Université d'Oran 1 **Licence : 3^e année SI** **Module : PL** **2016/2017**

Mini-projet

Exercice 1 – Problème d'horaire de personnel

Nous souhaitons établir un horaire quotidien, sachant que chaque jour est divisé en périodes et en supposant que nous avons pu estimer un nombre minimum d'employés devant être affecté durant chaque période. Chaque jour est divisé en quarts de travail de 8 heures. Plusieurs quarts partagent une même période, mais chaque quart exige un salaire particulier. Nous souhaitons savoir combien d'employés doit-on affecter à chaque quart de travail de façon à minimiser le total des salaires versés, en respectant le nombre minimum d'employés pour chaque période. Les données du problème sont données dans la Table 1.

		Jour (j)					
	Périodes	Quart 1	Quart 2	Quart 3	Quart 4	Quart 5	**Minimum employés**
Jour (j)	6–8	X					48
	8–10	X	X				79
	10–12	X	X				65
	12–14	X	X	X			87
	14–16		X	X			64
	16–18			X	X		73
	18–20			X	X		82
	20–22				X		43
	22–24				X	X	52
	00–06					X	15
	Salaires	170	160	175	180	195	

Table 1: données du problème d'horaire de personnel

Comme variables, nous pouvons choisir x_j comme le nombre d'employés affectés au quart j.
Pour chaque période, le nombre d'employés affectés aux différents quarts doit couvrir le minimum d'employés requis pour cette période. Par exemple, pour la période de 14h à 16h, nous aurons:

$$x_2 + x_3 \geq 64$$

1. Donner le programme linéaire (PL) résultant.
2. Donner le modèle AMPL associé à (PL).
3. Résoudre ce problème avec le solveur CPLEX et afficher la solution optimale.

Exercice 2 – Problème de flot à coût minimum

Réseau de distribution Considérons deux usines (U_1 et U_2), un centre de distribution (CD), et deux entrepôts (E_1, E_2). Chaque usine fabrique un certain nombre d'unités d'un même produit (l'offre). Chaque entrepôt requiert un certain nombre d'unités de ce même produit (la demande). Sur chaque lien (arc) du réseau, il y a un coût de transport par unité de produit (coût unitaire). De plus, sur certains arcs, il y a une capacité maximale sur le nombre d'unités transportées. Le réseau considéré est représenté dans la Figure 1. L'objectif est de **minimiser le coût de transport total**.
Pour modéliser ce problème, nous devrions, dans un premier temps, identifier les variables intrinsèques. Nous désignerons par $x_{i,j}$ le nombre d'unités du produit transportées sur l'arc (i, j) (i.e. entre les sommets i et j).

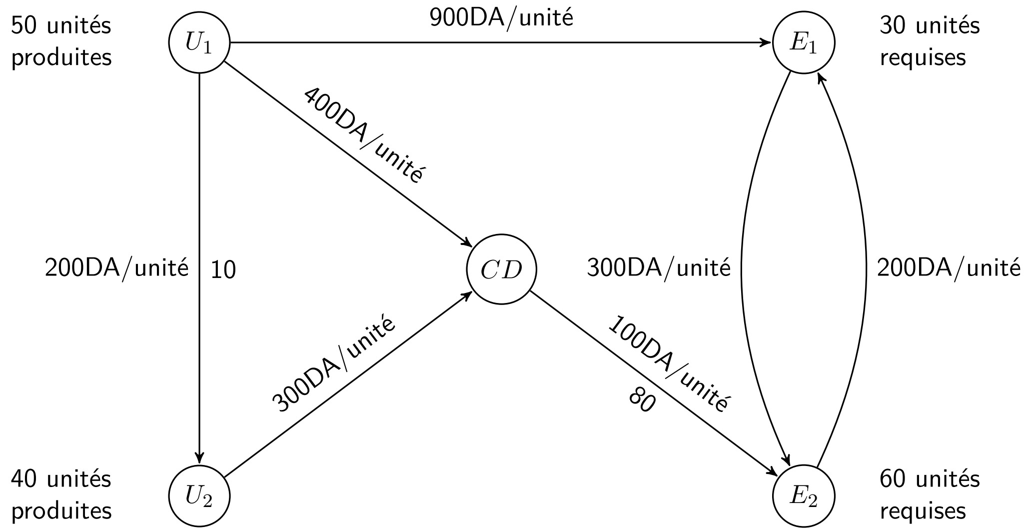

Figure 1: Réseau de distribution

Les contraintes concernent tout d'abord la **conservation du flot**. En effet, en chaque sommet du réseau, nous avons :

- Dans le cas d'une usine (sommet U_i) : le flot sortant moins le flot entrant est égal au nombre d'unités produites;
- Dans le cas d'un entrepôt (sommet E_i) : le flot entrant moins le flot sortant est égal au nombre d'unités requises;
- Dans le cas d'un centre de distribution (sommet CD_i) : le flot entrant moins le flot sortant est égal à zéro.

Nous devons en outre tenir compte de la **capacité sur certains arcs** (Par exemple, l'arc (U_1, U_2)). Il ne faut pas oublier de préciser les traditionnelles contraintes de positivité.

1. Modéliser ce problème par un programme linéaire (PL).
2. Donner le modèle AMPL associé à (PL).
3. Résoudre ce problème avec le solveur CPLEX et donner la valeur du flot à l'optimum (i.e. coût de transport minimal).
4. Donner la solution optimale $(x^*_{U_1,U_2}, x^*_{U_1,CD}, x^*_{U_1,E_1}, x^*_{U_2,CD}, x^*_{CD,E_2}, x^*_{E_1,E_2}, x^*_{E_2,E_1})$.

Remarque : Le nombre d'unités transportées doit toujours être une valeur entière, aussi l'hypothèse de continuité n'est pas satisfaite dans ce cas.