

Instrumento de Conocimientos Específicos y Pedagógicos

Matemática

Educación Media

Científico Humanista

1.-

Una profesora en un 2 Medio está planificando las clases en las que abordará el objetivo “Ordenar números irracionales y representarlos en la recta numérica”.

¿Cuál de las siguientes secuencias de actividades es pertinente para que los estudiantes trabajen en clase y puedan lograr el objetivo?

A

- 1) Identificar problemas en contextos matemáticos que no tienen solución en los números racionales.
- 2) Determinar la raíz cuadrada de números primos, analizando los valores obtenidos.
- 3) Aproximar a la milésima las raíces anteriores, por defecto y por exceso.

B

- 1) Determinar la raíz cuadrada de números primos, de manera aproximada, usando una calculadora.
- 2) Ubicar las raíces anteriores en la recta numérica, considerando su valor aproximado.
- 3) Ubicar las raíces anteriores en la recta numérica, usando regla y compás.

C

- 1) Construir un cuadrado de lado 1 cm y marcar su diagonal.
- 2) Construir sobre la diagonal del cuadrado anterior, un nuevo cuadrado.
- 3) Plantear estrategias para determinar el área del nuevo cuadrado y ubicar su valor en la recta numérica.

D

- 1) Determinar la raíz cuadrada de números primos con un algoritmo, aproximando su valor.
- 2) Comprobar las relaciones de desigualdad entre las raíces anteriores, considerando que la función raíz cuadrada es creciente.
- 3) Ubicar las raíces anteriores en la recta numérica, utilizando un programa geométrico.

2.-

Un profesor en un 3 Medio está planificando una clase, cuyo objetivo es: "Deducir la relación existente entre las pendientes de dos rectas perpendiculares".

¿Cuál de las siguientes secuencias de actividades permite que los estudiantes logren este objetivo de aprendizaje?

A

- 1) Graficar cuatro pares de rectas perpendiculares, con ecuaciones dadas por el docente.
- 2) Analizar la representación gráfica y algebraica de cada par de rectas, identificando similitudes.
- 3) Formalizar los hallazgos utilizando lenguaje matemático.

B

- 1) Formular la ecuación de ocho rectas escogidas por los mismos estudiantes y graficarlas.
- 2) Analizar la representación gráfica y algebraica de cada par de rectas, identificando pares de rectas perpendiculares.
- 3) Formalizar los hallazgos utilizando lenguaje matemático.

C

- 1) Formular la ecuación de cuatro pares de rectas, cumpliendo una relación dada por el docente $\left(m_1 = -\frac{1}{m_2}\right)$.
- 2) Graficar pares de rectas.
- 3) Verificar, mediante el uso de transportador, si son pares de rectas perpendiculares.

D

- 1) Graficar cuatro pares de rectas escogidas por los mismos estudiantes.
- 2) Formular ecuaciones de estas rectas.
- 3) Analizar la representación gráfica y algebraica de cada par de rectas, identificando características.

3.-

Uno de los objetivos de aprendizaje del currículum de 1 Medio es el siguiente: “Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo, en el contexto de la resolución de problemas”.

¿Cuál de las siguientes estrategias planificadas por un docente posibilita la comprensión de los estudiantes respecto de los contenidos abordados en este objetivo?

- ☐ A Plantear problemas que involucren el cálculo de probabilidades.
- ☐ B Entregar la definición de la unión y la intersección de conjuntos.
- ☐ C Explicar cómo se deducen las fórmulas usando diagramas de árbol.
- ☐ D Realizar una clasificación de los casos en los que se usa cada fórmula o regla.

4.-

Un profesor en un 2 Medio está planificando una clase en la que se comenzará a abordar el objetivo: “Desarrollar y conjeturar la fórmula del volumen de la esfera”.

¿Qué actividad a realizar por los estudiantes les permite trabajar el objetivo de la clase, considerando que dominan los conocimientos previos esperados para su nivel en la asignatura?

- ☐ A Trasvasar arena desde la esfera al cilindro circunscrito en ella y relacionar la proporción de sus volúmenes.
- ☐ B Utilizar el principio de Cavalieri en el cono, el cilindro y la esfera de igual altura, y relacionar las fórmulas de sus volúmenes.
- ☐ C Rotar indefinidamente, a través de un eje, figuras que representen semicírculos y determinar la fórmula del volumen de la esfera.
- ☐ D Calcular la diferencia entre valores de área del cono y el cilindro con mismo radio y determinar la relación con el volumen de la esfera.

5.-

Una profesora en un 3 Medio estuvo trabajando con los estudiantes la función exponencial y en la siguiente clase trabajará la función logarítmica. Para esto realizará una actividad guiada en la que, a partir de la expresión algebraica $f(x) = \log_{10}(x)$, tabularán algunos valores para x con su evaluación en esta función y esbozarán su gráfica, determinando su dominio y recorrido mediante un análisis algebraico. Por esta razón, la docente decide complementar el análisis algebraico utilizando otra estrategia metodológica.

Considerando este propósito pedagógico, ¿cuál de las siguientes estrategias a realizar por la profesora favorece la comprensión del dominio y recorrido de las funciones logarítmicas?

- A** Plantear situaciones modeladas mediante funciones logarítmicas expresadas algebraicamente, interpretando, en conjunto, su dominio y recorrido con relación al contexto dado.
- B** Proyectar las gráficas de diferentes funciones logarítmicas, cada una con su respectiva función exponencial inversa, determinando el dominio y recorrido de la primera, a partir de la segunda.
- C** Plantear la expresión algebraica de diferentes funciones logarítmicas, solicitando a los estudiantes obtener su dominio y recorrido correspondiente, expresados en notación matemática.
- D** Proyectar las gráficas de diferentes funciones logarítmicas, cada una con su respectiva expresión algebraica, analizando, en conjunto, las diferencias y similitudes que se observan en su dominio y recorrido.

6.-

Una profesora en un 4 Medio está trabajando con los estudiantes el siguiente objetivo: “Determinar la ecuación vectorial de la recta”. Durante la clase, la docente desarrolla el siguiente ejercicio:

¿Cuál es la ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos (3, 4) y (1, 5)?

$$(x, y) = (3, 4) + k \cdot (3 - 1, 4 - 5) = (3, 4) + k \cdot (2, -1)$$

Luego, explica que (3, 4) es uno de los puntos que pasan por la recta, mientras que (2, -1) es el vector director y corresponde a la diferencia entre los dos puntos dados. Algunos estudiantes comprenden esta formulación; sin embargo, otros tienden a cometer errores al determinar el vector director, pues lo confunden con el punto por el que pasa la recta, dado que ambos se escriben como coordenadas.

¿De qué forma puede la docente aclarar cómo se realiza este procedimiento, para que estos estudiantes superen la dificultad descrita?

- A** Determinando la ecuación principal de la recta a partir de la ecuación vectorial, para demostrar a los estudiantes la equivalencia entre ambas representaciones.
- B** Resolviendo un ejercicio similar al entregado, con otros puntos y otro vector director, para que los estudiantes determinen regularidades a partir de la modificación de estos valores.
- C** Determinando el vector director de manera gráfica, a partir de la ubicación de los puntos que pertenecen a la recta, para mostrar en el plano cartesiano los elementos que conforman la ecuación vectorial.
- D** Calculando con herramientas tecnológicas las coordenadas del vector director a partir de los puntos dados, para que los estudiantes se centren en la comprensión del contenido en vez de la aplicación del algoritmo.

7.-

Una docente en un 1 Medio está trabajando el objetivo de aprendizaje: “Realizar operaciones mixtas con números racionales”. En clases, ella presentó a los estudiantes el siguiente ejercicio:

$$3 : 5,3 \cdot 2,1$$

Algunos estudiantes manifiestan que no saben qué operación deben resolver primero. La docente decide plantear al curso una pregunta que genere una discusión, con la finalidad de que sean los mismos estudiantes quienes den respuesta a la inquietud expresada anteriormente.

¿Cuál de las siguientes preguntas permite a la docente cumplir su propósito?

- A ¿Por qué podría ser conveniente resolver las operaciones en el orden en que aparecen en el ejercicio?
- B ¿Qué orden de resolución debo seguir en este ejercicio para que el resultado sea equivalente a desarrollar $3 \cdot \frac{1}{5,3} \cdot 2,1$?
- C ¿Qué operación debo resolver primero para desarrollar el ejercicio ordenadamente, minimizando la posibilidad de cometer errores?
- D ¿Por qué es importante respetar la jerarquía de las operaciones, resolviendo primero $3 : 5,3$ y luego ese resultado multiplicarlo por 2,1?

8.-

Un profesor en un 2 Medio trabajará en clases el siguiente objetivo: "Analizar el comportamiento de la gráfica de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$ cuando varían sus parámetros a , b y c ", vinculándolo al énfasis curricular referido al uso de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación).

¿Cuál de las siguientes actividades a realizar por los estudiantes permite abordar el objetivo de la clase, considerando el énfasis curricular indicado?

- A** Valorizar las variables de una función cuadrática, analizando sus cambios a través de una planilla de cálculo.
- B** Elaborar una presentación digital que muestre distintas parábolas en su representación geométrica y su relación algebraica.
- C** Utilizar un software geométrico para representar, a través de parábolas, las variaciones de los coeficientes de una función cuadrática.
- D** Determinar puntos de una función cuadrática dada y graficarla en un software geométrico para verificar la pertenencia de estos puntos.

9.-

Un docente en un 2 Medio comenzará a trabajar con los estudiantes el contenido “inversa de una función”. Para planificar su clase, seleccionará un recurso didáctico para que los estudiantes logren la comprensión del contenido.

Considerando que en 8° Básico el curso comprendió las funciones afines, en 1 Medio representaron relaciones lineales en dos variables y en el nivel ya han trabajado objetivos referentes a la función cuadrática, ¿cuál de los siguientes recursos es el más adecuado para su clase?

- A Un diagrama sagital de la función $f(x) = \sqrt{x+3}$ con diferentes valores, para que los estudiantes determinen en cada imagen su preimagen y, a partir de ello, puedan construir la definición de función inversa.
- B Un plano cartesiano con una función cuadrática, explicitando las coordenadas de algunos puntos pertenecientes a la función, para que los estudiantes comprendan el concepto de función inversa a partir de su comprobación algebraica.
- C Un plano cartesiano con una función lineal a partir de la cual se puedan explicar las propiedades de inyectividad y sobreyectividad, conceptos clave para la comprensión y aplicación de la función inversa, a partir de la verificación gráfica de estos en el plano.
- D Un diagrama sagital de una función afín en el que se asocien las imágenes a cada preimagen, para que los estudiantes relacionen de forma intuitiva la función dada con la función que asocia estos valores en sentido inverso, establezcan conjeturas y estas se formalicen en conjunto.

10.-

En un 2 Medio un docente identifica que, al aplicar las propiedades de los logaritmos, algunos de los estudiantes desarrollan los ejercicios planteando la siguiente igualdad: $\log(a+b) = \log(a) + \log(b)$.

¿Cuál de las siguientes estrategias del docente contribuye directamente a que los estudiantes identifiquen su error?

- A Presentar algunos contraejemplos numéricos.
- B Reforzar la práctica de la operatoria con logaritmos.
- C Repasar las propiedades y definiciones de logaritmos.
- D Expresar los logaritmos en forma de potencias.

11.-

Un profesor en un 1 Medio está planificando una clase cuyo objetivo es: “Desarrollar el cuadrado de binomio de forma pictórica y simbólica”.

¿Qué conocimiento previo necesariamente debieran haber aprendido los estudiantes para abordar este objetivo?

- ☐ A Reducción de expresiones algebraicas.
- ☐ B Valorización de expresiones algebraicas.
- ☐ C Aplicación de propiedades de potencias en álgebra.
- ☐ D Traducción de lenguaje natural a lenguaje algebraico.

12.-

Una profesora en un 3 Medio está planificando las clases en las que abordará el siguiente objetivo: “Resolver problemas de geometría euclidiana que involucren relaciones métricas entre cuerdas, secantes y tangentes de una circunferencia”.

¿Cuál de los siguientes contenidos es necesario que los estudiantes dominen previamente para abordar este objetivo?

- ☐ A Semejanza de triángulos.
- ☐ B Congruencia de triángulos.
- ☐ C Sector y segmento circular.
- ☐ D Área y perímetro de una circunferencia.

13.-

En una clase de 3 Medio, una profesora está trabajando el siguiente objetivo: “Reconocer a los números complejos como una extensión del campo numérico de los números reales”. En uno de los ejercicios, un estudiante plantea el siguiente procedimiento:

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{-1 \cdot -1} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = i \cdot i = i^2 = -1$$

La mayoría de los estudiantes no encuentra el problema lógico en el procedimiento.

Considerando esta evidencia, ¿qué contenido es comprendido erróneamente por los estudiantes, dificultando el logro del objetivo planteado?

- ☐ A La interpretación del significado de $\sqrt{-1}$.
- ☐ B La aplicación de las propiedades de las raíces y potencias.
- ☐ C La distinción entre los números complejos que pertenecen a los reales y los que no.
- ☐ D La comprensión de las limitaciones de las propiedades de las raíces en los números complejos.

14.-

Observe las respuestas de un estudiante a la actividad que diseñó un profesor para abordar el contenido de variable aleatoria:

Para el experimento aleatorio que consiste en lanzar 3 veces una moneda y anotar los resultados, se define la variable aleatoria X como cantidad de caras obtenidas. Dado lo anterior, responda:

1) ¿Cuál es el recorrido de la variable aleatoria X ?

RESPUESTA:

$$\Omega = \{ccc, ccs, css, sss\}$$

El recorrido de X es $\{0, 1, 2, 3\}$

2) ¿Cuál es la función de probabilidad de X ?

RESPUESTA:

Como son 4 casos posibles, entonces se tiene:

$$P(X=0)=1/4 \quad P(X=1)=1/4 \quad P(X=2)=1/4 \quad P(X=3)=1/4$$

Considerando esta evidencia, ¿en qué procedimiento se produjo principalmente el error que dificultó el desarrollo de la actividad anterior?

- ☐ A En la definición de X .
- ☐ B Al determinar el dominio de X .
- ☐ C Al determinar el recorrido de X .
- ☐ D En el cálculo de la función de probabilidad de X .

15.-

Uno de los objetivos de aprendizaje del currículum de 2 Medio se orienta a que los estudiantes sean capaces de realizar cálculos que involucren operaciones con números reales.

¿Cuál de los siguientes indicadores de evaluación da cuenta directamente del logro de este objetivo?

- ☐ A Diferencian números racionales de irracionales.
- ☐ B Operan con números racionales e irracionales.
- ☐ C Resuelven problemas que involucren raíces en diferentes contextos.
- ☐ D Reconocen números cuyo desarrollo decimal es infinito y no tiene periodo.

16.-

Un profesor en un 2 Medio ha estado trabajando con los estudiantes el siguiente objetivo: “Determinar la función inversa de una función lineal”, y realizará una evaluación de cierre para verificar su aprendizaje respecto de los contenidos abordados.

¿Cuál de los siguientes indicadores de evaluación da cuenta directamente del logro de este objetivo?

- ☐ A Elaboran tablas de valores para la inversa de una función lineal.
- ☐ B Calculan la ecuación asociada a la inversa de una función lineal.
- ☐ C Identifican dominio y recorrido para funciones inversas de funciones lineales dadas.
- ☐ D Resuelven problemas que involucran la aplicación de la inversa de una función lineal.

17.-

Una docente en un 3 Medio está trabajando con los estudiantes la probabilidad condicionada, a partir del siguiente problema:

En una clase de un taller electivo asistieron 23 alumnos del curso A, de los cuales 3 llegaron atrasados, mientras que del curso B asistieron 11 alumnos, de los cuales 2 llegaron atrasados.

Durante la clase, el profesor designó a un estudiante al azar para responder una pregunta. Si este pertenecía al curso A, ¿cuál es la probabilidad de que haya llegado atrasado?

Un estudiante responde que la probabilidad es $\frac{3}{34}$, por lo que la docente decide orientarlo en su análisis.

¿Qué comentario retroalimenta formativamente el aprendizaje del alumno, de modo que pueda identificar su error y comprender el contenido abordado en la clase?

- A** Cuando se señala que se escogió a un estudiante del curso A, los casos totales se limitan. Por lo tanto, aunque los casos favorables sean 3, los casos totales solo son 23, obteniendo como resultado una probabilidad de $\frac{3}{23}$.
- B** Tu resultado corresponde a la probabilidad de seleccionar un estudiante del curso A atrasado del total de los estudiantes atrasados. Determina la probabilidad solicitada considerando solo los datos de los estudiantes del curso A.
- C** La probabilidad de que ocurra un evento M dado que ocurrió un evento N , se calcula con la expresión $P(M/N) = \frac{P(M \cap N)}{P(N)}$. Si el evento M es seleccionar a un estudiante que llegó atrasado, y el N seleccionar a un estudiante del curso A, ¿cuál es la probabilidad solicitada?
- D** Si bien hay 3 estudiantes del curso A que se atrasaron, debes considerar que los casos totales se reducen, pues se sabe que el estudiante seleccionado va en este curso. ¿Cuál es el espacio muestral, entonces? Con esta información, determina nuevamente la probabilidad solicitada.

18.-

Un profesor en un 2 Medio realizó una evaluación respecto de la aplicación del cálculo del área de esferas en la resolución de problemas. A continuación se presenta la respuesta de un estudiante a uno de los ejercicios planteados:

Juan utilizará 2 pelotitas de plumavit en una maqueta, pintándolas con témpera del mismo color. El radio de una pelotita mide 3 cm y el diámetro de la otra mide 4 cm.

Si tiene témpera suficiente para pintar 300 cm², ¿le alcanzará la pintura para cubrir con una capa las dos pelotitas de plumavit? Explicita tus cálculos.

Respuesta: Fórmula del área de las esferas: $A = 4\pi \cdot r^2$

■ **Pelotita 1:** $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 = 113,04 \text{ cm}^2$

■ **Pelotita 2:** $A = 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2 = 200,96 \text{ cm}^2$

Debe pintar aproximadamente $113,04 + 200,96 = 314 \text{ cm}^2$, así que la pintura que tiene Juan no le va a alcanzar.

¿Qué retroalimentación del docente permite que el estudiante identifique su error y corrija su respuesta, comprendiendo el uso de la fórmula aplicada?

- A** Aplicaste bien la fórmula del área de las esferas, pero en vez de utilizar el diámetro en el cálculo del área de la segunda pelotita, determina el radio y usa ese dato en la fórmula. ¿Le alcanza ahora la pintura a Juan? Comprueba tus resultados.
- B** Aunque reconoces que el problema se resuelve calculando el área de ambas esferas y sumándolas, debes distinguir radio de diámetro. ¿Qué dato del enunciado debes transformar antes de reemplazarlo en la fórmula? Corrige este error y calcula nuevamente el resultado.
- C** Recordaste la fórmula del área de una esfera y realizaste un procedimiento correcto para determinar el área total. Sin embargo, te equivocaste al seleccionar los datos al considerar el diámetro en vez del radio. Calcula nuevamente las áreas de las pelotitas de plumavit.
- D** Hiciste los cálculos con los datos incorrectos, pues te equivocaste al determinar el área de la segunda pelotita. El radio de una esfera se determina dividiendo el valor del diámetro en 2. Con esta información, realiza el mismo procedimiento que hiciste antes, ajustando los valores.

19.-

Si z y u son números irracionales y q es un número racional distinto de cero, ¿cuál de los siguientes es siempre un número irracional?

- A \sqrt{q}
- B $z \cdot u$
- C $q \cdot z$
- D $z + u$

20.-

Dados los números $p = \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$, $q = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$, $r = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$, ¿cuál de las siguientes opciones indica el orden de sus valores?

- A $p < r < q$
- B $p < q < r$
- C $r < 3p < q$
- D $r < p < pq$

21.-

¿Cuál es el resultado de la multiplicación de los números complejos $(5 + 2i)$ y $(1 - 4i)$?

- A $5 - 8i$
- B $11 + 8i$
- C $13 - 18i$
- D $-3 - 18i$

22.-

Al simplificar la expresión $\frac{5+3i}{3-3i}$, ¿qué resultado se obtiene?

A $2-3i$

B $\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$

C $\frac{5}{2}+\frac{5}{2}i$

D $-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$

23.-

Sean a , b y c números reales, tales que $a > 0$, $b < 0$ y $c+3 > 0$.

¿Cuál de las siguientes relaciones de orden es siempre verdadera?

A $ab-c > 3$

B $a+b > c$

C $a-b+c > -3$

D $\frac{1}{a}-\frac{1}{b} < \frac{1}{c}-3$

24.-

Sean m , n , p y q números reales, tales que $m > 0$, $m \neq 1$ y $pq^{-2} > 0$.

Si $\log_m pq^{-2} = n$, ¿cuál de las siguientes expresiones es siempre verdadera?

A $p = n^m q^2$

B $p = m^n q^2$

C $m^n = \frac{1}{p^2 q^2}$

D $m^n = p + q^2$

25.-

Sean a , b , m y n números reales, tales que $m \neq 3$, $n \neq 0$, $a > 1$ y $b > 1$.

Si $\frac{1}{a^{3-m}} = \sqrt[n]{b}$, ¿cuál de las siguientes expresiones es equivalente a m ?

A $\frac{-n}{\log_b a} + 3$

B $n \log_a b + 3$

C $\frac{1}{n} + 3 \log_b a$

D $\frac{1}{n} \log_a b + 3$

26.-

¿Cuál es el valor de $\left(\frac{0,000015}{0,0003}\right)^{-2}$?

A $5 \cdot 10^{-2}$

B $4 \cdot 10^{-6}$

C $5 \cdot 10^4$

D $4 \cdot 10^2$

27.-

Un papel cuadrado de $P \text{ m}^2$ de área se corta por la mitad y cada mitad se corta por la mitad, una y otra vez, sucesivamente.

¿Cuál es el área del papel que queda después de n cortes?

A $\left(\frac{P}{2}\right)^n \text{ m}^2$

B $P\left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ m}^2$

C $\left(\frac{P}{2}\right)^{n-1} \text{ m}^2$

D $P\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ m}^2$

28.-

¿Cuál es el resultado de $\sqrt[n]{4^{n+2}} \cdot \sqrt[n]{2^{n-4}}$?

A 1

B 2

C 4

D 8

29.-

Si la recta $x = -2$ es una asíntota de $f(x) = \frac{3x+2}{ax-6}$, ¿cuál es el valor de a ?

A -3

B $-\frac{3}{2}$

C 2

D 3

30.-

Dada las funciones reales $f(x) = 6x - 3$ y $g(x) = \frac{1}{3}x - 1$, ¿qué función se obtiene al componer $g \circ f$?

A $g \circ f(x) = 2x - 2$

B $g \circ f(x) = 2x - 3$

C $g \circ f(x) = 2x - 4$

D $g \circ f(x) = 2x - 9$

31.-

¿Cuál de las siguientes funciones, considerando sus respectivos dominios, es la inversa de la función real $f(x) = 2^{-x}$?

A $f^{-1}(x) = \log_2(-x)$

B $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$

C $f^{-1}(x) = \log_2(x)$

D $f^{-1}(x) = \log_{-2}(x)$

32.-

Considerando la gráfica de la función $f(x) = \cos(x)$ definida en el intervalo $[0, 2\pi]$, ¿cuál de las siguientes rectas es un eje de simetría de la función?

A $x = 0$

B $y = 0$

C $x = \pi$

D $y = \frac{\pi}{2}$

33.-

Si las raíces de una ecuación cuadrática son $3 + \sqrt{p}$ y $3 - \sqrt{p}$, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al discriminante de esta ecuación?

A $\Delta = 6$

B $\Delta = 4p$

C $\Delta = -p$

D $\Delta = 9 - p$

34.-

Sea la ecuación cuadrática $2ax^2 + 3b + 4 = 0$, donde $a, b \in \mathbb{R}$, con $a > 0$ y $b < 0$.

¿Cuál de las siguientes condiciones necesariamente debe cumplirse para que la ecuación tenga 2 soluciones reales y distintas?

A $b < -\frac{4}{3}$

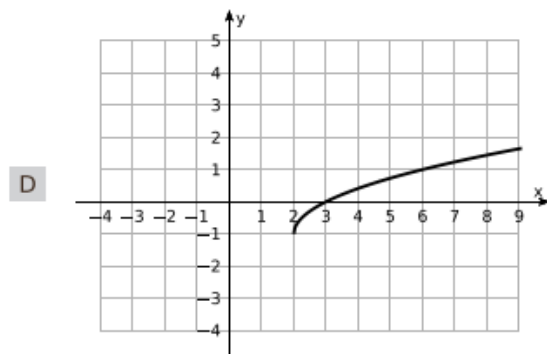
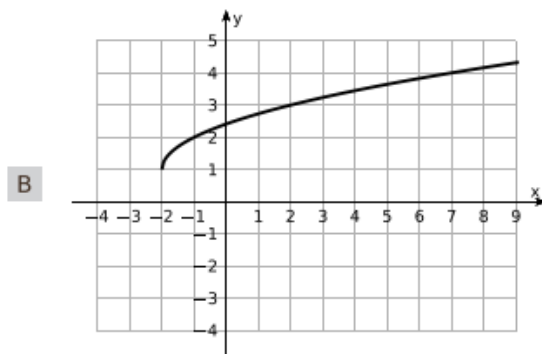
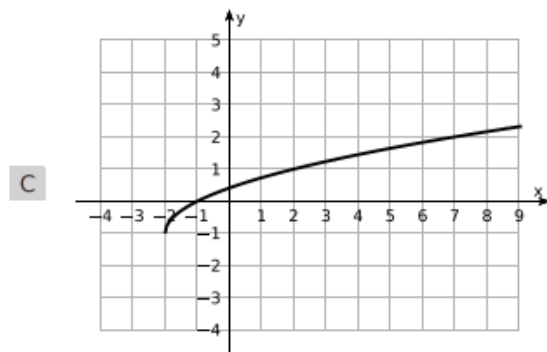
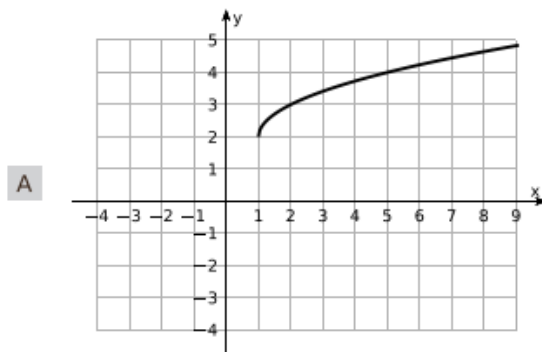
B $b > -\frac{4}{3}$

C $b > \frac{4}{3}\sqrt{2a}$

D $b < -\frac{4}{3}\sqrt{2a}$

35.-

¿Cuál es la representación gráfica de la función $f(x) = \sqrt{x+2} - 1$?



36.-

Para aumentar las ventas en un cine, se ha lanzado la siguiente oferta: "5% de descuento respecto del precio de la última entrada comprada".

Si el precio de la primera entrada es \$3 500, ¿cuál será el precio de la quinta entrada?

A $3\,500 \cdot 5 \cdot \frac{5}{100}$

B $3\,500 \cdot 5 \cdot \frac{95}{100}$

C $3\,500 \left(1 - \frac{5}{100}\right)^4$

D $3\,500 \left(1 - \frac{5}{100}\right)^5$

37.-

A una función de títeres, asisten cincuenta personas, entre niños y adultos.

Si se recaudan \$120 000 por concepto de entradas, las cuales tienen un valor de \$2 000 por niño y \$3 000 por adulto, ¿cuántos niños asistieron?

A 10

B 24

C 26

D 30

38.-

Si a es un real positivo, ¿cuál es el conjunto solución de la inecuación $\frac{1}{|x|} > a$?

A $\left]-\frac{1}{a}, 0\right[\cup \left]0, \frac{1}{a}\right[$

B $\left]-\infty, \frac{1}{a}\right[$

C $\left]-\infty, -\frac{1}{a}\right[$

D $\left]-\infty, -\frac{1}{a}\right[\cup \left]\frac{1}{a}, +\infty\right[$

39.-

Sofía va a la escuela en furgón y es la primera estudiante a la que pasan a buscar. Un día llegó el furgón y, como ella no estaba lista, su mamá la fue a dejar en bus 4 minutos después.

Ambos vehículos demoran lo mismo en un trayecto sin paradas desde la casa de Sofía a la escuela. Por cada estudiante que el furgón recoge después de ella se suman 90 segundos a este trayecto, mientras que en bus se suman 48 segundos por cada uno de los 10 paraderos por los que pasa.

Si cuando Sofía llegó a la escuela su furgón ya estaba ahí, ¿cuántos estudiantes había como máximo en el furgón ese día?

☐ A 4

☐ B 5

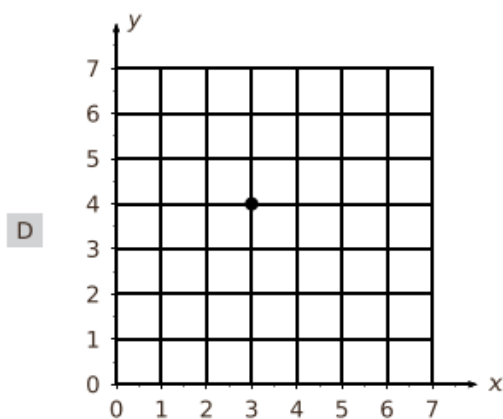
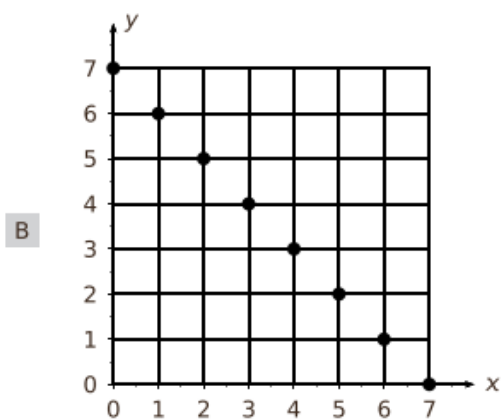
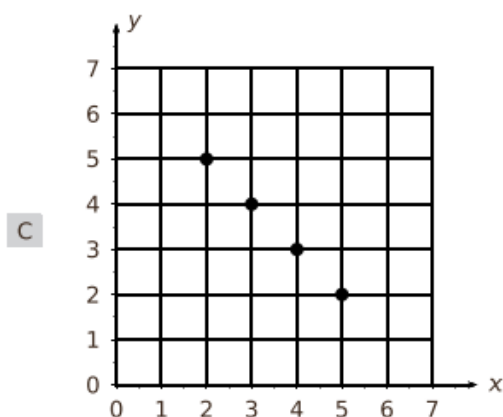
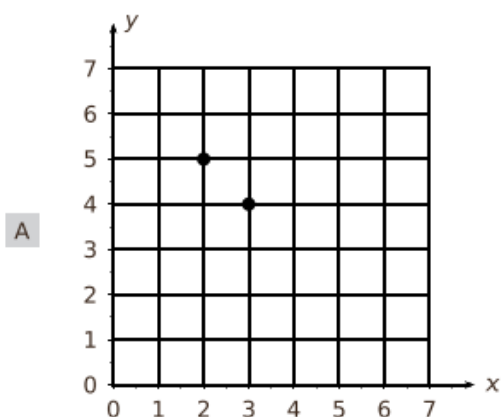
☐ C 7

☐ D 8

40.-

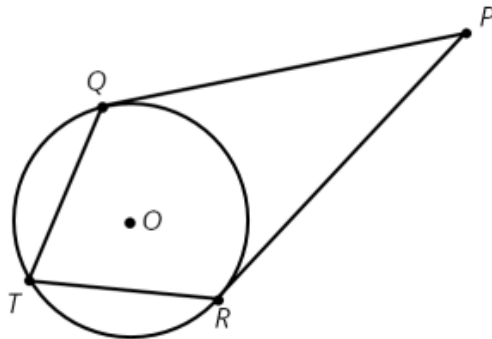
La contraseña del teléfono de Roberto tiene cuatro dígitos, ordenados de menor a mayor, los que suman 15. El primer dígito de su contraseña es 2 y el último es 6, y los dígitos pueden repetirse.

¿En cuál de estas representaciones gráficas se muestran todos los posibles valores que pueden tomar el segundo y tercer dígito de su contraseña, si estos corresponden a x e y , respectivamente?



41.-

En la siguiente figura, los puntos Q , T y R pertenecen a la circunferencia de centro O y P es un punto exterior. Además, los segmentos \overline{QP} y \overline{RP} son tangentes a la circunferencia en los puntos Q y R , respectivamente:



Si en la figura anterior $m(\angle RTQ) = 64^\circ$, ¿cuál es la medida de $\angle QPR$?

- A 32°
- B 52°
- C 104°
- D 116°

42.-

Desde la cima de un edificio de 40 metros de alto se observa la cima de una grúa con un ángulo de elevación de 60° .

Si la grúa se encuentra a 90 metros de distancia del edificio, ¿cuántos metros de altura mide la grúa?

- A $30\sqrt{3} + 40$
- B $45\sqrt{3} + 40$
- C $60\sqrt{3} + 40$
- D $90\sqrt{3} + 40$

43.-

Se hace girar indefinidamente un rectángulo, como el que se muestra en la figura, en torno al lado AB , generando un cuerpo. Un cono de generatriz $4\sqrt{3}$ se ha inscrito a él.

¿Cuál es la diferencia entre el volumen del cuerpo generado y el del cono inscrito en él?



A $3\pi\sqrt{39}$

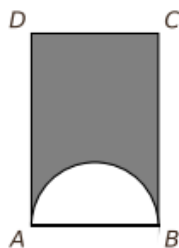
B $6\pi\sqrt{39}$

C $9\pi\sqrt{39}$

D $\pi\sqrt{39}$

44.-

Observe el rectángulo $ABCD$ y la semicircunferencia de diámetro \overline{AB} :



El radio de la semicircunferencia es r y \overline{BC} mide m . Al hacer girar la región gris en forma indefinida en torno a \overline{AB} , se genera un cuerpo.

¿Cuál es el volumen del cuerpo generado a partir de esta rotación?

- A $2\pi r^2 \left(\frac{6m-r}{3} \right)$
- B $4\pi r^2 \left(\frac{3m-r}{3} \right)$
- C $4\pi r \left(\frac{3m^2-r^2}{3} \right)$
- D $2\pi r \left(\frac{3m^2-2r^2}{3} \right)$

45.-

Un sector circular, cuyo ángulo central mide α radianes, tiene un área de A centímetros cuadrados.

¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al radio de dicho sector, medido en centímetros?

- A $\frac{2A}{\alpha}$
- B $\frac{A}{\alpha} \sqrt{2}$
- C $2\sqrt{\frac{A}{\alpha}}$
- D $\sqrt{\frac{2A}{\alpha}}$

46.-

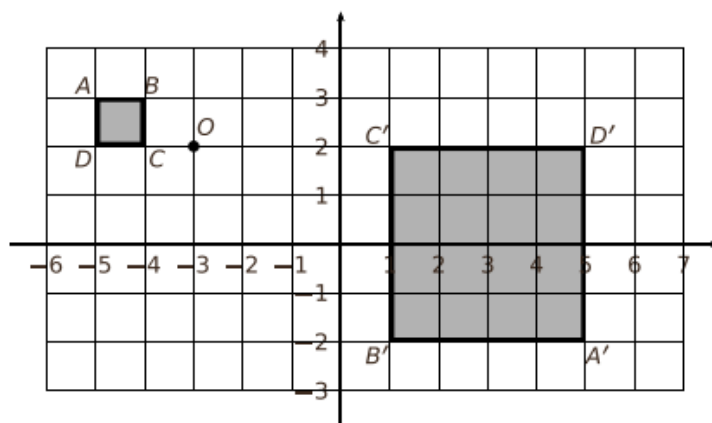
Un artesano confeccionará aros de arcilla con forma de cono, cada uno con un radio de 0,5 cm y una altura de 1 cm.

Si tiene $32\pi \text{ cm}^3$ de arcilla para confeccionarlos, ¿cuántos pares de aros podrá hacer con esta cantidad de material?

- A 64
- B 128
- C 192
- D 384

47.-

Observe el cuadrado $ABCD$ y la imagen $A'B'C'D'$ que se obtiene al aplicarle una homotecia con centro en O :



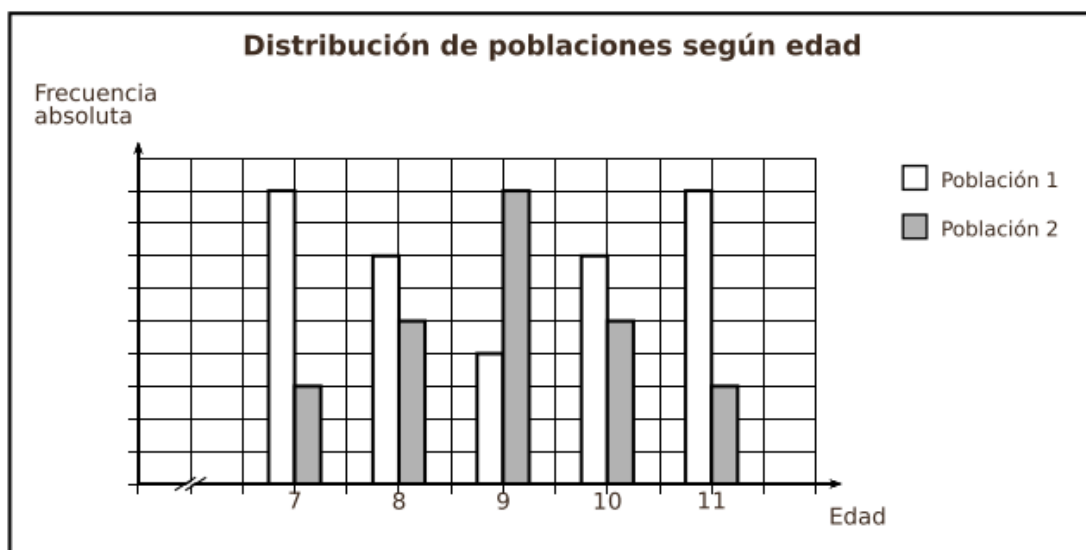
La relación vectorial que transforma la figura $ABCD$ en $A'B'C'D'$ es $\overrightarrow{OA'} = \frac{8}{2-(m+3)^2} \cdot \overrightarrow{OA}$

Dado lo anterior, ¿qué valor puede tomar m ?

- A - 3
- B - 1
- C 4
- D 13

48.-

El siguiente gráfico muestra la distribución de dos poblaciones diferentes, según sus edades:



La Población 1 tiene rango r_1 y varianza V_1 , mientras que la Población 2 tiene rango r_2 y varianza V_2 .

Si se comparan las medidas de dispersión de cada población, ¿qué relación numérica hay entre estos valores?

- A

$r_1 = r_2$	$V_1 = V_2$
-------------	-------------
- B

$r_1 = r_2$	$V_1 < V_2$
-------------	-------------
- C

$r_1 = r_2$	$V_1 > V_2$
-------------	-------------
- D

$r_1 > r_2$	$V_1 > V_2$
-------------	-------------

49.-

En una academia de danza se realizó un estudio de mercado sobre la probabilidad de que a fin de mes ingresen nuevos integrantes.

Si se define la variable aleatoria X como la cantidad de participantes nuevos en la academia, obteniendo que $P(X \leq 3) = 0,875$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es posible inferir con respecto a la información anterior?

- A Hay un 87,5 % de probabilidad de que ingresen solo 3 personas a la academia.
- B Hay un 12,5 % de probabilidad de que ingresen solo 4 personas a la academia.
- C Hay un 87,5 % de probabilidad de que ingresen al menos 3 personas a la academia.
- D Hay un 12,5 % de probabilidad de que ingresen como mínimo 4 personas a la academia.

50.-

Se tiene una muestra ordenada de 400 números, donde el valor de cada número corresponde a $n + 15$, siendo n su posición en la muestra, con $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$.

Considerando la muestra anterior, ¿cuál de las siguientes opciones representa al percentil 70?

- A 280,0
- B 280,5
- C 290,5
- D 295,5

51.-

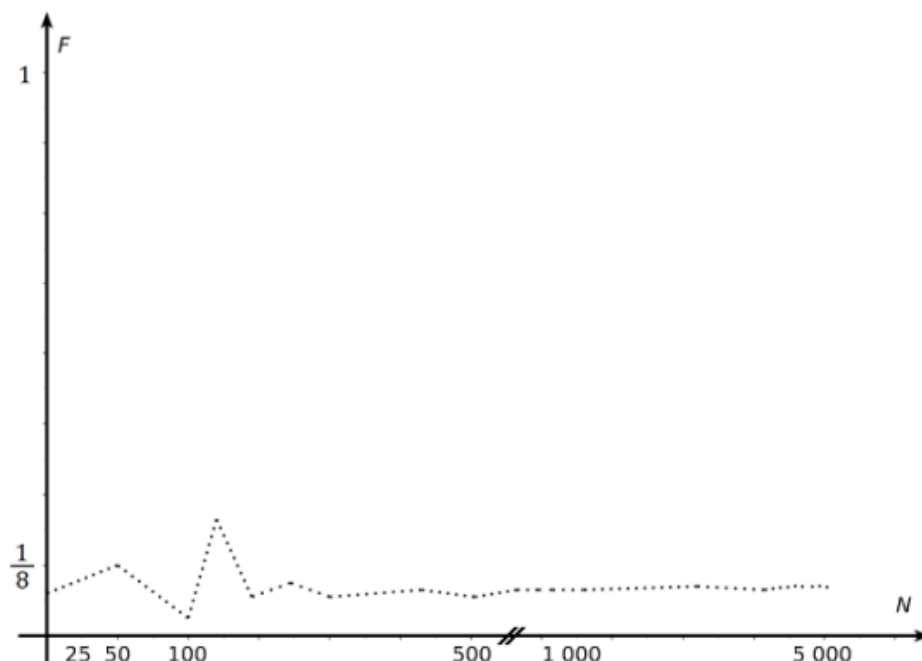
Sea X una variable aleatoria discreta, tal que $P(i) = \frac{i}{10}$, con $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Dado lo anterior, ¿cuál es el valor de $P(X < 2,5)$?

- A 0
- B 0,2
- C 0,25
- D 0,3

52.-

En el siguiente gráfico se muestran los resultados de una simulación de un experimento A. La abscisa corresponde a la cantidad de veces que se realizó el experimento y la ordenada, a la frecuencia relativa de un suceso S:



¿A cuál de las siguientes opciones corresponde la representación del gráfico, en relación al experimento aleatorio A y el suceso S?

A

$A = \{\text{Se saca una bola de una urna que contiene 21 bolas blancas y 3 negras}\}$
 $S = \text{Extraer una bola blanca.}$

B

$A = \{\text{Se tiene una bolsa con fichas enumeradas del 1 al 17 y se extrae una al azar}\}$
 $S = \text{Extraer una ficha con un número primo.}$

C

$A = \{\text{Se lanzan 3 monedas al aire y se anota el número de cara y sello obtenidos}\}$
 $S = \text{Obtener 3 caras.}$

D

$A = \{\text{Se lanzan 2 dados y se anotan los resultados obtenidos}\}$
 $S = \text{Obtener 2 números primos.}$

53.-

Los eventos A y B son complementarios y la probabilidad de que ocurra B es p .

¿Cuál es la probabilidad de que ocurra A, dado que ocurrió B?

- A 0
- B 1
- C p
- D $1 - p$

54.-

Sean A y B dos sucesos aleatorios, donde $P(A) \neq P(B)$ y cuya probabilidad condicional es $P(B|A) = x$.

¿Cuál debe ser el valor de x para asegurar que ambos sucesos sean independientes?

- A $x = P(A)$
- B $x = P(B)$
- C $x = P(A \cap B)$
- D $x = P(A) \cdot P(B)$

55.-

Si en una bolsa hay 15 pelotitas rojas y 10 negras, ¿en cuál de los siguientes eventos la variable aleatoria X puede ser modelada binomialmente?

- A Se realizan 8 extracciones sin reposición y se define X como la cantidad de pelotitas rojas que se obtienen.
- B Se realizan 8 extracciones con reposición y se define X como la cantidad de pelotitas rojas que se obtienen.
- C Se realizan 8 extracciones sin reposición y se define X como la cantidad de veces que se obtiene una pelotita roja.
- D Se realizan 8 extracciones con reposición y se define X como la cantidad de veces que se obtiene una pelotita roja.

56.-

Cierto tipo de batería dura en promedio 4 años, con una desviación estándar de 0,7 años.

Suponiendo que las duraciones de las baterías son normalmente distribuidas, siendo z la variable aleatoria normal estándar correspondiente, ¿cuál de estas expresiones representa la probabilidad de que una batería dure menos de 2 años y 6 meses?

A $P\left(z < \frac{2,5 - 4}{0,7}\right)$

B $P\left(z < \frac{2,5 - 4}{0,7^2}\right)$

C $P\left(z < \frac{2,5 - 4}{\sqrt{0,7}}\right)$

D $P\left(z < \frac{(2,5 - 4)^2}{0,7}\right)$