Relatório - Experimento 02

Fausto Emrich Brenner

I. Introdução

Neste experimento teremos um primeiro contato com o conceito de modulação. Construiremos um simples sistema de comunicação baseado em modulação AM e, a partir dele, faremos análises sobre essa técnica.

II. Atividades

A. AR 01

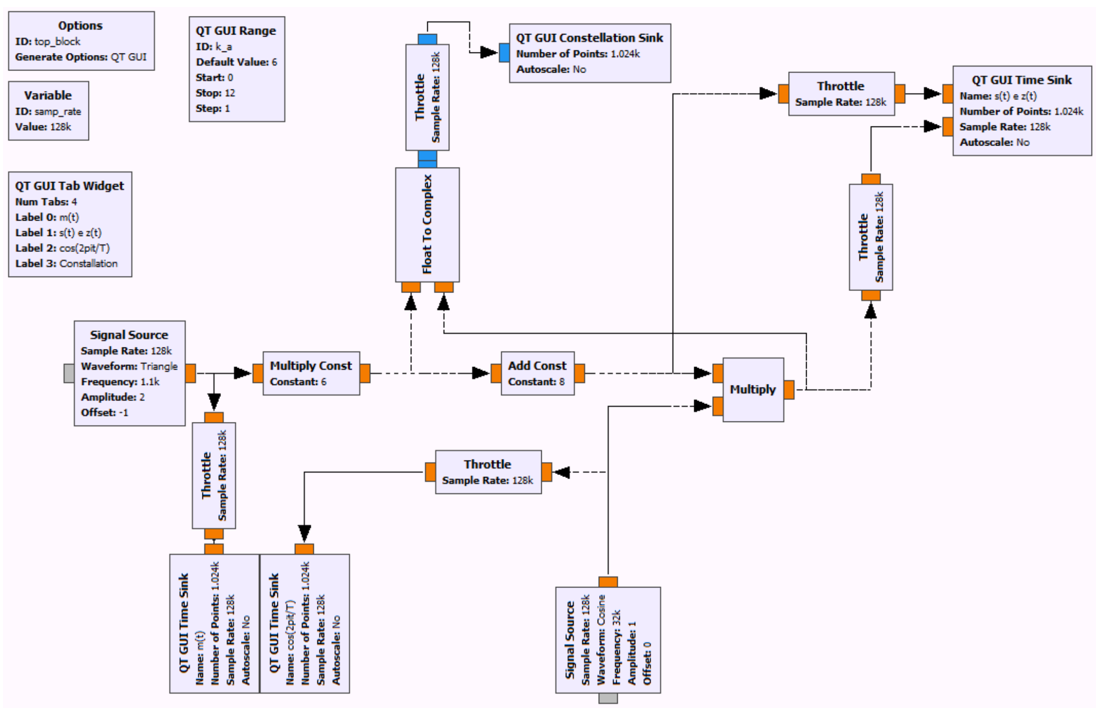


Figura 1: Configuração da AT para a AR 01.

Modulação se refere a um processo que desloca o sinal de mensagem a uma banda específica de frequências, ditada pelo canal físico [1]. Durante o processo de modulação, inserimos nossa mensagem na onda portador por meio de variações de amplitude, frequência ou fase. Neste experimento, trataremos da modulação analógica em amplitude (AM). A onda portadora pode ser definida como

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \tag{1}$$

Assim, um sinal AM pode ser descrito pela seguinte função

$$s(t) = [A_c + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t) \tag{2}$$

Onde $m(t)$ é a mensagem a ser transmitida (sinal modulante). Podemos reescrever essa equação como

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + k_a m(t) \cos(2\pi f_c t) \tag{3}$$

Assim, fica claro que o sinal modulado possui duas componentes: a onda portadora e um sinal modulante $m(t)$. Calculando a transformada de Fourier do sinal 3, obtêm-se

$$S(f) = \frac{A_c}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{k_a}{2}[M(f - f_c) + M(f + f_c)] \tag{4}$$

Onde $M(f)$ é a transformada de Fourier de $m(t)$.

Existe um parâmetro muito importante de um sinal AM, seu **índice de modulação**, que representa a intensidade da modulação realizada. O índice de modulação positiva pode ser definido como

$$\mu_+ = \frac{A_{max} - A_c}{A_c} = \frac{max[k_a m(t)]}{A_c} = \frac{k_a m_{p+}}{A_c} \tag{5}$$

O índice de modulação negativa, por sua vez, é definido como

$$\mu_- = \frac{A_c - A_{min}}{A_c} = \frac{-min[k_a m(t)]}{A_c} = \frac{k_a m_{p-}}{A_c} \tag{6}$$

Finalmente, o índice de modulação é definido com relação aos dois índices anteriores

$$\mu = \frac{\mu_+ + \mu_-}{2} = \frac{A_{max} - A_{min}}{2A_c} \tag{7}$$

Nas equações acima, considera-se

$$\begin{aligned} A_{max} &= max[A_c + k_a m(t)] \\ A_{min} &= max[A_c + k_a m(t)] \\ m_{p+} &= max[m(t)] \\ m_{p-} &= -min[m(t)] \end{aligned}$$

Nesta AR, simularemos no GNURadio Companion a modulação AM de um sinal. No caso, nossa onda portador será

$$c(t) = 8\cos(2\pi 10000t), \qquad A_c = 8 \textit{ e } f_c = 10\,\text{kHz} \tag{8}$$

O sinal modulante $m(t)$ é uma onda triangular de $V_{pp} = 2\,\text{V}$ e offset $-1\,\text{V}$. De forma que

$$m_{p+} = 1\,\text{V} \qquad m_{p-} = 1\,\text{V} \tag{9}$$

Com esses valores em mãos, podemos calcular o índice de modulação para cada valor de k_a. Com $k_a = 6$, temos

$$\begin{aligned} A_{max_1} &= max[A_c + k_{a_1} m(t)] = 8 + 6m_{p+} = 14\,\text{V} \\ A_{min_1} &= min[A_c + k_{a_1} m(t)] = 8 + 6m_{p-} = 2\,\text{V} \end{aligned}$$

Logo

$$\begin{aligned} \mu_+ &= \frac{k_a m_{p+}}{A_c} = \frac{6}{8} = 0.75 \\ \mu_- &= \frac{k_a m_{p-}}{A_c} = \frac{6}{8} = 0.75 \\ \mu_1 &= \frac{Amax_1 - Amin_1}{2A_c} = \frac{14 - 2}{16} = 0.75 \end{aligned}$$

Sinal	A_{max}		A_{min}		μ_+		μ_-		μ	
	Teórico	Medido	Teórico	Medido	Teórico	Medido	Teórico	Medido	Teórico	Medido
(1)	14	13.9805	2	2.0187	0.75	0.7475	0.75	0.7438	0.75	0.7456
(2)	8	8.0000	8	8.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000
(3)	12	11.9681	4	4.0444	0.50	0.4960	0.50	0.4945	0.50	0.4952
(4)	16	15.8968	0	0.1282	1.00	0.9871	1.00	0.9834	1.00	0.9855
(5)	20	19.8515	-4	-3.8110	1.50	1.4852	1.50	1.4764	1.50	1.4808

Tabela I: Valores medidos pelo osciloscópio

Podemos repedir esses passos para todos os valores propostos de k_a

$$k_{a_2} = 0 \qquad A_{max_2} = 8 \qquad A_{min_2} = 8 \qquad \mu_+ = \mu_- = 0.00 \qquad \mu_2 = \frac{8-8}{16} = 0.00 \tag{10}$$

$$k_{a_3} = 4 \qquad A_{max_3} = 12 \qquad A_{min_3} = 4 \qquad \mu_+ = \mu_- = 0.50 \qquad \mu_3 = \frac{12-4}{16} = 0.50 \tag{11}$$

$$k_{a_4} = 8 \qquad A_{max_4} = 16 \qquad A_{min_4} = 0 \qquad \mu_+ = \mu_- = 1.00 \qquad \mu_4 = \frac{16-0}{16} = 1.00 \tag{12}$$

$$k_{a_5} = 12 \qquad A_{max_5} = 20 \qquad A_{min_5} = -4 \qquad \mu_+ = \mu_- = 1.50 \qquad \mu_5 = \frac{20+4}{16} = 1.50 \tag{13}$$

Para a modulação de nosso sinal $s(t)$ (Eq.2), primeiramente, o sinal modulado dever ser multiplicado por k_a e adicionado porA_c. A implementação disso no GRC foi por meio do bloco *Multiply Const*, cujo valor foi controlado pelo bloco *QT GUI range*, denominado "k_a", com valores de 0 a 12. Então, o bloco *Add Const* foi implementado com valor mantido em 8 (Eq. 8). Então, o resultado dessa adição é multiplicado, utilizando o bloco *Multiply* pelo sinal

$$\cos(2\pi 10000t)$$

A construção final da AT, com os instrumentos de medição adicionados, pode ser vista na Figura 1.

Com a montagem finalizada, podemos observar as duas ondas geradas pelas nossas *Signal Sources* (Figuras 5 e 6). A onda modulante apresenta a exata forma de onda esperada. O cosseno apareceu com uma forma deformada. Isso ocorre apenas pois sua frequência elevada de $10\,\mathrm{kHz}$, para a nossa taxa de amostragem de 128k, significa que são feitas apenas 12.8 amostras da onda por período. Assim, nem sempre am

Para o preenchimento da Tabela I, variou-se o valor de k_a como indicado, utilizando do *QT GUI Range* configurado. Para cada valor de k_a, observou-se a onda de $s(t)$ simultaneamente que de $z(t) = A_c + k_a m(t)$ (Figura ...) e mediu-se o A_{max} e o A_{min} do sinal modulado. A partir desses valores medidos, o índice de modulação foi calculado a partir da Eq. 7.

Uma vez realizadas as medidas no osciloscópio, passamos para a medição pelo método do trapézio. Para isso, foi utilizado o bloco *QT GUI Constellation Sink*, que gera o trapézio para análise. Os valores de A_{max} e A_{min} foram medidos e preenchidos na Tabela II, a partir deles, os índices de modulação foram estimados a partir das Equações 5 a 7.

Percebe-se que o método do trapézio entregou uma maior precisão em nossa estimativa para o índice de modulação. Porém, nenhum dos valores desviou dos calculados teoricamente.

B. AR 02

Agora, faremos uma análise espectral do sinal gerado. A onda portadora $c(t)$ será

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \tag{14}$$

A largura de banda de um sinal pode ser definida como a a largura do intervalo do espectro de frequências dentro do qual as componentes de frequência do sinal estão contidas. Para esta análise, consideraremos a banda contendo 99,9% da potência do sinal.

Sinal	A_{max}		A_{min}		μ_+		μ_-		μ	
	Teórico	Medido	Teórico	Medido	Teórico	Medido	Teórico	Medido	Teórico	Medido
(1)	14	13.9742	2	2.0005	0.75	0.7463	0.75	0.7499	0.75	0.7481
(2)	8	8.0000	8	8.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000
(3)	12	11.9997	4	3.9827	0.50	0.4999	0.50	0.5022	0.50	0.5011
(4)	16	15.9997	0	0.0000	1.00	0.9999	1.00	1.0000	1.00	1.0000
(5)	20	19.9051	-4	-4.0000	1.50	1.4881	1.50	1.5000	1.50	1.4941

Tabela II: Valores medidos pelo método do trapézio

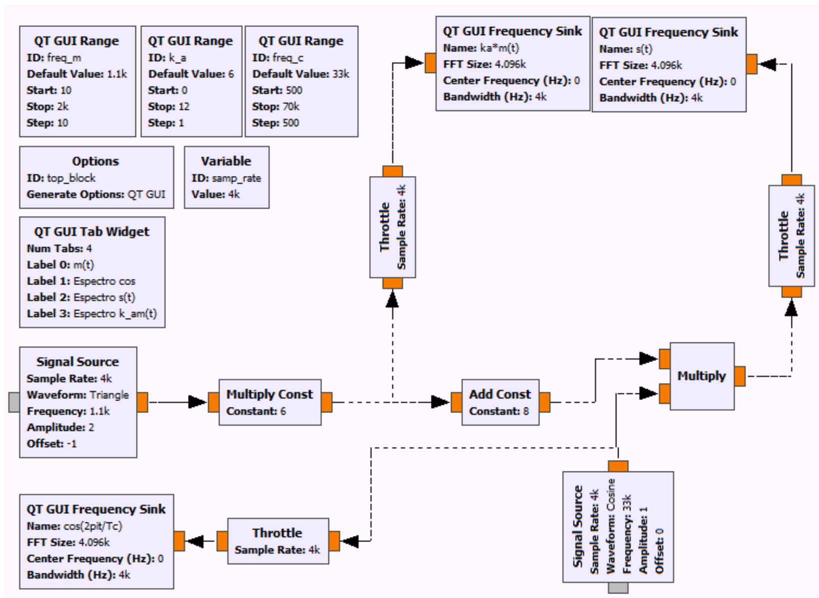


Figura 2: Configuração da AT para a AR 02.

1) Largura de Banda de $m(t)$: Como já vimos no experimento anterior, a potência de um sinal $g(t)$ periódico pode ser dada por

$$P_g = \frac{1}{T_m}\int_{-T_m/2}^{T_m/2} |g(t)|^2 dt \tag{15}$$

Para uma onda triangular $m(t)$, de amplitude 2 e offset -1, tem-se

$$P_m = \frac{1}{3} = 0.3333 \tag{16}$$

Assim, a banda de $m(t)$ deve conter 99,9% desse valor, ou seja

$$P_{Bm} = 0.333 \tag{17}$$

Para sabermos como as componentes de frequência de $m(t)$ se comportam, teremos que analisar sua série de Fourier. Como se trata de uma função par de média nula, tem-se

$$b_n = 0, \qquad a_0 = 0 \tag{18}$$

$$a_n = \frac{2}{T_m}\int_{-T_m/2}^{T_m/2} m(t)\cos(2\pi t/T_m)dt \tag{19}$$

$$a_n = \frac{2}{T_m}\left[\int_{-T_m/2}^{0}(\frac{4t}{T_m}+1)\cos(2\pi t/T_m)dt + \int_{0}^{T_m/2}(-\frac{4t}{T_m}+1)\cos(2\pi t/T_m)dt\right] \tag{20}$$

Resolvendo a integral, encontra-se que

$$a_n = \frac{4}{\pi^2 n^2}(1 + (-1)^{n+1}), \qquad n = 1, 2, 3, ... \tag{21}$$

Nota-se que $a_n = 0$, quando n é par. Assim, a série de Fourier de $m(t)$ pode ser descrita como

$$m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi^2 n^2}(1 + (-1)^{n+1}) \cos(2\pi n f_m t), \qquad f_m = 1/T_m \tag{22}$$

Sabemos do teorema de Parseval que

$$P_m = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4(1 + (-1)^{n+1})}{\pi^2 n^2 \sqrt{2}} \right)^2 \tag{23}$$

$$P_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\pi^4 n^4}(1 + (-1)^{n+1})^2 \tag{24}$$

Substituindo os valores de n, tem-se

$$P_m = 0.328511 + 0.004056 + 0.000526 + ... = 0.333093 + ... \tag{25}$$

Com $n = 5$ já atingimos 99,9% da potência de $m(t)$. Assim, a largura de banda B_m de $m(t)$ é

$$B_m = 5 f_m \tag{26}$$

Temos então que

$$B_m = 5.5\,\text{kHz}, \qquad f_m = 1.1\,\text{kHz} \tag{27}$$

$$B_m = 0.1\,\text{kHz}, \qquad f_m = 20\,\text{Hz} \tag{28}$$

2) Largura de Banda de $c(t)$: Nossa onda portadora, $c(t)$ se trata apenas de um cosseno de frequência f_c. Assim, temos que sua transformada de Fourier $C(f)$ é

$$C(f) = \frac{A_c}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \tag{29}$$

Portanto, sua potência estará toda concentrada em $33\,\text{kHz}$. Ou seja, sua largura de banda B_c é

$$B_c = f_c \tag{30}$$

Assim,

$$B_c = 33\,\text{kHz}, \qquad f_c = 33\,\text{kHz} \tag{31}$$

$$B_c = 1\,\text{kHz}, \qquad f_c = 1\,\text{kHz} \tag{32}$$

3) Largura de Banda do Sinal Modulado $s(t)$*:* A partir da expressão de $s(t)$ (Eq. 3) temos que sua transformada de Fourier é

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} A_c \cos(2\pi f_c t) e^{-j2\pi f t} dt + \int_{-\infty}^{\infty} k_a m(t) \cos(2\pi f_c t) e^{-j2\pi f t} dt \tag{33}$$

$$S(f) = \frac{A_c}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{k_a}{2} M(f) * [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \tag{34}$$

$$S(f) = \frac{A_c}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{k_a}{2}[M(f - f_c) + M(f + f_c)] \tag{35}$$

O primeiro termo corresponde a $C(f)$, enquanto que o segundo nos mostra que houve um deslocamento da transformada de $m(t)$, $M(f)$, para $+f_c$ e $-f_c$. Esse efeito é representado ilustrativamente na Figura 3. Dessa forma, teremos que a largura de banda B_s de $s(t)$ será

$$B_s = 2B_m \tag{36}$$

Logo,

$$B_s = 11\,\text{kHz}, \qquad f_m = 1.1\,\text{kHz} \tag{37}$$

$$B_s = 0.2\,\text{kHz}, \qquad f_m = 20\,\text{Hz} \tag{38}$$

As frequências superiores e inferiores da banda de $s(t)$ serão

$$f_{inf} = f_c - 5f_m, \quad f_{sup} = f_c + 5f_m \tag{39}$$

Assim, para cada caso temos

$$f_{inf} = 27.5\,\text{kHz} \quad f_{sup} = 38.5\,\text{kHz}, \qquad f_m = 1.1\,\text{kHz} \textit{ e } f_c = 33\,\text{kHz} \tag{40}$$

$$f_{inf} = 0.9\,\text{kHz} \quad f_{sup} = 1.1\,\text{kHz}, \qquad f_m = 20\,\text{Hz} \textit{ e } f_c = 1\,\text{kHz} \tag{41}$$

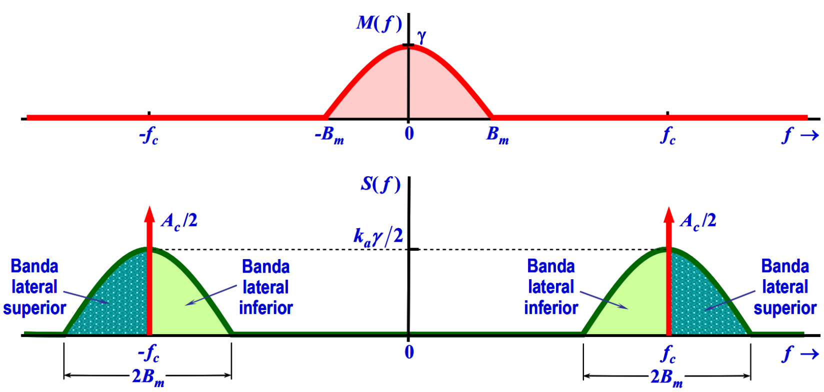


Figura 3: Ilustração do deslocamento da banda do sinal modulado

4) Simulações no GRC: A AT para essa etapa será basicamente a mesma da AR01, apenas com mudança nos aparelhos de visualização. Dessa vez, focaremos em uma análise no domínio da frequência dos sinais. A construção da AT para a AR02 pode ser vista na Figura 2.

Inicialmente, manteremos $f_m = 1.1\,\text{kHz}$, $f_c = 33\,\text{kHz}$, $k_a = 6$, $A_c = 8$ e *sample_rate* = $128\,\text{kHz}$.

Podemos visualizar como a potência de $k_a m(t)$ é distribuída no espectro de frequências na Figura 12. Sua largura de banda, calculada na seção II-B.1, foi delimitada e esta representada na Figura 13. O espectro do cosseno da onda portadora também pode ser visto na Figura 14.

Ao gerar o sinal modulado $s(t)$ (Eq. 2), como previsto na seção II.B.3, o espectro de $k_a m(t)$ será somado ao espectro da onda portadora e deslocado, centrando-se em f_c. Assim, sua largura de banda passa a ser o dobro da anterior. Isso pode ser visualizado com o espectro de $s(t)$, na Figura 15. A largura de banda de $s(t)$, calculada em II-B.3, foi demarcada e está representada na Figura 16.

Com o resultado de $s(t)$ em mãos, podemos variar as variáveis de nosso sistema para observar o que ocorre. Primeiramente, variando k_a, percebe-se uma variação no modulo das componentes harmônicas moduladas. Porém, como o termo k_a multiplicando $m(t)$ essa variação só ocorre para os seus harmônicos, não para aquele centrado em f_c, originado da onda portadora. Isso gera o efeito de "alargar"ou "afinar"a base da forma do espectro do sinal modulado. A Figura 17 mostra o resultado espectral para diferentes valores de k_a. O resultado, efetivamente, é uma variação na largura de banda do sinal modulado.

Variando a frequência da onda portadora f_c, quando seu valor chega mais próximo aos limites da banda de amostragem, percebe-se o surgimento de espúrios de harmônicos rebatidos, efeito chamado de Aliasing. Esse efeito fica evidente quando $f_c = 54.5\,\mathrm{kHz}$, com o surgimento de componentes em frequências intermediárias às harmônicas originais. Isso ocorre pois entre f_c e $f_{sample}/2$ não existe um múltiplo de f_m

$$f_{sample}/2 - f_c = 64\,\mathrm{kHz} - 54.5\,\mathrm{kHz} = 9.5\,\mathrm{kHz} \tag{42}$$

$$\frac{9.5}{1.1} = 8.64 \tag{43}$$

De forma que, quando as frequências rebatem, elas surgem em frequências intermediárias. Isso pode ser visto na Figura 18.

Para diminuir esse efeito, podemos aumentar f_{sample}. Porém, como já vimos no experimento anterior, um aumento da taxa de amostragem implica uma perca de resolução do espectro da frequência. Isso ocorre pois o passo de frequência é dado por

$$\Delta f = f_{sample}/n_s$$

Onde n_s é o número de amostras (*FFT Size*) e Δf é o passo de frequência. O passo de frequência determina de quantos em quantos Hz será feita uma amostra da FFT, ou seja, quanto menor o passo de frequência, maior a resolução de nosso espectro. Se dobrarmos a taxa de amostragem de forma que $f_{sample} = 256\,\mathrm{kHz}$, estaremos dobrando o passo de frequência. A perda de resolução obtida pode ser visualizada na Figura 19.

Vamos agora visualizar o efeito de diferentes janelamentos em nosso espectro. Para isso, configurou-se os nosso sinais com $f_m = 20\,\mathrm{Hz}$,$f_c = 1\,\mathrm{kHz}$ e $f_{sample} = 4\,\mathrm{kHz}$. Visualizando muito de perto as 3 principais componentes do sinal e alterando o janelamento entre *Blackman-Harris*, *Flat-Tops* e *Rectangular*, obteve-se a Figura 20. Percebe-se que o janelamento *Blackman-Harris* consegue destacar melhor os harmônicos do sinal do que o *Rectangular*, pois apresenta picos mais claros. Já o janelamento *Flat-Tops*, como o próprio nome já insinua, causou um achatamento nos picos do espectro, facilitando a análise próxima a esses pontos. O janelamento retangular é o mesmo utilizado normalmente nos nossos experimentos até então.

C. AR 03

Demodulação é o processo de recuperar a mensagem $m(t)$ contida em um sinal modulado $s(t)$. O processo mais simples de demodulação consiste na detecção de envoltória da onda modulada. Um sinal AM com percentagem de modulação negativa inferior ou igual a 100% tem sua envoltória, $a(t)$, dada por

$$a(t) = A_c + k_a m(t), \qquad \textit{se}\ \mu \leq 1 \tag{44}$$

A forma mais simples de um detector de envoltória é um circuito de carregamento não-linear com tempo de carga extremamente curto e com descarga lenta. Ele é usualmente construído colocando-se um diodo em série com um capacitor e um resistor ligados em paralelo. Porém, nesta ocasião, será realizada uma demodulação baseada na filtragem do sinal modulado.

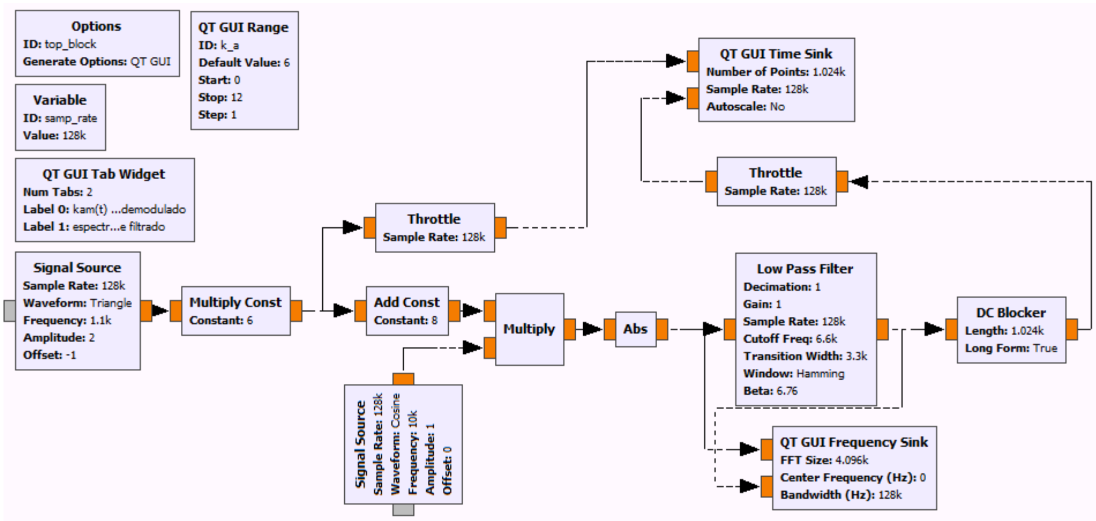


Figura 4: Configuração da AT para a AR 03.

O sinal modulado será multiplicado por uma onda quadrada de média nula e amplitude $2\,\mathrm{V_{pp}}$ de mesma frequência e fase da portadora. Isso é o equivalente a medir o valor absoluto do sinal de entrada. Ou seja, o resultado da multiplicação, $r(t)$, será

$$r(t) = |(s(t)| = s(t)q(t) \tag{45}$$

Onde $s(t)$ é nosso sinal modulado (Eq. 2) e $q(t)$ é uma onda quadrada que pode ser descrita por sua série de Fourier

$$q(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(2\pi n f_c t + \theta_n) \tag{46}$$

Como temos $q(t)$ de mesma fase que nossa onda portadora, se tratará de uma função par de média nula, temos que

$$\theta_n = 0^\circ, \qquad \forall n = 0, 1, 2... \tag{47}$$

$$C_0 = 0, \tag{48}$$

Os demais coeficientes podem ser calculados por

$$C_n = a_n = \frac{2}{T_c}\int_{-T_c/4}^{3T_c/4} q(t)\cos(2\pi n t/T_c)dt \tag{49}$$

$$= \frac{2}{T_c}\left[\int_{-T_c/4}^{T_c/4} 1\cos(2\pi n t/T_c)dt + \int_{T_c/4}^{3T_c/4} -1\cos(2\pi n t/T_c)dt\right] \tag{50}$$

$$= \frac{2}{T_c}\left[\frac{T_c}{2\pi n}\sin(2\pi n t/T_c)\bigg|_{-T_c/4}^{T_c/4} - \frac{T_c}{2\pi n}\sin(2\pi n t/T_c)\bigg|_{T_c/4}^{3T_c/4}\right] \tag{51}$$

$$= \frac{1}{\pi n}\left[4\sin(\pi n/2)\right] \tag{52}$$

$$C_n = \frac{2}{\pi n}[1 + (-1)^{n+1}], \qquad n = 1, 2, 3, ... \tag{53}$$

Assim, a representação final de $q(t)$ pela sua série de Fourier é

$$q(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n}[1 + (-1)^{n+1}] \cos(2\pi nt/T_c) \tag{54}$$

Podemos substituir as Equações 2 e 54 em 45, de forma a obter

$$r(t) = [A_c + k_a m(t)] \cos(2\pi t/T_c) \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n}[1 + (-1)^{n+1}] \cos(2\pi nt/T_c) \right] \tag{55}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2[A_c + k_a m(t)]}{\pi n}[1 + (-1)^{n+1}] \cos(2\pi t/T_c) \cos(2\pi nt/T_c) \tag{56}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2[A_c + k_a m(t)]}{\pi n}[1 + (-1)^{n+1}] \frac{1}{2}[\cos(2\pi t/T_c(1-n)) + \cos(2\pi t/T_c(1+n))] \tag{57}$$

Vamos considerar a situação do primeiro harmônico, ou seja, $n = 1$

$$r(t) = \frac{2[A_c + k_a m(t)]}{\pi}[1 + \cos(4\pi t/T_c)] + \sum_{n=2}^{\infty} C_n \cos(2\pi nt/T_c) \tag{58}$$

$$= \frac{2[A_c + k_a m(t)]}{\pi} + \frac{2[A_c + k_a m(t)]}{\pi} \cos(4\pi t/T_c) + \sum_{n=2}^{\infty} C_n \cos(2\pi nt/T_c) \tag{59}$$

Percebe-se então a existência de um termo de $m(t)$ livre de modulação (primeiro termo da Eq. 59). Para analisar $r(t)$ no domínio da frequência, é necessário estudar sua transformada de Fourier $R(f)$

$$R(f) = \frac{2A_c}{\pi}\delta(f) + \frac{2A_c k_a}{\pi}M(f) + \frac{[A_c + k_a m(t)]}{\pi}[\delta(f - 2f_c) + \delta(f + 2f_c)] + \tag{60}$$

$$+ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\pi n}[1 + (-1)^{n+1}][\delta(f - nf_c) + \delta(f + nf_c)]$$

Percebe-se que, além da nossa componente não modulada de $m(t)$, $R(f)$ possui uma componente de amplitude $\frac{2A_c}{\pi}$ em $f = 0$ e outras componentes distribuídas em múltiplos de f_c. Dessa forma, como $f_c \gg f_m$, podemos recuperar o sinal modulante ao passarmos $r(t)$ por uma filtragem dos termos de alta frequência e do termo DC.

Assim, para implementarmos a demodulação de nosso sinal no GRC, utilizaremos três blocos:

1) *Abs* - Valor absoluto
2) *Low Pass Filter* - freq. de corte = $6f_m$ e transição = $3f_m$
3) *DC Blocker* - Bloqueador de offset DC (length = 1024)

A configuração da AT, mais uma vez, será basicamente a mesma que a da AR01, com a adição dos blocos listados acima para a demodulação. Primeiramente analisaremos o comportamento de $k_a m(t)$ em comparação com o sinal demodulado (fig. 21). Percebe-se uma leve defasagem entre os dois sinais. O sinal demodulado está $0.0185\,\mathrm{ms}$ adiantado de $k_a m(t)$, o que, a $1.1\,\mathrm{kHz}$ é o equivalente a $7.326°$. Essa defasagem é causada pelo filtro passa baixas que, assim como tem efeito sobre o módulo do sinal, também tem efeito em sua fase.

Também é possível perceber na fig. 21 que existe uma diferença de amplitude entre as duas ondas. Essa diferença decorre da eq. 59, onde percebe-se que o termo de $m(t)$ livre de modulação é

$$\frac{2k_a m(t)}{\pi} \approx 0.64 k_a m(t) \quad < k_a m(t) \tag{61}$$

Ao medir as amplitudes das ondas no osciloscópio, encontra-se que $k_a m(t)$, como esperado, tem $V_{max} = 6$, enquanto que a onda demodulada tem $V_{max} = 3.5$. O valor esperado para o segundo caso seria $0.64k_a = 3.84$. Percebe-se então uma discrepância. Um outro fato interessante é que a onda demodulada possui um formato menos pontiagudo que a original. Ambas as diferença podem ser explicadas, novamente, pelo processo de filtragem. Com vimos na eq. 22, a série de Fourier de $m(t)$ possui infinitos termos. Assim, ao passar o sinal por um filtro de frequência de corte $6f_m$, estamos atenuando todas as harmônicas a partir de $n = 6$. Isso tem um impacto tanto na amplitude da onda, quanto em sua forma de onda. O impacto na forma de onda ocorre, principalmente pela perda de componentes de alta frequência, responsáveis por ângulos mais agudos.

Alterando o valor de k_a para 12, entramos em um estado onde $\mu > 1$. Isso significa que nosso sinal está sobremodulado. O efeito que isso causa pode ser visto na fig. 22. Percebe-se o surgimento de uma deformação nos vales da onda. Se compararmos esse resultado com a fig. 11, percebemos que o nosso sistema não teve problemas em detectar a envoltória do sinal modulado. Porém, como o sinal estava sobremodulado, sua envoltório deixou de ser representativa do sinal modulante.

Esse caso nos mostra uma vulnerabilidade da modulação AM que, para ser combatida exige que a amplitude da onda portadora seja elevada. Isso implica em um maior gasto energético, o que torna esse tipo de modulação muito pouco eficiente.

Passaremos então à análise do espectro. Para isso, foi utilizado o bloco *QT Frequency Sink* com 2 entrada, conectado à saída do bloco *Abs* (sinal retificado) e à saída do filtro passa baixas (sinal filtrado). O resultado encontra-se na fig. 23. Percebe-se, no espectro do sinal retificado, a presença de componentes em múltiplos pares da frequência portadora. Esse comportamento foi previsto na eq. 60, pois $C_n = 0$ quando n é ímpar. Como nossa frequência portadora é $10\,\mathrm{kHz}$, surgiram picos em $20\,\mathrm{kHz}$, $40\,\mathrm{kHz}$ e $60\,\mathrm{kHz}$, dentro da banda de amostragem.

O termo DC no espectr ($f = 0$) foi medido em $14.13\,\mathrm{dB}$. Ao convertermos para a escala linear, temos uma amplitude de $5.0874\,\mathrm{V}$. Esse valor está de acordo com o encontrado na eq. 60, pois

$$\frac{2A_c}{\pi} \approx 5.0930, \quad A_c = 8 \tag{62}$$

Percebe-se também no espectro do sinal $r(t)$ que há interferências entre as harmônicas dos termos inter-modulados. Porém essas componentes, na prática, incrementam um ruído de potência muito baixa.

Agora, observando o espectro do sinal filtrado percebe-se que, dentro da banda do sinal original, calculado na seção II-B.1 como indo até $5.5\,\mathrm{kHz}$, houve uma preservação dos harmônicos. Esse fato é de extrema importância pois, como visto em nossa atividade anterior, é nessa faixa de frequências que se encontram 99,9% da potência de nossa mensagem $m(t)$.

III. Imagens

As imagens de oscilografia e espectrais se encontram ao final do documento, em uma página reservada.

IV. Conclusão

Foi possível ter um bom entendimento sobre a modulação AM. Visualizamos sua simplicidade de demodulação, razão de sua ampla aplicação, assim como sua fraqueza quando se trata de sinais sobremodulados.

Referências

[1] B. P Lathi and Z. Ding, *Sistemas de Comunicações Analógicos e Digitais Modernos*, 4th ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.

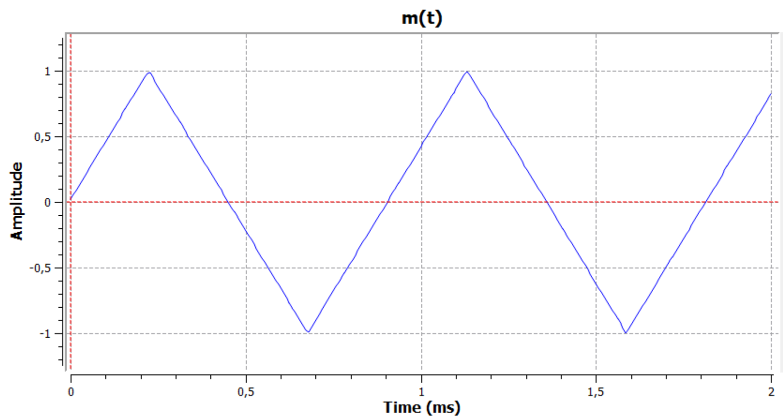


Figura 5: Sinal modulante $m(t)$

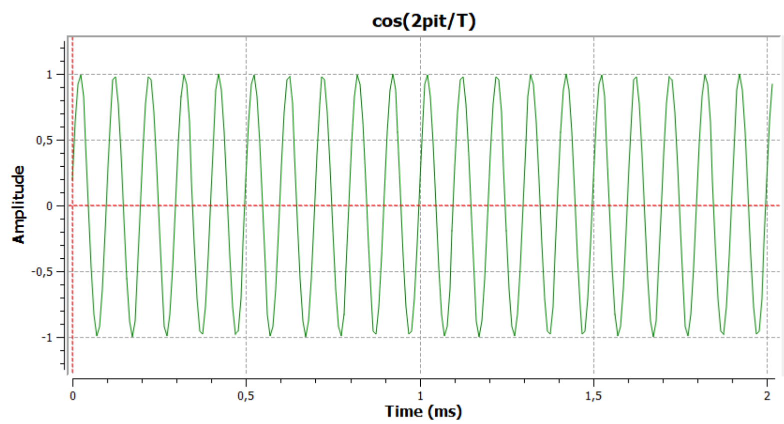


Figura 6: $\cos(2\pi 33000t)$

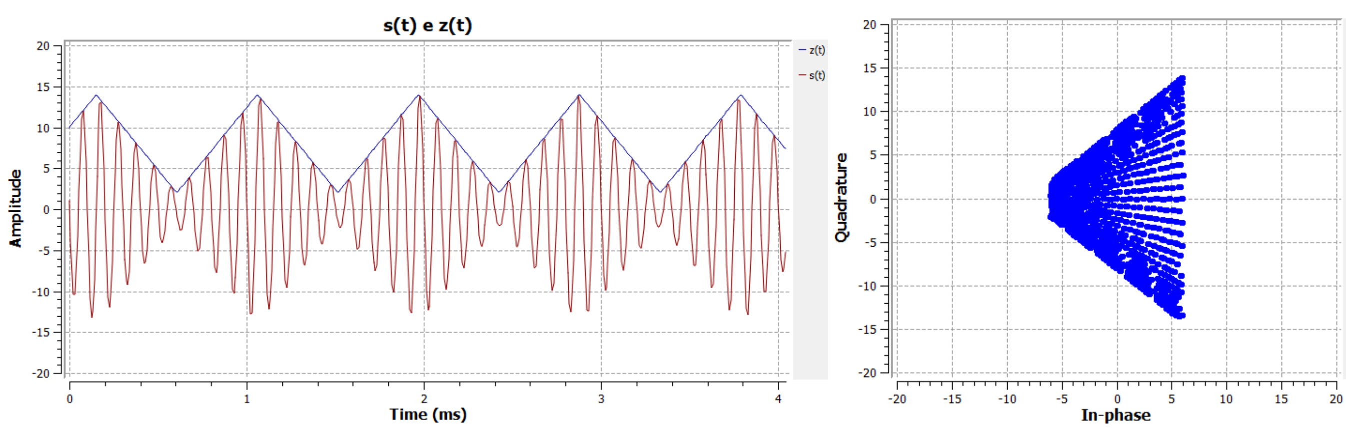


Figura 7: Oscilografia de $s(t)$ e $z(t)$ e *Constelation Sink* para $k_a = 6$

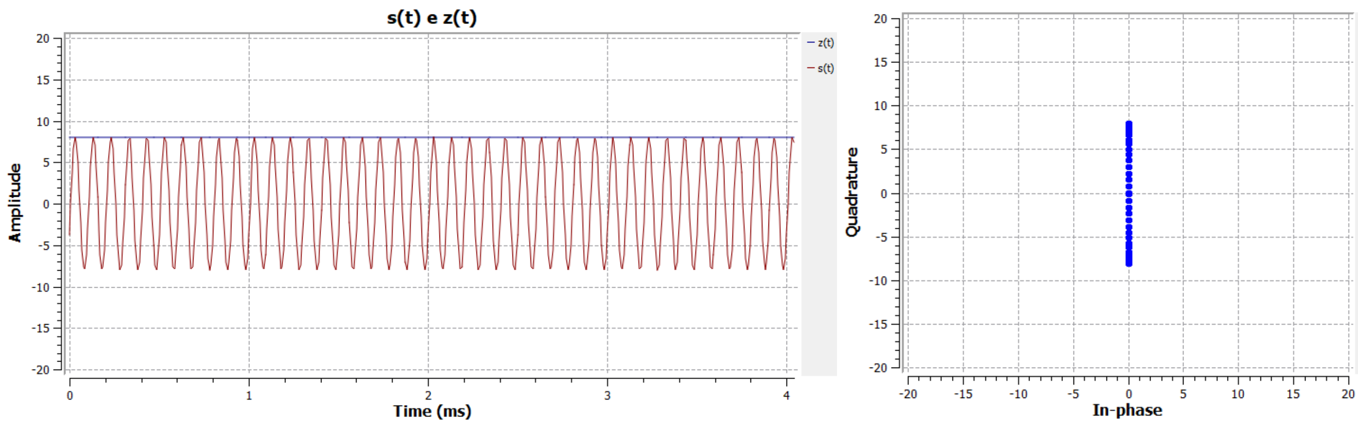


Figura 8: Oscilografia de $s(t)$ e $z(t)$ e *Constelation Sink* para $k_a = 0$

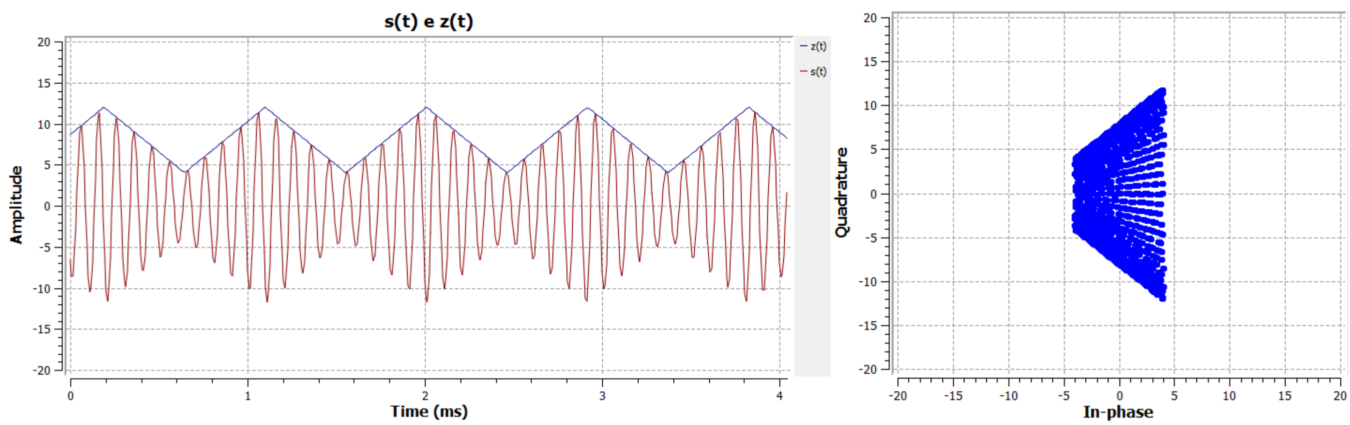


Figura 9: Oscilografia de $s(t)$ e $z(t)$ e *Constelation Sink* para $k_a = 4$

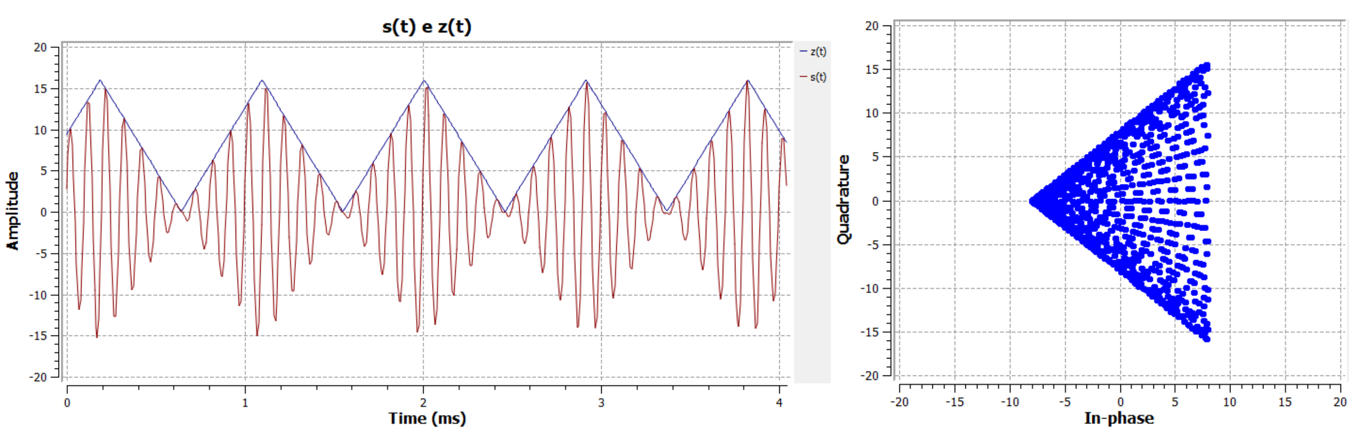


Figura 10: Oscilografia de $s(t)$ e $z(t)$ e *Constelation Sink* para $k_a = 8$

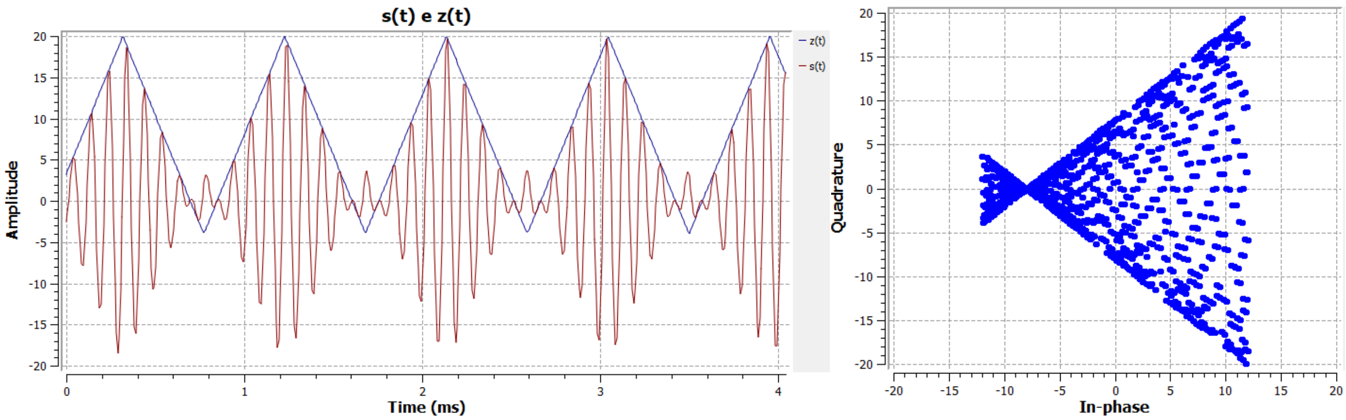


Figura 11: Oscilografia de $s(t)$ e $z(t)$ e *Constelation Sink* para $k_a = 12$

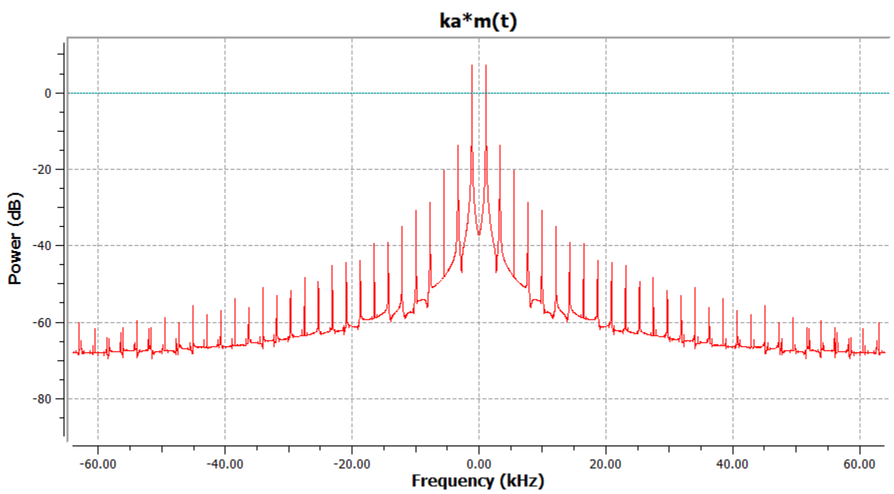


Figura 12: Espectro de frequências de $k_a m(t)$

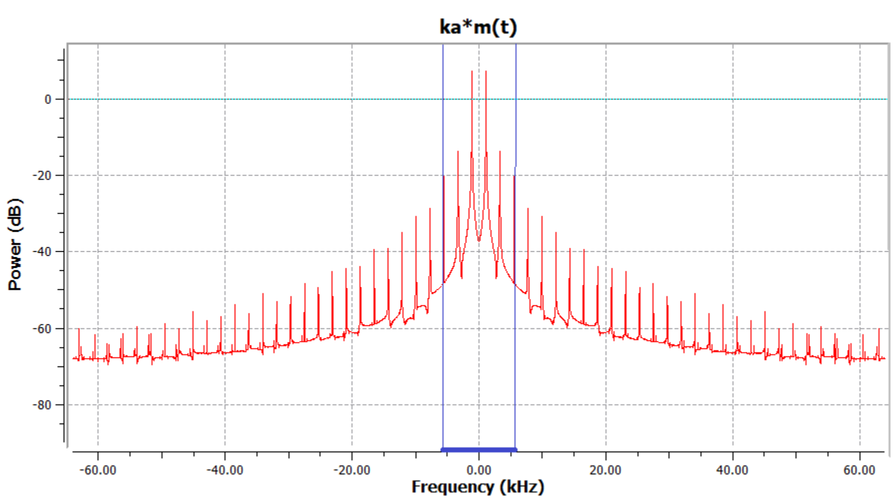


Figura 13: Banda de $k_a m(t)$ destacada em seu espectro de frequências

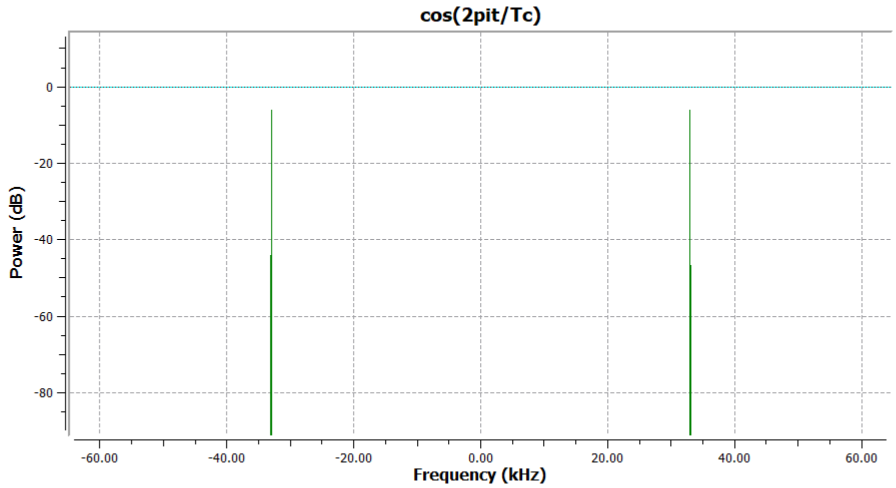


Figura 14: Espectro de frequências de $\cos(2\pi 33000t)$

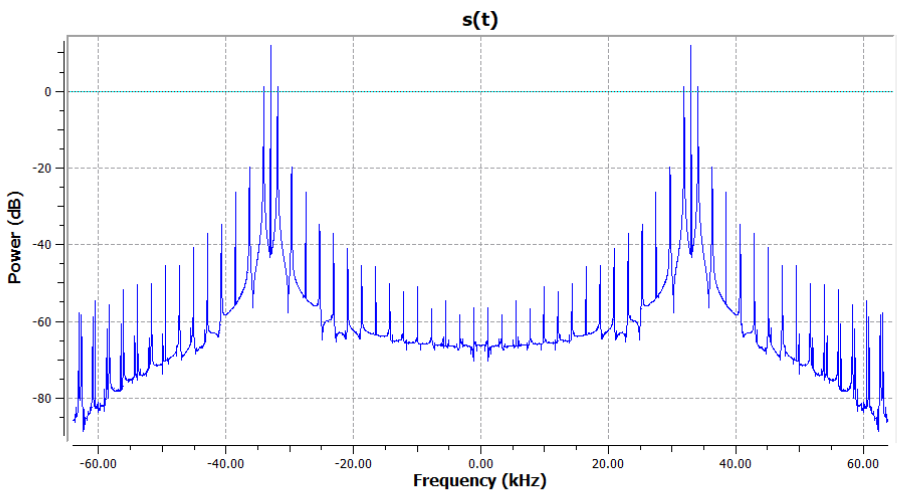


Figura 15: Espectro de frequências de $s(t)$

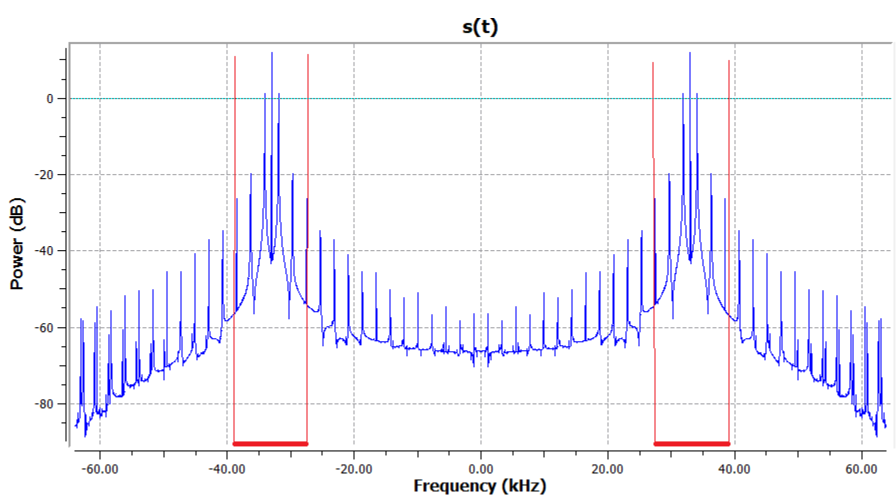
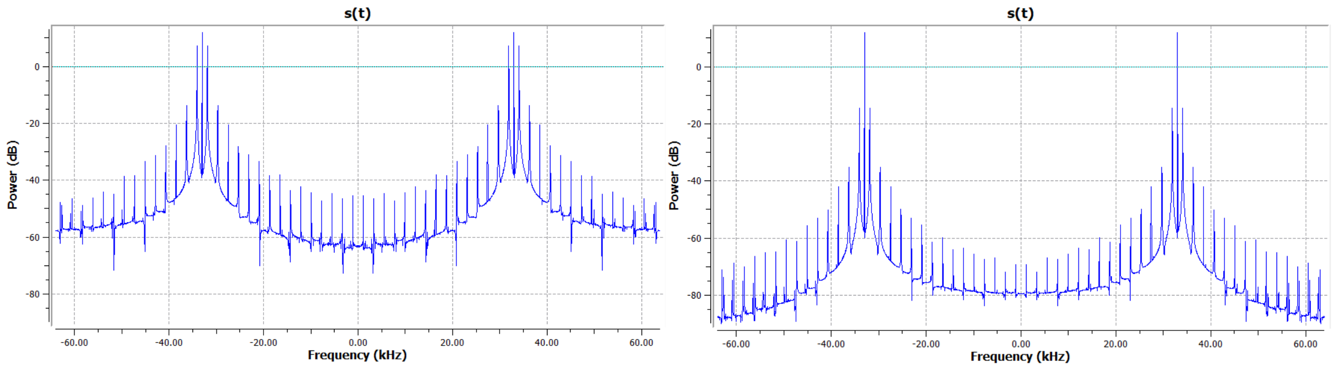


Figura 16: Banda de $s(t)$ destacada em seu espectro de frequências



(a) $k_a = 12$ (b) $k_a = 1$

Figura 17: Espectro de $s(t)$ para diferentes valores de k_a

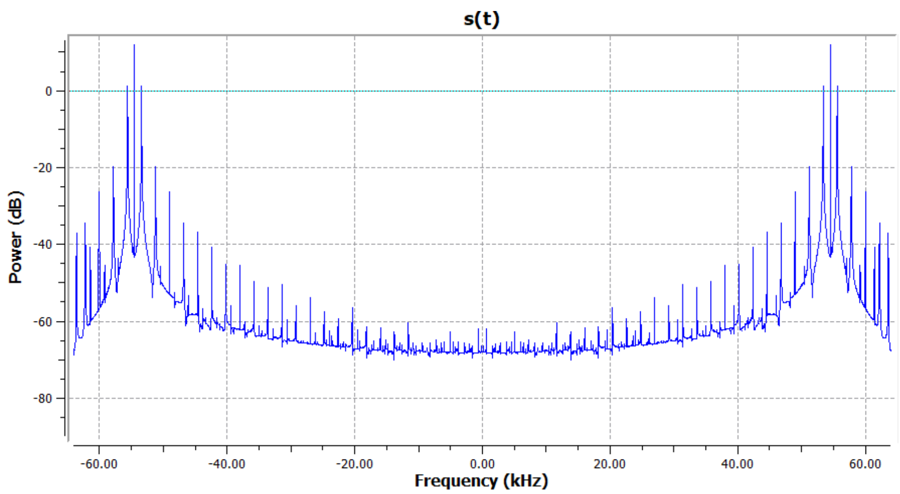


Figura 18: Efeito de Aliasing ocorrendo quando $f_c = 54.5\,\mathrm{kHz}$

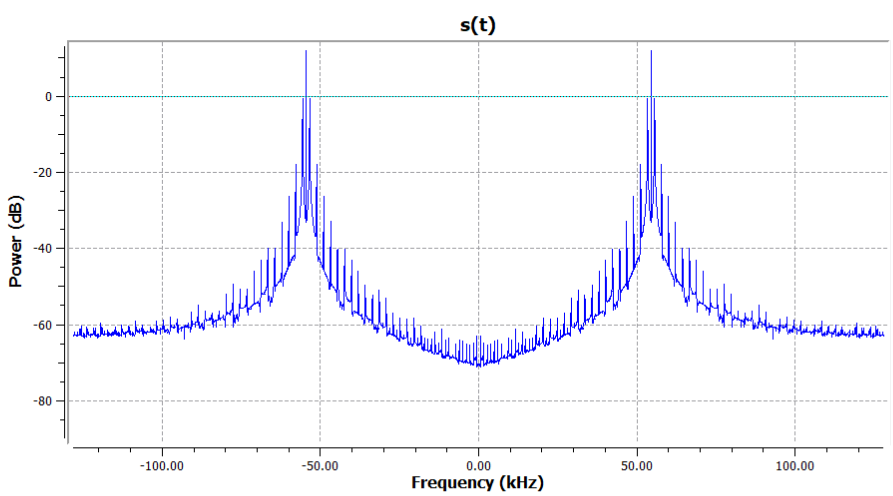
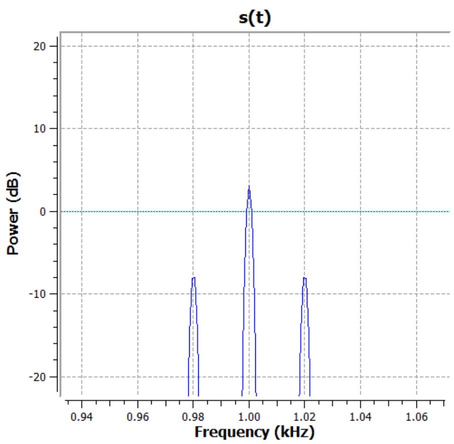
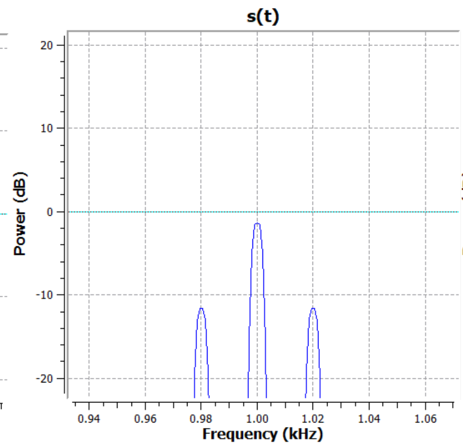


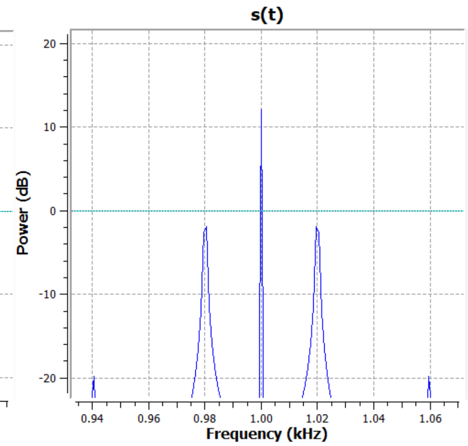
Figura 19: Perda de resolução do espectro ao aumentar a taxa de amostragem para evitar Aliasing



(a) *Blackman-Harris*



(b) *Flat-Top*



(c) *Rectangular*

Figura 20: Efeito de diferentes janelamentos no topo das 3 principais componentes de $s(t)$, para $f_m = 20\,\mathrm{Hz}$, $f_c = 1\,\mathrm{kHz}$ e $f_{sample} = 4\,\mathrm{kHz}$

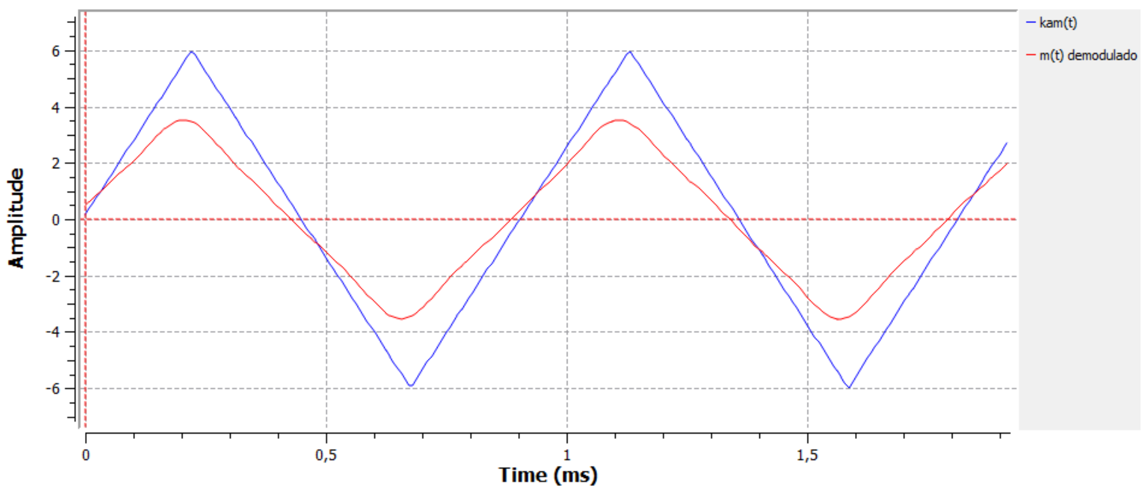


Figura 21: Comparação entre $k_a m(t)$ e a onda demodulada com $k_a = 6$

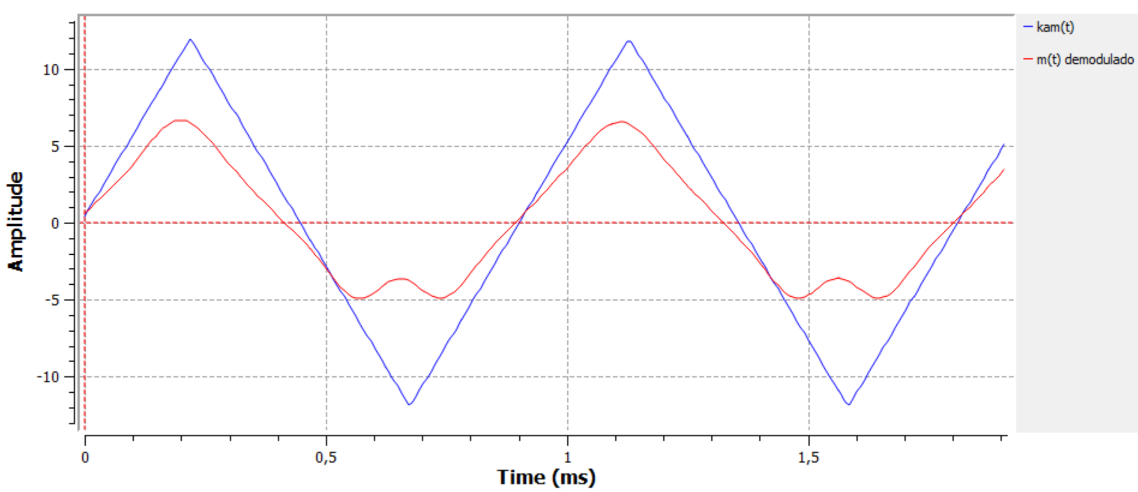


Figura 22: Comparação entre $k_a m(t)$ e a onda demodulada com $k_a = 12$

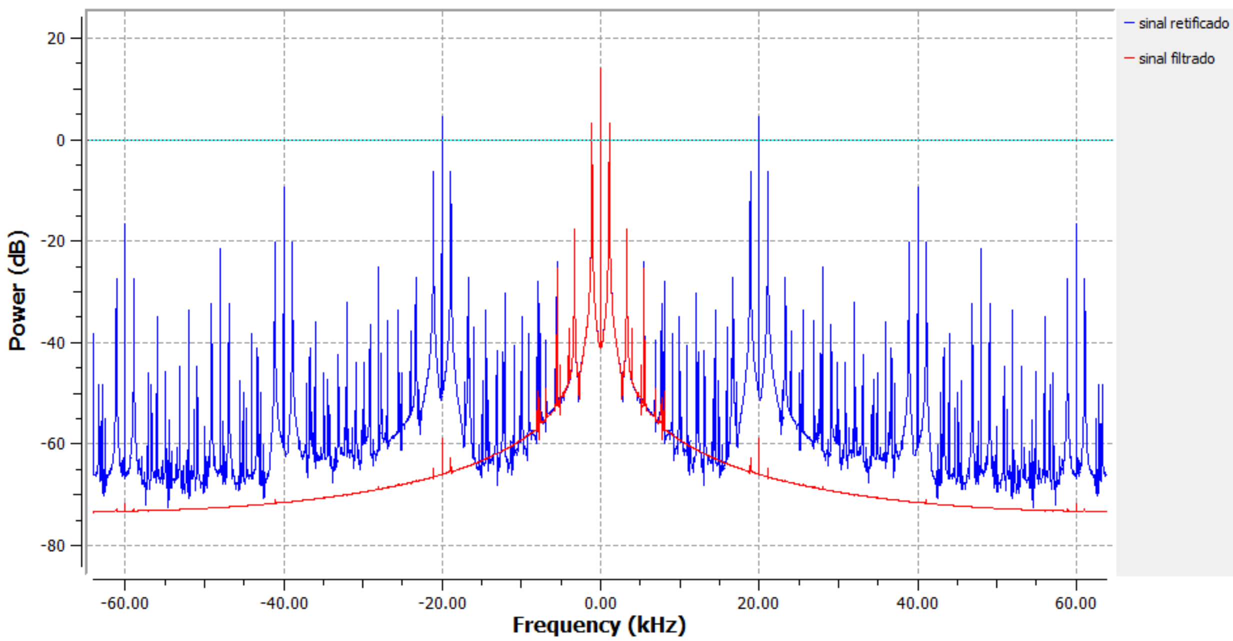


Figura 23: Espectro do processo de demodulação antes e após a filtragem