- Hablar sobre thinning y Poisson no homogéneo:

Recordemos que un proceso de Poisson homogéneo puede ser simulado mediante el siguiente algoritmo:

→ Entrada: $\lambda > 0$; $W \subset \mathbb{R}^d$. {ALGO 1}

1.- $N \sim \mathcal{P}(\lambda |W|)$

2.- Simular $x_1, \dots, x_N$ mediante:

$$x_i \sim U(W)$$

3.- $X = \bigcup_{i=1}^{N} x_i$

Para un proceso inhomogéneo basta con considerar la propiedad de reducción:

Si $X \sim \mathcal{P}(\lambda, W)$ y

$X_{thin} = pX$, luego

$X_{thin} \sim \mathcal{P}(p\lambda, W)$

$\lambda_{max} = \max_{x} \lambda(x)$

→ $p(x) = \dfrac{\lambda(x)}{\lambda_{max}} \in [0,1]$;

1.- ALGO 1: con λ_{max}

2.- $X = X_{thin}$ con $\dfrac{\lambda(x)}{\lambda_{max}}$

$$X \sim \mathcal{P}(\lambda(x), W)$$

Incorporar covariables:

$\boxed{\lambda(x) \geq 0}$; Propuesta: $\boxed{\lambda(x;\beta) = e^{z^T(x)\beta}}$

$$\left.\begin{array}{l} z = [z_1(x), \ldots, z_p(x)] \\ \beta = [\beta_1, \ldots, \beta_p] \end{array}\right\}$$

$$\lambda(x) = \varphi(z^T(x)\beta)$$

Estadísticas muestrales de primer orden.

→ Quadrat count:

→ Density

ML estimate:

$$\mathbb{P}(N(B_i) = n_i,\ i = 1, \ldots, k) = \prod_{i=1}^{k} \frac{(\mu(B_i))^{n_i}}{n_i!} e^{-\mu(B_i)}$$

$$X \xrightarrow{\xi} X_{THIN}$$

Si X es Poisson $\lambda(x)$

$\Rightarrow$ X_{THIN} Poisson $\lambda_T(x) = \xi(x) \cdot \lambda(x)$

$$\mathbb{E}(N(B)) = \int_B \lambda_T(x)\,dx$$

$$\lambda_T(\cancel{x}) = \kappa\,(X^2 + Y^2)$$

$$\iint_W \lambda_T(x)\,dx = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \iint_W \frac{3}{2}\lambda_T(x)\,dx = 1$$

$$\mathbb{E}(N(W)) = N_0 \cdot \frac{\iint \lambda_T(x)}{\kappa}$$

CONTEO POR CAJONES:

$N(W) = $ nro

$$\bigcup_{i=1}^{N} B_i = W$$

$$N(B_i) \approx \int_{B_i} \lambda(x)\,dx$$

$$\hat{\lambda}(B_i) = \frac{N(B_i)}{|B_i|}$$

OBS: - Depende mucho de la región y como se seleccionan los B_i

- $\hat{\lambda}(B_i)$ claramente no es continua

Estimación por densidad

Sea K una función de kernel:

- $\int K(x)\,dx = 1$

(-) $K(0) > 0$

- $K(x) = K(-x)$

(*) $K(x) \geq 0 \quad \forall x$

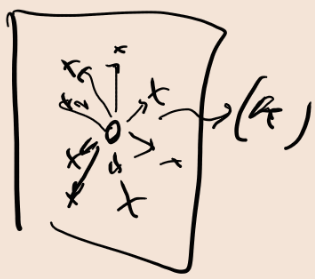
eg:

- $K(x) = Z e^{-\frac{\|x\|^2}{2\sigma^2}}$

- $K(x) = \begin{cases} Z(1-\|x\|^2) & \text{si } \|x\|^2 \leq 1 \\ 0 & \text{si } \|x\|^2 > 1 \end{cases}$

Se define $\hat{\lambda}_K(x)$ mediante

$$\hat{\lambda}_K(x) = \sum_{i=1}^{N} K(x - x_i)$$



$\hat{\lambda}_k(x)$ tiene más error en $\bigcirc$ que en $\triangle$

$$\hat{\lambda}_k^{corr}(x) = \frac{1}{e(u)} \cdot \hat{\lambda}_k(x)$$

Donde $e(u) = \int_W k(u-x)\,dx$

- Para incorporar el radio de efectividad se suele considerar un ancho de banda.

ML estimate:

$$\mu(B_i) = \int_{B_i} \lambda(x)\,dx$$

$$\mathbb{P}\left(N(B_i) = n_i,\ i = 1, \dots, k\right) = \prod_{i=1}^{k} \frac{(\mu(B_i))^{n_i}}{n_i!} e^{-\mu(B_i)}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{\# N}{|W|}$$

viene de acuerdo a interpretación de λ

CONTINUARÁ