

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ

Συστήματα Αναμονής - Ροή Δ



3η Ομάδα Ασκήσεων - Αναφορά

Ονοματεπώνυμο:

Σταθά Ευσταθία

Αριθμοί Μητρώου:

el16190

Πίνακας Περιεχομένων

| | |
|---|----------|
| Άσκηση - Προσομοίωση συστήματος M/M/1/10 | 3 |
| Διαγράμματα - Απαντήσεις - Σχόλια | 3 |
| Ερώτημα (1) | 3 |
| Ερώτημα (2) | 4 |
| $\lambda = 1$ πελάτης/λεπτό | 4 |
| $\lambda = 5$ πελάτες/λεπτό | 5 |
| $\lambda = 10$ πελάτες/λεπτό | 6 |
| Ερώτημα (3) | 7 |
| Ερώτημα (4) | 7 |
| Κώδικας | 7 |

Άσκηση - Προσομοίωση συστήματος M/M/1/10

Διαγράμματα - Απαντήσεις - Σχόλια

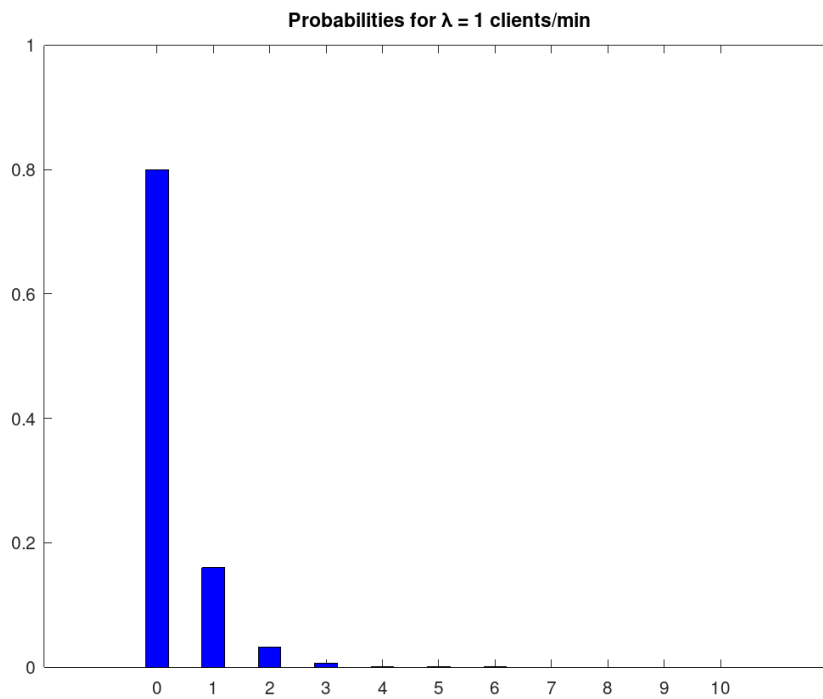
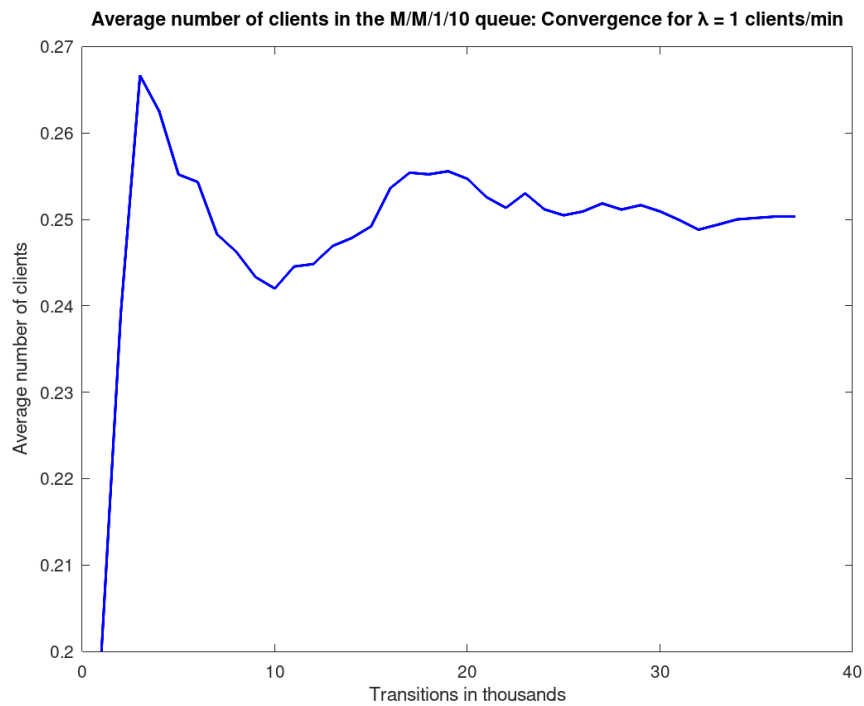
Ερώτημα (1)

Κατά τη συγγραφή του κώδικα χρησιμοποιήθηκε ένα τμήμα που μας βοήθησε στο στάδιο του debugging. Ο κώδικας αυτός βρίσκεται στο αρχείο της παράδοσης και στο παράρτημα του κώδικα στην παρούσα αναφορά, έχει, όμως μαρκαριστεί ως σχόλιο. Όπως φαίνεται στο ακόλουθο στιγμιότυπο οθόνης, με βάση αυτές τις εντολές ελέγχθηκε και επιβεβαιώθηκε η σωστή λειτουργία της προσομοίωσης. Η δοκιμή έγινε με $\lambda = 1$ πελάτης/λεπτό, γι' αυτό και το σύστημα τείνει να είναι άδειο.

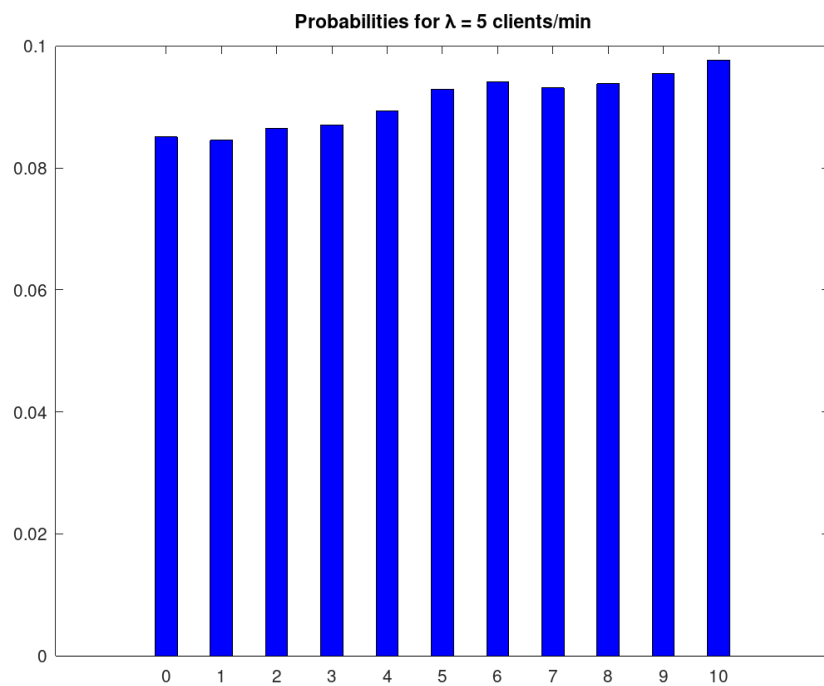
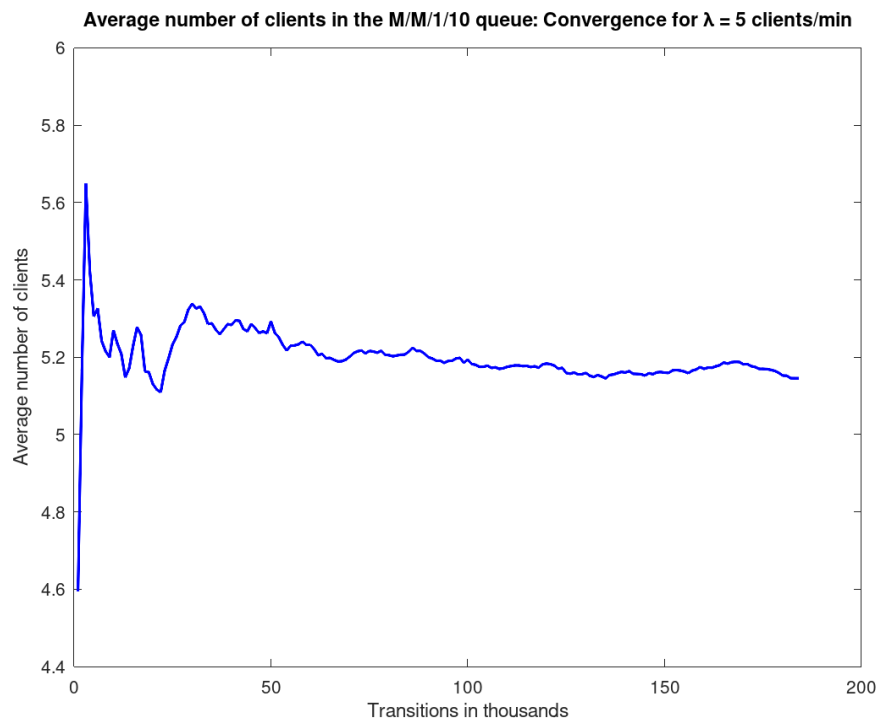
```
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 1
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 2
Current state is 2. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 1
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 2
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 3
Current state is 2. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 2
Current state is 1. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 3
Current state is 2. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 3
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 3
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 4
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 5
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 6
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 7
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 8
Current state is 2. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 4
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 8
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 9
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is a departure. Total arrivals in current state = 10
Current state is 0. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 0
Current state is 1. Next transition is an arrival. Total arrivals in current state = 11
```

Ερώτημα (2)

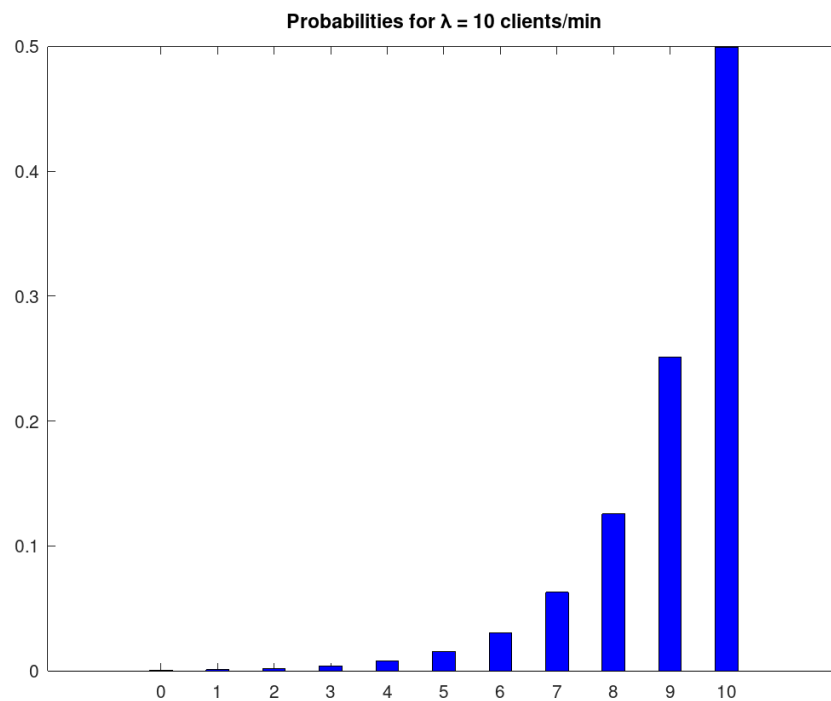
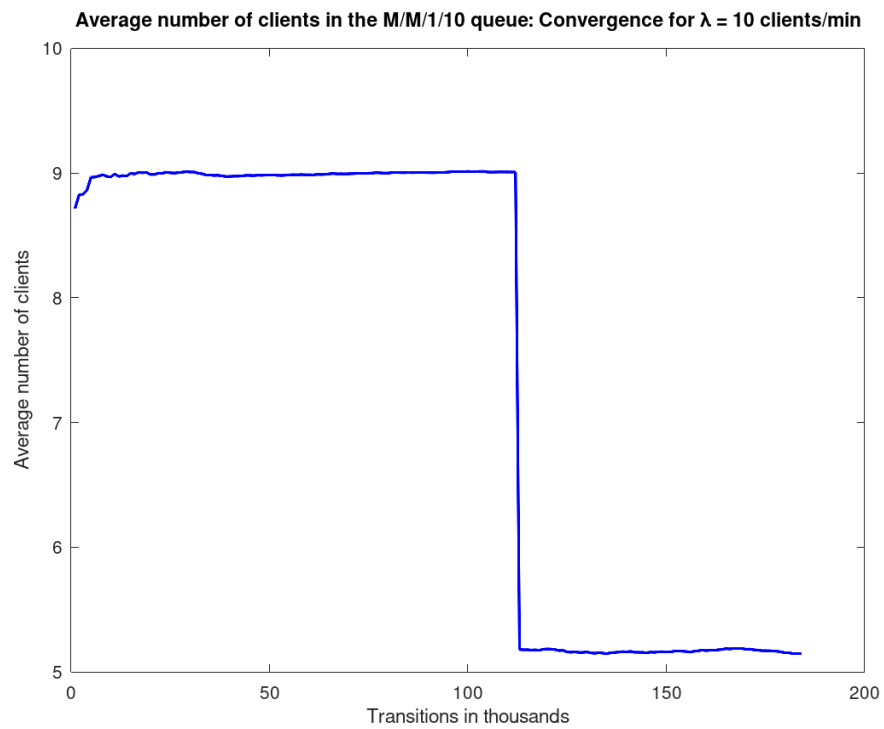
- $\lambda = 1$ πελάτης/λεπτό



- $\lambda = 5$ πελάτες/λεπτό



- $\lambda = 10$ πελάτες/λεπτό



Ερώτημα (3)

Καθώς η τιμή του λ μεγαλώνει, παρατηρούμε πως το σύστημα καθυστερεί περισσότερο να συγκλίνει, δηλαδή η ταχύτητα σύγκλισης του μειώνεται. Συγκεκριμένα, βλέπουμε πως για $\lambda = 1$ πελάτης/λεπτό το σύστημα συγκλίνει έπειτα από μόλις 40000 μεταβάσεις, ενώ στις άλλες δύο περιπτώσεις χρειάζεται περίπου τις πενταπλάσιες. Βέβαια, στην περίπτωση του $\lambda = 10$ πελάτες/λεπτό, όπου ο ρυθμός άφιξης είναι διπλάσιος του ρυθμού εξυπηρέτησης, δεν παρατηρείται ακριβώς η ίδια αύξηση. Καθώς, κατά βάση, οι πελάτες που φτάνουν είναι σημαντικά περισσότεροι απ' όσους το σύστημα μπορεί να εξυπηρετήσει, φαίνεται να έχουμε μια γρηγορότερη σύγκλιση από την αναμενόμενη, αφού το σύστημα μένει κυρίως στην κατάσταση 10, με λίγες διαφυγές από αυτή. Το πλήθος των μεταβάσεων που μπορούμε να αγνοήσουμε εξαρτάται, λοιπόν, από το λ , και είναι αρκετά μικρό στην περίπτωση του $\lambda = 1$ πελάτης/λεπτό, ενώ αυξάνεται σημαντικά όσο αυξάνεται το λ . Για τις δοθείσες τιμές $\lambda = \{1, 5, 10\}$, ένα ασφαλές κοινό πλήθος μεταβάσεων που μπορούν να αγνοηθούν είναι μάλλον ένα νούμερο κοντά στις 10000.

Ερώτημα (4)

Οι αλλαγές που θα έπρεπε να γίνουν στην προσομοίωση σε αυτή την περίπτωση είναι σχετικά μικρές και απλές. Αρχικά, θα έπρεπε οι διαφορετικές τιμές του μέσου ρυθμού εξυπηρέτησης να αποθηκεύονται σε έναν πίνακα, ώστε να μπορούμε εύκολα να έχουμε πρόσβαση στην τιμή που έχει η μεταβλητή αυτή για κάθε κατάσταση. Ως αποτέλεσμα, θα άλλαζε και το threshold, καθώς το ίδιο εξαρτάται τόσο από το μέσο ρυθμό άφιξης, όσο και από το μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης. Επομένως, οι διαφορετικές τιμές του threshold για την εκάστοτε κατάσταση του συστήματος θα αποθηκεύονταν σε έναν πίνακα και θα φροντίζαμε στον έλεγχο που κάνουμε για τη μετάβαση, να συγκρίνουμε τον τυχαίο αριθμό που παράγουμε με το threshold της παρούσας κατάστασης.

Κώδικας

```
% M/M/1/10 simulation. We will find the probabilities of all states.
```

```
% Note: Due to ergodicity, every state has a probability >0.
```

```
pkg load statistics
```

```
clc;
```

```
clear all;
```

```
close all;
```

```
rand("seed",1);
```

```
lambdas = [1,5,10];
```

```
nfig = 0;
```

```
for j = 1:length(lambdas)
```

```

arrivals = zeros(1,11); % to keep the arrivals in each state
total_arrivals = 0; % to measure the total number of arrivals
current_state = 0; % holds the current state of the system
previous_mean_clients = 0; % will help in the convergence test
mean_delay = 0;
index = 0;

mu = 5;
threshold = lambdas(j)/(lambdas(j) + mu); % the threshold used to calculate probabilities

transitions = 0; % holds the transitions of the simulation in transitions steps

while transitions >= 0
    transitions = transitions + 1; % one more transitions step

    if mod(transitions,1000) == 0 % check for convergence every 1000 transitions steps
        index = index + 1;
        for i=1:length(arrivals)
            P(i) = arrivals(i)/total_arrivals; % calculate the probability of every state in the system
        endfor

        mean_clients = 0; % calculate the mean number of clients in the system
        for i=1:length(arrivals)
            mean_clients = mean_clients + (i-1).*P(i);
        endfor
        to_plot(index) = mean_clients;

        if abs(mean_clients - previous_mean_clients) < 0.00001 || transitions > 1000000 % convergence test
            break;
        endif

        previous_mean_clients = mean_clients;

    endif

    random_number = rand(1); % generate a random number (Uniform distribution)
    if current_state == 0 || random_number < threshold % arrival
        total_arrivals = total_arrivals + 1;
        arrivals(current_state + 1) = arrivals(current_state + 1) + 1; % increase the number of arrivals in the current
state
        %{
        if transitions <= 30
            if current_state == 0
                my_arrivals = 0;
            else
                my_arrivals = arrivals(current_state);
            endif
            display(["Current state is ", num2str(current_state), ". Next transition is an arrival. Total arrivals in current
state = ", num2str(my_arrivals)]);
        endif
        %}
        if current_state != 10

```



```

        current_state = current_state + 1;
    endif
else % departure
    %{
    if transitions <= 30
        if current_state == 0
            my_arrivals = 0;
        else
            my_arrivals = arrivals(current_state);
        endif
        display(["Current state is ", num2str(current_state), ". Next transition is a departure. Total arrivals in
current state = ", num2str(my_arrivals)]);
    endif
    %{
    if current_state != 0 % no departure from an empty system
        current_state = current_state - 1;
        mean_delay = mean_delay + current_state * exprnd(1/mu);
    endif
    endif
endwhile

display("Probabilities of each state: ");
for i=1:length(arrivals)
    display(["State: ", num2str(i-1), " has probability ", num2str(P(i))]);
endfor
display("\n");

mean_delay = mean_delay / (total_arrivals - arrivals(11));
display(["Mean delay is: ", num2str(mean_delay), "\n"]);

display(["Probability of blocking a client: ", num2str(P(11)), "\n"]);

avg_clients = sum(P.*[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]);
display(["Average number of clients in the system: ", num2str(avg_clients), "\n"]);

nfig = nfig+1;
figure(nfig);
plot(to_plot,"b","linewidth",1.8);
title(["Average number of clients in the M/M/1/10 queue: Convergence for  $\lambda =$ ", num2str(lambdas(j)), "
clients/min"]);
xlabel("Transitions in thousands");
ylabel("Average number of clients");

nfig = nfig + 1;
figure(nfig);
bar(0:(length(arrivals)-1),P,'b',0.4);
title(["Probabilities for  $\lambda =$ ", num2str(lambdas(j)), " clients/min"]);
endfor

```