

Laboratório de Princípios de Comunicação

Aulas Remotas - 2020.1

Experimento 07 – Quantização Linear e Não Linear

Data: 26/10/2020

Pré-requisitos

1. Conhecimento do teorema da amostragem
2. Manuseio de blocos para implementação de modelo matemático

Instruções gerais

- Organize os arquivos em um diretório específico para o laboratório em seu computador. Em caso de necessidade, os arquivos serão usados como evidência da participação em sala. Use nomes de arquivos do GRC com o formato

Matricula_ExpXX_ARYY.grc → Exemplo: 12345678_Exp01_AR03.grc

- O relatório será enviado em formato “.pdf” usando a nomenclatura

Matricula_ExpXX_Rel.pdf → Exemplo: 12345678_Exp03_Rel.pdf

- Quando solicitado, envie um arquivo compactado com o formato “.zip” com todos os arquivos relacionados ao experimento, contendo os arquivos “.grc” e “.pdf”.

Matricula_ExpXX.zip → Exemplo: 12345678_Exp03.zip

- Preferencialmente (mas não obrigatoriamente) use GUI do tipo “QT”.
- Apresente no início do relatório todos os cálculos teóricos solicitados ao longo do roteiro, e coloque as tabelas no final.

Conceitos preliminares

Digitalização de sinais analógicos

A modulação por código de pulsos — em inglês, pulse-code modulation (PCM) — é a técnica básica de digitalização de um sinal analógico ou de conversão analógico para digital (CAD). Ela consiste de três operações: amostragem, quantização e codificação. Fundamentalmente, o que a técnica PCM propicia é a representação de um sinal analógico por uma sequência de bits. Veja o processo completo na Figura 1(a).

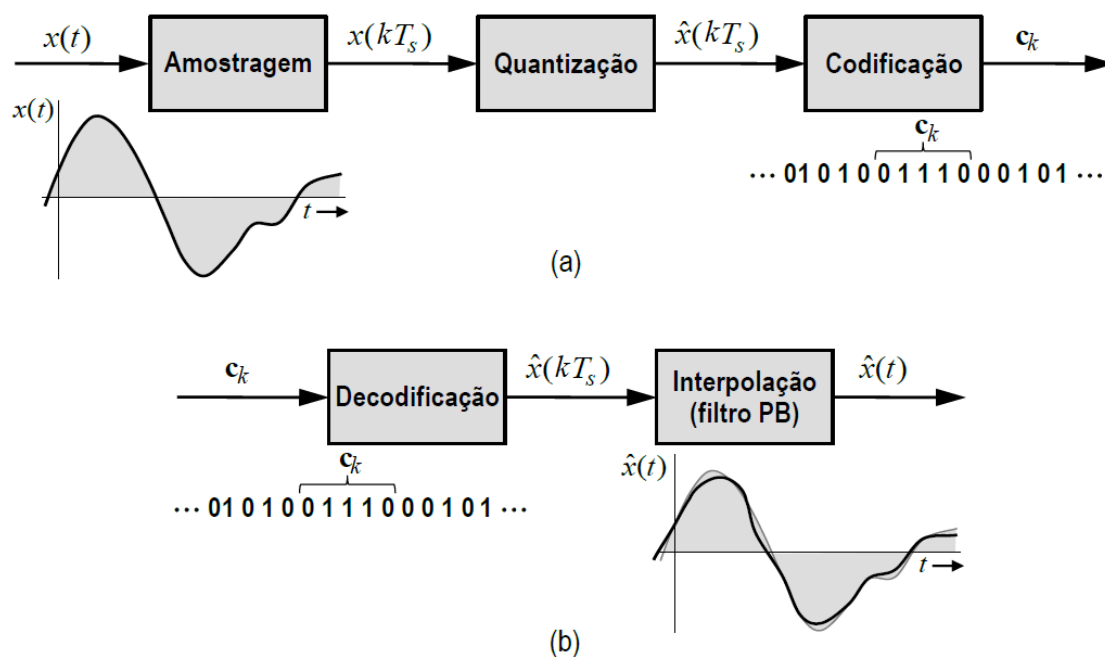


Figura 1 - Diagrama de bloco do esquema PCM: (a) modulação; (b) demodulação.

A operação de amostragem toma amostras do sinal analógico $x(t)$ a intervalos regulares de T_s segundos ou, equivalentemente, à taxa de $f_s = 1/T_s$ amostras por segundo — o subscrito s é a letra inicial de *sampling*: amostragem, em inglês. Comumente, se utiliza a unidade de medida hertz (Hz) para f_s , em vez de amostras por segundo. Pode-se considerar que a operação de amostragem realiza uma discretização do tempo.

A operação de quantização substitui a amplitude analógica de cada amostra $x(kT_s)$ por uma amplitude discretizada (ou quantizada) $\hat{x}(kT_s)$, pertencente a um conjunto finito com L valores, denominados níveis de quantização.

A operação de codificação realiza um mapeamento biunívoco entre os níveis de quantização e um conjunto de L palavras binárias de n bits: ou seja, cada amostra quantizada $\hat{x}(kT_s)$ é representada biunivocamente por uma sequência c_k de n bits. Considerando que são tomadas f_s amostras por segundo de $x(t)$, tem-se que a representação digital PCM desse sinal despende uma taxa de $R_b = n f_s$ bits por segundo (bit/s ou bps).

A Figura 1(b) mostra o diagrama de bloco do demodulador PCM. A operação de decodificação consiste em gerar uma amostra quantizada $\hat{x}(kT_s)$ para cada palavra binária c_k do sinal PCM. Em seguida, uma operação de interpolação das amostras

preenche o espaço entre amostras, reconstruindo uma versão $\hat{x}(t)$ do sinal original $x(t)$. Em razão da operação de quantização, $\hat{x}(t)$ não será idêntico a $x(t)$, mesmo sob a hipótese teórica do uso de dispositivos ideais. Quando a amplitude da amostra original $x(kT_s)$ é trocada por um dos níveis de quantização, há uma perda irreversível de informação. Contudo, aumentando-se a quantidade L de níveis de quantização, essa perda pode ser arbitrariamente reduzida, tornando-se o sinal $\hat{x}(t)$ mais parecido com $x(t)$. Entretanto, para aumentar L , é preciso aumentar o valor de n e, conseqüentemente, R_b também aumentará.

Quantização Uniforme

Em um quantizador uniforme, L níveis de quantização, $\{y_i: i = 1, 2, \dots, L\}$, são uniformemente distribuídos em um intervalo $[X_{Q-min}, X_{Q-max}]$. A separação Δq entre dois níveis de quantização consecutivos é denominada degrau ou passo do quantizador e é dada por

$$\begin{aligned} \Delta_q &= \frac{X_{Q-max} - X_{Q-min}}{L} \\ &= \frac{2X_{Q-max}}{L}, \quad \text{se } X_{Q-min} = -X_{Q-max}, \end{aligned} \quad (1)$$

As grandezas X_{Q-min} e X_{Q-max} são parâmetros do quantizador e não do sinal $x(t)$ que terá suas amostras quantizadas. Sendo $\hat{x}(kT_s)$ a versão quantizada da amostra $x(kT_s)$, denomina-se erro de quantização a seguinte diferença:

$$q(kT_s) = \hat{x}(kT_s) - x(kT_s), \quad (2)$$

Note que

$$-\frac{\Delta_q}{2} \leq q(kT_s) \leq \frac{\Delta_q}{2}, \quad (3)$$

O erro ou ruído de quantização depende da magnitude do degrau de quantização usado, Δ_q . A Figura 2 apresenta todos os sinais envolvidos numa modulação PCM, incluindo o sinal contínuo original, suas amostras, os níveis de quantização referentes a 3 bits (8 níveis), as amostras nesses níveis e a forma de onda recuperada (por interpolação – FPB) a partir dessas amostras quantizadas. A diferença entre as curvas vermelha e azul é o ruído de quantização (em sua forma contínua). Neste exemplo, $\Delta_q = 0,4$ V.

Quando se usa um quantizador uniforme, se o sinal $x(t)$ é tal que os erros de quantização resultantes têm distribuição uniforme no intervalo $[-\Delta_q/2, +\Delta_q/2]$, a potência média do ruído de quantização será dada por

$$P_q = \frac{\Delta_q^2}{12}. \quad (4)$$

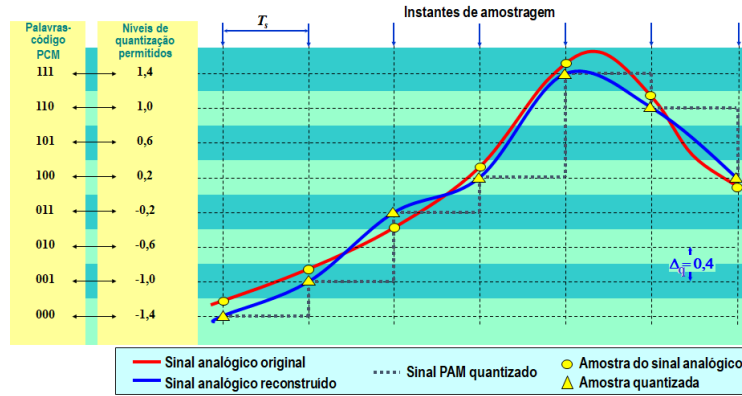


Figura 2 – Amostras e formas de onda de um processo de quantização.

O desempenho de um quantizador é, geralmente, medido por meio da razão sinal-ruído (RSR) de quantização, RSR_q , que será a razão sinal-ruído do sinal analógico reconstruído a partir da representação digital PCM. Se o sinal $x(t)$ é tal que a potência média do ruído de quantização é dada pela equação (4), a RSR_q poderá ser calculada da seguinte forma:

$$RSR_q = \frac{P_x}{P_q} = \frac{P_x}{\Delta_q^2/12} \quad (5)$$

em que P_x é a potência média do sinal $x(t)$. Se $L = 2^n$ e se o quantizador foi projetado para $X_{Q-min} = -X_{Q-max}$, então $\Delta_q = 2X_{Q-max}/L$ e RSR_q poderá ser calculada da seguinte forma:

$$RSR_q = 3L^2 \frac{P_x}{X_{Q-max}^2} = 3 \times 2^{2n} \frac{P_x}{X_{Q-max}^2} \quad (6)$$

Normalmente, os valores de RSR são expressos na escala decibel. Assim, tem-se a partir da equação (6) que

$$RSR_q|_{dB} = 6,02n + 4,77 + 10 \log_{10} \left(\frac{P_x}{X_{Q-max}^2} \right) \quad (7)$$

Note que, assim como a equação (4), as equações (5)–(7) são válidas somente quando não ocorrer uma sobrecarga no quantizador, ou seja, $X_{Q-min} < x(t) < X_{Q-max}$. Usualmente $-X_{Q-min} = X_{Q-max} = 1$ e o sinal a ser quantizado é normalizado de forma a variar entre -1 e 1 V.

Quantização Não Uniforme

Caso os níveis de quantização $\{y_i: i = 1, 2, \dots, L\}$ não estejam igualmente espaçados (isto é, os degraus de quantização não são iguais), tem-se uma quantização não uniforme. Normalmente se utiliza um tipo de quantização não-uniforme implementado como duas operações sucessivas: compressão do sinal de voz amostrado e quantização uniforme das amostras comprimidas — veja ilustração mostrada na Figura 3.

Geralmente a compressão feita é embasada em uma de duas normas internacionais, que usam as chamadas lei-A e lei-μ. A primeira é usada nos sistemas PCM da maioria dos países (entre eles, o Brasil e os países da Europa) e a última é usada nos Estados Unidos e Japão, por exemplo. As amostras comprimidas $y(kT_s)$ atravessam em seguida um quantizador uniforme.

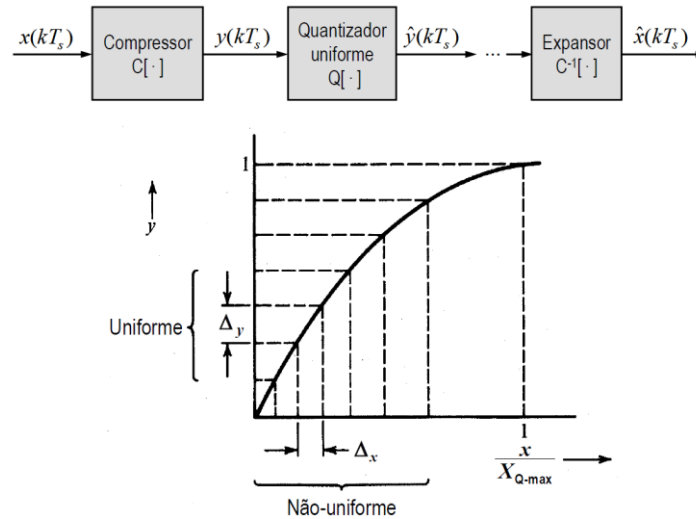


Figura 3 – Quantização não-uniforme obtida com combinação de um compressor e um quantizador uniforme.

A lei- μ é dada pela seguinte expressão:

$$y = C(x) = \text{sgn}(x) \frac{\ln(1+\mu|x|)}{\ln(1+\mu)}, \text{ para } -1 < x < 1, \quad (8)$$

em que a função $\text{sgn}(x)$ entrega o sinal (+ ou -) de x a cada instante. No sistema telefônico fixo comutado (STFC) $\mu = 255$ e este é um valor otimizado para a lei- μ . A função de expansão da lei- μ é definida por:

$$C^{-1}(y) = \text{sgn}(y) \frac{(1+\mu)^{|y|-1}}{\mu}, \text{ para } -1 < y < 1. \quad (9)$$

A RSR de um sistema PCM com compensação (compressão + expansão) lei- μ é dada por:

$$RSR_{lei-\mu} = 6,02n + 4,77 - 10 \log_{10} \left(1 + \frac{X_{Q-max}^2}{\mu^2 P_x} + \sqrt{2} \frac{X_{Q-max}}{\mu \sqrt{P_x}} \right) \quad (10)$$

$$= 6,02n + 4,77 - 20 \log_{10}(\ln[(1 + \mu)]), \text{ para } \mu \gg \frac{X_{Q-max}}{\sqrt{P_x}}. \quad (11)$$

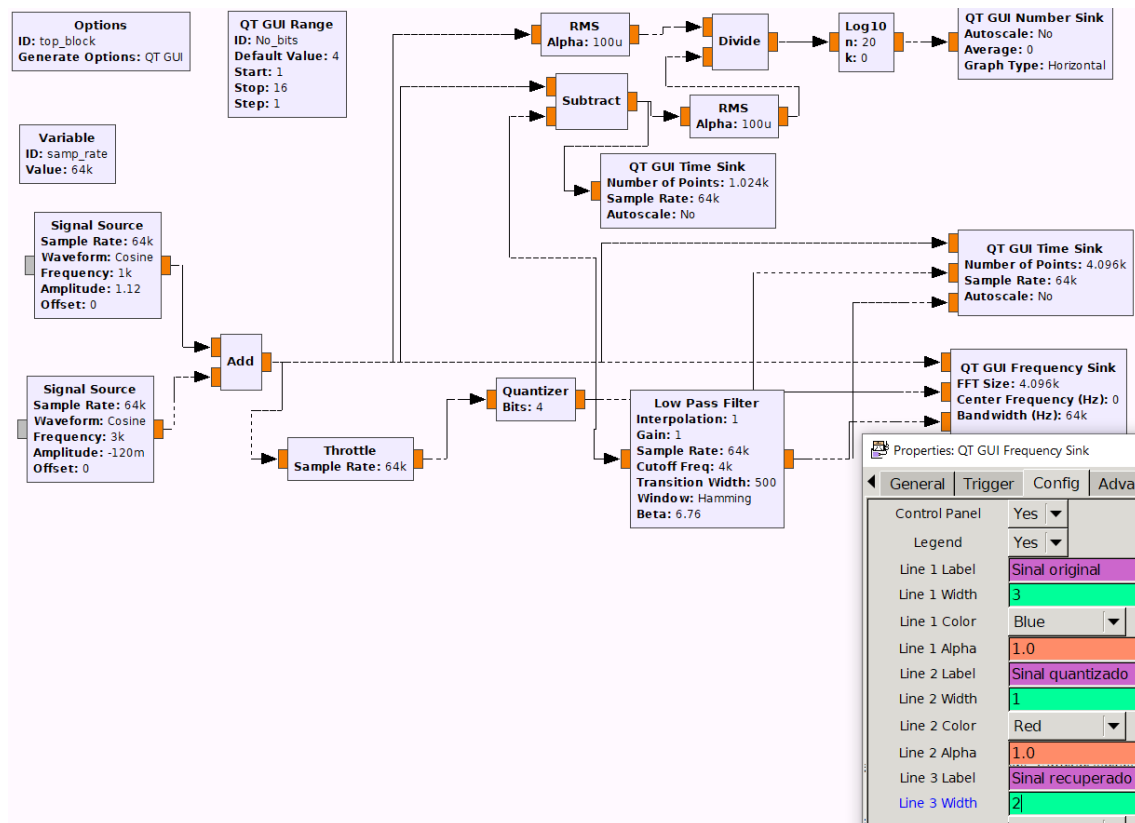
Note que a RSR de um sistema PCM com compensação pode ser quase independente da potência do sinal P_x , diferentemente do que ocorre em um sistema PCM com quantização uniforme. Ou seja, um sistema PCM com compensação pode propiciar um sinal analógico reconstruído com qualidade quase independente da variação de intensidade do sinal analógico original. O padrão STFC estabelecido usa a taxa de amostragem $f_s = 8 \text{ kHz}$ e $n = 8$ ($L = 256$) bits para representar cada amostra, resultando em uma taxa de bits $R_b = f_s n = 8.000 \times 8 \text{ bps} = 64 \text{ kbps}$.

Atividade 01 – Quantização Linear

No GRC, use o bloco <<Quantizer>> para quantizar a forma de onda de entrada e um <<GUI Range>> para controlar a quantidade de bits n que cada amostra poderá ser codificada. A taxa de amostragem não é alterada e cada amostra é apenas deslocada para um dos níveis de quantização disponível. O sinal original $x(t)$ será formado pela soma de senóides de diferentes frequências. Na entrada do quantizador, este sinal deve ser normalizado, quando necessário, de forma a variar entre -1 e 1 V para garantir que o número de níveis de quantização obedeça $L = 2^n$.

Para recuperar uma estimativa do sinal original basta utilizar um filtro passa-baixos para interpolar o sinal quantizado. A frequência de corte do filtro deve considerar a largura de banda do sinal original.

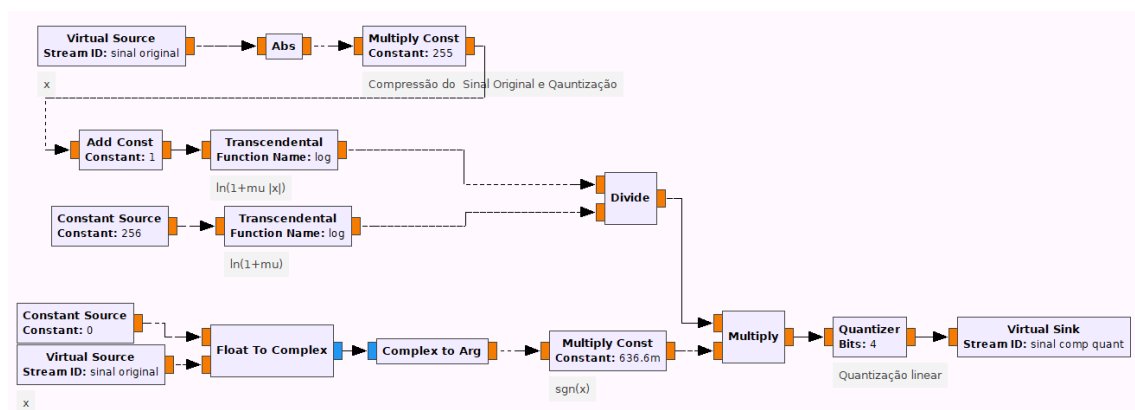
A RSR_q experimental pode ser calculada através de blocos <<RMS>> aplicados ao sinal original (normalizado) e o ruído de quantização e apresentada em dB na própria interface gráfica. Todo o processo é exemplificado no *print* do GRC abaixo. O ruído de quantização será a subtração entre o sinal original e o quantizado. Sempre ative a legenda dos gráficos editando o nome de cada curva na aba “Config”, campos “Line 1 Label”, “Line 2 Label”, etc.



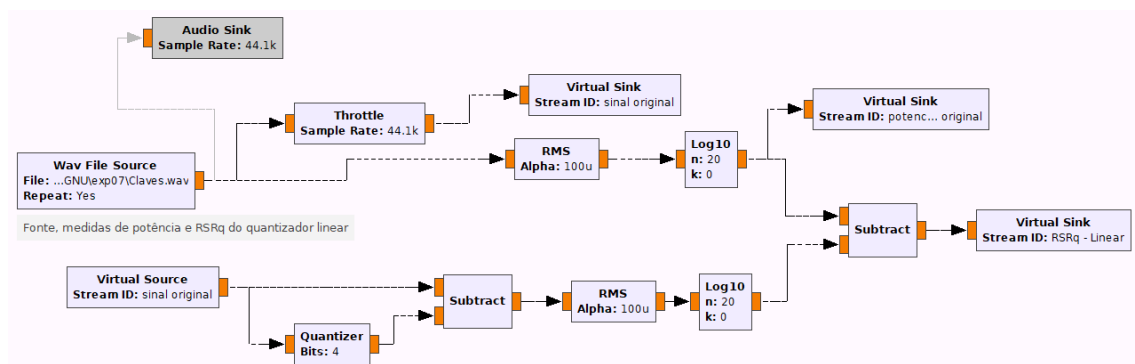
Atividade 02 – Quantização Não Linear

Não existe no GRC blocos para quantização não linear em baixo nível, portanto teremos que criar as ferramentas necessárias. Você deverá comprimir o sinal original seguindo o modelo da equação (8), aplicar a quantização uniforme e voltar a expandir o sinal conforme (9) para uma justa comparação com o sinal original. Para a implementação do modelo em (8) será necessário criar funções $\text{sgn}(x)$ e usar o bloco <<Transcendental>> para chamar a função $\ln(\cdot)$. Para tal, escreva “log” no campo “Function Name”. Caso prefira e tenha familiaridade com a linguagem do Python, você poderá escrever em código todas as funções matemáticas que desejar utilizando <<Python Block>>.

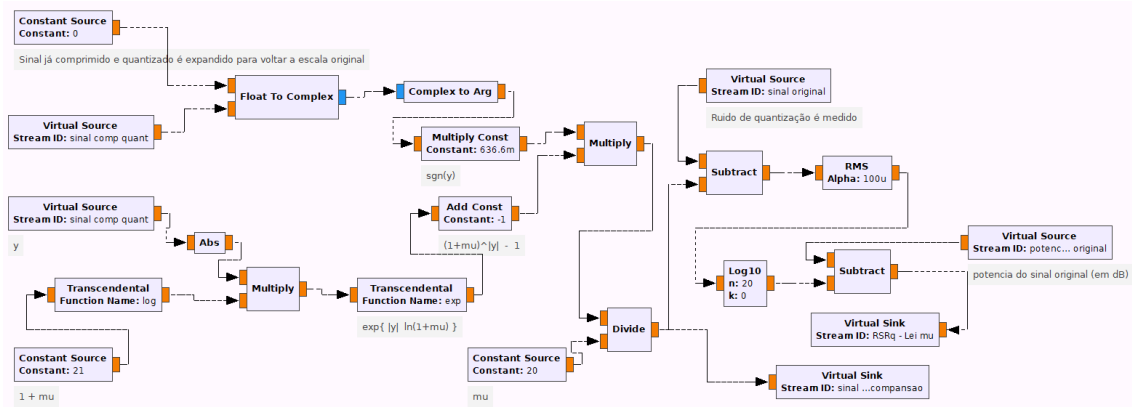
Para achar o sinal de x , basta fazer $\text{sgn}(x) = \frac{2}{\pi} \arg(jx)$, em que o operador $\arg(\cdot)$ calcula a fase de um número complexo em rads. Veja abaixo:



Como sinal original, você poderá utilizar o bloco <<Wave File Source>> e um arquivo de áudio .wav disponibilizado pelo professor (de $f_s = 44,1$ ksp/s e já normalizado entre -1 e 1) ou gravar/usar outro qualquer. Em ambos os casos, o .wav deverá ser entregue na mesma pasta do .grc junto com seu relatório. Ative no bloco a repetição dos dados (Repeat = “Yes”). Busque utilizar arquivos de áudios curtos (entre 1 e 2 segundos) de forma a permitir a observação da variação do sinal do início ao fim na tela. Isso será útil para as análises de potência e RSR_q . Você poderá escutar os sons utilizando o bloco <<Audio Sink>>.



Para a expansão do sinal comprimido e quantizado, aplique a equação (9) conforme o diagrama abaixo ou implemente sua função matemática em <<Python Block>>:



Nas interfaces de leitura de potência e RSR_q como <<QT GUI Time Sink>> e <<QT GUI Constellation>>, coloque um alto número de pontos ($> f_s \times \text{duração do sinal}$) para se observar de uma só vez todas as amostras do sinal na tela. A observação de tantas amostras ao mesmo tempo poderá sobrecarregar seu computador se você não utilizar o bloco <<Throttle>>. Para observar as formas de onda e espectro isso não será necessário.

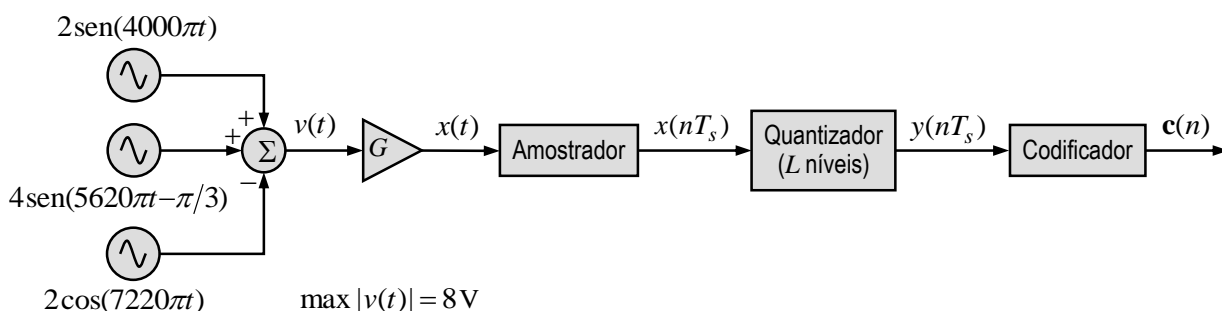
Relatório – Entregar até 30/10/2020

Faça um relatório descrevendo as sequências de passos e análises pertinentes para chegar aos resultados das atividades remotas (ARs). Ilustre com as telas do GRC.

Apresente no início do relatório todos os cálculos e respostas a questões teóricas solicitadas e as tabelas no final.

AR 00 - Exercícios Teóricos

Considere a conversão de analógico para digital de uma soma de senóides, representada pelo diagrama de bloco abaixo. O sinal $v(t)$ tem amplitude máxima $\max|v(t)| = 8\text{ V}$.



Considere inicialmente um quantizador uniforme com $L = 8$ níveis de quantização distribuídos no intervalo $[-8\text{ V}, 8\text{ V}]$ e $G = 1$.

T0a) Projete o quantizador, determinando o degrau Δ_q do quantizador (T0a1), os limites $\{x_1, x_2, \dots, x_{L+1}\}$ dos intervalos de quantização e os níveis de quantização $\{y_1, y_2, \dots, y_L\}$.

T0b) Determine a quantidade de bits por amostra, n , requerida para representar as amostras quantizadas dos sinais processados.

T0c) Determine o valor absoluto máximo do erro de quantização $q(nT_s)$, quando não há sobrecarga do quantizador.

T0d) Para as amostras $x(nT_s)$ de valores mostrados abaixo, determine o seu valor quantizado $\hat{x}(nT_s)$ e o erro de quantização $q(nT_s)$.

$x(nT_s)$	-0,71 V	2,7 V	-3,25 V	-5,9 V	7,4 V
$\hat{x}(nT_s)$					
$q(nT_s)$					

Considere agora que o quantizador é não uniforme, utiliza a lei μ de compressão, com $\mu = 255$, e tem os seguintes parâmetros: $X_{Q-\max} = -X_{Q-\min} = 8\text{ V}$, $L = 32$.

T0e) Nessas condições determine o valor teórico para RSR_q para cada valor indicado para o ganho G e preencha a tabela a seguir — para cada G , determine um valor para RSR_q usando a equação (10) e outro valor usando a equação (11).

Ganho G		1/64	1/16	1/8	1/4	1	3/2	2
$X_{Q-\max}/\sqrt{P_x}$								
RSR _q (dB)	eq. (10)							
	eq. (11)							

T0f) Há valores obtidos com a equação (10) ou equação (11) que não são boas estimativas para a RSR_q . Cite quais são esses valores e apresente o motivo pelo qual não são boas estimativas.

AR 01 – Quantização Linear

Setup da simulação AR01

Taxa de amostragem	64 ksps
Instrumentos virtuais	Osciloscópio com 256 pontos Analisador de Espectro com FFT size de 4096 Filtro Passa Baixos (FPB)
Observações adicionais	Utilizar bloco “Throttle”

Implemente o quantizador uniforme com as configurações detalhadas a seguir:

Sinal / bloco	Descrição
$x_1(t)$	Somatória de 5 ondas senoidais de média nula, amplitude pico 0,2 Vp e frequências 600, 1200, 1800, 2400 e 3000 Hz.
$x_2(t)$	Somatória de 2 ondas senoidais de média nula e parâmetros {1,12 Vp, 1000 Hz, 0°} e {0,12 Vp, 3000 Hz, 180°} ¹ .
f_{corte} do FPB	Considerar a largura de banda de $x(t)$ e a ocupação frequencial do ruído para configurar o filtro.

Considerando inicialmente $x_1(t)$ como fonte, monte o esquemático com os blocos necessários (**Fig. 1.1**) de forma a se medir o valor da RSR_q (barra horizontal), as formas de onda (**Fig. 1.2.a-b**) e espectros (**Fig. 1.3.a-b**) dos sinais original, quantizado e recuperado pelo filtro num mesmo gráfico e a forma de onda do ruído de quantização (**Fig. 1.4.a-b**). Para as curvas, considere $n = 3$ e 8. Ajuste as escalas para a melhor observação. Para as curvas de espectro, modifique cor e espessura das linhas em “Config” afim de se melhor discriminar uma das outras e faça *zoom* adequado de forma a observar no gráfico o dobro da frequência de corte do filtro.

A1a) Compare as curvas de ruído de quantização para diferentes valores de n e faça análises.

Preencha a Tabela 1.1. Varie o valor de número de bits por amostra n e comece a preencher a Tabela 1.2.

T1a) Qual o custo para a melhoria da RSR_q ? Qual a relação com os recursos disponíveis na rede de comunicação?

Substitua a fonte para $x_2(t)$ e termine de preencher as Tabelas 1.1 e 1.2.

A1b) Veja que sinais fortes e fracos podem ocupar o mesmo espaço de quantização (intervalo $[X_{Q-min}, X_{Q-max}]$). Como a variação de SNR_q pode ser prejudicial para a

¹ A defasagem de 180° pode ser obtida inserindo amplitude negativa em <<Signal Source>>.

² a, sufixo para $n = 3$, e b para $n = 8$;

qualidade de transmissão de áudio, onde é mais frequente a presença para sinais mais fracos?

AR 02 – Quantização Não Linear

Setup da simulação AR02

Taxa de amostragem	44,1 ksps (ou outra para arquivo pessoal)
Instrumentos virtuais	Leitor de arquivo de áudio Funções transcendentais Osciloscópio com 4096 pontos para formas de onda e $>f_s T$ para RSR_q ³ Analisador de Espectro com FFT size de 4096 Constelação com $f_s T$ pontos Filtro Passa Baixos (FPB) Caixa de som
Observações adicionais	Utilizar bloco “Throttle”

Implemente o quantizador não uniforme com as configurações detalhadas a seguir:

Sinal / bloco	Descrição
$x(t)$	Arquivo “Claves.wav” ou outro arquivo de áudio curto a sua escolha
modo repetição	“Yes” em <<Wave File Source>>
compressão	Lei- μ para $\mu=255$

Apenas como exercício didático, obtenha alguns arquivos de áudio (fala masculina, feminina, canto, banda musical, coral, etc.) e observe os padrões do espectro de seus sinais. Não precisa ser observado no GRC, mas através do meio que preferir. Atenção a configurar devidamente suas f_s .

Considerando o sinal de curta duração $x(t)$, monte o esquemático com os blocos necessários (Fig. 2.1) de forma a se medir o valor da RSR_q variando no tempo (<<Time Sink>>), as formas de onda (Fig. 2.2.a-b) e espectros (Fig. 2.3.a-b) dos sinais original, comprimido, quantizado expandido e recuperado pelo filtro ($f_{corte} = f_s/4$) num mesmo gráfico, para $n = 3$ e 8.

Na interface espectral marque a opção “Max Hold” e indique a frequência onde a densidade espectral é mais forte se destacando do resto do espectro. Marque a resposta na Tabela 2.1 junto com a potência do sinal original $x(t)$. Com a ajuda de um FPB indique também na Tabela 2.1 a largura de banda do sinal que concentre 99,9% da potência total de $x(t)$.

A2a) Você fará uma análise qualitativa do áudio disponível. Primeiramente conecte uma caixa de som (<<Audio Sink>>) para ouvir o sinal original. Em seguida troque a caixa de som para o sinal comprimido, e depois para o sinal expandido e filtrado. Varie n e f_{corte}

³ Em que T é a duração do áudio.

do filtro e faça todas as observações pertinentes considerando, inclusive, as frequências marcadas na Tabela 2.1.

Preencha a Tabela 2.2 considerando o valor médio da RSR_q variante no tempo.

Para se comparar as RSR_q para as quantizações uniforme e não uniforme ao mesmo tempo (**Fig. 2.4**), use blocos <<Float to Complex>> e <<Constellation>>, em que no eixo Real será lido a potência de $x(t)$ em dBm e as RSR_q em dB no eixo Imaginário. Em <<Constellation>>, aba “Geral”, campo “Name”, aproveite para indicar a que se referem os eixos do gráfico, além de editar os nomes da legenda na aba “Config”.

Varie $\mu = 20$ e 1000 para $n = 3$ e 8 e complete a Tabela 2.3 utilizando o valor médio da SNR_q observado para cada caso.

A2b) A partir do que você observou dos resultados numéricos e formas das curvas de SNR_q , responda se $\mu = 255$ parece ser um valor mais otimizado para a lei- μ do que os outros 2. Busque valores alternativos de μ que possam parecer ter melhor desempenho.

Finalize seu relatório com conclusões gerais.

Experimento 7: Quantização Linear e Não Linear

Identificação

Turma	Matrícula	Nome

Tabela 1.1 – Potência da onda original

Potência de $x_1(t)$ em dBm		Potência de $x_2(t)$ em dBm	
teórico	experim.	teórico	experim.

Tabela 1.2 – Parâmetros da quantização linear

n	L	R_b	RSR_q de $x_1(t)$ em dB		RSR_q de $x_2(t)$ em dB	
			teórico	experim.	teórico	experim.
3						
4						
5						
6						
7						
8						

Tabela 2.1 – Potência, frequência de maior DEP e LB do sinal original

Potência [dBm]	Frequência de maior DEP [Hz]	Largura de banda [Hz] $LB_{99,9\%}$

Tabela 2.2 – RSR_q média da quantização não linear para lei- μ ($\mu = 255$)

n	RSR_q de $x(t)$ em dB	
	teórico	experim.
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Tabela 2.3 – RSR_q média da quantização não linear para $\mu = 20$ e 1000

μ	n	RSR_q de $x(t)$ em dB	
		teórico	experim.
20	3		
	8		
1000	3		
	8		