

Calcolo delle probabilità e Statistica 2022-23 (A. Buonocore)

Indice

1	Lezione 01 - 06/03/2023	2
1.1	Il Gioco della Zara con 2 Dadi	2

1 Lezione 01 - 06/03/2023

1.1 Il Gioco della Zara con 2 Dadi

Prevede l'utilizzo di due dadi (nel gioco originale tre), a turno ogni giocatore chiama un numero e lancia i dadi.

Se la somma dei dadi è pari al numero scelto si vince.

2 dadi onesti danno luogo a 2 punteggi da 1 a 6: P_1, P_2 .

Possiamo rappresentare graficamente le coppie di tutti i possibili casi:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	$\xrightarrow{Z_2}$	2	3	4	5	6	7
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)		3	4	5	6	7	8
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)		4	5	6	7	8	9
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)		5	6	7	8	9	10
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)		6	7	8	9	10	11
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)		7	8	9	10	11	12

Possiamo notare che coppie possibili sono 36, poiché ogni dado ha 6 faccie, quindi $6^2 = 6 * 6 = 36$ possibili risultati.

Espriamo il "Lanciare i dadi" come ξ (e tondo) cioè **ESPERIMENTO ALEATORIO**.

L'insieme dei possibili risultati di ξ si può esprimere così:

$$\Omega = \{(i, j) : i, j = 1, 2, \dots, 6\} = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)\}$$

Questo insieme Ω (omega) prende il nome di **SPAZIO CAMPIONE**.

La coppia $(i, j) \in \Omega$ è chiamato **PUNTO CAMPIONE**.

Per ogni esper. ale. ξ bisogna prendere una **FAMIGLIA DI EVENTI**:

$$(f \text{ tondo}) \mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$$

In questo caso tutti i possibili sottoinsiemi cioè l'insieme delle parti dello spazio campione.

Z_2^1 (Zara due) è una funzione che preso un punto campione restituisce la somma delle ordinate, è definita nel seguente modo:

$$Z_2 : \Omega \rightarrow \mathcal{R}$$

(tutte le funzioni finiscono sempre in \mathcal{R})

Come si può facilmente notare i risultati possibili sono compresi tra 2 e 12 (inclusi).

Possiamo formalizzarlo nel seguente modo:

$$S_{Z_2} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

Questo insieme S_{Z_2} prende il nome di **SPETTRO**.

La possibilità di trovare un numero non appartenente a questo insieme è nulla.

¹Il pedice 2 sta ad indicare che stiamo considerando due dadi, è utile per distinguerlo da un eventuale Z_3 , ma può essere anche omesso.

Per calcolare la probabilità ci basta mettere a rapporto i seguenti dati:

$$\frac{\#^2 \text{OCCORRENZE DI } N}{\# \text{ SPAZIO CAMPIONE}} = \frac{\#Z_2^{-1}(\{N\})}{\#\Omega}$$

Poniamo che voglia sapere la probabilità che la somma dei 2 dadi faccia 4, allora diremo che la **LA PROBABILITÀ DELL'EVENTO**:

$$\mathcal{P}(Z = 4) = \frac{\#Z_2^{-1}(\{4\})}{\#\Omega} = \frac{\#\{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}}{\#\Omega} = \frac{3}{36}$$

(l'antimmagine finisce sempre in $\mathcal{P}(\Omega)$ e mai in Ω)

Possiamo notare che il numero con la più alta probabilità è il 7, poiché figura sei volte, quindi $\frac{6}{36}$.

Possiamo rappresentare la probabilità di ogni numero dello spettro:

$$\mathcal{P}(Z = 2) = \frac{1}{36} = \mathcal{P}(Z = 12)$$

$$\mathcal{P}(Z = 3) = \frac{2}{36} = \mathcal{P}(Z = 11)$$

$$\mathcal{P}(Z = 4) = \frac{3}{36} = \mathcal{P}(Z = 10)$$

$$\mathcal{P}(Z = 5) = \frac{4}{36} = \mathcal{P}(Z = 9)$$

$$\mathcal{P}(Z = 6) = \frac{5}{36} = \mathcal{P}(Z = 8)$$

$$\mathcal{P}(Z = 7) = \frac{6}{36}$$

Inoltre possiamo notare che a parte la diagonale secondaria, la matrice è speculare, cioè ogni numero opposto ha la stessa probabilità di uscire.

Possiamo verificare che la probabilità che esca un numero pari è uguale ai dispari:

$$Pari = 2 * \left(\frac{1}{36}\right) + 2 * \left(\frac{3}{36}\right) + 2 * \left(\frac{5}{36}\right) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$Dispari = 2 * \left(\frac{2}{36}\right) + 2 * \left(\frac{4}{36}\right) + 1 * \left(\frac{6}{36}\right) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

Possiamo affermare che, ogni probabilità è compresa tra 0 e 1 e che la probabilità dello spazio campione è **sempre** uguale 1 (condizione di normalizzazione), cioè la somma delle probabilità di tutti i valori dello spettro dello spazio campione (Ω) deve essere uguale a 1.

²# indica la cardanaltà, è usato come sostituto di ||