

Algoritmi e Strutture Dati 2023-24

(M. Benerecetti)

Indice

1	Algoritmo di Conteggio	2
---	------------------------	---

1 Algoritmo di Conteggio

Descrivere un algoritmo che accetta come input un intero $N \geq 1$ e produce in output il numero di coppie ordinate $i, j \in \mathbb{N} \quad (i, j) : 1 \leq i \leq j \leq N$

Esempio:

- Input: $N=4$
- Output: 10 $\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,4)\}$

```
1 Conta(N):  
2   ris = 0;  
3   for i=1 to N do  
4       for j=1 to N do  
5           if i<=j then  
6               ris = ris+1  
7   return ris
```

Andiamo a definire per ogni riga un costo:

- 2) Assegnamento costante, 1 operazione elementare
- 3) Al primo giro: Assegnamento + confronto (2 operazioni elementari), successivi giri: Incremento+confronto (2 operazioni elementari)
- 4) idem 3
- 5) 2 letture + confronto (3 operazioni elementari)
- 6) lettura+scrittura+assegnamento (3 operazioni elementari)
- 7) 1 operazione elementare

Ognuna di queste operazioni (righe) vengono eseguite più di una volta, quindi il costo sarà maggiore, andiamo ad esprimerlo:

- 2) Costo = 1 (fuori dal ciclo)
- 3) La testa viene eseguita $n + 1$ volte poiché abbiamo anche l'ultima operazione per uscire dal ciclo, quindi Costo = $2 * (n + 1) = 2 * \sum_{i=1}^{N+1} 1$
- 4) Questo for verrà ripetuto N volte poiché il corpo del for viene eseguito N volte, quindi il suo costo sarà:

$$\underbrace{2}_{\text{costo dell'operazione}} * \underbrace{\sum_{i=1}^N}_{\text{for esterno}} \underbrace{\sum_{j=1}^{N+1} 1}_{\text{for interno}}$$

- 5) L'if stando in entrambi i for avrà un costo di: $3 * \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N+1} 1$
- 6) lettura+scrittura+assegnamento (3 operazioni elementari)
- 7) 1 operazione elementare