# Задание №2. Решение систем линейных алгебраических уравнений

***Цель задания***: *практическое освоение точных и итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений*

1. Решить СЛАУ с помощью программной реализации ниже указанных методов:

***Точные методы:***

– $LU(P)$ – разложение

– $QR$ – разложение (метод Хаусхолдера))

***Итерационные методы:***

– Метод простой итерации

– Метод Зейделя

*Примечание:* пользоваться встроенными функциями языка программирования можно только при вычислении абсолютной погрешности решения для заполнения таблиц «Результаты тестирования». Операции с матрицами и векторами необходимо запрограммировать самостоятельно. Для вычисления квадратного корня используйте итерационную формулу Герона.

2. Используя программную реализацию методов из п. 1, заполнить таблицы «*Результаты тестирования*» для тестов №0 – №5.

*Примечание:* Параметр $N$ в тестах №0 – №5 должен совпадать с Вашим номером в списке группы.

***Тест №0.***

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 13 \\ 17 \\ 32 \end{pmatrix}$$

***Тест №1.***

$$A = \begin{pmatrix} N+2 & 1 & 1 \\ 1 & N+4 & 1 \\ 1 & 1 & N+6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} N+4 \\ N+6 \\ N+8 \end{pmatrix}$$

***Тест №2.***

$$A = \begin{pmatrix} -(N+2) & 1 & 1 \\ 1 & -(N+4) & 1 \\ 1 & 1 & -(N+6) \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -(N+4) \\ -(N+6) \\ -(N+8) \end{pmatrix}$$

***Тест №3.***

$$A = \begin{pmatrix} -(N+2) & N+3 & N+4 \\ N+5 & -(N+4) & N+1 \\ N+4 & N+5 & -(N+6) \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} N+4 \\ N+6 \\ N+8 \end{pmatrix}$$

***Тест №4.***

$$A = \begin{pmatrix} N+2 & N+1 & N+1 \\ N+1 & N+4 & N+1 \\ N+1 & N+1 & N+6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} N+4 \\ N+6 \\ N+8 \end{pmatrix}$$

***Тест №5.*** *Плохо обусловленная СЛАУ*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} + \varepsilon N \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

$$b = (-1, -1, \dots, -1, 1)^T.$$

Здесь $\varepsilon$ можно брать в широком диапазоне от $10^{-3}$ до $10^{-6}$. Систему следует решать при увеличивающейся размерности $n$ матрицы $A$ и вектора $b$.

Обозначения в таблицах №1, №2:
x *– решение, полученное с помощью программной реализации соответствующего метода*
$\bar{x}$ – «точное» *решение, полученное с помощью встроенных функций (или внешних сервисов)*
e – *допустимая погрешность решения (требуемая точность решения)*
$\Delta$ – *абсолютная погрешность решения* x
k – *количество итераций*
n *– размерность системы*

*Таблица №1. Результаты тестирования №0 – №4.*

| № теста | $\bar{x}$ | e | МПИ | | | Метод Зейделя | | | М-д Гаусса | | М-д Хаусхолдера | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | x | Δ | k | x | Δ | k | x | Δ | x | Δ |
| 0 | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |
| 1 | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |
| 2 | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |
| 3 | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |
| 4 | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |
| | | … | | | | | | | | | | |

*Таблица №2. Результаты тестирования №5.*

| № теста | n | ε | $\bar{x}$ | e | МПИ | | | Метод Зейделя | | | М-д Гаусса | | М-д Хаусхолдера | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | x | Δ | k | x | Δ | k | x | Δ | x | Δ |
| 5 | 4 | $10^{-3}$ | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | | | … | | | | | | | | | | |
| | | $10^{-6}$ | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | | | … | | | | | | | | | | |
| | 5 | $10^{-3}$ | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | | | … | | | | | | | | | | |
| | | $10^{-6}$ | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | | | … | | | | | | | | | | |
| | … | $10^{-3}$ | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | | | … | | | | | | | | | | |
| | | $10^{-6}$ | | $10^{-2}$ | | | | | | | | | | |
| | | | | … | | | | | | | | | | |