Examen Predoctoral de Mecánica Clásica.
Semestre 2016-I.

Favio Vázquez*

Instituto de Ciencias Nucleares. Universidad Nacional Autónoma de México.

Preguntas teóricas

1.1 Pregunta teórica 1

Sobre las formulaciones de la mecánica, discuta los siguientes puntos:

a) Bajo qué condiciones las ecuaciones de Euler-Lagrange determinan todas las aceleraciones del sistema.

b) En el caso Hamiltoniano, cuál es la condición equivalente.

c) Dentro del formalismo de Hamilton-Jacobi qué garantiza el que la funcional generadora proporcione una solución de las ecuaciones de Hamilton.

Solución:

1.2 Pregunta Teórica 2

Considere un cuerpo rígido con momentos de inercia $I_1 > I_2 > I_3$. Si sobre el cuerpo no se ejercen torcas, ¿qué ejes del cuerpo son estables e inestables bajo pequeñas perturbaciones y por qué?

Solución:

1.3 Pregunta 3

Sobre un piso sin fricción, una partícula puntual choca elásticamente con una mancuerna de dos modos diferentes mostrados en la figura (considere que las partículas de la mancuerna son también puntuales y que la barra tiene masa despreciable). ¿Qué cantidades se conservan en cada caso? ¿En qué caso la rapidez del centro de masa de la mancuerna, después dela colisión, es mayor?

AGREGAR FIGURA

*Correo: favio.vazquezp@gmail.com

Problemas

2.1 Problema 1

La interacción clásica entre dos átomos de un gas inerte, cada uno de masa m está dada por el potencial

$$V(r) = -\frac{2A}{r^6} + \frac{B}{r^12}$$

con A y B constantes positivas y r la separación entre los dos átomos, $r = |\overrightarrow{r_1} - \overrightarrow{r_2}|$.

a) Obtenga la hamiltoniana para el sistema de los dos átomos.

b) Describa completamente el (los) estado(s) clásico(s) de energía mínima del presente sistema.

c) Si la energía es un poco mayor que la mínima, ¿Cuáles son las posibles frecuencias del movimiento del sistema?

<u>Solución:</u>

2.2 Problema 2

Considere el siguiente sistema

$$L = \frac{m}{2}\dot{q}^2 - af(t)q$$

con $f(t)$ una función arbitraria del tiempo pero integrable.

a) Considerando que una simetría del sistema es aquella que deja invariantes las ecuaciones de movimiento. ¿Existe alguna simetría asociada a este sistema? Si es así, calcule la cantidad conservada correspondiente usando el teorema de Noether.

b) Muestre que, efectivamente su derivada total con respecto del tiempo es cero.

c) Construya el Hamiltoniano del sistema y escriba la ecuación de Hamilton-Jacobi correspondiente.

d) Resuelva la ecuación de hamilton-Jacobi y encuentre la funcional generadora de tipo 2.

e) Considere que $f(t) = \exp(-bt)$ con $b > 0$ y las condiciones iniciales $q(0) = \beta$ y $\dot{q}(0) = \rho$. Usando la teoría de Hamilton-Jacobi, encuentre la trayectoria de la partícula.

<u>Solución:</u>

2.3 Problema 3

Una partícula de masa m está restringida a moverse en el interior de un riel circular de radio R. El riel circular está fijado al piso en posición vertical. Un pequeño motor hacer girar el riel en torno al eje de simetría vertical con rapidez angular constante ω (ver figura). Considere el cero de energía potencial en el piso y sea θ el ángulo que forma el radio vector de posición de la partícula con el eje de rotación.

a) Determine el Lagrangiano del sistema con constricción y la ecuación de movimiento en θ para la partícula.

b) Para que exista una órbita a $\theta_{eq} = \text{cte}$ y distinta de cero, ω tiene que ser mayor que cierta ω_0. Determine ω_0.

Solución: