

LABORATORIYA ISHI №6

TANLANMANING SONLI TASNIFLARI.

Tanlanmani boshlang'ich statistik tahlilida – tanlanma o'rganish uchun qulay holatga keltiriladi. Buning uchun birinchi navbatda tanlanma hajmi va tanlanmada qatnashgan elementlarning minimum va maksimumlariga e'tibor beriladi. Ushbu kattaliklarga qarab variatsion qator tuziladi. Variatsion qatorlar 3 turga bo'linadi:

1. Ranjirlangan variatsion qator;
2. Diskret variatsion qator;
3. Oraliqli variatsion qator.

Agar tanlanma hajmi n katta, tanlamada qatnashgan x_{min} va x_{max} lar o'rtasidagi farq ham kata bo'lsa, u holda ranjirlangan yoki diskret variatsion qatorlar tuzish mantiqsiz ishga aylanadi. Bunday hollarda **oraliqli variatsion qatorlar** tuziladi.

Ta'rif 1. Agar tanlanma hajmi n katta, tanlamada qatnashgan x_{min} va x_{max} lar o'rtasidagi farq ham katta bo'lsa, u holda variantalar oraliqlaridan va bu oraliqqa kiruvchi variantalar chastotalari yig'indisidan iborat bo'lgan jadvalga **oraliqli variatsion qator** deyiladi.

Misol. Aytaylik potokda 50 ta talaba oldingi semestrda matematika fanidan birinchi marta yakuniy nazorat topshirgandan keyingi to'plagan jami ballari haqidagi ma'lumot yig'ildi deylik. Natijada 100 ballik tizimda 30 balldan 100 ballgacha bo'lgan aralash–quralash 50 ta songa ega bo'lamiz. Aytaylik $x_{min} = 30, x_{max} = 98$ kabi ma'lumotlarga ega bo'ldik deylik. Tanlanma hajmi $n=50$ katta, x_{min} va x_{max} lar o'rtasidagi farq ham katta bo'lib, ularni tahlil qilish uchun ranjirlangan yoki diskret variatsion qator tuzish mantiqsiz ishga aylanadi. Masalan dekanatda bunday ma'lumot tahlil qilinishi uchun yuqorida olib borilgan surushtiruv natijalari mos ravishda 2, 3, 4, 5 baholi oraliqlarga bo'linadi:

x_i	[30;60)	[60;70)	[70;90)	[90;100)
n_i	12	14	18	6

Oraliqli variatsion qatorlar tuzilganda masalani mohiyatidan kelib chiqib oraliqlarning uzunliklari **bir xil** yoki **turli xil** qilib olish mumkin. Biz ko'rgan holatda oraliq uzunliklari: 10, 20, 30 ga teng bo'lgan turlicha uzunlikka ega bo'lgan oraliqlardan iborat oraliqli variatsion qator tuzilgan.

Quyidagicha ishlar amalga oshirilsin

Har bir talaba guruh jurnalidagi tartib raqamiga mos variant ma'lumotlarini Я.К. Кольде “Практикум по теории вероятностей и математической статистике” nomli kitobdan (105-148 betlar) olib, quyidagicha ishlarni amalga oshirishi lozim. Hisoblashlar ikki xil usulda amalga oshirilsin:

1. Formulalar yordamida talabaning o'zi mustaqil ravishda.
2. Excel dasturlar paketi yordamida.

B tanlanma bo'yicha:

- 1) Tanlanmada qatnashgan eng kichik va eng katta variantalar aniqlansin.
- 2) Qo'lda hisoblash soddalashtirishni uchun zarur bo'lgan yordamchi hisoblash jadval ustunlari topilsin.
- 3) Shartda ko'rsatilganidek bir xil uzunlikdagi oraliqli variatsion qator tuzilsin;
- 4) Nisbiy chastotalar aniqlansin;
- 5) Yig'ma chastotalar aniqlansin;
- 6) Variatsion qator poligoni chizilsin;
- 7) Variatsion qator gistogrammasi chizilsin;
- 8) Emperik taqsimot funksiya tuzilsin;
- 9) Emperik taqsimot funksiya grafigi chizilsin;
- 10) Tanlanma o'rta qiymat hisoblansin;
- 11) Tanlanma dispersiya hisoblansin;
- 12) Tanlanma o'rtacha kvadratik chetlanish hisoblansin;
- 13) Moda topilsin;
- 14) Mediana topilsin

0-variantdagi B tanlanmadagi ma'lumotlarni keltirib yuqorida qo'yilgan savollarga javob topamiz:

B0 Tanlanma

100	51	80	83	83	67	55	84	78	83	101	75
78	99	69	99	71	67	56	74	51	78	34	67
107	66	106	70	117	67	116	79	120	47	113	113
59	100	78	31	68	66	91	85	64	55	83	77
68	83	38	89	88	58	75	60	89	111	42	104
33	96	50	42	81	78	42	64	89	60	32	46
82	33	72	93	94	49	153	68	85	78	95	51
76	81	67	50	75	99	114	11	108	127	110	91
77	85	102	101	79	118	132	130	79	88	76	73
82	40	118	50	100	70	42	79	64	78	137	83
92	71	84	77	73	100	69	77	74	98	79	102
83	66	59	67	87	60	91	68	91	103	73	93
69	54	82	71	60	88	82	82	41	68	53	78
96	97	81	86	69	52	77	66	100	119	84	102
46	54	77	129	87	106	84	96	81			

N=177 Birinchi oraliq boshi 25, Oraliq uzunligi 13

Oraliqli variatsion qatorlarda tanlanma o'rtta qiymat, tanlanma dispersiyalarni hisoblashda diskret variatsion qator uchun keltirilgan formulalar o'rinli bo'ladi, faqatgina x_i variantalar sifatida oraliqlarning yoki boshlari, yoki o'rtalari, yoki oxirlari olinadi. Tanlanmaning berilishidabirinchi oraliqni qaysi sondan boshlash kerakligi va oraliq uzunligi berilgan. Birinchi oraliq boshlanadigan son yoki birinchi oraliqning boshlang'ich bir nechta soni tanlanmada bo'lmasligi ham mumkin, shunga qaramay oraliq berilgan qoida bo'yicha tuziladi.

- 1) Tanlanmada qatnashgan ma'lumotlar ichidan eng katta va eng kichik qiymatlarni aniqlaymiz:

Tanlanma hajmi kichik bo'lganda bu qiyinchilik tug'dirmasada, lekin katta hajmli tanlanmalarda bir qarashda eng kattta va eng kichik elementlarni aniqlash juda mushkul ish hisoblanadi shuning uchun min va max ni aniqlash uchun Excel dasturlar paketidan foydalanib toppish maqsadga muvofiq hisoblanadi:

Excel → **f_x** → **Статистические** → **МИН** → **Число1** → tanlanma ma'lumotlari kiritilgan yacheykalar o'rnini ko'rsatish kifoya

Аргументы функции

МИН

Число1: A2:L16 = {100;51;80;83;83;67;55;84;78;83;101;...}

Число2: = число

= 31

Возвращает наименьшее значение из списка аргументов. Логические и текстовые значения игнорируются.

Число1: число1;число2;... от 1 до 255 чисел, пустых ячеек, логических или текстовых значений, среди которых ищется наименьшее значение.

Значение: 31

[Справка по этой функции](#) OK Отмена

Mos ravishda tanlanmada qatnashgan variantalar maksimumini topish uchun;
Excel → f_x → **Статистические** → **МАКС** → **Число1** → tanlanma ma'lumotlari
 kiritilgan yacheykalar o'rnini ko'rsatish kifoya

Аргументы функции

МАКС

Число1: A2:L16 = {100;51;80;83;83;67;55;84;78;83;101;...}

Число2: = число

= 153

Возвращает наибольшее значение из списка аргументов. Логические и текстовые значения игнорируются.

Число1: число1;число2;... от 1 до 255 чисел, пустых ячеек, логических или текстовых значений, среди которых ищется наибольшее значение.

Значение: 153

[Справка по этой функции](#) OK Отмена

Shunday qilib berilgan tanlanmada $x_{min} = 31$ va $x_{max} = 153$ ekanligi aniqlandi.

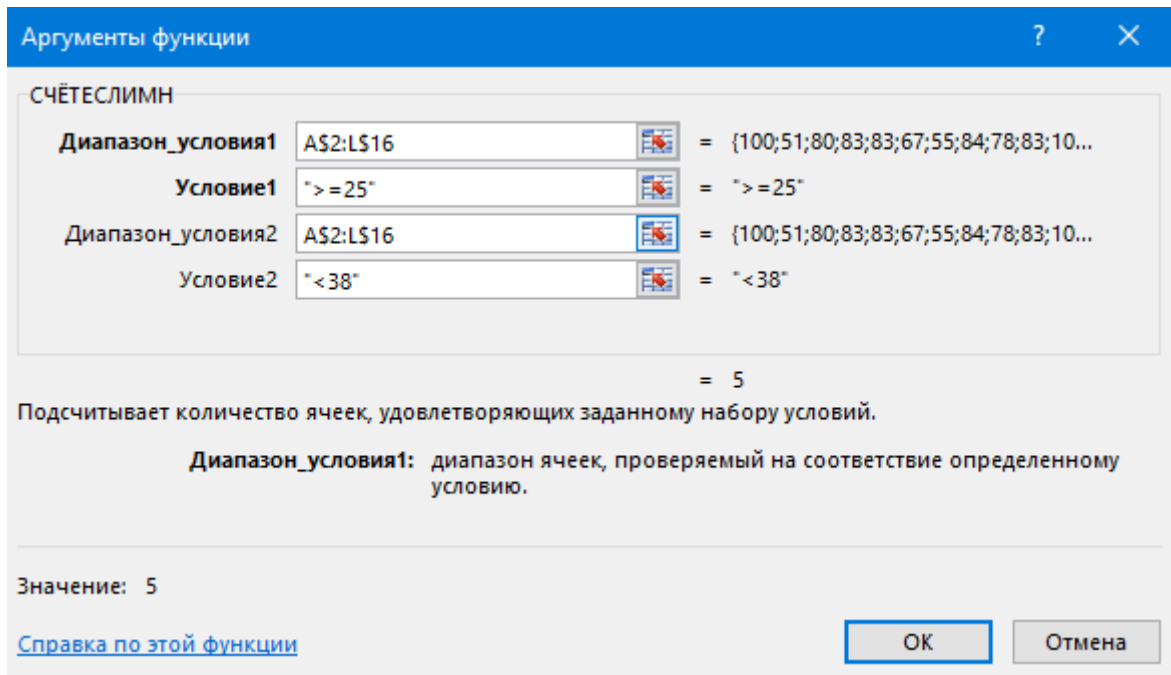
2), 3), 4), 5) savollarga javoblar quyidagi jadvalda o'z aksini topgan:

Quyidagicha yordamchi jadval to'ldirib olamiz:

Oraliqlar	Oraliq o'rtalari x_i	n_i	$\frac{n_i}{n}$	Yig'ma chastotalar	$\frac{x_i - c}{k}$	$\left(\frac{x_i - c}{k}\right) \cdot n_i$	$\left(\frac{x_i - c}{k}\right)^2$	$\left(\frac{x_i - c}{k}\right)^2 \cdot n_i$
[25;38)	31.5	5	0,028	0,028	-4	-20	16	80
[38;51)	44.5	14	0,079	0,107	-3	-42	9	126
[51;64)	57.5	17	0,096	0,203	-2	-34	4	68
[64;77)	70.5	38	0,215	0,418	-1	-38	1	38
[77;90)	83.5	52	0,294	0,712	0	0	0	0
[90;103)	96.5	27	0,153	0,864	1	27	1	27
[103;116)	109.5	12	0,068	0,932	2	24	4	48
[116;129)	122.5	7	0,040	0,972	3	21	9	63
[129;142)	135.5	4	0,023	0,994	4	16	16	64
[142;155)	148.5	1	0,006	1,000	5	5	25	25
		177	1,000			-41		539

Bu jarayonda oraliqli variatsion qatorning oraliqlarida qatnashgan variantalar chastotalari yig'indisi Excel dasturlar paketida

Excel → **f_x** → **Статистические** → **СЧЁТЕСЛИМН** → **Диапазон_условия1** → tanlanma ma'lumotlari turgan yacheykalar o'rni ko'rsatiladi → **Условие1** → **>=25 shart kiritiladi** → **Диапазон_условия2** → tanlanma ma'lumotlari turgan yacheykalar o'rni ko'rsatiladi → **Условие2** → **<38 shart kiritiladi** → **natijada 25 dan katta yoki teng va 38 dan kichik bo'lgan elementlar soniga ega bo'lamiz:**

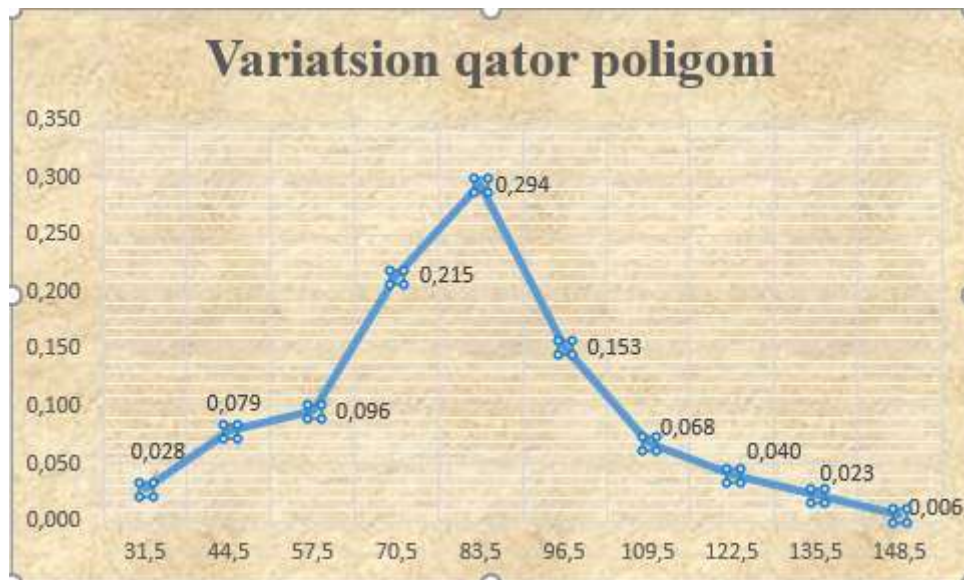


Qolgan oraliqlar chastotalarini hisoblashda ham xuddi shunday buyruqlar ketma-ketligidan fodalaniladi. Faqatgina **Условие1** va **Условие2** da qo'shtirnoq ichida yacheykadagi qiymatni qabul qilmagani uchun, har bir oraliq uchun shartlarni alohida kiritib borish kerak.

6) Variatsion qator poligoni qanday chizishligi haqida 5-laboratoriyada to'liq to'xtalgan edik, shunga ko'ra:

Excel → Nisbiy chastotalar turgan ustunni ajratib olib →

Вставка→Диаграммы→График → **График с маркерами** buyruqlaridan foydalanamiz:



7) Variatsion qator gistogrammasi:

Buning uchun variatsion qatordagi nisbiy chastotalar ustunidagi sonlarni oraliqlar uzunliklariga bo'lish natijasida hosil bo'lgan sonlarni ajratib olib,

Excel → **Вставка** → **Диаграммы** → **Гистограмма** → **Гистограмма с накоплением** buyruqlaridan foydalanamiz:



Natijada hosil bo'lgan gistogrammadagi to'rtburchaklar yuzalari yig'indisi 1 ga teng bo'ladi. Bu esa variatsion qator gistogrammasi o'rganilayotgan tasodifiy miqdor

8) Emperik taqsimot funksiyani aninqlash uchun yordamchi jadvalda topilgan yigʻma chastotalardan foydalanamiz:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & agar\ x < x_1\ bo'lsa \\ \frac{n_1}{n}, & agar\ x_1 \leq x < x_2\ bo'lsa \\ \frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n}, & agar\ x_2 \leq x < x_3\ bo'lsa \\ \\ \frac{n_1}{n} + ... + \frac{n_{k-1}}{n}, & agar\ x_{k-1} \leq x < x_k\ bo'lsa \\ 1, & agar\ x \geq x_k\ bo'lsa \end{cases} = \begin{cases} 0, & x < 31.5 \\ 0.028 & 31.5 \leq x < 44.5 \\ 0.107 & 44.5 \leq x < 57.5 \\ 0.203 & 57.5 \leq x < 70.5 \\ 0.418 & 70.5 \leq x < 83.5 \\ 0.712 & 83.5 \leq x < 96.5 \\ 0.864 & 96.5 \leq x < 109.5 \\ 0.932 & 109.5 \leq x < 122.5 \\ 0.972 & 122.5 \leq x < 135.5 \\ 0.994 & 135.5 \leq x < 148.5 \\ 1.000 & x \geq 148.5 \end{cases}$$

Emperik taqsimot funksiya

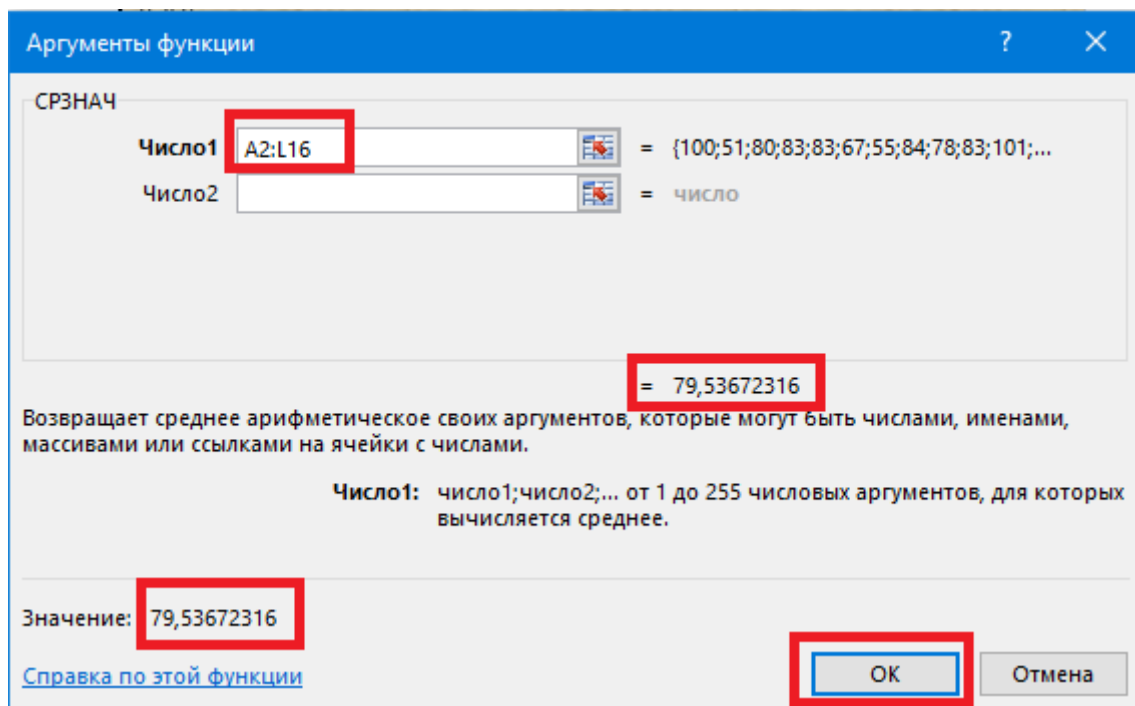
Interval	Frequency
31,5	0,028
44,5	0,107
57,5	0,203
70,5	0,418
83,5	0,712
96,5	0,864
109,5	0,932
122,5	0,972
135,5	0,994
148,5	1,000

Tanlanma oʻrta qiymatni qoʻlda hisoblashni soddalashtiradigan quyidagicha formuladan hisoblaganimiz maqsadga muvofiq, bunda k- varianta x_i larning oʻzgarish qadami, c-umuman olganda ixtiyoriy son, lekin eng koʻp qatnashgan x_i ga teng deb olinsa hisoblashlar soddalashadi: k=13; c=83.5, zarur boʻlgan barcha hisoblashlar jadvalda amalga oshirilgan, kerakli miqdorlarni formulaga qoʻyib tanlanma oʻrta qiymat miqdorini topamiz:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{x_i - c}{k} \right) \cdot n_i}{\sum_{i=1}^m n_i} \cdot k + c = \frac{-41}{177} \cdot 13 + 83.5 = 80.4887$$

Ushbu ishni Excel dasturlar paketida maxsus buyruqlar yordamida amalga oshirsak ham bo'ladi:

Excel → **f_x** → **категория оуnasidan** → **статистические** → **СРЗНАЧ** → **Число1** → tanlanma ma'lumotlari kiritilgan yacheykalar o'rnini ko'rsatish kifoya



11) Tanlanma dispersiyani hisoblashni quyidagicha formula bilan amalga oshirish mumkin, buning uchun zarur bo'lgan barcha hisoblashlarni jadvalda topib qo'yganmiz:

$$\bar{S}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{x_i - c}{k} \right)^2 \cdot n_i}{\sum_{i=1}^m n_i} \cdot k^2 - (\bar{x} - c)^2 = \frac{539}{177} \cdot 13^2 - (80.4887 - 83.5)^2 = 505.57$$

Excel → **f_x** → **категория оуnasidan** → **статистические** → **ДИСП.Г** → **Число1** → tanlanma ma'lumotlari kiritilgan yacheykalar o'rnini ko'rsatish kifoya

Аргументы функции

ДИСП.Г

Число1: A2:L16 = {100;51;80;83;83;67;55;84;78;83;101;...}

Число2: = число

= 508,3051486

Вычисляет дисперсию для генеральной совокупности. Логические и текстовые значения игнорируются.

Число1: число1;число2;... от 1 до 255 числовых аргументов, составляющих генеральную совокупность.

Значение: 508,3051486

[Справка по этой функции](#)

OK Отмена

12) Tanlanma o'rtacha kvadratik chetlanish:

$$\bar{S} = \sqrt{\bar{S}^2} = \sqrt{505.57} = 22.48$$

Excel → f_x → категория oynasidan → статистические → **СТАНДОТКЛОН.Г**
 → **Число1** → tanlanma ma'lumotlari kiritilgan yacheykalar o'rnini ko'rsatish kifoya

Аргументы функции

СТАНДОТКЛОН.Г

Число1: A2:L16 = {100;51;80;83;83;67;55;84;78;83;101;...}

Число2: = число

= 22,54562371

Вычисляет стандартное отклонение по генеральной совокупности. Логические и текстовые значения игнорируются.

Число1: число1;число2;... от 1 до 255 значений, составляющих генеральную совокупность; допускаются числовые значения и ссылки на числовые значения.

Значение: 22,54562371

[Справка по этой функции](#)

OK Отмена

13) Oraliqli variatsion qatorlarda Moda, ranjirlangan va diskret variatsion qatorlardan farqli ravishda quyidagicha formula bilan aniqlanadi:

$$M_o = x_{M_o} + k \cdot \frac{n_{M_o} - n_{M_o+1}}{(n_{M_o} - n_{M_o-1}) + (n_{M_o} - n_{M_o+1})}$$

Bizning holda x_{M_o} -eng ko'p qatnashgan oraliq - moda oralig'ining boshi, n_{M_o} -moda oralig'ining chastotasi, n_{M_o-1} va n_{M_o+1} mos ravishda moda oralig'idan bitta oldingi va bitta keying oraliqlarning chastotalari. Agar birinchi oraliq moda oralig'i bo'lsa,

$n_{M_o-1} = 0$ deb olinadi. Agar oxirgi oraliq moda oralig'i bo'lsa, $n_{M_o+1} = 0$ deb olinadi. Bizning holda:

$$M_o = 77 + 13 \cdot \frac{52 - 38}{(52 - 38) + (52 - 27)} = 77 + \frac{13 \cdot 14}{39} = 81.67$$

Excel → f_x → **категория оунасида** → **статистические** → **МОДА.ОДН** → **Число1** → tanlanma ma'lumotlari kiritilgan yacheykalar o'rnini ko'rsatish kifoya

14) Oraliqli variatsion qatorlarda Mediana, ranjirlangan va diskret variatsion qatorlardan farqli ravishda, quyidagicha formula bilan topiladi:

$$M_e = x_{M_e} + k \cdot \frac{\frac{n}{2} - T_{M_e-1}}{n_{M_e}} = 77 + 13 \cdot \frac{\frac{177}{2} - 74}{52} = 77 + \frac{13 \cdot 14.5}{52} = 80.625$$

Natijada B tanlanma bo'yicha qilingan statistik tahlilni Excel dasturlar paketida bitta varroqqa sig'dirish mumkin. Statistik tahlil bo'yicha xulosalar qilish talabaga havola .

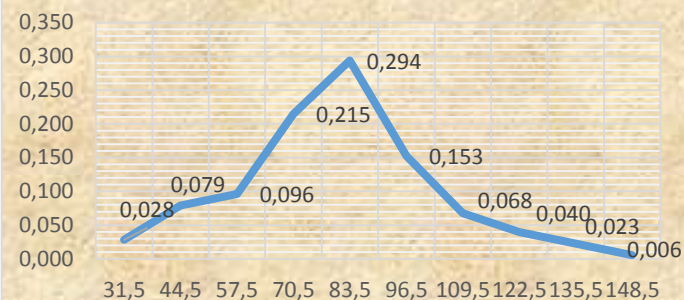
B0 Tanlanma											
100	51	80	83	83	67	55	84	78	83	101	75
78	99	69	99	71	67	56	74	51	78	34	67
107	66	106	70	117	67	116	79	120	47	113	113
59	100	78	31	68	66	91	85	64	55	83	77
68	83	38	89	88	58	75	60	89	111	42	104
33	96	50	42	81	78	42	64	89	60	32	46
82	33	72	93	94	49	153	68	85	78	95	51
76	81	67	50	75	99	114	111	108	127	110	91
77	85	102	101	79	118	132	130	79	88	76	73
82	40	118	50	100	70	42	79	64	78	137	83
92	71	84	77	73	100	69	77	74	98	79	102
83	66	59	67	87	60	91	68	91	103	73	93
69	54	82	71	60	88	82	82	41	68	53	78
96	97	81	86	69	52	77	66	100	119	84	102
46	54	77	129	87	106	84	96	81			

N=177 Birinchi oraliq boshi 25, Oraliq uzunligi 13

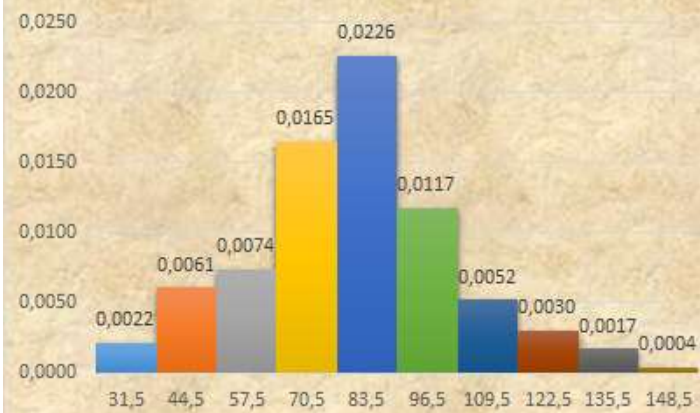
Oraliqlar		Oraliq o'rtalari	n_i	$\frac{n_i}{n}$	Yig'ma chastotalar	$\frac{x_i - c}{k}$	$\left(\frac{x_i - c}{k}\right) \cdot n_i$	$\left(\frac{x_i - c}{k}\right)^2$	$\left(\frac{x_i - c}{k}\right)^2 \cdot n_i$	$\frac{n_i}{n \cdot h}$
25	38	31,5	5	0,028	0,028	-4	-20	16	80	0,0022
38	51	44,5	14	0,079	0,107	-3	-42	9	126	0,0061
51	64	57,5	17	0,096	0,203	-2	-34	4	68	0,0074
64	77	70,5	38	0,215	0,418	-1	-38	1	38	0,0165
77	90	83,5	52	0,294	0,712	0	0	0	0	0,0226
90	103	96,5	27	0,153	0,864	1	27	1	27	0,0117
103	116	109,5	12	0,068	0,932	2	24	4	48	0,0052
116	129	122,5	7	0,040	0,972	3	21	9	63	0,0030
129	142	135,5	4	0,023	0,994	4	16	16	64	0,0017
142	155	148,5	1	0,006	1,000	5	5	25	25	0,0004
			177	1,000			-41		539	

			Excel	Formula orqali
Tanlanma o'rta qiymat			$\bar{x} = 79,537$	80,4887
Tanlanma dispersiya			$\bar{s}^2 = 508,31$	505,57
Tanlanma o'rtacha kvadratik chetlanish			$\bar{s} = 22,546$	22,48
MODA			Mo= 78	81,67
MEDIANA			Me= 79	80,625

Variatsion qator poligoni



Variatsion qator gistogrammasi



Emperik taqsimot funksiya

