

Electrodinámica Clásica. Tarea # 2

Favio Vázquez*

Instituto de Ciencias Nucleares. Universidad Nacional Autónoma de México.

Problema 1. Problema 2.1 de Classical Electrodynamics (tanto en la 2da como en la 3ra edición) de Jackson [1, 2].

Una carga puntual q es llevada a una posición a una distancia d desde un plano conductor infinito que está a un potencial cero. Usando el método de imágenes, encuentre:

- (a) la densidad de carga superficial inducida en el plano, y gráfíquela;
- (b) la fuerza entre el plano y la carga usando la ley de Coulomb para la fuerza entre la carga y su imagen;
- (c) la fuerza total actuando en el plano integrando $\sigma^2/2\epsilon_0$ sobre todo el plano;
- (d) el trabajo necesario para remover la carga q de su posición al infinito;
- (e) la energía potencial entre la carga q y su imagen [compare la respuesta con la de la parte (d) y discuta].
- (f) Encuentre la respuesta a la parte (d) en eV para un electrón originalmente a un angstrom de la superficie.

Solución:

Problema 2. Problema 2.2 de Classical Electrodynamics (tanto en la 2da como en la 3ra edición) de Jackson [1, 2].

Usando el método de imágenes, discuta el problema de una carga puntual q *adentro* de una esfera hueca, conectada a tierra, conductora de radio interno a . Encuentre

- (a) el potencial adentro de la esfera;
- (b) la densidad de carga superficial inducida;
- (c) la magnitud y dirección de la fuerza actuando sobre q .
- (d) ¿Hay algún cambio en la solución si la esfera es mantenida a un potencial fijo V ? ¿y si la esfera tiene una carga total Q en sus superficies internas y externas?

Solución:

*Correo: favio.vazquezp@gmail.com

Problema 3. Problema 2.3 de Classical Electrodynamics (2da edición) de Jackson [1] y 2.7 (3ra edición) de Jackson [2].

Considera un problema de potencial en el medio espacio definido por $z \geq 0$, con condiciones de frontera de Dirichlet sobre el plano $z = 0$ (y en infinito).

- (a) Escribe la función de Green apropiada $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$.
- (b) Si el potencial $z = 0$ es especificado por $\Phi = V$ adentro de un círculo de radio a centrado en el origen, y $\Phi = 0$ afuera del círculo, encuentre una expresión integral para el potencial en el punto P especificado en términos de coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z) .
- (c) Muestre que, a lo largo del eje del círculo ($\rho = 0$), el potencial está dado por

$$\Phi = V \left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right)$$

- (d) Muestre que para distancias grandes ($\rho^2 + z^2 \gg a^2$) el potencial puede ser expandido en una serie de potencias en $(\rho^2 + z^2)^{-1}$, y que los términos más importantes son

$$\Phi = \frac{Va^2}{2} \frac{z}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} \left[1 - \frac{3a^2}{4(\rho^2 + z^2)} + \frac{5(3\rho^2 a^2 + a^4)}{8(\rho^2 + z^2)^2} + \dots \right]$$

Verifica que los resultados de las partes (c) y (d) son consistentes el uno con el otro en su rango común de validez.

Solución:

Problema 4. Problema 2.5 de Classical Electrodynamics (2da edición) de Jackson [1] y 2.9 (3ra edición) de Jackson [2].

Una concha conductora, aislada y esférica de radio a está en un campo eléctrico uniforme E_0 . Si la esfera es cortada en dos hemisferios por un plano perpendicular al campo, encuentre la fuerza requerida para prevenir que los hemisferios se separen

- (a) si la concha no tiene carga;
- (b) si la carga total en la concha es Q .

Solución:

Problema 5. Problema 2.6 de Classical Electrodynamics (2da edición) de Jackson [1] y 2.10 (3ra edición) de Jackson [2].

Un capacitor de placas paralelas grande está hecho de dos láminas conductoras planas con una separación D , una de ellas tiene un bulto semiesférico de radio a en su superficie interna ($D \gg a$). El conductor con el bulto es puesto a un potencial cero, y el otro conductor es a un potencial tal que, lejos del bulto, el campo eléctrico entre las placas es E_0 .

- (a) Calcule la densidad de carga superficial en un punto arbitrario del plano y sobre el bulto, y esboce su comportamiento como una función de la distancia (o ángulo).
- (b) Muestre que la carga total en el bulto tiene la magnitud $3\pi\epsilon_0 E_0 a^2$.
- (c) Si, en cambio de tener la otra lámina a un potencial diferente, una carga puntual q es colocada directamente arriba del bulto semiesférico a una distancia d de su centro, muestre que la carga inducida sobre el bulto es

$$q' = -q \left[1 - \frac{d^2 - a^2}{d\sqrt{d^2 + a^2}} \right]$$

Solución:

Referencias

- [1] J. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2da edición. John Wiley and Sons, Inc. 1975.
- [2] J. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3ra edición. John Wiley and Sons, Inc. 1999.