

商管程式設計 (107-2)

第一次期中考

題目設計：孔令傑

國立臺灣大學資訊管理學系

請至 PDOGS (<http://pdogs.ntu.im/judge/>) 為每一題各上傳一份 Python 3.5 原始碼 (以複製貼上原始碼的方式上傳)。每位學生都要上傳自己寫的解答。不接受紙本繳交；不接受遲交。**作弊被確認者，整門課的成績將直接被評定為 F，沒有第二種可能 (也不能停修)。**

所有的分數都根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會直譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。一筆測試資料佔 2 分。在所有的題目中，你都可以使用任何方法 (包括課堂上沒教過的)。這次考試的截止時間是 **3 月 25 日下午 12 點 10 分**。

注意：因為一些不明原因，在 PDOGS 上使用 list 的 `split(' ')`，可能會被錯誤地執行而達不到應有的效果。因此在這次考試中，如果有必要，請使用 `split()` 而不要用 `split(' ')`。

第一題

(20 分) 給定 n 個數字，如果 $n = 1$ ，請印出該數字的平方；如果 n 是偶數，請印出這些數字中第 $\frac{n}{2}$ 個被給定的；如果 n 是 1 以外的奇數，請印出 0。

系統會提供一共 10 組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中會有一行，含有 n 個整數 x_1, x_2 直到 x_n 。任兩個數字之間被一個逗點隔開。已知 $1 \leq n \leq 100, 0 \leq x_i \leq 10000$ 。讀入這些數字後，請根據題意輸出一個整數。舉例來說，如果輸入是

4

則輸出應該是

16

如果輸入是

9,3,5,2,4,7

則輸出應該是

5

如果輸入是

9,3,5,2,4,7,3

則輸出應該是

0

第二題

(20 分) 有一張邊長為 a 公分的紙，而你現在想要如圖 1 所示，把它的四個角各裁掉一塊邊長為 d 公分的小正方形，讓你可以把裁過的紙折成如圖 2 的盒子。舉例來說，如果 $a = 10$ 而 $d = 2$ ，則此盒子的容積為 $(10 - 4)^2 \times 2 = 72$ 立方公分。請求出能最大化盒子容積 $(a - 2d)^2 d$ 的整數長度 d (以公分為單位)，以及其對應到的容積 (以立方公分為單位)，如果有多個整數都能最大化容積，則選擇這些整數中最大者。

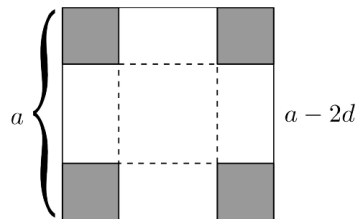


圖 1: 一張紙裁掉四個角

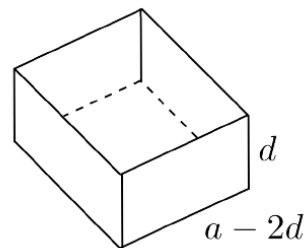


圖 2: 折起來的盒子

系統會提供一共 10 組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中都含有一個整數 a 。已知 $3 \leq a \leq 10000$ 。讀入這個數字後，請依照題意求取能最大化容積的長度 d ，先輸出該長度，接著輸出一個空白字元，接著輸出該最大容積。舉例來說，如果輸入是

60

則輸出應該是

10 16000

提示：建議不要費心推導，把所有可能要測的整數都測一遍即可。

第三題

(20 分) 給定 n 個整數 x_1, x_2 直到 x_n ，請兩兩一對做檢查，看看是否兩者的和是一個完全平方數，最後印出共有幾對整數滿足此條件。舉例來說，若給定四個數字 1、5、7、12，則兩兩一對的和分別是 6、8、13、12、17、19，沒有任何一對的和是完全平方數；若給定四個數字 2、4、7、12，則兩兩一對的和分別是 6、9、14、11、16、19，有兩對的和是完全平方數 ($2 + 7 = 9$ 和 $4 + 12 = 16$)。

系統會提供一共 10 組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中會有一行，含有 n 個整數 x_1, x_2 直到 x_n 。任兩個數字之間被一個逗點隔開。已知 $1 \leq n \leq 100$ 、 $0 \leq x_i \leq 1000$ 。讀入這些數字後，請依照題意求取兩兩一對的和為完全平方數的對數。舉例來說，如果輸入是

1,7,12,5

則輸出應該是

0

如果輸入是

2,4,7,12

則輸出應該是

2

第四題

(20 分) 給定一個 $n \times n$ 的整數矩陣 A ，請檢查有多少組 (i, j) 滿足 $A_{ij} = A_{ji}$ 且 $i < j$ 。舉例來說，假設

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 9 \\ 7 & 2 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

則 $(i, j) = (1, 3)$ 、 $(1, 4)$ 、 $(2, 3)$ 與 $(3, 4)$ 均滿足條件。請印出所有滿足條件的 (i, j) ，印出順序是讓 j 由小而大， j 相同則讓 i 由小而大。

系統會提供一共 10 組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中會有 $n + 1$ 行，第一行含有一個整數 n ，第二行起的第 $i + 1$ 行含有 n 個整數 $A_{i,1}$ 、 $A_{i,2}$ 直到 $A_{i,n}$ 。任兩個數字之間被一個逗點隔開。已知 $1 \leq n \leq 100$ 、 $0 \leq A_{ij} \leq 1000$ 。讀入這些數字後，請依照題意與指定順序印出所有滿足條件的 (i, j) ，一行印出一組，先印 i 再印一個空白字元再印 j 。如果完全沒有任何一組 (i, j) 滿足條件，則印出一個 -1 。舉例來說，如果輸入是

```
2
1,3
2,4
```

則輸出應該是

```
-1
```

如果輸入是

```
5
1,3,5,7,2
2,4,6,8,3
5,6,7,9,5
7,2,9,0,4
2,1,5,3,9
```

則輸出應該是

```
1 3
2 3
1 4
3 4
1 5
3 5
```

第五題

(20 分) 給定 n 個城市，如果兩個城市 i 與 j 中間有一條路，我們可以計算其距離 d_{ij} (本題中單位均為公里)。若 i 跟 j 中間沒有一條直接連通的路，我們就把 d_{ij} 設成 -1 。假設兩個城市之間只有最多一條直接連通的路，且由 i 到 j 的距離就相等於由 j 到 i 的距離，則當我們收集了所有 d_{ij} 並且放進一個矩陣 D ， D 這個 $n \times n$ 的矩陣就能表現所有城市間的距離關係。以圖 3 為例，這七個城市的距離關係可以被表示為

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 6 & 9 & 8 & 7 & -1 & -1 \\ 6 & -1 & 2 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 9 & 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & 7 \\ 8 & -1 & 6 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 7 & -1 & -1 & -1 & -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 5 & -1 & 4 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & -1 & 4 & -1 \end{bmatrix}。$$

顯然地 D 會是一個對稱矩陣，也就是右上半跟左下半會互為鏡射，或更精確地說，對所有的 i 與 j 都有 $D_{ij} = D_{ji}$ 。

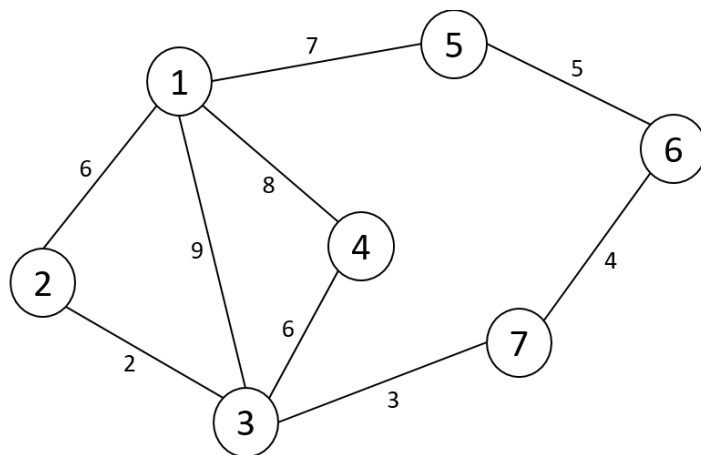


圖 3: 城市間的距離關係

在這樣的地圖上，如果 d_{v_1, v_2} 、 d_{v_2, v_3} 直到 d_{v_{k-1}, v_k} 都是正的，表示這些路段都存在，那我們就說 (v_1, v_2, \dots, v_k) 是一條存在的路徑。舉例來說，在圖 3 中 $(1, 3, 7, 6)$ 是存在的路徑， $(1, 5, 4, 3)$ 則不存在。針對存在的路徑，其路徑長即為各路段的距離總和；針對不存在的路徑，我們說他的路徑長是 -1 。給定一個距離矩陣 D 以及 m 條路徑，請依照給定路徑的順序，逐一印出其路徑長。

系統會提供一共 10 組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中會有 $n + m + 1$ 行，第一行含有兩個整數 n 與 m ，第二行至第 $n + 1$ 行的第 $i + 1$ 行含有 n 個整數 $D_{i,1}$ 、 $D_{i,2}$ 直到 $A_{i,n}$ 。第 $n + 2$ 行至地 $n + m + 1$ 行的每一行含有若干個介於 1 到 n 之間的整數，每個整數代表一個城市的編號，整行合併代表一個路徑。任兩個數字之間被一個逗點隔開。已知 $1 \leq n \leq 100$ 、 $1 \leq m \leq 10$ 、 $-1 \leq D_{ij} \leq 1000$ 、 $D_{ij} \neq 0$ 、每個路徑中的城市都不會重複、每個路徑都有至少兩個城市編號。

讀入這些數字後，請由地 $n + 2$ 行給定的路徑開始，逐一印出每個路徑的路徑長，任兩個路徑長中間用一個逗點隔開。舉例來說，如果輸入是

7,3

-1,6,9,8,7,-1,-1

6,-1,2,-1,-1,-1,-1

9,2,-1,-1,-1,-1,7

8,-1,6,-1,-1,-1,-1

7,-1,-1,-1,-1,5,-1

-1,-1,-1,-1,5,-1,4

-1,-1,3,-1,-1,4,-1

1,3,7,6

1,5,4,3

6,7,3,2,1,5

則輸出應該是

20,-1,22