

Enunciado - Primera Parte

Una refinería mezcla 5 tipos de gasolina cruda (Tipo 1, Tipo 2, Tipo 3, Tipo 4 y Tipo 5) para producir dos tipos de nafta para autos (común y súper).

La tabla muestra el número de barriles disponibles por día de cada tipo de gasolina cruda, la potencia de performance y el costo por barril.

Gasolina cruda	Potencia	Barriles / día	Costo / barril
Tipo 1	70	2000	0.8
Tipo 2	80	4000	0.9
Tipo 3	85	4000	0.95
Tipo 4	90	5000	1.15
Tipo 5	99	3000	2

La nafta común debe tener una potencia de al menos 85 y la súper de al menos 95.

Los contratos de la refinería requieren que al menos se produzcan 8000 barriles por día de nafta súper.

El precio de venta es de \$3.75 por barril de nafta súper y de \$2.85 por barril de nafta común.

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?

1. Redactar objetivo, hipótesis, plantear modelo por PLC y realizar una corrida con software.
2. Hacer un análisis detallado post optimal de la corrida del punto 1.

Enunciado - Segunda Parte

Dada la imposibilidad de cumplir con los contratos se decidió no realizarlos y re negociar las condiciones. Bajo este nuevo escenario se pide, realizando independientemente un punto del otro:

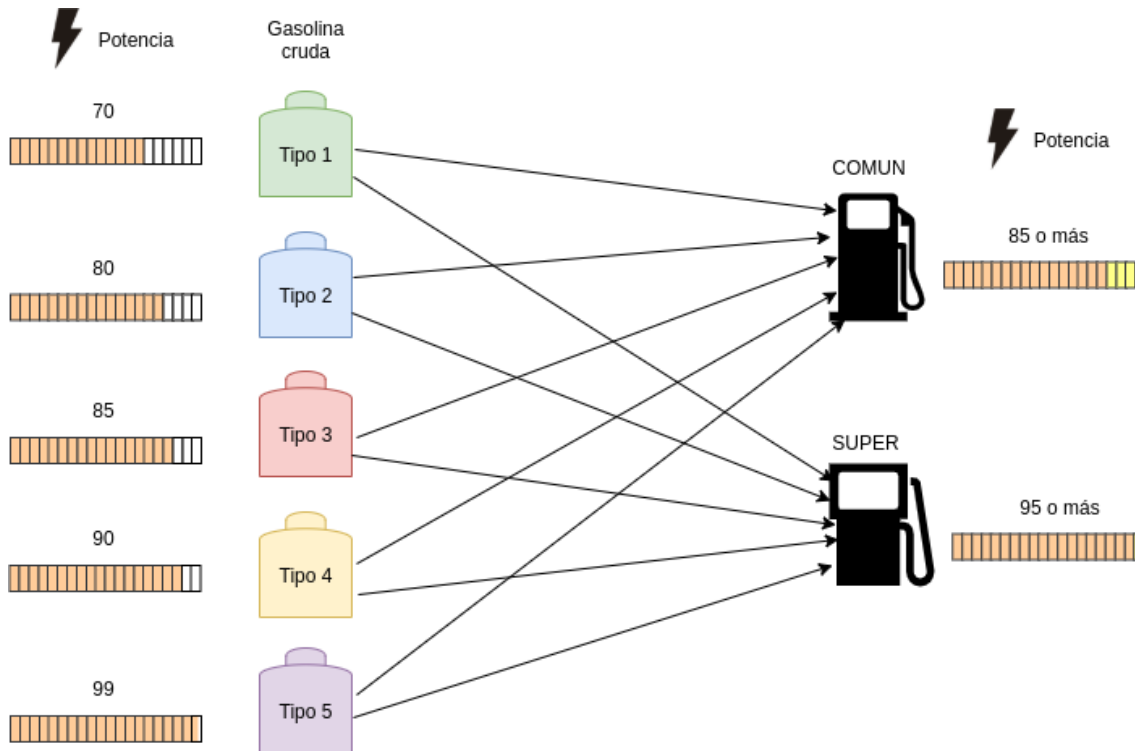
1. El sector de ventas nos pide un análisis detallado de los precios de venta por barril de nafta súper y nafta común. Ofreciéndoles alternativas y explicándoles el porqué de las mismas.
2. El sector de compras nos informa que pueden re negociar los precios a pagar por los barriles de gasolina cruda, que les gustaría saber qué tipos de gasolina (1, 2, 3, 4, 5) nos resultan más estratégicos, que precios consideramos más competitivos y que disponibilidades de dichas gasolinas crudas nos interesan mantener y/o incrementar.
3. El laboratorio de la refinería nos informa que están investigando unos nuevos aditivos que les permite incrementar la potencia de las gasolinas crudas, nos solicitan les informemos que gasolinas crudas y sus respectivas potencias nos interesaría que les demos prioridad en las investigaciones.

Trabajo Práctico - Primera Parte

Situación Problemática

Se trata de un problema de planificación de la producción con la particularidad de que se tienen mezclas de distintos tipos de gasolinas para producir 2 tipos de nafta como resultado.

Cada mezcla debe cumplir con un mínimo de potencia y se tiene una demanda mínima de barriles de nafta súper. También en la producción de la nafta se debe tener en cuenta el costo de cada tipo de combustible.



Objetivo

Determinar la cantidad de los dos tipos de nafta a producir en un día para maximizar las ganancias totales.

Hipótesis y Supuestos

- Las masas de las gasolinas son aditivas y lineales. Es decir, la cantidad final de barriles producidos en cada nafta es igual a la suma de las cantidades de barriles de las gasolinas que las componen.
- Se pueden producir cantidades arbitrariamente pequeñas de nafta.
- No es necesario mezclar todos los tipos de gasolina para producir un tipo de nafta. Es decir, puede no llegar a utilizarse algún tipo de gasolina para algún tipo de nafta y hasta puede ocurrir que la nafta esté compuesta por un solo tipo de gasolina.
- Las potencias son una combinación lineal de las potencias de los combustibles que componen a la nafta resultante.
- No se pierde volumen al mezclar la gasolina cruda
- No hay pérdidas de barriles en el proceso
- Los precios no varían en el periodo analizado
- No hay más costos que el de los barriles
- Toda la nafta producida va a venderse. No hay stock inicial ni final.

- El consumo de los recursos es directamente proporcional a la cantidad fabricada. No importan las proporciones finales de cada nafta mientras cumpla con las especificaciones. El resultado y su costo por barril no se verá afectado.
- Todos los barriles de gasolina no utilizados se desechan de un período a otro.
- Las constantes del modelo no varían.
- El período alcanza para producir tantos barriles de cada tipo de nafta como sea necesario.
- No hay materia prima ni productos defectuosos.
- Se pueden usar fracciones de barriles para la producción de nafta, en vez de dedicar un barril entero para cada barril de nafta producido.

Identificación de variables de decisión controlables

$G_{i,k}$ ($i \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \wedge k \in \{C, S\}$) [barriles/día] : Gasolina de tipo i destinada a producir nafta del tipo k (C por común, S por super)

N_k ($k \in C, S$) [barriles/día] : Nafta de tipo k producida

La nafta se obtiene de la mezcla de 5 tipos de gasolina

$$N_C = \sum_{i=1}^5 G_{i,C}$$
$$N_S = \sum_{i=1}^5 G_{i,S}$$

Restricciones

Límites de barriles diarios

$$\begin{aligned}G_{1,C} + G_{1,S} &\leq 2000 \\G_{2,C} + G_{2,S} &\leq 4000 \\G_{3,C} + G_{3,S} &\leq 4000 \\G_{4,C} + G_{4,S} &\leq 5000 \\G_{5,C} + G_{5,S} &\leq 3000\end{aligned}$$

Se requieren al menos 8000 barriles de nafta súper

$$N_S \geq 8000$$

La nafta común debe tener una potencia de al menos 85

$$G_{1,C} * 70 + G_{2,C} * 80 + G_{3,C} * 85 + G_{4,C} * 90 + G_{5,C} * 99 \geq N_C * 85$$

La nafta súper debe tener una potencia de al menos 95

$$G_{1,S} * 70 + G_{2,S} * 80 + G_{3,S} * 85 + G_{4,S} * 90 + G_{5,S} * 99 \geq N_S * 95$$

Función Objetivo

$$Ganancias = 2.85 * N_C + 3.75 * N_S$$

$$Costos = 0.8*(G_{1,C}+G_{1,S})+0.9*(G_{2,C}+G_{2,S})+0.95*(G_{3,C}+G_{3,S})+1.15*(G_{4,C}+G_{4,S})+2*(G_{5,C}+G_{5,S})$$

$$MaxZ = Ganancias - Costos$$

Solución y Análisis Post Optimal

Como se puede ver en el anexo, la corrida de GLPK devuelve que no hay solución óptima para las restricciones dadas, y por ende el problema es incompatible. Analizando el problema, buscamos por el absurdo el contraejemplo que demuestre que, efectivamente, no hay semejante solución:

Se quieren producir 8000 barriles de nafta super, con una potencia de al menos 95. Pero, si tomamos los 5000 barriles de gasolina cruda de tipo 4, y los 3000 barriles de gasolina cruda de tipo 5, mientras que su suma sí daría 8000 barriles, la combinación de potencia será de 93.375.

Por supuesto que tomar cualquier otra combinación de gasolinas crudas devolvería una potencia aun menor que la generada por la solución propuesta, considerando que las gasolinas de tipo 4 y 5 son las de mayor potencia.

Habiendo demostrado que no hay solución óptima, solo nos queda preguntarnos como subsanar los conflictos de las restricciones dadas.

Las modificaciones que se pueden hacer para llegar a una solución que cumpla con lo pedido puede ser cualquiera de las siguientes opciones, o bien una combinación adecuada de todos los puntos listados:

- Se deben producir menos barriles de nafta super por día, en vez de 8000
 - Al producir 5000 barriles provenientes de 3000 de gasolina de tipo 5 y 2000 de gasolina de tipo 4, se llega a una potencia de nafta super de 95.4
- Se debe conseguir un nuevo tipo de gasolina cruda, de mayor potencia que la gasolina de tipo 5, procurando que haya los suficientes barriles para llegar a los 8000 por día de nafta super
 - Al combinar 3000 barriles de una gasolina cruda hipotética de tipo 6 que tenga una potencia de 104, con los 5000 barriles de tipo 4, se consiguen 8000 barriles de nafta super de 95.25 de potencia
- Se debe aumentar la cantidad de barriles de gasolina de tipo 5 de tal manera que se cumpla la restricción de 8000 barriles diarios
 - Se pueden usar 8000 barriles de tipo 5
 - Se pueden usar unos 3500 barriles de tipo 4, y 4500 de tipo 5, así llegando a una potencia de 95.0625
- Se debe producir nafta super con menor potencia a 95
 - Se puede buscar una potencia de al menos 93

Tomando por supuesto que la restricción de producir al menos 8000 barriles de nafta super por día es la más restrictiva (valga la redundancia) de todas las conflictivas, y que es la más fácil de subsanar, se puede hacer una corrida del modelo sin esta restricción, llegando así a una solución óptima: generar \$32080 de ganancias, produciendo 16300 barriles de nafta comun y 1700 de nafta super. Las especificaciones de esta corrida estan presentes en el anexo de este informe.

Software: TP.mod

```
set NAFTA;  
  
var G{i in 1..5, j in NAFTA} >= 0;  
var N{k in NAFTA} >= 0;  
  
s.t. LIMITE1: G[1,'C'] + G[1,'S'] <= 2000;  
s.t. LIMITE2: G[2,'C'] + G[2,'S'] <= 4000;  
s.t. LIMITE3: G[3,'C'] + G[3,'S'] <= 4000;  
s.t. LIMITE4: G[4,'C'] + G[4,'S'] <= 5000;  
s.t. LIMITE5: G[5,'C'] + G[5,'S'] <= 3000;  
  
s.t. LIMITE_SUPER: N['S'] >= 8000;  
  
s.t. LIMITE_POTENCIA_COMUN: G[1,'C'] * 70 + G[2,'C'] * 80 + G[3,'C'] * 85 +  
    G[4,'C'] * 90 + G[5,'C'] * 99 >= N['C'] * 85;  
s.t. LIMITE_POTENCIA_SUPER: G[1,'S'] * 70 + G[2,'S'] * 80 + G[3,'S'] * 85 +  
    G[4,'S'] * 90 + G[5,'S'] * 99 >= N['S'] * 95;  
  
s.t. PRODUCCION{k in NAFTA}: N[k] = sum{i in 1..5} G[i, k];  
  
maximize z: 2.85 * N['C'] + 3.75 * N['S'] - 0.8 * (G[1,'C'] + G[1,'S']) - 0.9 *  
    (G[2,'C'] + G[2,'S']) - 0.95 * (G[3,'C'] + G[3,'S']) - 1.15 * (G[4,'C'] +  
    G[4,'S']) - 2 * (G[5,'C'] + G[5,'S']);  
  
data;  
  
set NAFTA := 'C' 'S';
```

Solución con GLPK: TP.sol

Problem: TP
Rows: 10
Columns: 12
Non-zeros: 46
Status: OPTIMAL
Objective: z = 32080 (MAXimum)

No.	Row name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	LIMITE1	NU	2000		2000	0.7
2	LIMITE2	NU	4000		4000	1.5
3	LIMITE3	NU	4000		4000	1.9
4	LIMITE4	NU	5000		5000	2.15
5	LIMITE5	NU	3000		3000	2.11
6	LIMITE_POTENCIA_COMUN	NL	0	-0		-0.09
7	LIMITE_POTENCIA_SUPER	NL	0	-0		-0.09
8	PRODUCCION[C]	NS	0	-0	=	-4.8
9	PRODUCCION[S]	NS	0	-0	=	-4.8
10	z	B	32080			

No.	Column name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	G[1,S]	B	234.483	0		
2	G[1,C]	B	1765.52	0		
3	G[2,S]	NL	0	0		< eps
4	G[2,C]	B	4000	0		
5	G[3,S]	NL	0	0		< eps
6	G[3,C]	B	4000	0		
7	G[4,S]	NL	0	0		< eps
8	G[4,C]	B	5000	0		
9	G[5,S]	B	1465.52	0		
10	G[5,C]	B	1534.48	0		
11	N[C]	B	16300	0		
12	N[S]	B	1700	0		

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 2.91e-11 on row 7
max.rel.err = 7.39e-16 on row 1
High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
High quality

KKT.DE: max.abs.err = 3.55e-15 on column 10
max.rel.err = 1.89e-16 on column 10
High quality

KKT.DB: max.abs.err = 8.88e-16 on column 5
max.rel.err = 8.88e-16 on column 5
High quality

End of output

Solución con GLPK sin la restricción de producir 8000 barriles de nafta super: TP-mod.sol

Problem: TP
Rows: 10
Columns: 12
Non-zeros: 46
Status: OPTIMAL
Objective: z = 32080 (MAXimum)

No.	Row name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	LIMITE1	NU	2000		2000	0.7
2	LIMITE2	NU	4000		4000	1.5
3	LIMITE3	NU	4000		4000	1.9
4	LIMITE4	NU	5000		5000	2.15
5	LIMITE5	NU	3000		3000	2.11
6	LIMITE_POTENCIA_COMUN	NL	0	-0		-0.09
7	LIMITE_POTENCIA_SUPER	NL	0	-0		-0.09
8	PRODUCCION[C]	NS	0	-0	=	-4.8
9	PRODUCCION[S]	NS	0	-0	=	-4.8
10	z	B	32080			

No.	Column name	St	Activity	Lower bound	Upper bound	Marginal
1	G[1,S]	B	234.483	0		
2	G[1,C]	B	1765.52	0		
3	G[2,S]	NL	0	0		< eps
4	G[2,C]	B	4000	0		
5	G[3,S]	NL	0	0		< eps
6	G[3,C]	B	4000	0		
7	G[4,S]	NL	0	0		< eps
8	G[4,C]	B	5000	0		
9	G[5,S]	B	1465.52	0		
10	G[5,C]	B	1534.48	0		
11	N[C]	B	16300	0		
12	N[S]	B	1700	0		

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 2.91e-11 on row 7
max.rel.err = 7.39e-16 on row 1
High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
High quality

KKT.DE: max.abs.err = 3.55e-15 on column 10
max.rel.err = 1.89e-16 on column 10
High quality

KKT.DB: max.abs.err = 8.88e-16 on column 5
max.rel.err = 8.88e-16 on column 5
High quality

End of output

Trabajo Práctico - Segunda Parte

Modelado y Resultados en Lindo

Funcional

MAX 2.05 G1C + 1.95 G2C + 1.9 G3C + 1.7 G4C + 0.85 G5C + 2.95 G1S + 2.85 G2S +
2.8 G3S + 2.6 G4S + 1.75 G5S

Restricciones

```
ST
LimBar1) G1C + G1S <= 2000
LimBar2) G2C + G2S <= 4000
LimBar3) G3C + G3S <= 4000
LimBar4) G4C + G4S <= 5000
LimBar5) G5C + G5S <= 3000
NComun) 70 G1C + 80 G2C + 85 G3C + 90 G4C + 99 G5C - 85 G1C - 85 G2C - 85 G3C -
      85 G4C - 85 G5C >= 0
NSuper) 70 G1S + 80 G2S + 85 G3S + 90 G4S + 99 G5S - 95 G1S - 95 G2S - 95 G3S -
      95 G4S - 95 G5S >= 0
END
```

Resultados

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 7

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

32080.00

VARIABLE VALUE REDUCED COST

G1C	2000.000000	0.000000
G2C	3642.105225	0.000000
G3C	4000.000000	0.000000
G4C	5000.000000	0.000000
G5C	1657.894775	0.000000
G1S	0.000000	0.000000
G2S	357.894745	0.000000
G3S	0.000000	0.000000
G4S	0.000000	0.000000
G5S	1342.105225	0.000000

ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES

LIMBAR1)	0.000000	0.700000
LIMBAR2)	0.000000	1.500000
LIMBAR3)	0.000000	1.900000
LIMBAR4)	0.000000	2.150000
LIMBAR5)	0.000000	2.110000
NCOMUN)	0.000000	-0.090000
NSUPER)	0.000000	-0.090000

NO. ITERATIONS= 7

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE CURRENT ALLOWABLE ALLOWABLE

COEF INCREASE DECREASE

G1C	2.050000	INFINITY	0.000000
G2C	1.950000	0.000000	1.357143
G3C	1.900000	INFINITY	0.000000
G4C	1.700000	INFINITY	0.000000
G5C	0.850000	0.000000	0.000000
G1S	2.950000	0.000000	INFINITY
G2S	2.850000	2.216666	0.000000
G3S	2.800000	0.000000	INFINITY
G4S	2.600000	0.000000	INFINITY

G5S 1.750000 0.000000 0.000000

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
LIMBAR1	2000.000000	1133.333252	1400.000000
LIMBAR2	4000.000000	3399.999756	3295.238281
LIMBAR3	4000.000000	INFINITY	4000.000000
LIMBAR4	5000.000000	4200.000000	3399.999756
LIMBAR5	3000.000000	12357.143555	1214.285767
NCOMUN	0.000000	17000.000000	21000.001953
NSUPER	0.000000	4857.143066	49428.574219

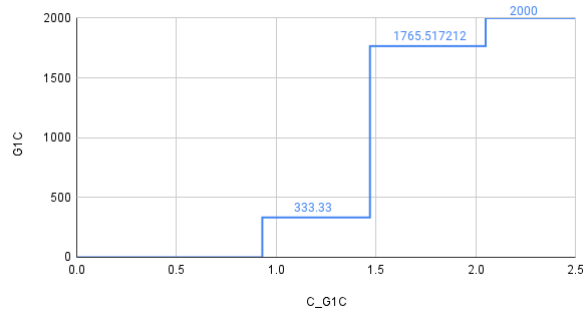
Gráficos

Curvas de oferta en función de la ganancia

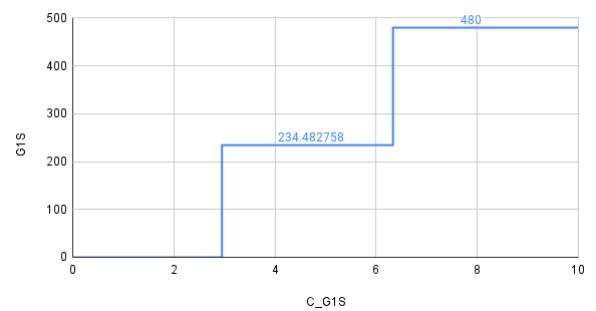
Nafta Común

Nafta Súper

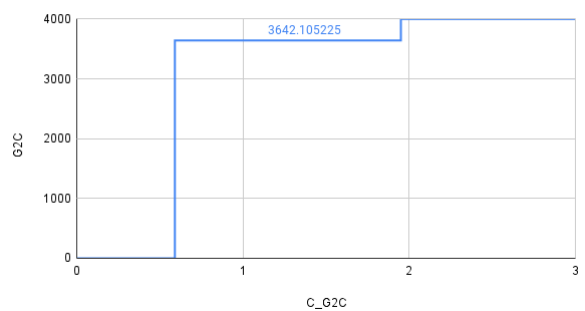
Curva de oferta G1C



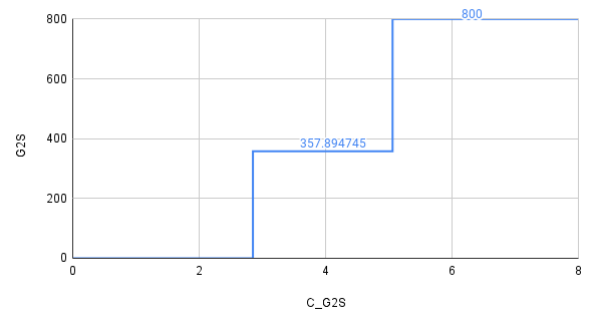
Curva de oferta G1S



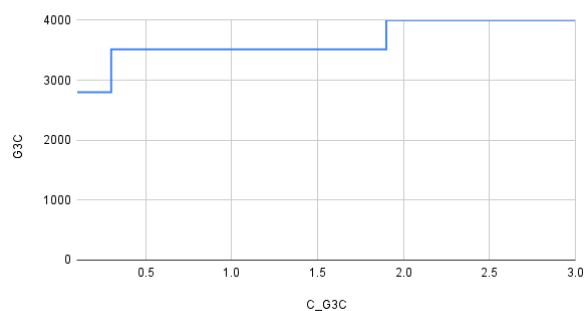
Curva de oferta G2C



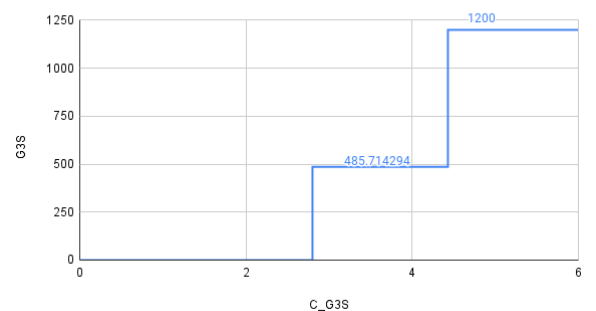
Curva de oferta de G2S



Curva de oferta G3C



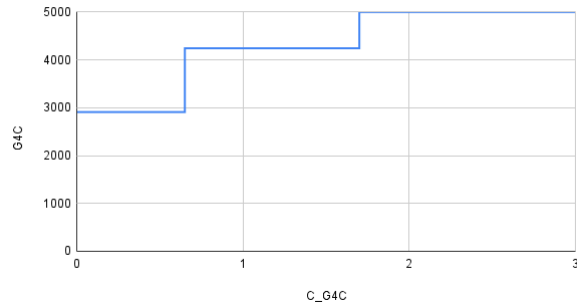
Curva de oferta de G3S



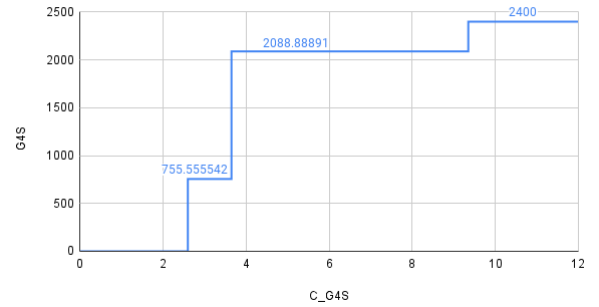
Nafta Común

Nafta Súper

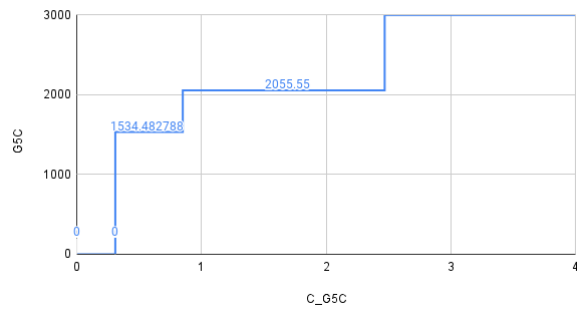
Curva de oferta de G4C



Curva de oferta G4S



Curva de oferta de G5C



Curva de oferta G5S

