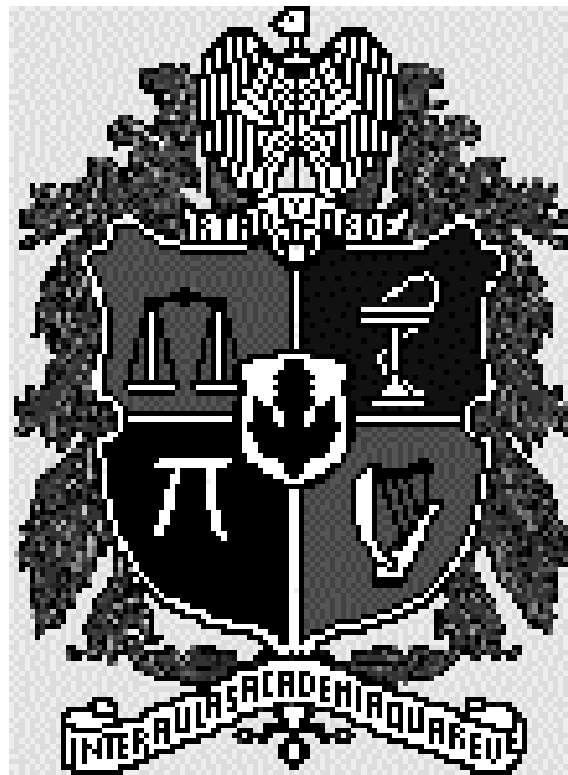


Inteligencia artificial



Representación formal



- **Historia**
- **Lógica Proposicional**
- **Lógica de Predicados**
 - **Formalización**
 - **Resolución**
 - **Unificación**



Historia

Lógica Proposicional

Lógica de Predicados

Formalización

Resolución

Unificación



- **Aristóteles (384-322 a.C.)**
 - **PADRE DE LA LÓGICA**
- **Chryssipus (-250 a.C.) Lógica proposicional**
- **William de Occam, siglo XIV, lógica modal**
 - **posibilidad, necesidad, creencia, duda, ...**
- **Wilhelm Leibniz (1676-1716). Máquina pensante**
- **Siglo XIX, Bolzano, DeMorgan, Boole, Venn, Frege,...**



- **1854 Boole. Leyes del pensamiento (lógica y probabilidad), tablas de verdad.**
- **Gottlob Frege. Teoría completa de la lógica**
- **Bertrand Russell - Alfred Whitehead, codificaron la lógica simbólica**
- **1930 Kurt Godel “existen procedimientos para determinar valores de la lógica de primer orden”**



- **Lógica Booleana (bivaluada)**
- **Lógica Trivalente (Multivalente)**
- **Lógica Difusa**
- **Lógica Modal**
- **Lógica Temporal (Dinámica)**
- **Lógica Paraconsistente**
- **Lógica de Creencias**
- **...**



Historia

Lógica Proposicional

Lógica de Predicados

Formalización

Resolución

Unificación



- Cada elemento (variable) de $L(P)$ es una expresión (átomo).

- $L(P)$ se construye a partir de:

- $P = \{p, q, r, s, t, \dots\}$

- $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

- $), ($

L(P) se define inductivamente a partir de:



- Cada variable de L(P) es una expresión (átomo)
- Si p es expresión, **entonces** $\neg p$ también lo es.
- Si p y q son expresiones, **entonces** también lo son:
 - $p \wedge q$
 - $p \vee q$
 - $p \Rightarrow q$
 - $p \Leftrightarrow q$

Semántica



- **Atribuye un significado a las expresiones**
- **Depende de:**
 - i) Interpretación de los conectivos lógicos.
 - ii) Valores de verdad asignados a las variables.
- **Dada $L(P)$, se define su semántica por medio de la asignación de verdad (V o F).**



- **Juan es estudioso** = p1
- **María y Juan se aman** = p2
- **La película es en el Patria** = q
- **La casa es de color rosado** = q1
- **El libro cuesta 1380** = p5
- **Iré al parque con Fido** = r
- **La música esta de rechupete** = t



Pedro viaja a Cali, María estudia Sistemas, Jorge esta enfermo, Carlos regresa mañana, María sufre.

- **Pedro viaja a Cali** = p
- **María estudia Sistemas** = q
- **Jorge esta enfermo** = r
- **Carlos regresa mañana** = t
- **María sufre** = $q1$

$r \Rightarrow t$

$(p \wedge q) \Rightarrow q1$

Expresiones compuestas



- Sea, $S: L(P) \rightarrow \{F, V\}$
- Sean $p, q \in L(P)$
- $S(p \wedge q) = V$, si $S(p)=S(q)=V$;
 - $S(p \wedge q) = F$, otro caso
- $S(p \vee q) = V$, si $S(p)$ ó $S(q)=V$;
 - $S(p \vee q) = F$, otro caso.
- $S(p \Rightarrow q) = F$, si $S(p)=V$ y $S(q) = F$
 - $S(p \Rightarrow q) = V$, en otro caso
- $S(p \Leftrightarrow q) = V$, si $S(p)=S(q) = V$ o F
 - $S(p \Leftrightarrow q) = F$, en otro caso

Expresiones compuestas



- Sea, $S: L(P) \rightarrow \{0,1\}$
- $p, q \in L(P)$ $S(p)$ y $S(q)$ valores asignados
- **Si** p es $\neg q$ **entonces** $S(p) = 1 - S(q)$
- **Si** p es $(q \wedge r)$ **entonces** $S(p) = \min\{S(q), S(r)\}$
- **Si** p es $(p \vee r)$ **entonces** $S(p) = \max\{S(q), S(r)\}$
- **Si** p es $(q \Rightarrow r)$ **entonces** $S(p) = 0$ si $S(q) = 1$ y $S(r) = 0$,
 - 1 en cualquier otro caso
- **Si** p es $(q \Leftrightarrow r)$ **entonces** $S(p) = 1$ si $S(q) = S(r)$,
 - 0 en cualquier otro caso

Identidades lógicas



- $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$
- $p \vee q \Leftrightarrow \neg p \Rightarrow q$
- $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
- $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
- $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$
- **conmutativa,**
- **asociativa,...**



- Una expresión p de $L(P)$ es satisfacible siempre y cuando existe por lo menos una valuación
 - $S:L(P) \dashrightarrow \{0,1\}$ que cumple $S(p)=1$
- Una expresión p de $L(P)$ es válida si para toda valuación
 - $S:L(P) \dashrightarrow \{0,1\}$ que cumple $S(p)=1$
- Una expresión es consecuencia válida de un conjunto de expresiones si éstas al ser verdaderas, la expresión también lo es.

Historia

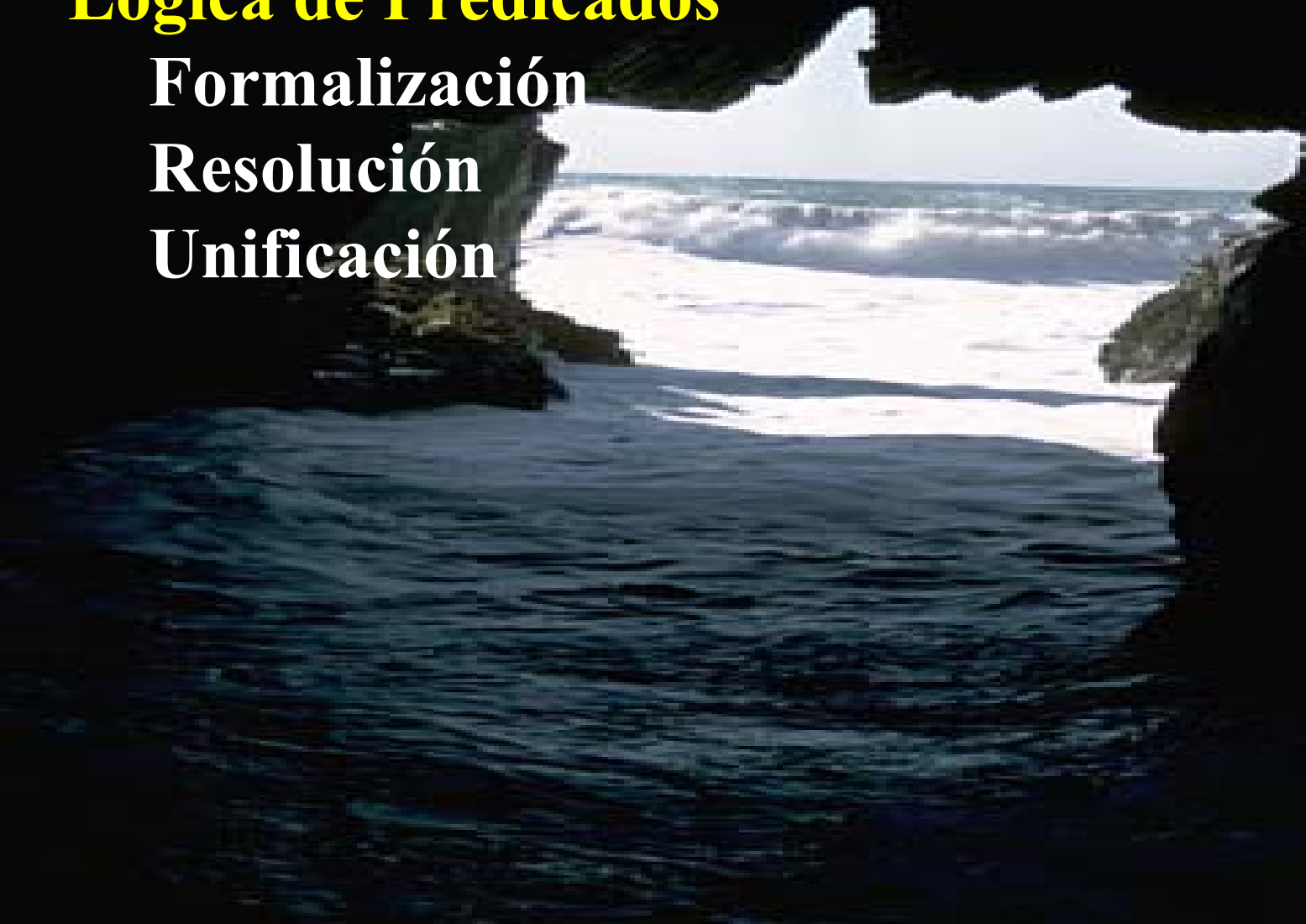
Lógica Proposicional

Lógica de Predicados

Formalización

Resolución

Unificación





La lógica de predicados utiliza la lógica proposicional pero forma conexiones sujeto-atributo-complemento para representar hechos u objetos del mundo.

Atributo (predicado): característica que posee un sujeto u objeto.

Objeto (sujeto) quien tiene una característica o realiza una acción.

Objeto y complementos \Rightarrow argumentos



- **Juan es estudioso**
 - **La película es en el Patria**
 - **La casa es de color rosado**
 - **Iré al parque con Fido**
 - **La música está de rechupete**
 - **María y Juan se aman**
 - **El libro cuesta 1380**
- **estudioso(Juan)**
 - **en_el_Patria(película)**
 - **presenta(película, Patria)**
 - **color(casa, rosado)**
 - **ire_al_parque(YO, Fido)**
 - **ire(YO, parque, Fido)**



- **María y Juan se aman**
 - **ama(juan, maría) \wedge ama(maría, juan)**
- **Los estudiantes de posgrado buscan perfección**
 - **posgrado(estudiantes, buscan_perfección)**
 - **buscan(estudiantes_posgrado, perfección)**
- **El expresidente pastrana es huilense con dos hijos**
 - **expresidente(pastrana, huilense, 2_hijos)**
- **No es cierto que pedro estudie mucho y julia cante**
 - **\neg [estudia(pedro, mucho) \wedge canta(julia)]**

Alfabeto



■ Constantes	$\{a, b, c, d, a_1, a_2, c_n, \dots\}$
■ Variables	$\{x, y, z, w, x_1, y_2, z_n, \dots\}$
■ Función	$\{f, g, h, k, f_1, g_2, g_n, \dots\}$
■ Predicado	$\{P, Q, R, S, P_1, Q_2, S_n, \dots\}$
■ Conectivos	$\{ \neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow \}$
■ Cuantificadores	\forall (universal) \exists (existencial)
■ Paréntesis	$(,), \{, \}, [,], <, >$

Predicados



- En toda proposición hay que identificar:
- ¿Qué se afirma?
 - **predicado**
- ¿De quién se afirma?
 - **objeto**
- ¿Cuánto se afirma?
 - **valores**
- En las proposiciones se encuentra todo un conjunto de términos.

Los términos se definen:

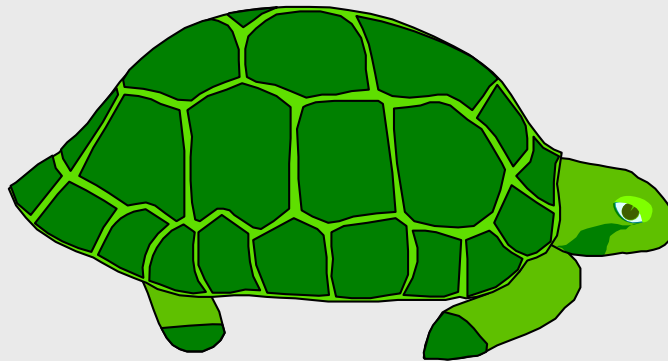


- 1. Las constantes son términos
- 2. Las variables son términos
- 3. Si f es una función y t_1, t_2, t_3, \dots son términos, entonces $f(t_1, t_2, t_3, \dots)$ es un término.
- 4. Todo término es obtenido por aplicación de 1, 2, y 3.



- Si $P(q_1, q_2, \dots, q_n)$ es un símbolo de aridad n y t_1, t_2, \dots, t_n son términos, entonces $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ es un término (átomo).
- El predicado $P(q_1, q_2, \dots, q_n)$ no puede considerarse un término hasta no remplazar cada uno de los argumentos q_1, q_2, \dots, q_n por términos.
 - Por sustitución
 - Por cuantificación
 - Universal
 - Existencial

Predicados



Formalizaciones...



■ Todo animal es de color gris

■ $\forall x \{ \text{animal}(x) \rightarrow \text{color}(x, \text{gris}) \}$

■ Alguien programa o diseña programas

■ $\exists x \{ \text{realizo}(x, \text{programa}) \rightarrow \text{programa}(x) \vee \text{diseño}(x, \text{programa}) \}$

■ $\exists x \{ \text{realizo}(x, \text{programa}) \wedge [\text{programa}(x) \vee \text{diseño}(x, \text{programa})] \}$

■ No todos los locos son locos

■ $\neg \{ \forall x \text{ loco}(x) \rightarrow \text{loco}(x) \}$

■ Todos los alumnos estudian, algunos no aprueban.

Formalizaciones...



- $\forall x \exists y \{ \text{empleado}(x) \rightarrow \text{supervisa}(y, x) \}$
- **Todo empleado tiene un supervisor**
- $\exists y \forall x \{ \text{empleado}(x) \rightarrow \text{supervisa}(y, x) \}$
- **Hay una persona que supervisa a todos.**
- **Todo conocimiento tiene valor de verdad.**
- $\forall x \{ \text{conocimiento}(x) \rightarrow \text{valor_verdad}(x) \}$
- **Hay conocimiento ambiguo**
- $\exists y \{ \text{conocimiento}(y) \rightarrow \text{ambiguo}(y) \}$
- **Toda ave tiene alas algunas no vuelan**



Cada persona puede tener un enfoque diferente al formalizar el conocimiento pero debe tenerse en cuenta...

Variable. Indica un objeto cualquiera que pertenece a una clase determinada.

Constante. Indica un único objeto. Es un término de un dominio.

Función. Representan transformaciones del dominio.

Formalizar



- Todo pueblo tiene un alcalde
- Hay pueblos que no tienen alcalde
- Todo número par puede escribirse como suma de números primos
- Toda persona que respira, habla. Hay personas que no hablan, luego no respiran.
- Toda ciudad tiene un cartero quien ha sido mordido por todo perro de la ciudad.
- Toda estrella brilla, la luna no brilla, luego la luna no es estrella.

Formalizaciones...



- Todo pueblo tiene un alcalde.
- $\forall x \{ \text{pueblo}(x) \rightarrow \exists y \text{ alcalde}(y,x) \}$
- Hay pueblos que no tienen alcalde.
- $\exists x \{ \text{pueblo}(x) \rightarrow \neg \exists y \text{ alcalde}(y,x) \}$
- Toda estrella brilla, la luna no brilla, luego la luna no es estrella.
- $\forall x \{ ([\text{estrella}(x) \rightarrow \text{brilla}(x)] \wedge \neg \text{brilla}(\text{luna})) \Rightarrow \neg \text{estrella}(\text{luna}) \}$

Formalizar



Todo sistema es dinámico, el computador no es dinámico luego el computador no es sistema.

Todo predicado tiene sujeto, no todo sujeto tiene atributos luego hay términos que no son predicados

Hay conocimiento verdadero, todo conocimiento es incierto luego hay incertidumbre verdadera.

Hay expertos en ecología, también en cosmología o en sociología luego toda ciencia tiene expertos.

Todo alimento nutre, hay alimentos calóricos, hay alimentos vitamínicos luego las calorías y vitaminas nutren.

¿Cuál es la frase?



- $\forall x \{ \text{empleado}(x) \rightarrow \exists y \{ \text{amigo}(x,y) \wedge \text{mujer}(y) \}$
- $\exists y \{ \text{amigo}(y) \vee \text{enemigo}(y) \rightarrow \forall x [\text{hombre}(x) \exists z \text{ amigos}(z,x) \wedge \exists w \text{ enemigos}(w,x)] \}$
- $\forall x \{ \text{ave}(x) \rightarrow [\text{vuela}(x) \vee \text{corre}(x) \vee \text{pone}(x,\text{huevos})] \wedge [\text{doméstico}(x) \vee \text{rapaz}(x) \}$
- $\forall z \exists w \{ \text{animal}(z) \rightarrow [\text{piensa}(z,w) \vee \text{razona}(z,w)] \wedge [\text{come}(z,a) \vee \text{bebe}(z,b)] \}$
- $[\text{amigo}(j,p) \wedge \text{amigo}(j,m) \wedge \text{amigo}(m,s)] \vee [\text{ama}(j,r) \wedge \text{ama}(m,c) \wedge \text{ama}(s,t)]$

Formalizar (Construir los predicados)



- **Juan es un gran amigo. Todos son amigos de Juan. María es amiga de Juan y ama a Pedro. Teresa es la esposa de Carlos pero es amiga de Juan.**
- **La leche es un alimento, la guanábana es una fruta, el pescado es alimento proteínico, la espinaca es una hortaliza alimento que a pocos les gusta, la naranja es una fruta ácida, las frutas son alimentos.**

Formalizar (Construir los predicados)



La inteligencia artificial es la disciplina que estudia el desarrollo de mecanismos que permiten pensar, razonar, actuar al computador. Es una disciplina nueva. Tiene relaciones con la filosofía, la sicología, la robótica, la neurología, la lingüística. Es la que determina componentes que debe tener un sistema para tomar decisiones autónomamente.

Formalizar (Construir los predicados)



- Formalizar el conocimiento se refiere a expresarlo en alguna estructura: Predicados, redes semánticas, marcos, árboles, guiones, tablas, ...
- La lógica de predicados utiliza algunos lenguajes orientados a la inteligencia artificial y enfocados al proceso de razonamiento deductivo al solucionar problemas.

Formalizar (Construir los predicados)



- La formalización del conocimiento, además, debe proveer facilidad de uso para extenderse en los dominios previstos o en otros similares, por tanto es necesario construir **fórmulas** que puedan proveer expresividad según lo entienda la persona.
- Estas fórmulas deben ser bien formadas.

FBF

Formulas bien formadas -FBF- (WFF)



■ Una FBF se define como:

■ 1. Todo átomo es una formula

■ 2. Si $P(q_1, q_2, \dots, q_n)$ es predicado, entonces $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$ es formula siendo t_1, t_2, \dots, t_n términos.

■ 3. Si $G(a)$ es formula y x es variable en el dominio

– $\forall x G(x)$ y $\exists x G(x)$ son fórmulas

■ 4. Si $G(a)$ y $H(b)$ son formulas también lo son: $\neg H(a)$, $H(a) \wedge G(b)$, $H(a) \vee G(b)$, $H(a) \Rightarrow G(b)$, $H(a) \Leftrightarrow G(b)$.

■ Las formulas se generan solamente por la aplicación de un número finito de veces de las reglas 1, 2, 3 y 4.



- **Todo bloque encima de un bloque que se mueve también se mueve.**
- **Todo conocimiento es verdadero en un tiempo dado, pero ese conocimiento puede ser verdadero o falso en un tiempo posterior por que hay otro conocimiento que lo transforma, lo contradice o lo invalida dependiendo de otro conocimiento también.**



- **Historia**
- **Lógica Proposicional**
- **Lógica de Predicados**
 - **Formalización**
 - **Resolución**
 - **Unificación**

Formalización



Sugerencias para construir FBF.

Definir **Dominio** (Identificar **Variables**)

Considerar **Constantes**

Considerar **Funciones**

Identificar **Predicados**

Hacer **Formula**

Existen bogotanos ricos



- Existen personas que son bogotanos y ricos
- Dominio: personas $\cong P$
- Variable: x, y, z
- Constantes:
- Función:
- P: $B(x) \leftrightarrow x$ es bogotano, $R(x) \leftrightarrow x$ es rico
- FBF: $\exists x \{ B(x) \wedge R(x) \}$



Existen bogotanos ricos

- Dominio: Bogotanos $\cong P$
- Variable: x, y, z
- Constantes:
- Función:
- P: $R(x) \leftrightarrow x$ es rico
- FBF: $\exists x R(x)$



Todo pueblo tiene un alcalde

D: pueblo $\cong P$; personas $\cong M$

V: $x \equiv$ pueblo; $y \equiv$ persona

C:

F:

P: $Q(z,u) \leftrightarrow z$ es alcalde de u

FBF: $\forall x \exists y Q(y,x)$



Todo animal es de color gris

- **D: animal**
- **V: x**
- **C: $a \leftrightarrow \text{gris}$**
- **F:**
- **P: $Q_1(x, d) \leftrightarrow x$ es de color d**
- **FBF: $\forall x Q_1(x, a)$ }**

Construir FBF



- Todas las aves tienen alas, algunas vuelan alto y hay algunas que no vuelan.
- Hay alumnos que no aprenden bien, otros no entienden pero todos estudian.
- Todos los equipos salen a ganar pero algunos pierden.
- Existen programas que simulan razonamiento sin embargo ninguno razona.
- La inteligencia artificial crea mecanismos para que las máquinas razonen.

Hay alumnos que no aprenden bien, otros no entienden pero todos estudian.



Todos los alumnos estudian pero hay alumnos que no aprenden bien, otros no entienden.

Dominio: Alumnos

Variables: x, y, z

Constantes:

Función:

P: $E(x) \leftrightarrow x$ estudia, $A(x, a) \leftrightarrow x$ aprende a,

$R(x) \leftrightarrow x$ entiende

FBF: $\forall x \{E(x) \wedge \exists y \neg A(y, \text{bien}) \wedge \exists z \neg R(z)\}$

Todos los equipos salen a ganar pero algunos pierden.



- **Dominio:** Equipos
- **Variable:** x, y
- **Constante:**
- **Función:**
- **Predicados:** $S(x, y) \leftrightarrow x \text{ sale a } y$;
 - $P(x) \leftrightarrow x \text{ pierde}$
- **Formula:** $\forall x \{S(x, \text{ganar}) \wedge \exists x P(x)\}$

No son FBF



■ $\neg f(B)$

Se niega un predicado no una función.

■ $f[P(a)]$

Un predicado no puede ser parte de una función.

■ $Q\{g(A), [P(B) \Rightarrow Q(C)]\}$

Un conector no puede ser parte de un argumento.

■ $\{\forall x \wedge \exists x\} R(x)$

La conjunción debe unir dos predicados.

■ $\neg(\forall x) f(a) \vee R(x)$

No son FBF



■ $f(\neg b)$

No se niega valores de una función o argumentos de un predicado.

■ $P(a, x, f(x,))$

La función debe estar bien definida.

■ $Q(g(\neg A), P(B) \wedge Q(C))$

Un conector no puede ser parte de un argumento.

■ $\forall x R(x \vee y)$

La conjunción, disyunción o implicación debe unir siempre dos predicados.

■ $\neg(\forall x) P(a) \vee g(x)$

Identidades lógicas



Doble negación

$$\neg(\neg P(x)) \iff P(x)$$

Modus Ponens

$$\neg P(x) \vee Q(x) \iff P(x) \Rightarrow Q(x)$$

$$P(x) \Rightarrow Q(x) \iff \neg Q(x) \Rightarrow \neg P(x)$$

Leyes de DeMorgan

$$\neg(P(x) \wedge Q(x)) \iff \neg P(x) \vee \neg Q(x)$$

$$\neg(P(x) \vee Q(x)) \iff \neg P(x) \wedge \neg Q(x)$$

Identidades lógicas



■ Distributiva

$$\text{■ } P(x) \wedge \{Q(x) \vee R(x)\} \Leftrightarrow \{P(x) \wedge Q(x)\} \vee \{P(x) \wedge R(x)\}$$

$$\text{■ } P(x) \vee \{Q(x) \wedge R(x)\} \Leftrightarrow \{P(x) \vee Q(x)\} \wedge \{P(x) \vee R(x)\}$$

■ Conmutativa

$$\text{■ } P(x) \wedge Q(x) \Leftrightarrow Q(x) \wedge P(x)$$

$$\text{■ } P(x) \vee Q(x) \Leftrightarrow Q(x) \vee P(x)$$

■ Asociativa

$$\text{■ } P(x) \vee \{Q(x) \vee R(x)\} \Leftrightarrow \{P(x) \vee Q(x)\} \vee R(x)$$

$$\text{■ } P(x) \wedge \{Q(x) \wedge R(x)\} \Leftrightarrow \{P(x) \wedge Q(x)\} \wedge R(x)$$

Otras equivalencias



- $\neg \exists x P(x) \iff \forall x \neg P(x)$
- $\neg \forall x P(x) \iff \exists x \neg P(x)$
- $\forall x P(x) \iff \forall y P(y)$
- $\exists x P(x) \iff \exists y P(y)$

Construir FBF



Todo programa de computador realiza una función, hay programas que son rutinas de otro, lo cual así mismo no realizan una función.

Todo perro muerde, pero perro que ladra no muerde, Fido ladra luego Fido no muerde.

Toda tarea o trabajo requiere tiempo, Jorge no gasto tiempo al trabajo, luego Jorge no realizo el trabajo.

Existen ciencias que se valen de otras ciencias para soportar los conceptos planteados pero todas tienen sus propios conceptos.

Construir FBF



La ciencia de la complejidad es muy joven. Se vale de varias ciencias para establecer conceptos y reglas simples que permitan estudiar los sistemas complejos que no basan su comportamiento por ecuaciones lineales o diferenciales especiales como: el caos, fractales, la cosmología, la sicología, los algoritmos genéticos o teoría de la evolución, ...

Construir FBF



Los alumnos de algún curso de IA no entienden que tan provechosa puede ser la asignatura para el desarrollo de la carrera profesional en un futuro. Algunos creen que es un tema adicional, otros creen que solo interesa pasar. Algunos realizan los trabajos con esmero, otros simplemente tomando notas de un lado y otro sin concatenarlas. Algunos plantearon un buen trabajo final, otros esperaron a que les dieran el trabajo. Algunos ya tienen el trabajo final, otros no han empezado.



- **Historia**
- **Lógica Proposicional**
- **Lógica de Predicados**
 - **Formalización**
 - **Resolución**
 - **Unificación**

Resolución



- Una fbf padre se le aplica resolución para hallar cláusulas.
- Una cláusula es una fbf que sólo posee disyunciones de predicados simples (el predicado solo o la negación de alguno).
- Toda fbf puede ser convertida a cláusulas.

Proceso de resolución



- 1. Eliminar implicaciones (implica, entonces).
 - $P(x) \Rightarrow Q(x) \Leftrightarrow \neg P(x) \vee Q(x)$
- 2. Reducir el campo de acción de la negación.
 - Negación sólo a predicados simples
- 3. Estandarizar variables.
 - Identificar dominio de variables (cada cuantificador con su propia variable)
- 4. Eliminar cuantificadores existenciales.
 - $\forall z \exists w P(z, w) \Leftrightarrow \forall z P(z, g(z))$ función de Skolem
- 5. Convertir a forma prefija -FNP-.

Proceso de resolución



- **6. Forma normal conjuntiva -FNC-.**
 - Conjunciones (distributiva)
- **7. Eliminar cuantificadores universales.**
 - Toda variable está acotada, ya está el dominio claro.
- **8. Crear cláusulas.**
 - Separarlas (cambiar \wedge por ,)
- **9. Normalizar variables.**
 - Renombrar variables para que cada cláusula tenga las propias.
- **10. Reducir cláusulas o eliminar las no válidas.**

Ejemplos



a. $\forall x [P(x) \rightarrow \{ \forall y [P(y) \rightarrow P(f(x,y))] \wedge \neg \forall y [Q(x,y) \rightarrow P(y)] \}]$

b. $\forall x \{ P(x) \rightarrow \neg \exists y [[Q(x,y) \rightarrow R(y)] \vee \neg [R(x) \rightarrow Q(x,y)]] \}$

c. $\forall x [\exists y \{ P(x,y) \rightarrow \neg \exists y [[Q(x,y) \rightarrow R(x,y)] \vee \neg \exists y [R(x,y) \rightarrow Q(x,y)]] \}]$

d. $\forall x \{ [R(x) \rightarrow \forall y [P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \neg \exists z [Q(x) \rightarrow P(z)] \}$

e. $\forall w \{ P(w) \rightarrow \neg \exists y [[R(w,y) \rightarrow P(y)] \vee \neg \exists z [Q(w) \rightarrow R(w,z)]] \}$

f. $\forall u [\exists w \{ P(u) \rightarrow S(w) \} \vee \neg \exists y [[Q(y) \rightarrow R(u)] \vee \neg \exists y [R(y) \rightarrow Q(u)]]]$

g. $\forall x \{ \forall y [R(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \{ \neg \exists y [\neg Q(x) \rightarrow P(y)] \vee \forall z [P(z) \rightarrow R(x)] \} \}$

$$\forall x[P(x) \rightarrow \{\forall y P(y) \rightarrow P(f(x,y))\} \wedge \neg \forall y[Q(x,y) \rightarrow P(y)]]$$



1. Eliminar implicaciones

$$\forall x[P(x) \rightarrow \{\forall y [P(y) \rightarrow P(f(x,y))]\} \wedge \neg \forall y[Q(x,y) \rightarrow P(y)]]$$

$$\quad - \quad \forall x[\neg P(x) \vee \{\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x,y))]\} \wedge \neg \forall y[\neg Q(x,y) \vee P(y)]]$$

2. Reducir campo de acción de la negación

$$\forall x[\neg P(x) \vee \{\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x,y))]\} \wedge \neg \forall y[\neg Q(x,y) \vee P(y)]]$$

$$\quad - \quad \forall x[\neg P(x) \vee \{\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x,y))]\} \wedge \exists y \neg [\neg Q(x,y) \vee P(y)]]$$

$$\quad - \quad \forall x[\neg P(x) \vee \{\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x,y))]\} \wedge \exists y [Q(x,y) \wedge \neg P(y)]]$$

3. Estandarizar variables

$$\forall x[\neg P(x) \vee \{\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x,y))]\} \wedge \exists y [Q(x,y) \wedge \neg P(y)]]$$

$$\quad - \quad \forall x[\neg P(x) \vee \{\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x,y))]\} \wedge \exists w [Q(x,w) \wedge \neg P(w)]]$$

$$\forall x[P(x) \rightarrow \{\forall y P(y) \rightarrow P(f(x,y))\} \wedge \neg \forall y [Q(x,y) \rightarrow P(y)]]$$



4. Eliminar cuantificadores existenciales

$$\forall x[\neg P(x) \vee \{\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge \exists w [Q(x,w) \wedge \neg P(w)]\}]$$

$$- \forall x[\neg P(x) \vee \{\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [Q(x,g(x)) \wedge \neg P(g(x))]\}]$$

5. Convertir a forma prefija

$$\forall x[\neg P(x) \vee \{\forall y [\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [Q(x,g(x)) \wedge \neg P(g(x))]\}]$$

$$- \forall x \forall y[\neg P(x) \vee \{[\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [Q(x,g(x)) \wedge \neg P(g(x))]\}]$$

6. Forma normal conjuntiva

$$\forall x \forall y[\neg P(x) \vee \{[\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [Q(x,g(x)) \wedge \neg P(g(x))]\}]$$

$$- \forall x \forall y[\neg P(x) \vee \{[\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [Q(x,g(x)) \wedge \neg P(g(x))]\}]$$

$$- \forall x \forall y\{ [\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [\neg P(x) \vee Q(x,g(x))] \wedge [\neg P(x) \vee \neg P(g(x))] \}$$

$$\forall x[P(x) \rightarrow \{\forall y P(y) \rightarrow P(f(x,y))\} \wedge \neg \forall y[Q(x,y) \rightarrow P(y)]]$$



7. Eliminar cuantificadores universales

$$[\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge [\neg P(x) \vee Q(x,g(x))] \wedge [\neg P(x) \vee \neg P(g(x))]$$

8. Crear Cláusulas

$$\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y)) ,$$

$$- \neg P(x) \vee Q(x,g(x)) ,$$

$$- \neg P(x) \vee \neg P(g(x)).$$

9. Normalizar Variables

$$\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y)) , \neg P(w) \vee Q(w,g(w)) , \neg P(z) \vee \neg P(g(z))$$

$$10. \neg P(x) \vee P(f(x,y)), \neg P(w) \vee Q(w,g(w)), \neg P(g(z)).$$

Ejercicios



- $\forall x[\neg P(x) \rightarrow \{\forall y[P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge \neg \exists y[Q(x) \rightarrow P(y)]\}]$
- $\neg \exists x\{Q(x) \rightarrow \forall y[\neg[Q(y) \rightarrow R(x)] \vee \neg[R(y) \rightarrow Q(x)]]\}$
- $\forall x[\exists y\{P(y) \rightarrow \neg \exists z[[Q(z) \rightarrow R(z,y)] \vee \neg \exists y[R(x,y) \rightarrow Q(x)]]\}]$
- $\neg \exists x\{[R(x) \rightarrow \exists y[P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \neg \exists z[Q(z) \rightarrow P(x)]\}$
- $\forall v\{P(v) \rightarrow \neg \forall y[[R(v,y) \rightarrow P(v)] \vee \neg \forall z[Q(z) \rightarrow R(v,z)]]\}$
- $\forall u[\exists x\{P(u) \rightarrow S(x)\} \vee \neg \exists y[[Q(y) \rightarrow R(u)] \vee \exists y[R(y) \rightarrow Q(u)]]]$
- $\forall x\{\exists y[R(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \{\neg \forall y[Q(x) \rightarrow P(y)] \vee \forall z[P(x) \rightarrow R(z)]\}\}$
- $\forall y\{\exists z[P(y) \rightarrow S(z)] \wedge \exists z \neg[Q(y) \rightarrow S(z)] \wedge \exists z[\neg P(z) \rightarrow Q(u)]\}$



- **Historia**
- **Lógica Proposicional**
- **Lógica de Predicados**
 - **Formalización**
 - **Resolución**
 - **Unificación**

El proceso sigue ...



Formalizar (Construir los predicados)



Juan es un gran amigo. Todos son amigos de Juan.
María es amiga de Juan y ama a Pedro. Teresa es la esposa de Carlos pero es amiga de Juan.

$\text{amigo}(\text{Juan}, \text{grande}) \wedge \forall x \text{alumno}(x) \text{amigo}(x, \text{Juan})$
 $\wedge \text{amiga}(\text{María}, \text{Juan}) \wedge \text{ama}(\text{María}, \text{Pedro}) \wedge$
 $\text{esposa}(\text{Teresa}, \text{Carlos}) \wedge \text{amiga}(\text{Teresa}, \text{Juan}).$



La leche es un alimento, la guanabana es una fruta, el pescado es alimento proteínico, la espinaca es una hortaliza alimento que a pocos les gusta, la naranja es una fruta ácida, las frutas son alimentos.

**alimento(leche) \wedge fruta(guanabana) \wedge
alimento(pescado, proteínico) \wedge hortaliza(espinaca)
 \wedge alimento(hortaliza) \wedge gusta(hortaliza, poco) \wedge
fruta(naranja, ácida) \wedge alimento(fruta)**



$$\forall x \{ \forall y [R(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \{ \neg \exists y [\neg Q(x) \rightarrow P(y)] \vee \forall z [P(z) \rightarrow R(x)] \} \}$$

1. Eliminar implicaciones

$$\forall x \{ \forall y [R(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \{ \neg \exists y [\neg Q(x) \rightarrow P(y)] \vee \forall z [P(z) \rightarrow R(x)] \} \}$$

$$\neg \forall x \{ \forall y [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ \neg \exists y [Q(x) \vee P(y)] \vee \forall z [\neg P(z) \vee R(x)] \} \}$$

2. Reducir campo de acción de la negación

$$\forall x \{ \forall y [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ \neg \exists y [Q(x) \vee P(y)] \vee \forall z [\neg P(z) \vee R(x)] \} \}$$

$$\neg \forall x \{ \forall y [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ \forall y \neg [Q(x) \vee P(y)] \vee \forall z [\neg P(z) \vee R(x)] \} \}$$

$$\neg \forall x \{ \forall y [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ \forall y [\neg Q(x) \wedge \neg P(y)] \vee \forall z [\neg P(z) \vee R(x)] \} \}$$

$$\forall x \{ \forall y [R(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \{ \neg \exists y [\neg Q(x) \rightarrow P(y)] \vee \forall z [P(z) \rightarrow R(x)] \} \}$$



■ 3. Estandarizar variables

$$\forall x \{ \forall y [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ \forall y [\neg Q(x) \wedge \neg P(y)] \vee \forall z [\neg P(z) \vee R(x)] \} \}$$

$$- \forall x \{ \forall y [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ \forall w [\neg Q(x) \wedge \neg P(w)] \vee \forall z [\neg P(z) \vee R(x)] \} \}$$

■ 4. Eliminar cuantificadores existenciales

$$\forall x \{ \forall y [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ \forall w [\neg Q(x) \wedge \neg P(w)] \vee \forall z [\neg P(z) \vee R(x)] \} \}$$

$$\forall x \{ \forall y [R(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \{ \neg \exists y [\neg Q(x) \rightarrow P(y)] \vee \forall z [P(z) \rightarrow R(x)] \} \}$$



5. Convertir a forma prefija

$$\forall x \{ \forall y [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ \forall w [\neg Q(x) \wedge \neg P(w)] \vee \forall z [\neg P(z) \vee R(x)] \} \}$$

$$- \forall x \forall y \forall w \forall z [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ [\neg Q(x) \wedge \neg P(w)] \vee [\neg P(z) \vee R(x)] \}$$

6. Forma normal conjuntiva

$$\forall x \forall y \forall w \forall z [\neg R(x) \vee [\neg P(y) \vee Q(x)]] \wedge \{ [\neg Q(x) \wedge \neg P(w)] \vee [\neg P(z) \vee R(x)] \}$$

$$- \forall x \forall y \forall w \forall z [\neg R(x) \vee \neg P(y) \vee Q(x)] \wedge [\neg Q(x) \vee \neg P(z) \vee R(x)] \wedge [\neg P(w) \vee \neg P(z) \vee R(x)]$$

$$\forall x \{ \forall y [R(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \{ \neg \exists y [\neg Q(x) \rightarrow P(y)] \vee \forall z [P(z) \rightarrow R(x)] \} \}$$



■ 7. Eliminar cuantificadores universales

$$\begin{aligned} & \forall x \forall y \forall w \forall z [\neg R(x) \vee \neg P(y) \vee Q(x)] \wedge [\neg Q(x) \vee \neg P(z) \vee R(x)] \\ & \wedge [\neg P(w) \vee \neg P(z) \vee R(x)] \\ & - [\neg R(x) \vee \neg P(y) \vee Q(x)] \wedge [\neg Q(x) \vee \neg P(z) \vee R(x)] \wedge \\ & [\neg P(w) \vee \neg P(z) \vee R(x)] \end{aligned}$$

■ 8. Crear cláusulas

$$\begin{aligned} & [\neg R(x) \vee \neg P(y) \vee Q(x)] \quad , \quad [\neg Q(x) \vee \neg P(z) \vee R(x)] \quad , \\ & [\neg P(w) \vee \neg P(z) \vee R(x)] \end{aligned}$$

$$\forall x \{ \forall y [R(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(x)]] \wedge \{ \neg \exists y [\neg Q(x) \rightarrow P(y)] \vee \forall z [P(z) \rightarrow R(x)] \} \}$$



■ 9. Normalizar variables

- $\neg R(x) \vee \neg P(y) \vee Q(x)$
 - $\neg Q(u) \vee \neg P(z) \vee R(u)$
 - $\neg P(w) \vee \neg P(v) \vee R(s)$

■ 10.

- $\neg R(x) \vee \neg P(y) \vee Q(x)$
 - $\neg Q(u) \vee \neg P(z) \vee R(u)$
 - $\neg P(w) \vee R(s)$

Ejercicios



- $\forall x[P(x) \rightarrow \neg\{\forall y[\neg P(y) \vee P(f(x,y))]\wedge \exists y\neg[Q(x) \rightarrow P(y)]\}]$
- $\neg\exists y\{Q(y) \rightarrow \forall z[[\neg Q(y) \rightarrow R(z)] \wedge \neg[R(z) \rightarrow Q(y)]]\}$
- $\forall z\exists x\{P(x,z) \rightarrow \exists y\{[Q(y) \rightarrow R(z,x)] \vee \exists y[R(y,z) \rightarrow Q(y)]\}\}$
- $\neg\exists x\{[R(x) \rightarrow \exists y\{P(y) \wedge Q(x)\}]\rightarrow [Q(x) \wedge \neg\exists z[Q(z) \rightarrow P(x)]]\}$
- $\forall v\neg\{P(v) \rightarrow \forall y[[R(v,y) \rightarrow P(v)] \vee \forall z[Q(z) \rightarrow R(v,z)]]\}$
- $\forall u[\exists y(P(u) \rightarrow S(y)) \vee \exists y\neg\{[Q(y) \rightarrow R(u)] \vee \exists y[R(y) \rightarrow Q(u)]\}]$
- $\forall x\exists y\{[R(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(x)]] \vee [\neg\forall y[Q(x) \rightarrow [P(y) \rightarrow Q(y)]]] \vee \forall y[P(x) \rightarrow R(y)]\}$
- $\forall y\{\neg[P(y) \rightarrow S(y)] \wedge \neg([Q(y) \rightarrow S(y)] \vee [\neg P(y) \rightarrow Q(y)])\}$

Realizar fbf de:



Los poetas son locos, unos más locos que otros.

Todas las aves tienen alas, algunas ponen hueva, algunas hacen sus nidos.

Existen mamíferos de sangre caliente, algunos corren, algunos ponen huevos, algunos nada.

No es cierto que todos los estudiantes escriban, algunos no leen, algunos son locos, todos van a la escuela.

No existen libros tontos, no existen tontos con libros, luego los tontos no tienen libros.

No existen tigres de bengala, tampoco liebres de tahli, ni palomas de Sharp, luego todos los animales son reales.