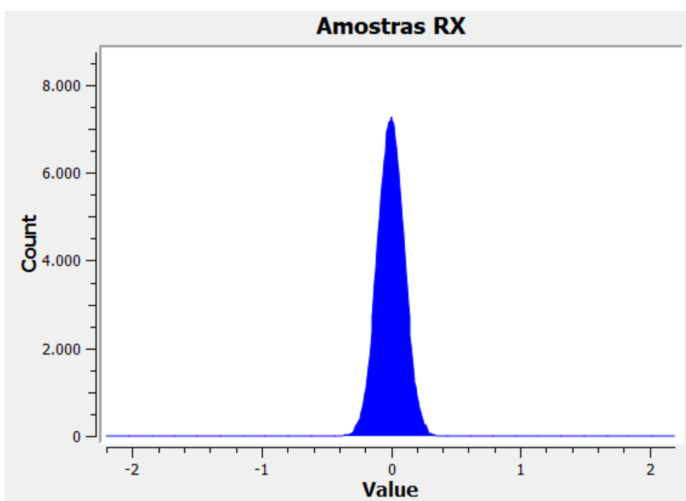
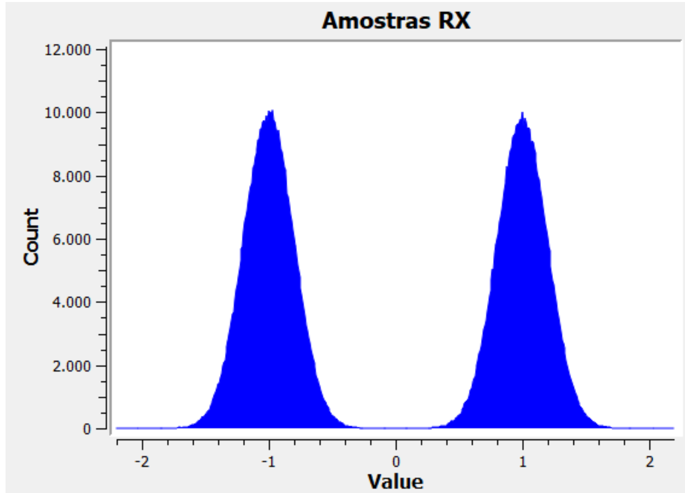
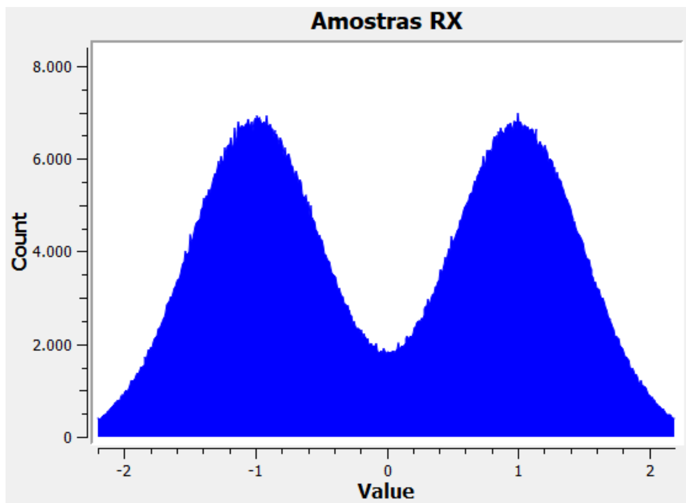



Figura 9: Histograma dos pulsos amostrados com falta de sincronismo de amostragem para $\sigma = 0.1\,\mathrm{V}$ **[Fig. 1.4c]**

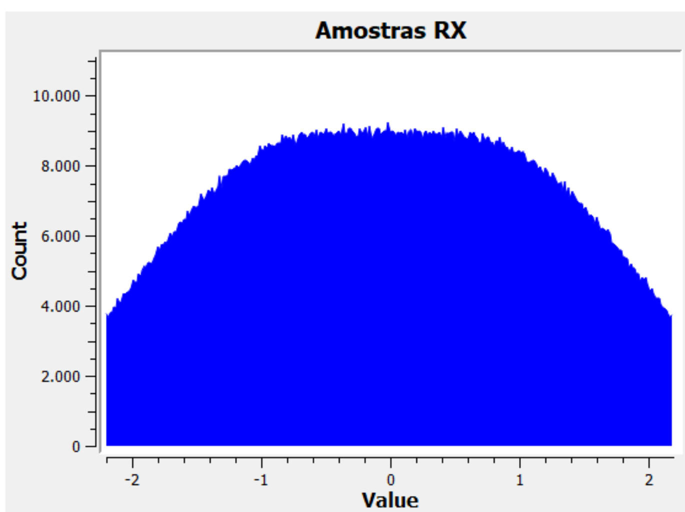
Figura 10: Histogramas das amostras no receptor para diferentes valores de $\sigma$ **[Fig. 1.4a-c]**




(a) $\sigma = 0.2\,\mathrm{V}$




(b) $\sigma = 0.2\,\mathrm{V}$




(c) $\sigma = 0.2\,\mathrm{V}$

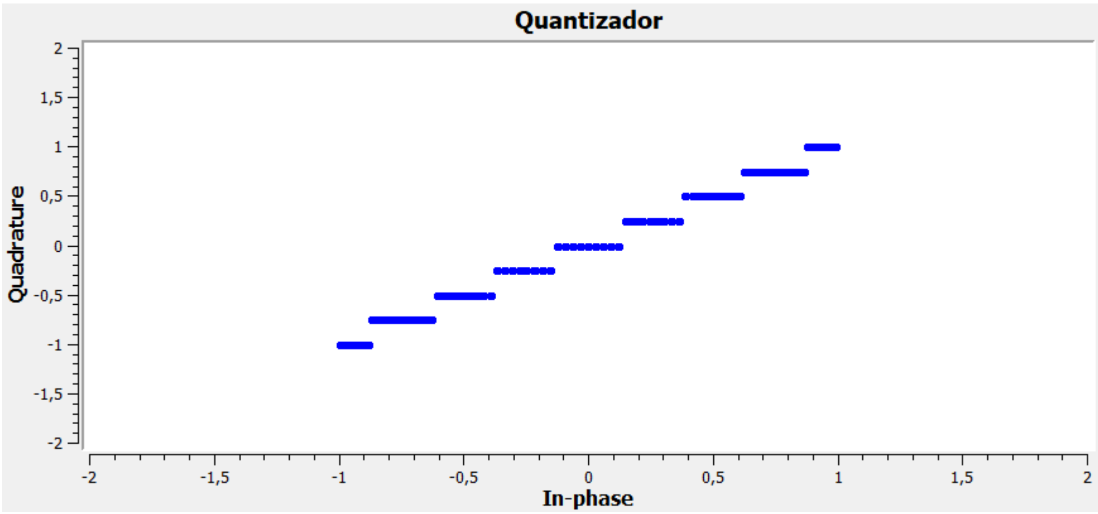
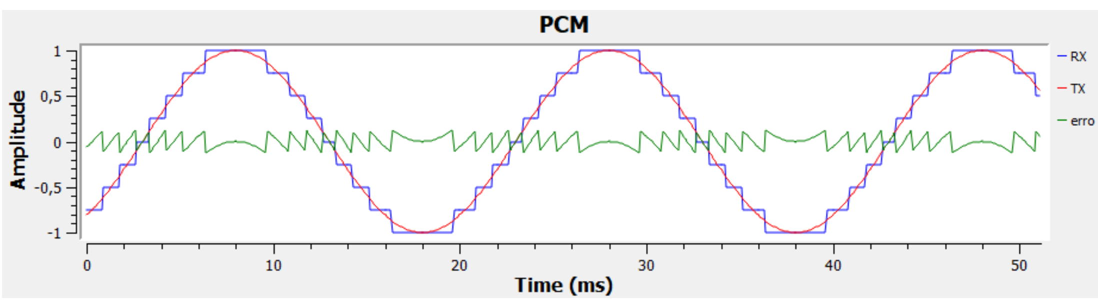
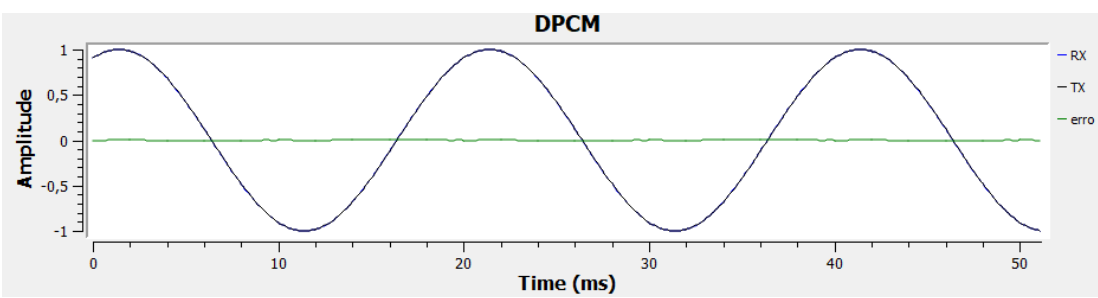



Figura 11: *Constellation Sink* deixando evidente os níveis de quantização de $d[kT_s]$ **[Fig. 2.2]**




(a) PCM




(b) DPCM

Figura 12: Formas de onda dos sinal originais, recuperados e os erros associados para as modulações **[Fig. 2.3]**