Francisco Cuevas
Carlos Schwarzenberg
MAT 041 - 2022 2do semestre
DMAT - UTFSM

Ayudantes:
Diego Astaburuaga
Gabriel Riffo

Tarea 1

En general, proponer modelos para vectores aleatorios suele ser complicado. En esta tarea estudiaremos la extensión de la distribución binomial, llamada distribución multinomial.

Sea $X = (X_1, \ldots, X_k)^\top$ un vector aleatorio k-dimensional. Sea n un número entero positivo y sea $\vec{p} = (p_1, \ldots, p_k)^\top$ un vector de probabilidades tal que $\sum_{i=1}^k p_i = 1$. Diremos que X sigue una distribución multinomial, con vector de parámetros $(\vec{p}, n)$, si

$f_X(x_1, \ldots, x_k) = \frac{n!}{x_1! \cdots x_k!} p_1^{x_1} \cdots p_k^{x_k}$

donde x_i es un número entero positivo tal que $\sum_{i=1}^k x_i = n$. Se le pide:

- Calcule el valor esperado y la varianza de X_i.
- Calcule la matriz correlación de X. Comente sobre la independencia.
- Calcule el coeficiente de variación.
- Calcule la distribución condicional de $X_i | X_j = x_j$.

Caso de estudio

Una compañía de *streaming* pregunta a diferentes usuarios, una vez vista una pelicula, sobre cinco características de esta. Luego, genera un ranking donde se suma la cantidad de características presentes en la película. La tabla `Datos.txt` el ranking obtenido, en escala de 0 a 5, de 5 distintas peliculas. Se le pide:

- Realizar un reporte descriptivo de los datos. Comente sobre la asociación entre las distintas columnas.
- Calcule el coeficiente de variación observado y compararlo con el teórico.
- ¿Se podrá utilizar $X_i | X_j = x_j$ para estimar los parámetros?. Justifique.
- Calcular las ecuaciones de estimación para obtener el estimador máximo verosímil.

⋆ Entregue el estimador máximo verosímil.