

# Trabajo Práctico 1

[75.12] Análisis Numérico I  
Segundo cuatrimestre de 2018

Alumno	Padrón	Mail
del Mazo, Federico	100029	delmazofederico@gmail.com
Kristal, Juan Ignacio	99779	kristaljuanignacio@gmail.com

Curso 07:

- Dr Daniel Fabian Rodriguez
- Valeria Machiunas
- Federico Balzarotti
- Michael Portocarrero

**ANÁLISIS NUMÉRICO I - 75.12 – 95.04**

**Curso: Rodríguez- Balzarotti - Machiunas- Portocarrero**

**2º cuatrimestre de 2018**

**TRABAJO PRÁCTICO DE MÁQUINA N° 1**

**Desarrollo del práctico:**

- 1) Programar un algoritmo para estimar la unidad de máquina ( $\mu$ ), en simple y en doble precisión.
- 2) Implementar el método de trapecios compuestos para evaluar la integral:

$$a) F(\alpha, \beta) = \int_1^{240} \frac{\sin(Px) + \beta x^2}{\alpha x} dx$$

donde  $P = (N^\circ \text{ de padrón de integrante 1} + N^\circ \text{ de padrón de integrante 2}) / 50$

o bien  $P = N^\circ \text{ de padrón} / 25$

$\alpha = 0.17$  y  $\beta = 0.41$

de tal forma que el módulo del error absoluto de truncamiento sea menor que  $10^{-5}$ .

Informar qué valor de  $n$  (cantidad de trapecios) se ha utilizado, justificando la elección.

Considere  $P$  exacto, y  $\alpha$  y  $\beta$  bien redondeados.

- 3) Fijado dicho valor de  $n$ , luego:
  - I. Calcular la condición del problema mediante la técnica de perturbaciones experimentales.
  - II. Estimar experimentalmente el término de estabilidad.
  - III. Utilizando los resultados anteriores que sean necesarios, y suponiendo nulo el error inherente, acotar el error total.
  - IV. Repetir III suponiendo que el error inherente relativo está acotado por  $0.5 \cdot 10^{-4}$
  - V. Indicar la fuente más importante de error en los dos casos anteriores.

**La entrega del presente trabajo práctico deberá realizarse de acuerdo al reglamento del curso,  
en la fecha informada en clase.**

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Desarrollo</b>	<b>1</b>
2.1. Estimación de $\mu$ . . . . .	1
2.2. Función y sus derivadas . . . . .	1
2.3. Método de trapecios compuestos . . . . .	4
2.4. Condición del problema y término de estabilidad . . . . .	5
<b>3. Resultados</b>	<b>5</b>
<b>4. Conclusiones</b>	<b>5</b>
<b>A. Anexo I: Código Fuente</b>	<b>6</b>
<b>B. Anexo II: Resultados Numéricos</b>	<b>9</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>10</b>

---

## 1. Introducción

El trabajo práctico tiene como objetivo el cálculo y acotamiento de errores de la siguiente integral:

$$F(\alpha, \beta) = \int_1^{240} \frac{\sin(Px) + \beta x^2}{\alpha x} dx$$

Siendo:

- $P = \frac{\sum \text{padrones}}{50} = \frac{99779+100029}{50} = 3996,16$  exacto
- $\alpha = 0,17$  bien redondeando
- $\beta = 0,41$  bien redondeando

Específicamente:

- Se estimará el valor de la unidad de maquina  $\mu$ .
- Se evaluará la integral con el método de trapecios compuestos teniendo con objetivo en mente que el error absoluto de truncamiento sea menor a  $1 \times 10^{-5}$ .
- Se calculará computacionalmente la cantidad de trapecios utilizada en el método descrito anteriormente.
- Se calculará la condición del problema mediante perturbaciones experimentales.
- Se estimará experimentalmente el término de estabilidad.
- Se acotará el error total.

## 2. Desarrollo

### 2.1. Estimación de $\mu$

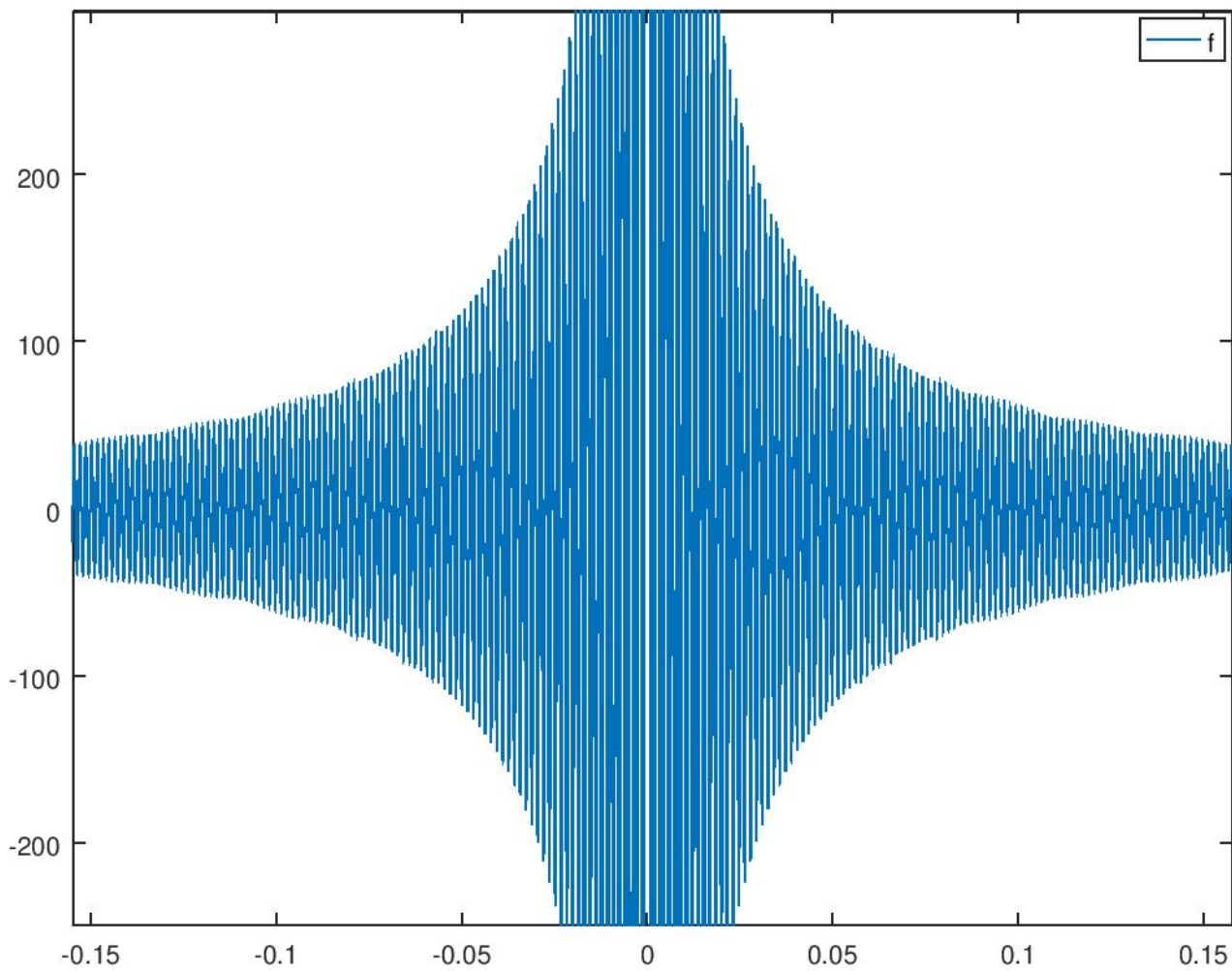
Para los cálculos del  $\mu$  se utilizó el algoritmo del ejemplo 6.4 del libro de Hernan Gonzales [1].

### 2.2. Función y sus derivadas

Siempre teniendo en cuenta los valores de  $P, \alpha, \beta$  previamente utilizados, definimos la función  $f(x)$  como:

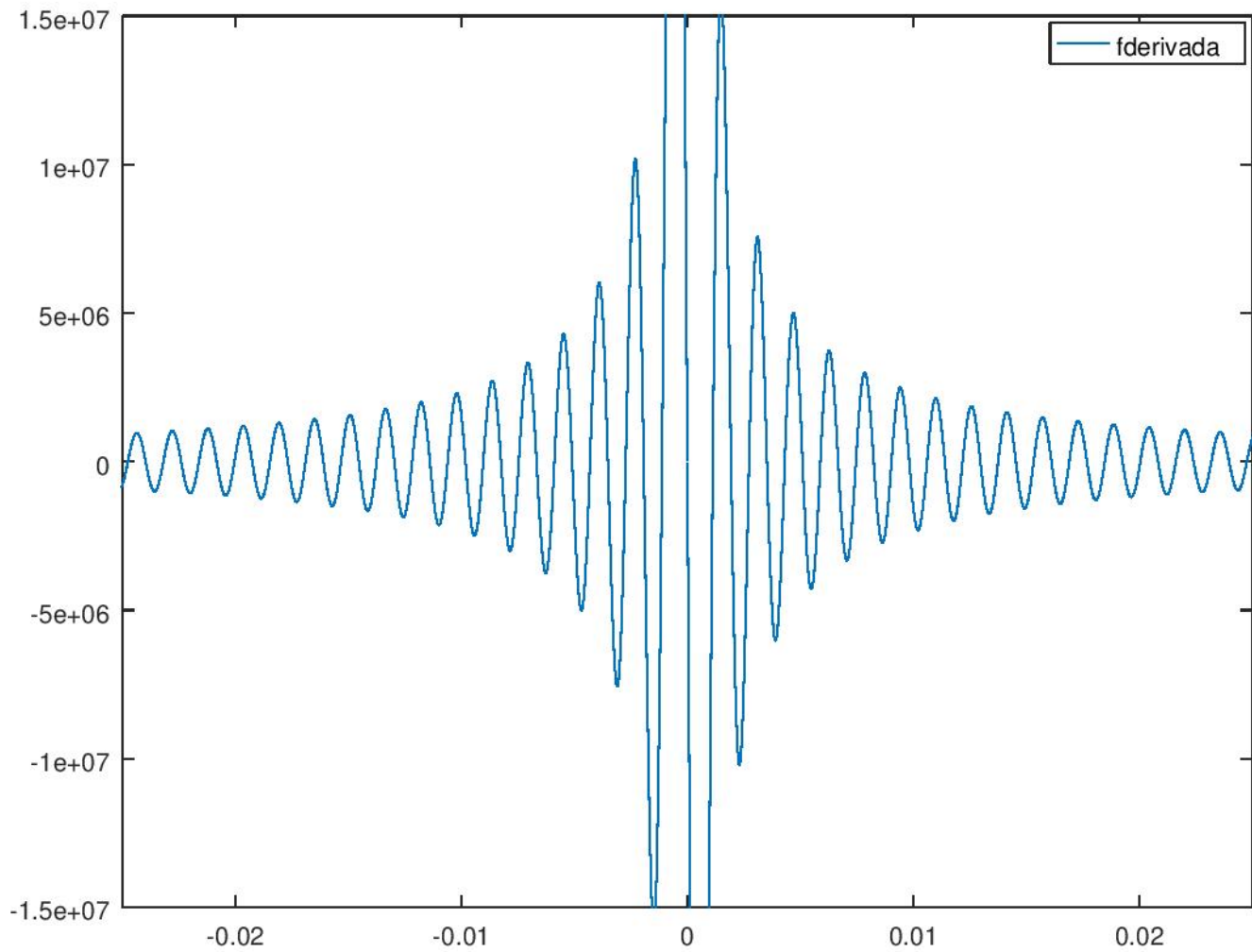
$$f(x) = \frac{\sin(Px) + \beta x^2}{\alpha x}$$

Graficamos la función para saber un poco más de ella en la figura 1

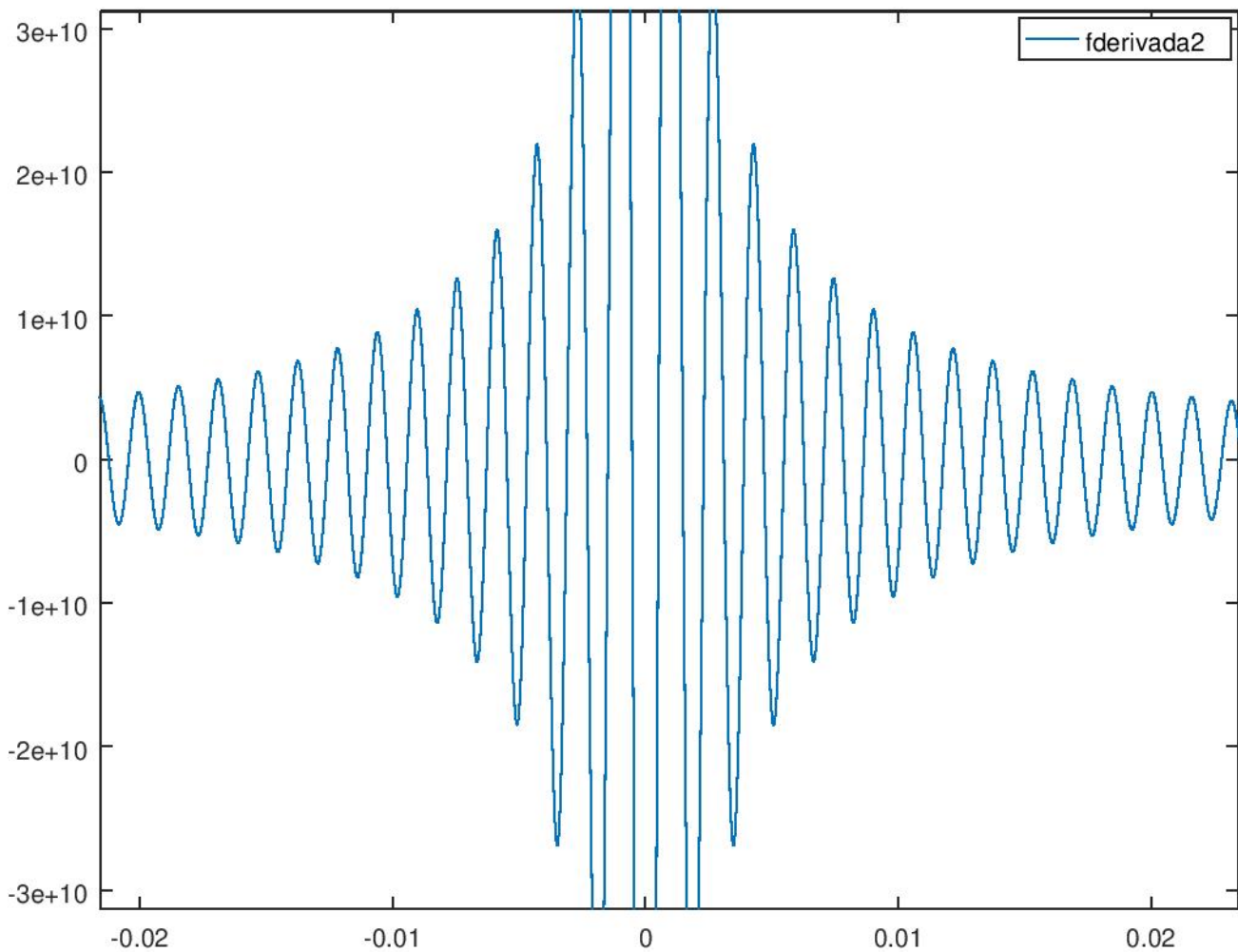
Figura 1:  $f(x)$ 

De esta función calculamos sus derivadas y las graficamos en las figuras 2 y 3, para utilizar en cálculos posteriores.

$$f'(x) = \frac{P \cos(Px)}{\alpha x} - \frac{\sin(Px)}{\alpha x^2} + \frac{\beta}{\alpha}$$

Figura 2:  $f'(x)$ 

$$f''(x) = -\frac{2P \cos(Px)}{\alpha x^2} + \frac{2 \sin(Px)}{\alpha x^3} - \frac{P^2 \sin(Px)}{\alpha x}$$

Figura 3:  $f''(x)$ 

### 2.3. Método de trapecios compuestos

Sabemos que el error de truncamiento producido por el método de trapecios compuestos es:

$$\epsilon_t = -\frac{(b-a)^3}{12n^2} * f''(\xi)$$

Donde  $b, a$  son los límites de integración y  $n$  es la cantidad de trapecios. Como lo que queremos es acotar el error de truncamiento, debemos evaluar a la segunda derivada en su imagen máxima, es decir  $\xi = 1$

Por lo tanto, y ahora con el error de truncamiento al que queremos llegar, despejamos la cantidad de trapecios:

$$n = \sqrt{\left| -\frac{(b-a)^3 * f''(1)}{12\epsilon_t} \right|}$$

**2.4. Condición del problema y término de estabilidad****3. Resultados****4. Conclusiones**



**A. Anexo I: Código Fuente**

mu.m

```
function mu
    mu_simple
    mu_doble
end

function mu_doble
    mu_doble=1; digitos=1; x=2;
    while (x>1)
        digitos = digitos+1;
        mu_doble = mu_doble/10;
        x = 1+mu_doble;
    endwhile
    mu_doble
end

function mu_simple
    mu_simple=single(1); digitos=single(1); x=single(2);
    while (x>1)
        digitos = digitos+1;
        mu_simple = mu_simple/10;
        x = 1+mu_simple;
    endwhile
    mu_simple
end
```

main.m

```
function integral = main
    padron1 = 100029; padron2 = 99779;
    global P = (padron1 + padron2) / 50
    global ALPHA = 0.17; global BETA = 0.41;
    global ERR_MAX = 10e-5;
    global LIM_INF = 1; global LIM_SUP = 240;
    n = calcular_n(ERR_MAX)
    integral = calcular_area(n);
end

function y = f(x)
    global P ALPHA BETA

    y = ( sin(x.*P) + BETA * (x.^2) ) ./ (x.*ALPHA);
end

function y = fderivada(x)
    global P ALPHA BETA

    primer_term = (P./(ALPHA.*x)) .* cos(P.*x);
    segundo_term = - ( ( sin(P.*x) ) ./ ( ALPHA .* (x.^2) ) );
    tercer_term = BETA / ALPHA;
    y = primer_term + segundo_term + tercer_term;
end

function y = fderivada2(x)
    global P ALPHA BETA

    primer_term = - (2.*P.*cos(P.*x) ) ./ (ALPHA .* (x.^2) );
    segundo_term = 2* sin(P.*x) ./ (ALPHA .* (x.^3) );
    tercer_term = - ( ( (P^2)*sin(P.*x) ) ./ (ALPHA .* x) );
    y = primer_term + segundo_term + tercer_term;
end

function n = calcular_n(error_maximo_truncamiento)
    global LIM_SUP LIM_INF
    num = - ( (LIM_SUP - LIM_INF)^3 ) * fderivada2(1);
    denom = error_maximo_truncamiento * 12;
    n = sqrt(abs(num/denom));
end
```

```
function a = calcular_area(n)
    global LIM_SUP LIM_INF;
    h = ( LIM_SUP - LIM_INF ) ./ n
    f_inicio = f(LIM_INF) / 2;
    f_fin = f(LIM_SUP) / 2;
    f_i = 0;
    for i = 1:n-1;
        f_i = f_i + f(LIM_INF + i*h) * h;
    end
    a = ( f_inicio + f_fin ) * h + f_i;
end
```

**B. Anexo II: Resultados Numéricos**Resultados de `mu.m`

```
>> mu
mu_simple = 1.0000e-08
mu_doble = 1.0000e-16
```

Resultados de `main.m`

```
>> main
n = 2.4160e+08
```

**Bibliografía**

[1] Gonzales, Hernan: *Análisis Numérico, Primer Curso* Buenos Aires: Nueva Librería, 2002.