Universidad Nacional Autónoma de México

Electrodinámica Clásica

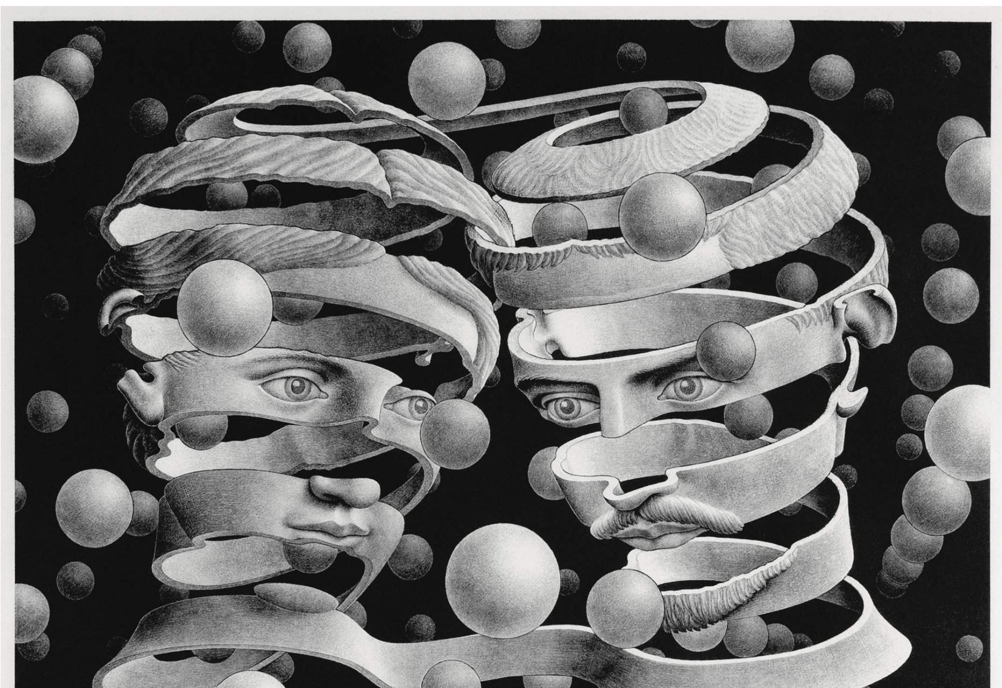
Semestre 2016-II

12 de mayo de 2016

Tarea # 9.
Radiación.

Autor:

Favio Vázquez[†]



[†]favio.vazquez@correo.nucleares.unam.mx

GIGANTIUM HUMERIS INSIDENTES

Problema 1

En la zona lejana demostrar, partiendo de los potenciales retardados,

(a)

$$\mathbf{A} = \frac{\dot{\mathbf{p}}}{cr} + \frac{\dot{\mathbf{m}} \times \hat{n}}{cr} + \frac{\ddot{Q}_\alpha}{6c^2 r}, \quad \text{donde} \quad Q_\alpha = Q_{\alpha\beta}\hat{n}_\beta$$

(b)

$$P = \frac{2|\ddot{p}|^2}{3c^3} + \frac{2|\ddot{m}|^2}{3c^3} + \frac{\dddot{Q}_{\alpha\beta}}{180c^5}.$$

<u>Solución:</u>

Problema 2

Explicar la radiación de bremsstrahlung.

<u>Solución:</u>

Los cálculos para esta sección se harán en S.I. ya que se tomaron en gran parte de la sección 23.3 de Zangwill [1]. Lo que trabajaremos será con la teoría clásica de bremsstrahlung, y veremos que solo es un nombre a que se le da a un tipo de radiación en electrodinámica.

La energía radiada al infinito por una partícula cargada está determinada por los campos de aceleración $\mathbf{E}_a(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{B}_a(\mathbf{r}, t)$ fueron obtenidos en la tarea anterior, acá los escribimos en S.I. para trabajar con ellos

$$\mathbf{E}_a(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\hat{n} \times \{(\hat{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}\}}{cg^3 R}\right]_{ret}, \tag{2.1}$$

$$\mathbf{B}_a(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0 q}{4\pi}\left[\frac{(\boldsymbol{\beta} \times \hat{n})(\dot{\boldsymbol{\beta}} \cdot \hat{n}) + g\dot{\boldsymbol{\beta}} \times \hat{n}}{g^3 R}\right]_{ret}, \tag{2.2}$$

donde $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$, $g(t') = \frac{d}{dt}[r' - r + R(t')/c]$ y $\hat{n}$ es un vector unitario definido por $\mathbf{R}(t) = R(t)\hat{n}(t)$ y el *ret* se refiere a que las mediciones se hacen el tiempo retardado.

Éstos son campos de radiación porque decrecen con $1/R$ y forman una triada ortogonal con el vector unitario retardado de la línea de visión, $\hat{n}_{ret}$. El vector de Poynting asociado,

$$\mathbf{S}(t) = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{E}_a \times \mathbf{B}_a = \epsilon_0 c E_a^2 \hat{n}_{ret} = \epsilon_0 c \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left|\frac{\hat{n} \times [(\hat{n} - \boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}})]}{cg^3 R}\right|_{ret} \hat{n}_{ret}, \tag{2.3}$$

determina la tasa en la cual la energía fluye a través de un ángulo sólido $d\Omega$ de una esfera envolvente distante de radio R:

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = \frac{dU}{dt d\Omega} = R^2 \mathbf{S}(t) \cdot \hat{n}_{ret}. \tag{2.4}$$

La tasa de emisión se convierte en una cantidad más fundamental cuando la multiplicamos por g_{ret} y nos enfocamos en la distribución angular del poder emitido,

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = \frac{dU}{dt_{ret} d\Omega} = g_{ret} R^2 \mathbf{S}(t) \cdot \hat{n}_{ret} = \frac{1}{c}\left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left|\frac{\hat{n} \times [(\hat{n} - \boldsymbol{\beta} \times \dot{\boldsymbol{\beta}})]}{(1 - \hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^5}\right|_{ret}. \tag{2.5}$$

Esta ecuación se simplifica considerablemente cuando la aceleración **a** es paralela a la velocidad **v**. El patrón de radiación tiene simetría azimutal al rededor su dirección común y entonces depende solamente del ángulo θ definido por $\hat{n} \cdot \boldsymbol{\beta} = (v/c)\cos\theta$. Recordando que todas las cantidades se refieren al tiempo retardado de emisión, la distribución angular de la radiación emitida es

$$\left.\frac{dP}{d\Omega}\right|_{\parallel} = \frac{\mu_0 q^2}{16\pi^2 c} \frac{a^2 \operatorname{sen}^\theta}{(1 - \beta\cos\theta)^5}. \tag{2.6}$$

Ahora la dependencia de esta ecuación en a^2 nos dice que el patrón de radiación ocurre cuando la carga se acelera o se desacelera. La palabra alemana bremsstrahlung que significa "radiación de frenado" es usada comúnmente para el caso de desaceleración. Un ejemplo de la teoría clásica de bremsstrahlung es cuando un electrón de rápida velocidad choca con un blanco metálico, y se desacelera rápidamente, dando lugar a este tipo de radiación, bremsstrahlung [2].

Problema 3

Para una partícula no relativista acelerada dibujar el patrón de radiación.

Solución:

Problema 4

¿Cuánto tiempo tarda en caer un electrón al núcleo? Considere el átomo de hidrógenos y n=1.

Solución:

Referencias

[1] A. Zangwill, *Modern Electrodynamics*, Cambridge University Press, 2012.

[2] D. Griffits, *Introduction to Electrodynamics*, 4ta edición, Pearson Education, 2013.