
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



ELECTRODINÁMICA CLÁSICA

SEMESTRE 2016-II

7 DE ABRIL DE 2016

Tarea # 6.
Ondas electromagnéticas planas
y propagación de ondas.

Autor:

Favio VÁZQUEZ[†]

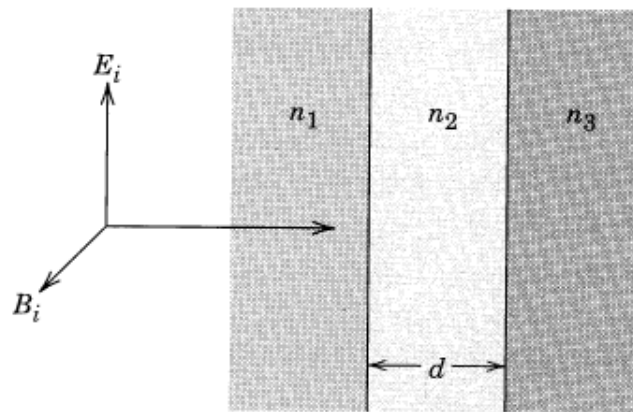


[†]favio.vazquez@correo.nucleares.unam.mx

Problema 1. Problema 7.2 de Classical Electromagnetic Radiation de Jackson [1].

Una onda plana incidente en una interfaz de capas como se muestra en la figura. Los índices de refracción de los tres medios no impermeables son n_1 , n_2 y n_3 . El grosor de la capa intermedia es d . Cada uno de los otros medios es semi-infinito.

- (a) Calcule los coeficientes de transmisión y reflexión (las tasas de del flujo de Poynting transmitida y reflejada al flujo incidente), y esboce su comportamiento como función de la frecuencia para $n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $n_3 = 3$; $n_1 = 3$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$ y $n_1 = 2$, $n_2 = 4$, $n_3 = 1$.



- (b) El medio n_1 es parte de un sistema óptico (e.g., una lente); el medio n_3 es aire ($n_3 = 1$). Se desea colocar un revestimiento óptico (medio n_2) sobre la superficie para que no haya reflexión para ondas de frecuencia ω_0 . ¿Qué grosor d e índice de refracción n_2 son necesarios?

Solución:

Problema 2. Problema 7.3 de Classical Electromagnetic Radiation de Jackson [1].

Dos losas planas semi-infinitas con el mismo dieléctrico sin pérdidas, uniformidad, isotropía, no-permeabilidad con índice de refracción n son paralelas, y están separadas por una brecha de aire ($n = 1$) de ancho d . Una onda electromagnética de frecuencia ω incide en la brecha desde una de las losas con un ángulo de incidencia i . Para una polarización lineal tanto paralela como perpendicular al plano de incidencia,

- (a) calcule la tasa de potencia transmitida a la segunda losa con respecto al poder incidente y la tasa de poder reflejado con respecto al incidente;
- (b) para un i mayor que el ángulo crítico para reflexión interna total, esboce la tasa de potencia transmitida con respecto a la potencia incidente como una función de d medido en unidades de longitud de onda en la brecha.

Solución:

GIGANTUM HUMERIS INSIDENTES

Problema 3. Problema 7.5 de Classical Electromagnetic Radiation de Jackson [1].

Una onda electromagnética polarizada $\mathbf{E} = \mathbf{E}_i e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega t}$ incide normalmente sobre una lámina plana uniforme de una excelente conducción ($\omega \gg \omega_{\epsilon_0}$) con un grosor de D . Asumiendo que en el espacio y en la lámina conductora $\mu/\mu_0 = \epsilon/\epsilon_0 = 1$, discuta la reflexión y transmisión de la onda incidente.

- (a) Muestre que las amplitudes de las onda reflejada y transmitida, correctas a primer orden en $(\epsilon_0\omega/\sigma)^{1/2}$, son

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{-(1 - e^{-2\lambda})}{(1 - e^{-2\lambda}) + \gamma(1 + e^{-2\lambda})}$$

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2\gamma e^{-\lambda}}{(1 - e^{-2\lambda}) + \gamma(1 + e^{-2\lambda})}$$

donde

$$\gamma = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\omega}{\sigma}}(1 - i) = \frac{\omega\delta}{c}(1 - i)$$

$$\lambda = (1 - i)D/\delta$$

y $\delta = \sqrt{2/\omega\mu\sigma}$ es la profundidad de penetración.

- (b) Verifique que para un grosor igual a cero y un grosor infinito se obtienen los resultados limitantes apropiados.
- (c) Muestre que, excepto para láminas de muy poco grosor, el coeficiente de transmisión es

$$T = \frac{8(\text{Re}\gamma)^2 e^{-2D/\gamma}}{1 - 2e^{-2D/\gamma} \cos 2D/\delta + e^{-4/\gamma}}$$

Esboce $\log T$ como una función de (D/δ) , asumiendo que $\text{Re } \gamma = 10^{-2}$. Defina “grosor muy pequeño”.

Solución:

Problema 4. Problema 7.14 de Classical Electromagnetic Radiation de Jackson [1]. (Es el 7.9 de la 2da ed.)

Un modelo simple para la propagación de ondas de radio en la atmósfera de la Tierra o ionosfera consiste en una tierra plana en $z = 0$ y un medio no uniforme con $\epsilon = \epsilon(z)$ para $z > 0$. Considere la ecuaciones de Maxwell bajo la suposición de que los campos son independientes de y y pueden escribirse como funciones de z por $e^{i(kx - \omega t)}$.

- (a) Muestre que la ecuación de onda que gobierna la propagación para $z > 0$ es

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + q^2(z)F = 0,$$

donde

$$q^2(z) = \omega^2 \mu_0 \epsilon(z) - k^2$$

y $F = E_y$ para la polarización *horizontal*, y

$$q^2(z) = \omega^2 \mu_0 \epsilon(z) + \frac{1}{2\epsilon} \frac{d^2 \epsilon}{dz^2} - \frac{3}{4\epsilon^2} \left(\frac{d\epsilon}{dz} \right)^2 - k^2$$

con $F = \sqrt{\epsilon/\epsilon_0} E_z$ para la polarización *vertical*.

- (b) Use la aproximación WKB para tratar la propagación de ondas dirigidas verticalmente hacia la ionosfera ($k = 0$), asumiendo que la constante dieléctrica está dada por (7.59) con una frecuencia de plasma $\omega_p(z)$ gobernada por una densidad electrónica como se muestra en la figura 7.11. Verifique que los argumentos cualitativos de la sección 7.6 se mantienen, con discrepancias en detalle solo para $\omega \omega_{p,\max}$.
- (c) Usando los resultados WKB de la parte (b) y los conceptos de propagación de un pulso de la sección 7.8, defina una altura efectiva de la ionosfera $h'(\omega)$ calculando el tiempo T para un pulso de frecuencia dominante ω que viaja hacia arriba y se refleja ($h' \equiv cT/2$). [La aproximación WKB es discutida en la mayoría de los libros de mecánica cuántica].

Solución:

Referencias

- [1] J. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3ra edición. John Wiley and Sons, Inc. 1999.
- [2] D. Griffiths, *Indtroduction to Electrodynamics*, 4ta edición. Pearson, 2013.