

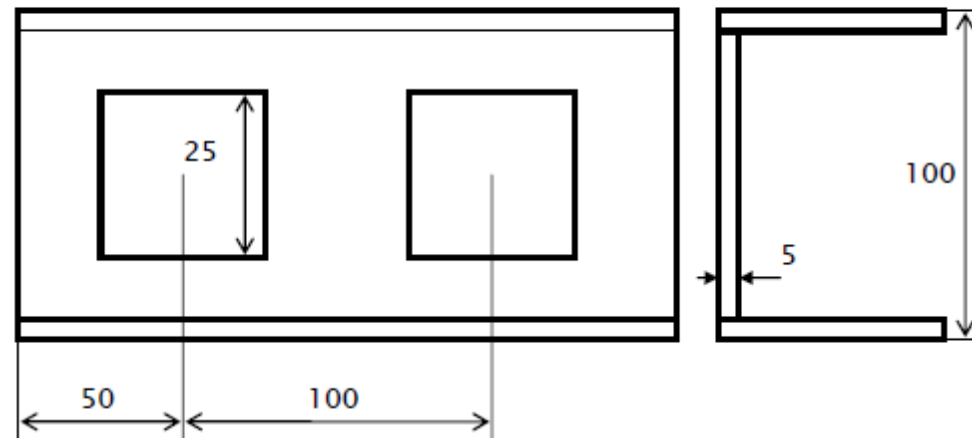
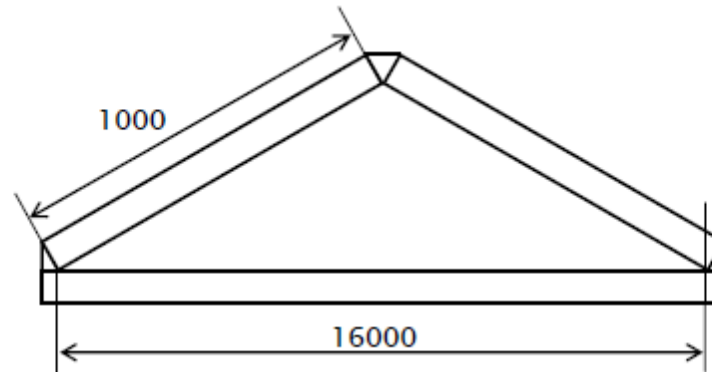
The background of the slide features three large, overlapping circles in a medium blue color, set against a dark gray background. The circles are arranged horizontally, with the middle circle slightly offset from the other two, creating a Venn diagram-like pattern. A horizontal white band cuts across the middle of the circles.

# Examen Final: Elementos Finitos I

Facundo Celasco 54094

Tema: 7	Examen Final Elementos Finitos	Fecha: 05/12/2018
Alumno: Facundo Celasco		Calificación:

Determinar la máxima carga admisible distribuida en las caras superiores ( $\sigma_{adm}=250\text{MPa}$ ,  $E=200\text{GPa}$ ,  $\nu=0.3$ ) y el estado de tensiones y deformaciones en una cercha compuesta por una viga de acero de perfil C con alivianamientos. Utilizar superelementos.





## Temas a tratar:

1. Consigna del Examen Final.
2. Concepto de Super Elemento (SE).
3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.
  - 3a. Modelado.
  - 3b. Aplicación de SE.
  - 3c. Construcción del modelo.
4. Resultados y discusión.
5. Conclusiones.
6. Mejoras de diseño y modelado.

## Hipótesis simplificativas:

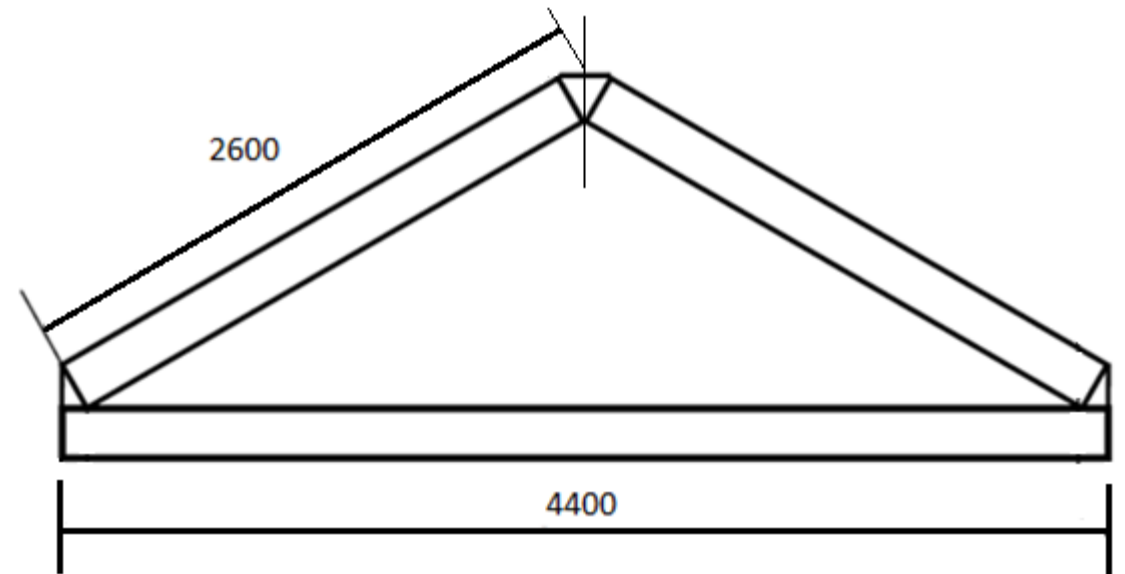
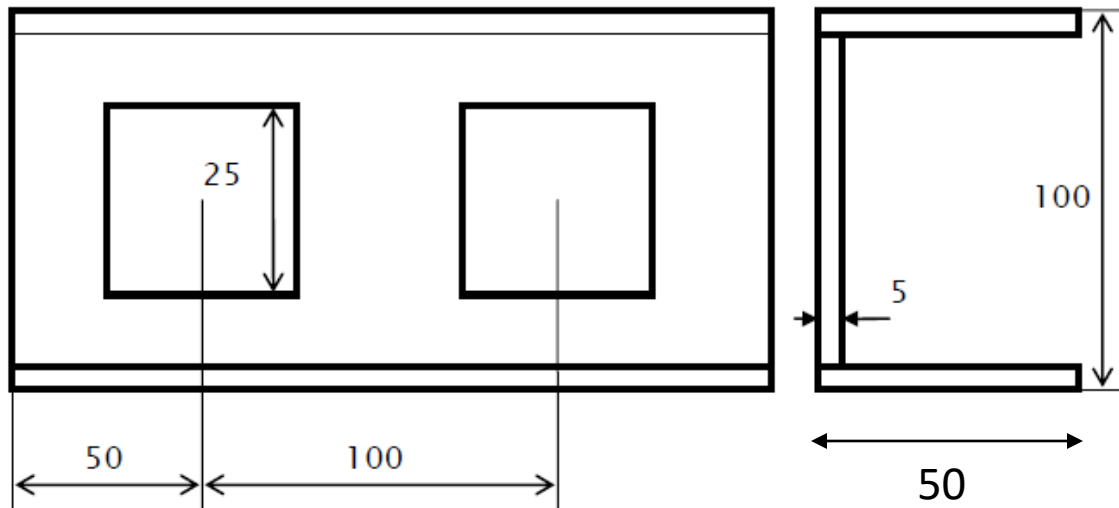


- Modelo Lineal.
- Material isótropo que cumple con la ley de Hooke.
- Pequeños desplazamientos y deformaciones.

# 1. Consigna del Examen Final.

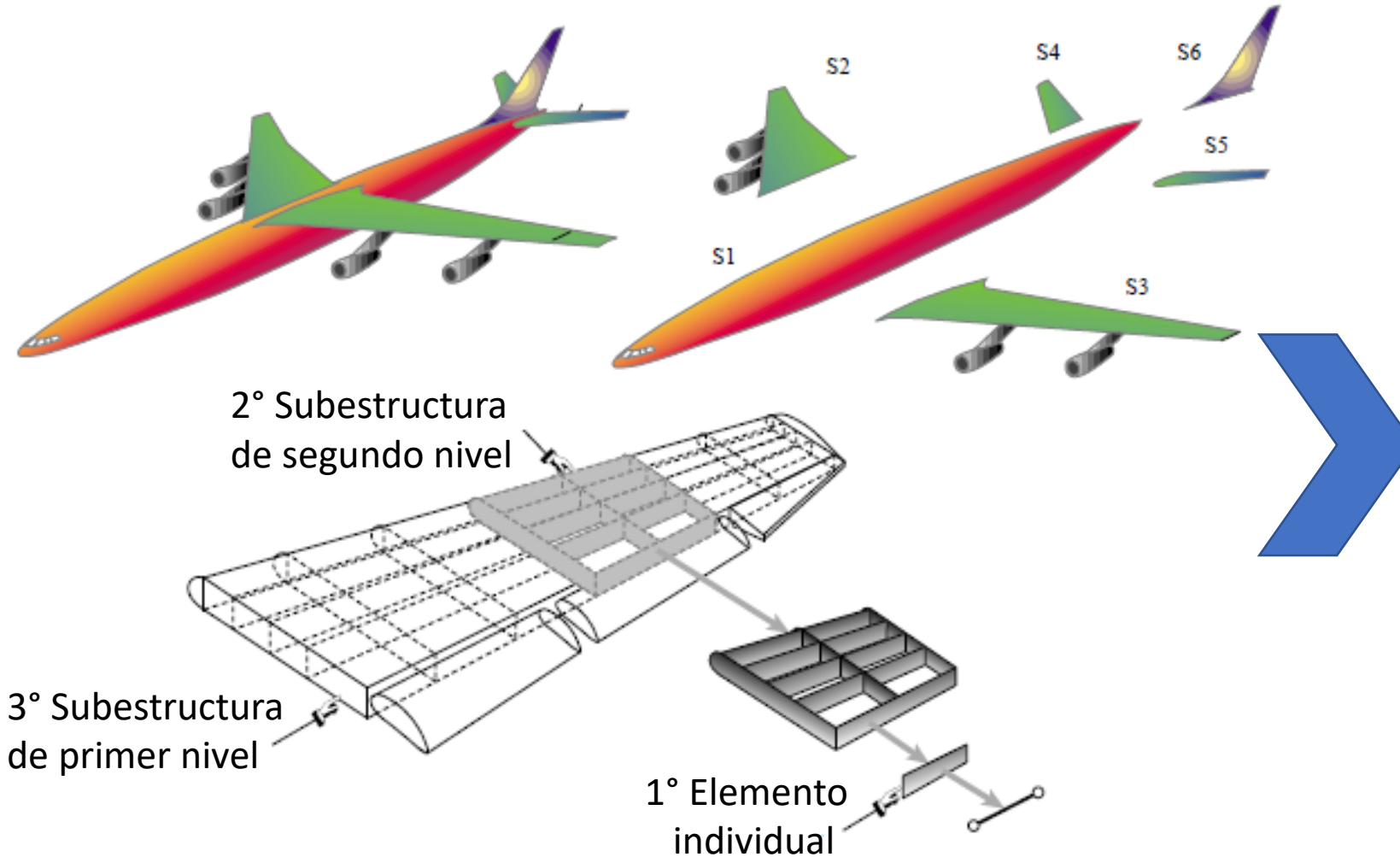
## Tema 7: Cercha compuesta.

Determinar la máxima carga admisible distribuida en las caras superiores ( $\sigma_{adm}=250\text{MPa}$ ,  $E=200\text{GPa}$ ,  $\nu=0.3$ ) y el estado de tensiones y deformaciones en una cercha compuesta por una viga de acero de perfil C con alivianamientos. Utilizar superelementos.



## 2. Concepto de Super Elemento (SE).

Es un grupo de elementos que, luego de ensamblados, pueden ser considerados como un *elemento individual* para fines computacionales.




### Motivaciones para su uso:

1. Tomar ventaja de la repetición de estructuras.
2. Reducir el tiempo de modelado (Mallado)
3. Superar limitaciones computacionales.
4. Facilitar la división del trabajo.

## 2. Concepto de Super Elemento (SE).

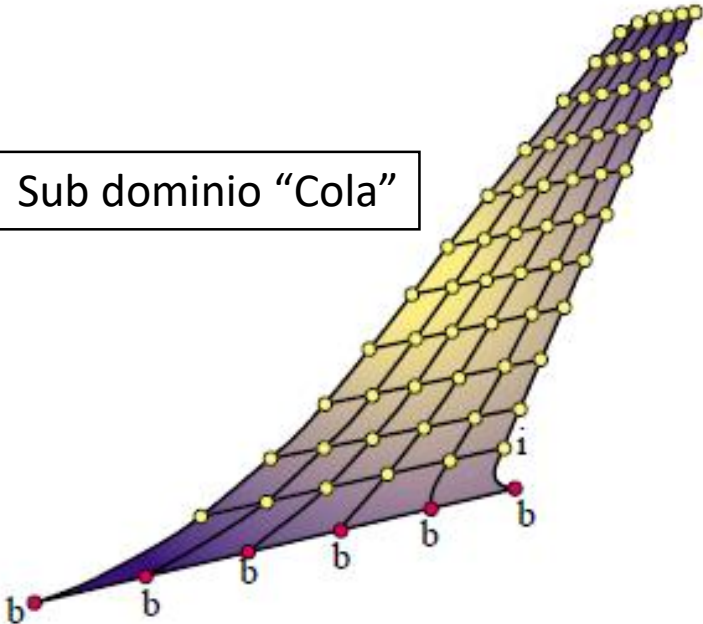
¿Qué es un super elemento, matemáticamente?

**Condensación estática:** Clasificación de DOF en dos grupos:

 Grados de libertad internos: interior dofs

 Grados de libertad externos: boundary dofs

Sub dominio “Cola”



Objetivo

**Para un problema mecánico:**

“Des hacernos” de los grados de libertad asociados a desplazamientos internos.

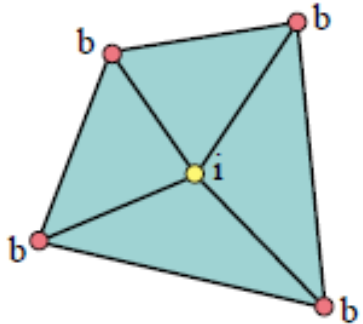


Condensación

## 2. Concepto de Super Elemento (SE).

¿Qué es un super elemento, matemáticamente?

**Método de condensación elegido:** Método de operaciones matriciales explícitas:



$$\tilde{\mathbf{K}}_{bb} \mathbf{u}_b = \tilde{\mathbf{f}}_b$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bi} \\ \mathbf{K}_{ib} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_b \\ \mathbf{f}_i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{ib} \mathbf{u}_b + \mathbf{K}_{ii} \mathbf{u}_i = \mathbf{f}_i,$$

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{K}_{ii}^{-1} (\mathbf{f}_i - \mathbf{K}_{ib} \mathbf{u}_b),$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{bb} = \mathbf{K}_{bb} - \mathbf{K}_{bi} \mathbf{K}_{ii}^{-1} \mathbf{K}_{ib},$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_b = \mathbf{f}_b - \mathbf{K}_{bi} \mathbf{K}_{ii}^{-1} \mathbf{f}_i.$$

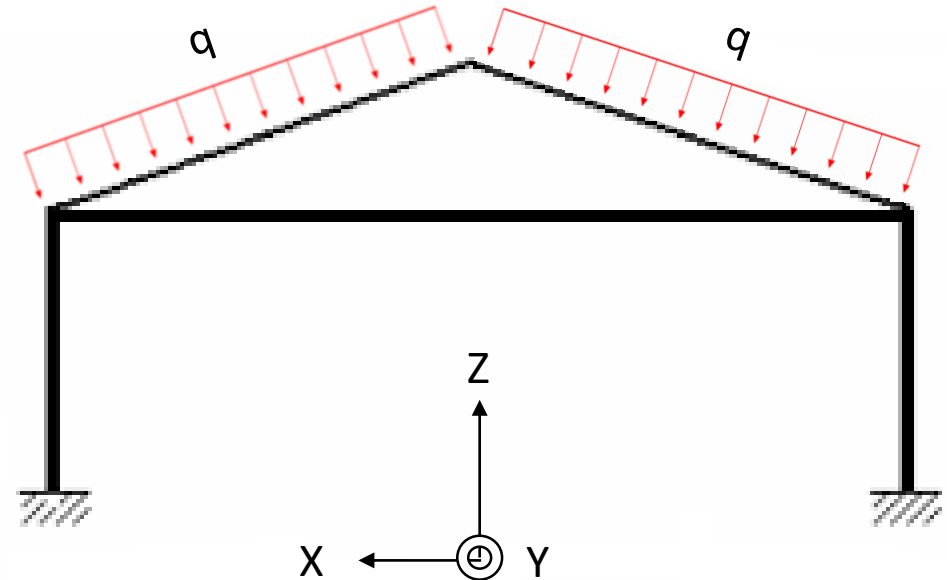
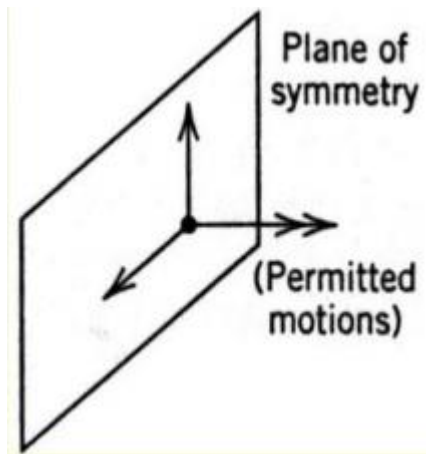
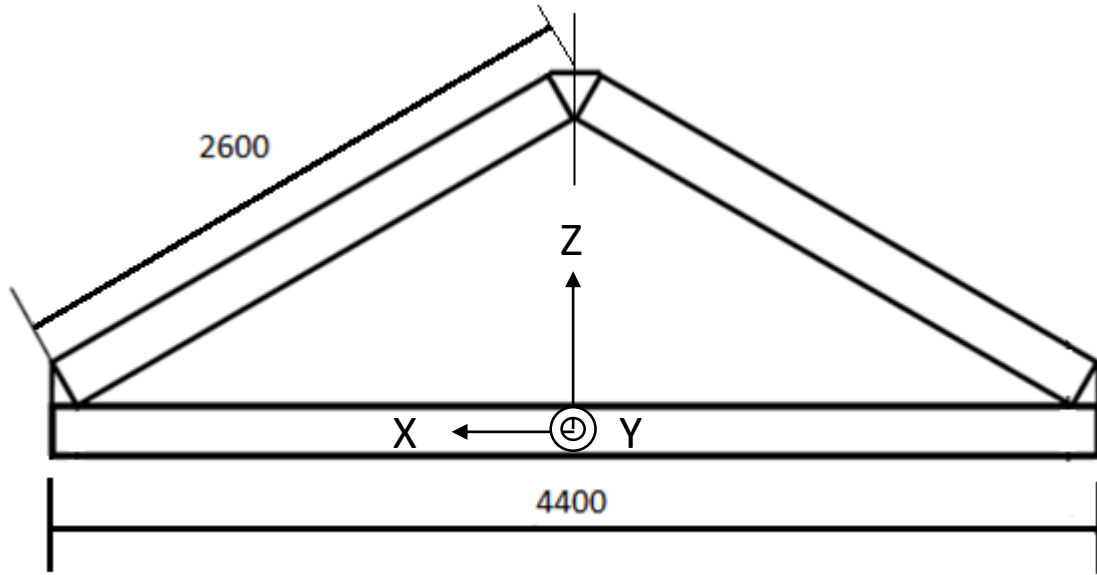
Pre requisitos matemáticos para garantizar que la condensación es válida:

- Un super elemento debe ser “**rank-sufficient**”: Esto sucede desplazamiento de “cero energía”, son modos rígidos.
- Si  $\mathbf{K}_{ii}$  es **no singular**.



### 3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

#### 3a. Modelado: **Cargas y Condiciones de borde.**

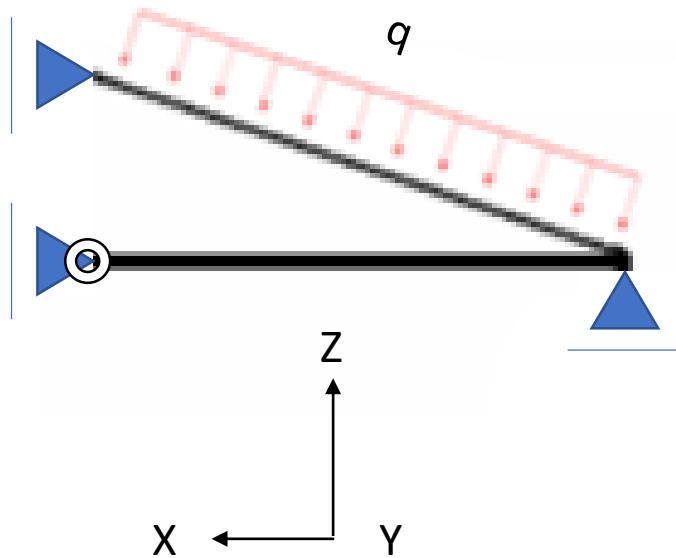


Modelo 3D

- Cercha de una estructura de un techo de galpón.

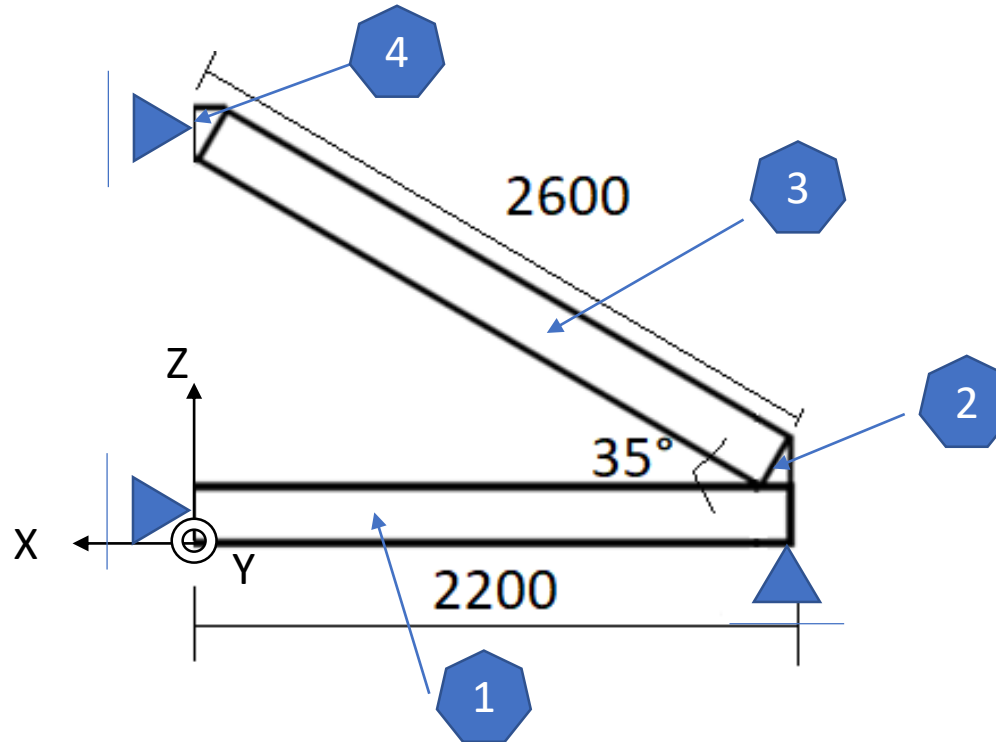
### 3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

#### 3a. Modelado: **Cargas y Condiciones de borde.**



Modelo 3D

⊙ Representa el (0,0,0).



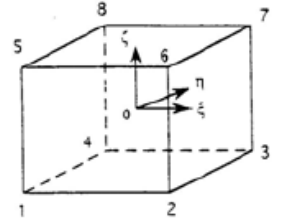
#### **Sub dominios del modelo:**

- 1- Viga inferior.
- 2- Unión.
- 3- Viga superior.
- 4- Soporte.

**Objetivo:** Realizar el modelo COMPLETO utilizando 3 tipos de malla diferentes.

#### **Sub mallas:**

- 1- Alivianamientos Lineal SE.
- 2- Unión. (Malla “común”)
- 3- Soporte. (Malla “común”)



#### **Elemento H8**

Elemento de 8 nodos con 3 dof por nodo (u,v,w)

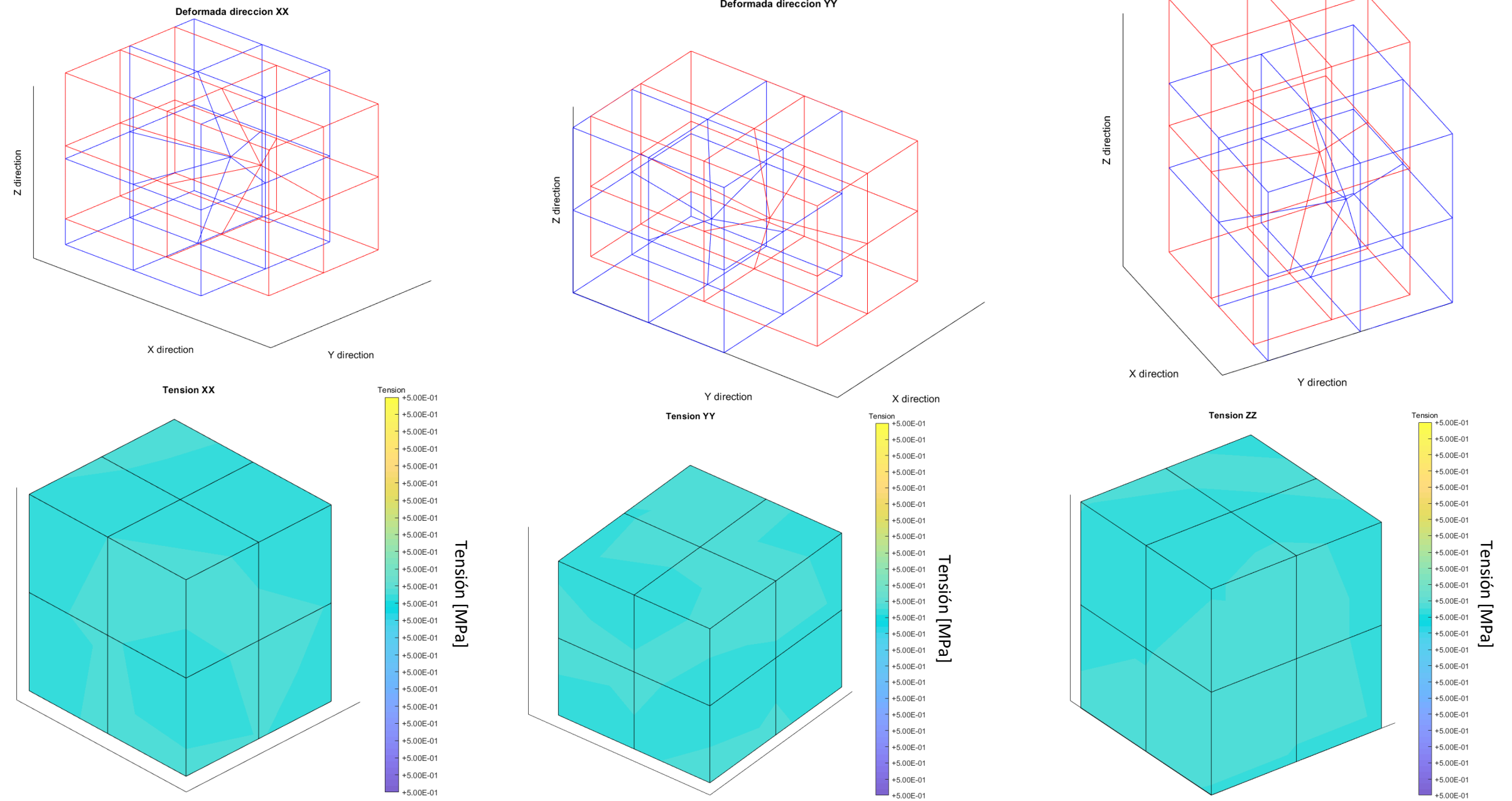
#### **Funcionalidad:**

Bilineal.

Integración por cuadratura de gauss con 8 puntos: Full.

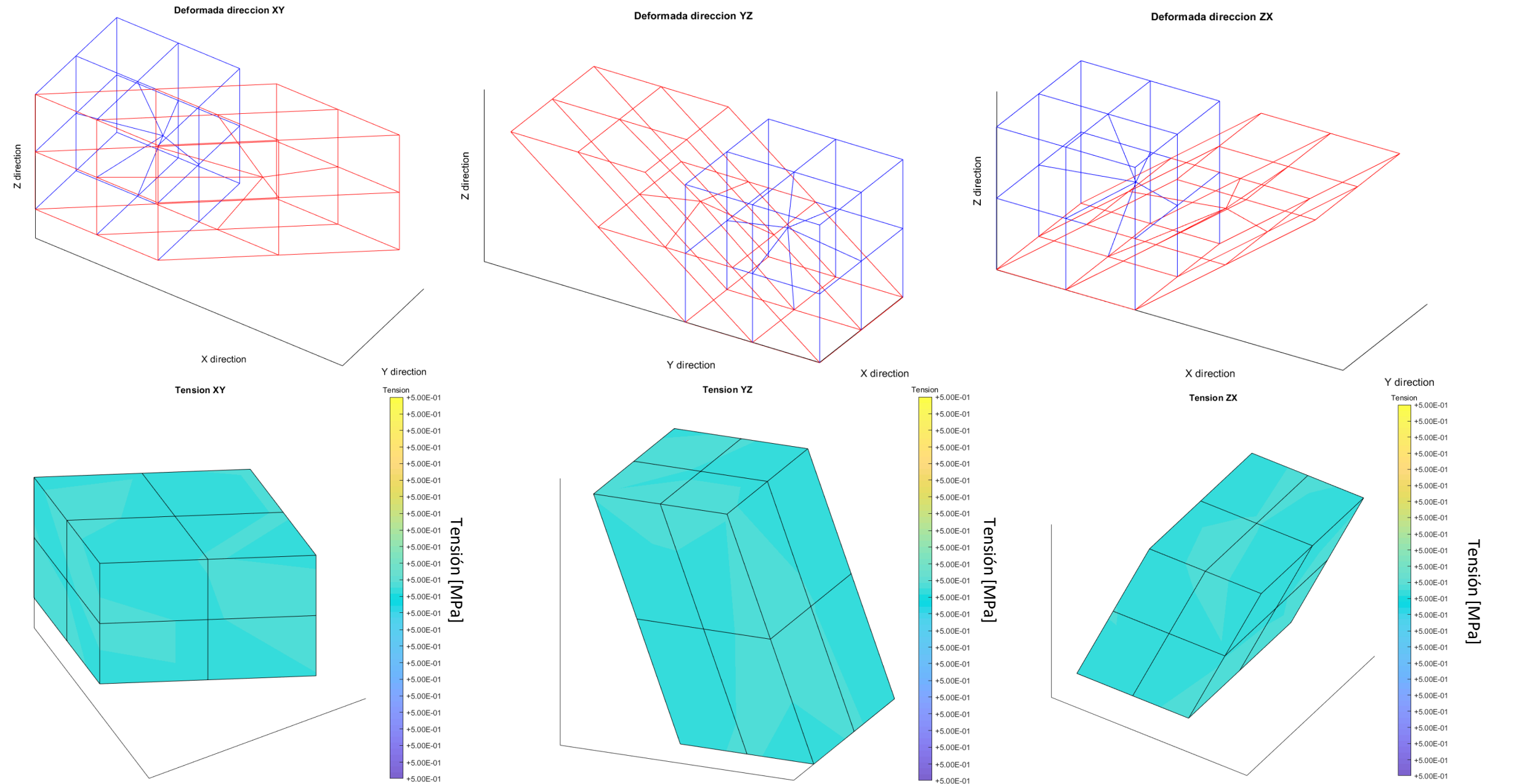
# 3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

## 3a. Modelado: Tipo de **elemento utilizado** y **Patch test**.




# 3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

## 3a. Modelado: Tipo de elemento utilizado y Patch test.




### 3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

#### 3b. Aplicación de SE: 1- Alivianamientos Lineales SE.

 Dofs interior:

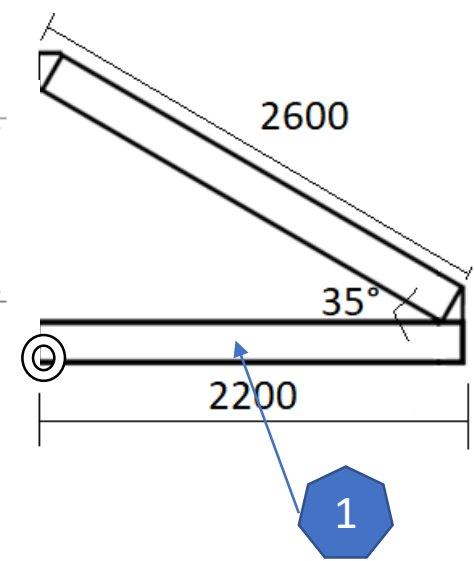
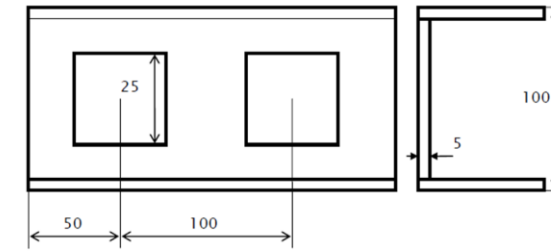
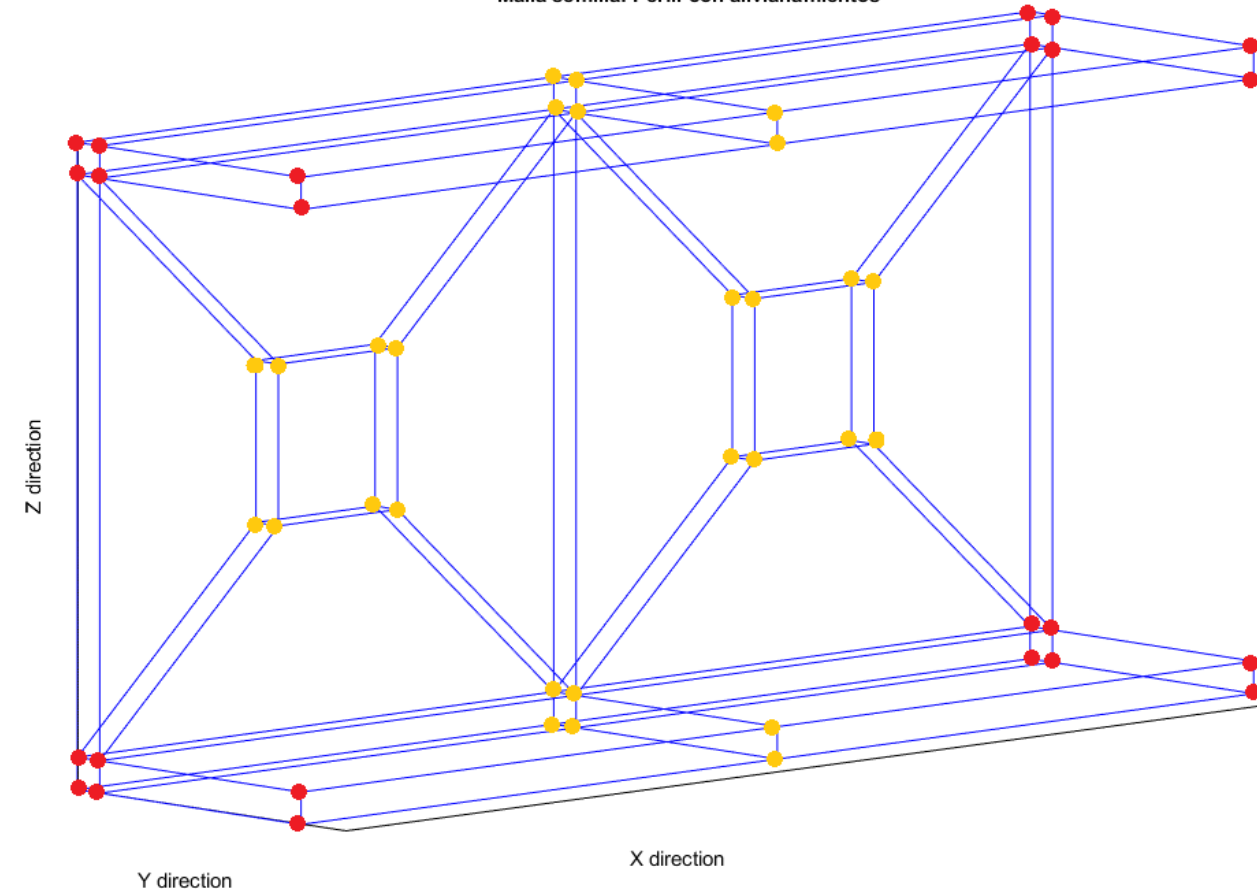
$$3 \times 28 = \mathbf{84}$$

$$\text{Dofs Totales } 84 + 72 = \mathbf{156}$$

 Dofs boundary:

$$3 \times 24 = \mathbf{72}$$

Malla semilla: Perfil con alivianamientos



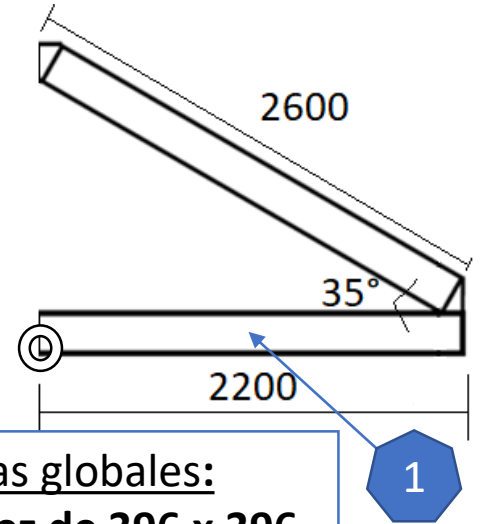
$$\tilde{\mathbf{K}}_{bb} = \mathbf{K}_{bb} - \mathbf{K}_{bi} \mathbf{K}_{ii}^{-1} \mathbf{K}_{ib}$$

- Se realiza la integración de la K completa **una sola vez**, condensando Kbb una sola vez:
- Tiempo de obtención de K: 0.027 [s]**
- Condensado: 0.044 [s]**
- Se **reducen** considerablemente la cantidad de **Dof** involucrados en la resolución.
- El “Mallado” se reduce a un **simple ciclo** de ensamble de Kbb condensadas: **Propagación**.
- Tener en cuenta **ordenamiento de dofs** de ambas caras.

### 3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

#### 3b. Aplicación de SE: 1- Alivianamientos Lineales SE.

1. Tomar ventaja de la repetición de estructuras.
2. Reducir el tiempo de modelado (Mallado)
3. Superar limitaciones computacionales.

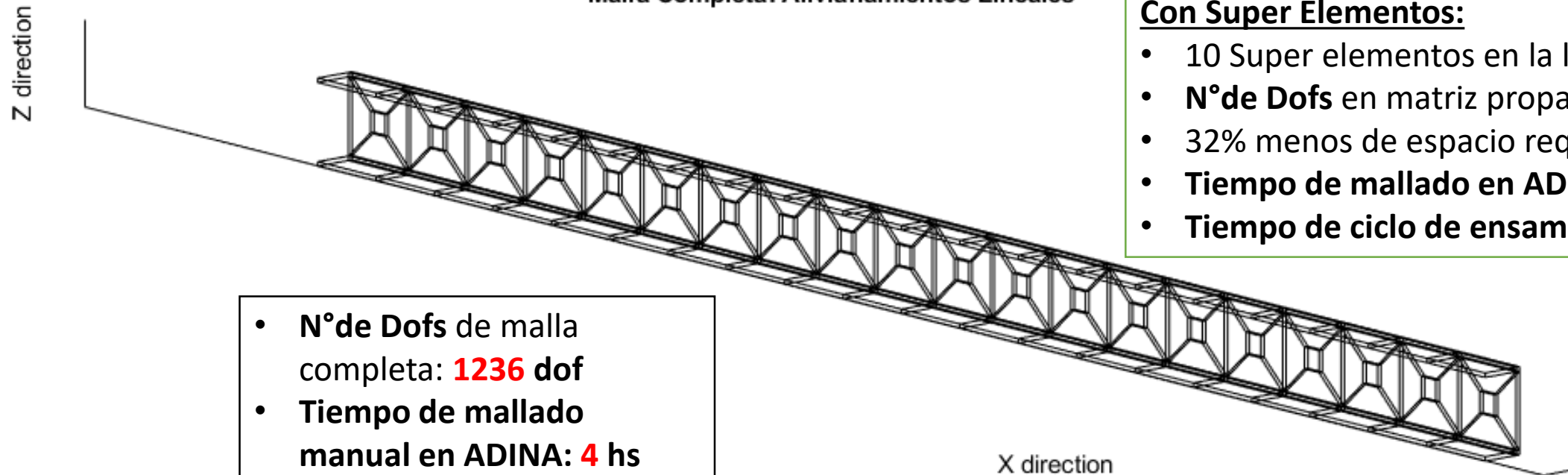


Obtengo en coordenadas globales:  
Klineal – Matriz de rigidez de 396 x 396

#### Con Super Elementos:

- 10 Super elementos en la longitud.
- N°de Dofs en matriz propagada de SE: **396 dof**
- 32% menos de espacio requerido.
- Tiempo de mallado en ADINA: **1 hs.**
- Tiempo de ciclo de ensamble global: **0.005 [s].**

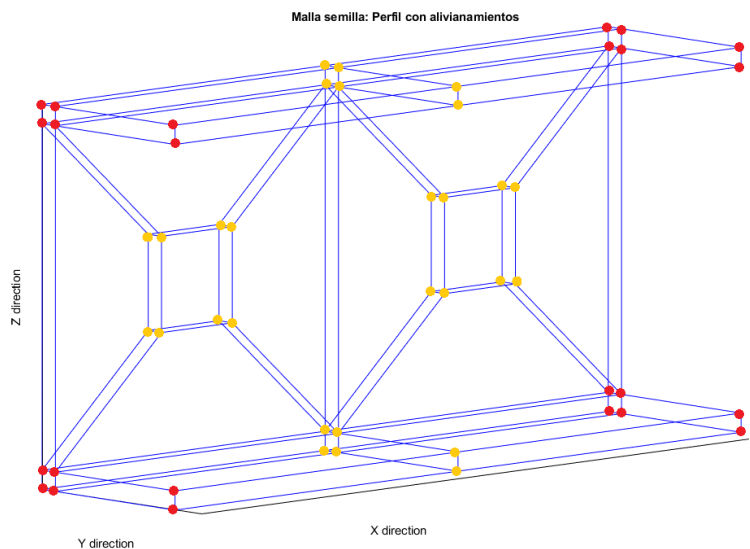
Malla Completa: Alivianamientos Lineales



- N°de Dofs de malla completa: **1236 dof**
- Tiempo de mallado manual en ADINA: **4 hs**

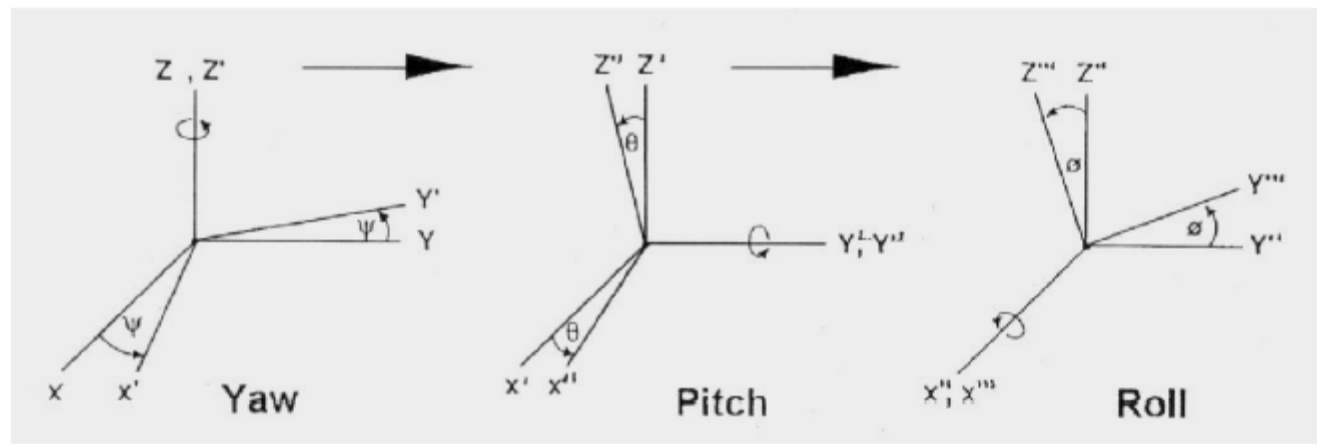
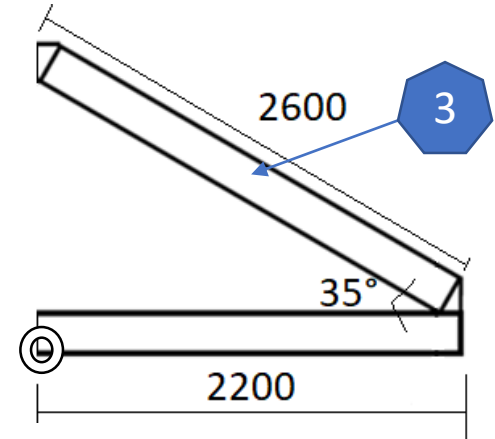
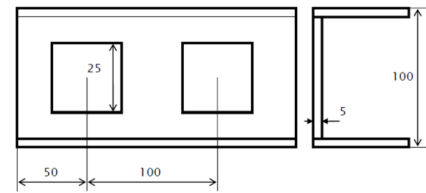
3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

3b. Aplicación de SE: **3- Alivianamientos Rotados SE.**



$$\tilde{K}_{bb} = K_{bb} - K_{bi} K_{ii}^{-1} K_{ib}$$

- Se toma la misma Kbb previamente condensada y se rota: **Krotada. (Pitch)**
- Luego se ensambla en un ciclo de propagación. (Igual que el anterior.)



Euler-angle rotation sequence [Brown]

Pitch:

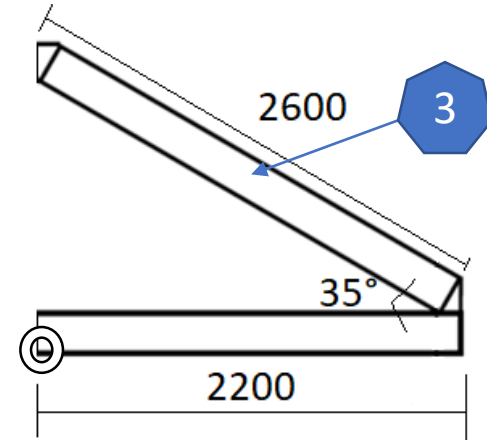
$$R_Y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} = R_2$$

$$\text{Krotada} = T' * K_{bb} * T$$



### 3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

#### 3b. Aplicación de SE: 3- Alivianamientos Rotados SE.

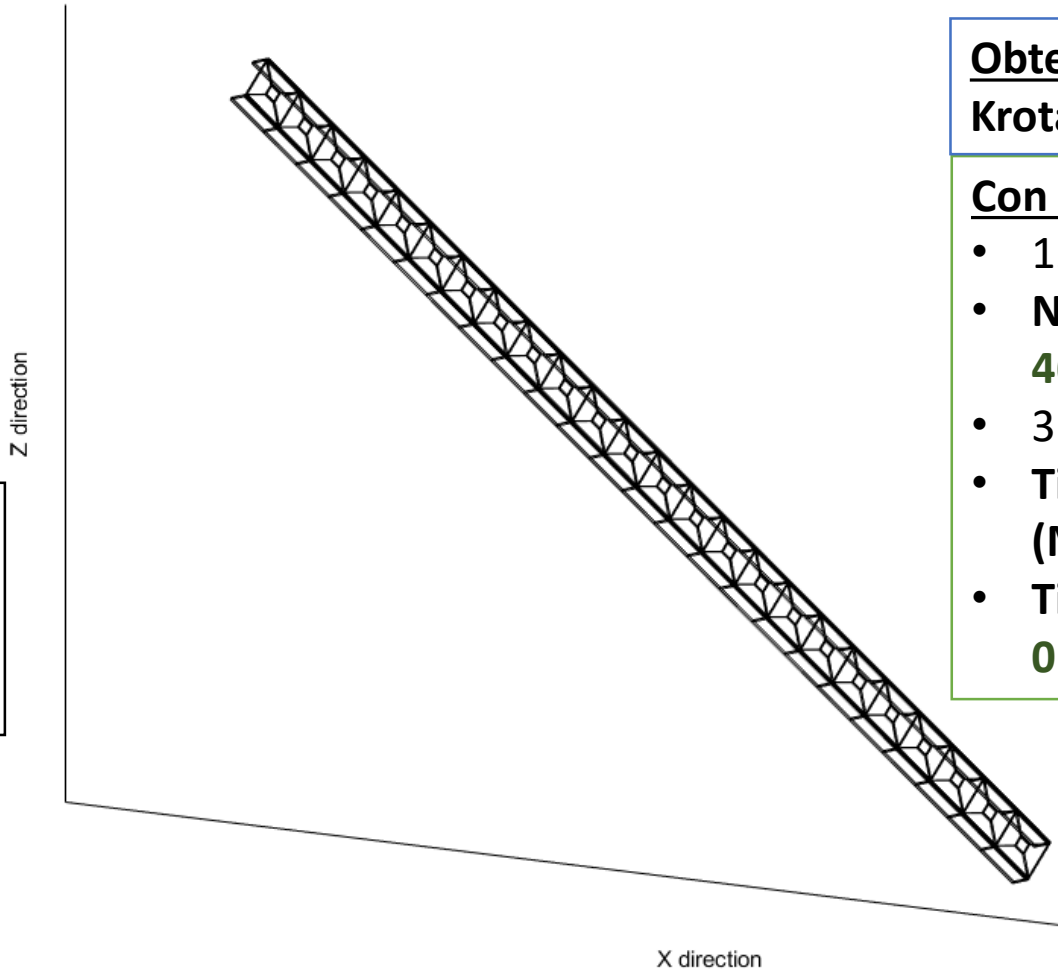


1. Tomar ventaja de la repetición de estructuras.

2. Reducir el tiempo de modelado (Mallado)

3. Superar limitaciones computacionales.

Malla completa: Sección superior



- N°de Dofs de malla completa: **1476 dof**
- Tiempo de mallado manual en ADINA: **3 hs**

**Obtengo en coordenadas globales:**  
**Krotada - Matriz de rigidez de 468 x 468**

#### **Con Super Elementos:**

- 12 Super elementos en la longitud.
- N°de Dofs en matriz propagada de SE: **468 dof**
- 31% menos de espacio requerido.
- Tiempo de mallado en ADINA: **0 hs** (Malla semilla re utilizada)
- Tiempo de ciclo de ensamble global: **0.004 [s]**.

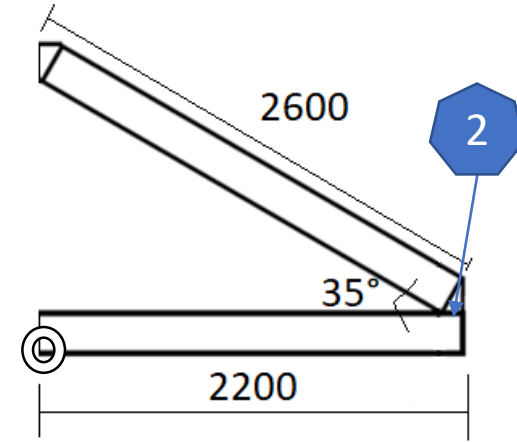
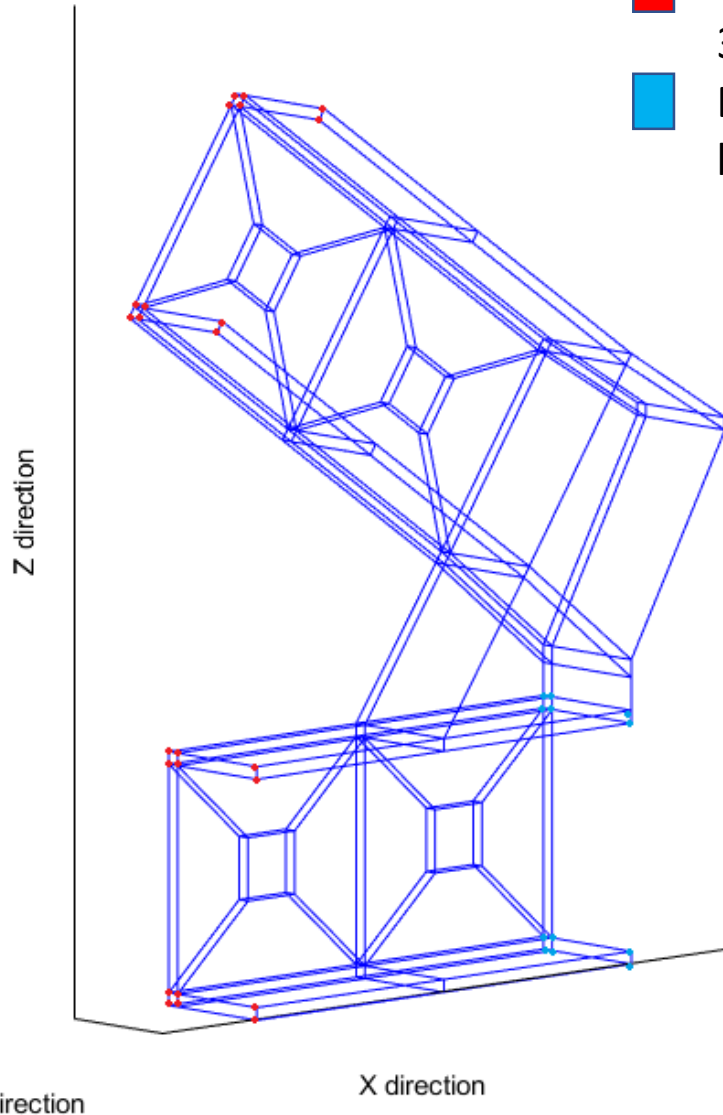


### 3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

#### 3c. Construcción del modelo: **2 – Unión de la cercha.**

Malla: Unión

- Dofs de conexión:  
 $3 \times 24 = \mathbf{72}$
- Dofs de condiciones de  
borde:  $3 \times 24 = \mathbf{72}$



Obtengo en coordenadas globales:  
**KUnion - Matriz de rigidez de 468 x 468**

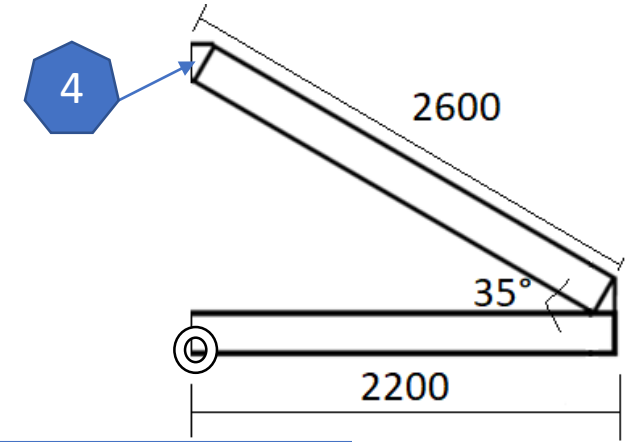
Malla de elementos H8 tradicional:

- 40 Elementos H8.
- N°de Dofs: **348** dof
- Tiempo de mallado en ADINA: **30** min. (Parte de la malla reutilizada)
- Tiempo de ciclo de ensamble global: **0.07** [s].

- Hay que **re ordenar la matriz de rigidez** para contar con el ordenamiento correcto de los dofs de conexión y condiciones de borde.

### 3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

#### 3c. Construcción del modelo: 4 – Soporte de la cercha.



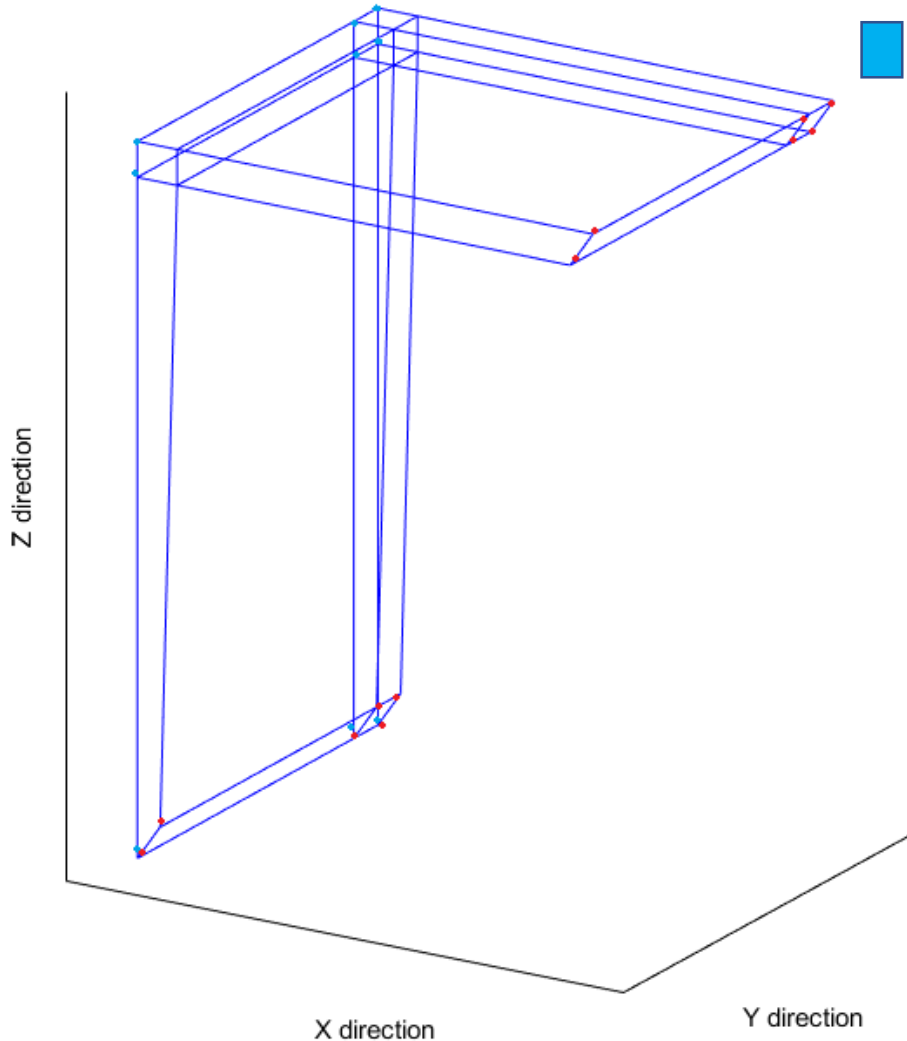
Malla: Soporte



Dofs de conexión:  
 $3 \times 24 = 72$



Dofs de condiciones de  
borde:  $3 \times 9 = 27$



Obtengo en coordenadas globales:  
**KSoporte - Matriz de rigidez de  $72 \times 72$**

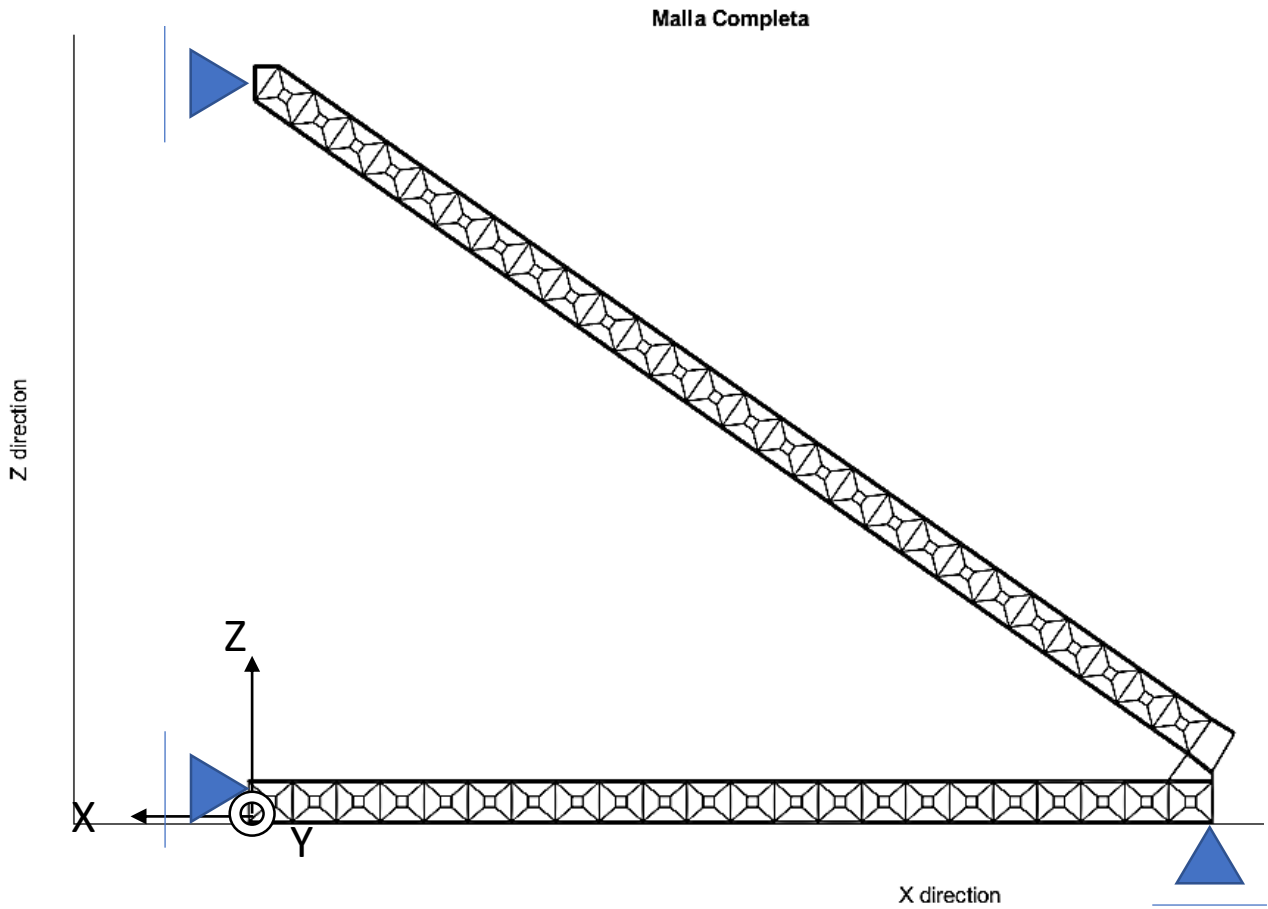
Malla de elementos H8 tradicional:

- 6 Elementos H8.
- N°de Dofs: **72** dof
- Tiempo de mallado en ADINA: **15** min. (Parte de la malla reutilizada)
- Tiempo de ciclo de ensamble global: **0.01** [s].

- Hay que **re ordenar la matriz de rigidez** para contar con el ordenamiento correcto de los dofs de conexión y condiciones de borde.

3. Modelado y construcción del modelo aplicando el concepto de SE.

3c. Construcción del modelo: **Malla completa**



INCLUIR TABLA CON LA SUMA DE TODOS LOS TIEMPOS DE MALLADO, CONDENSACION Y PROPAGACION MAS LOS DE ENSAMBLE DE LAS MALLAS COMUNES, Y COMPARAR LA CANTIDAD DE DOFS DE LA K MAPEADA GLOBAL CON LA K ENTERA Y EL TIEMPO DE MALLADO COMPLETO DE LA CERCHA EN ADINA