

✦ Probabilidad y estadística

MAT 041, Primer semestre

Francisco Cuevas Pacheco

19 de octubre de 2022

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2)^\top$ un vector aleatorio con función de densidad

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \lambda\mu \exp\{-\lambda x_1 - \mu x_2\} & \text{si } x_1 > 0, \quad x_2 > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule la masa de probabilidad de la variable

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{si } X_1 > X_2 \\ 0 & \text{si } X_1 \leq X_2 \end{cases}$$

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2)^\top$ un vector aleatorio con función de densidad

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \lambda\mu \exp\{-\lambda x_1 - \mu x_2\} & \text{si } x_1 > 0, \quad x_2 > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule la masa de probabilidad de la variable

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{si } X_1 > X_2 \\ 0 & \text{si } X_1 \leq X_2 \end{cases}$$

$$\mathbb{P}(X_1 \geq X_2) = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$$

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2)^\top$ un vector aleatorio con función de densidad

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \exp\{-x_1 - x_2\} & \text{si } x_1 > 0, \quad x_2 > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule la densidad de $\frac{X_1}{X_1 + X_2}$

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2)^\top$ un vector aleatorio con función de densidad

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \exp\{-x_1 - x_2\} & \text{si } x_1 > 0, \quad x_2 > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule la densidad de $\frac{X_1}{X_1 + X_2}$

Hint: Crear la variable auxiliar $Y_2 = X_1 + X_2$

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2)^\top$ un vector aleatorio con función de densidad

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \exp\{-x_1 - x_2\} & \text{si } x_1 > 0, \quad x_2 > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule la densidad de $\frac{X_1}{X_1 + X_2}$

Hint: Crear la variable auxiliar $Y_2 = X_1 + X_2$ Resultado: $f(y_1) = 1$

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)^\top$ un vector aleatorio con función de densidad

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} 6(1 + x_1 + x_2 + x_3)^{-4} & \text{si } x_1 > 0, \quad x_2 > 0, \quad x_3 > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcule la densidad de $X_1 + X_2 + X_3$

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2)^\top$ un vector aleatorio con función de densidad

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & \text{si } x_1^2 + x_2^2 \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Calcular la función de densidad de $Y = (X_1^2 + X_2^2, \frac{X_1}{X_2})^\top$