TPs de Télécommunications

# TP 3

# Étude de chaines de transmission numérique sur fréquence porteuse

Première année - Département Sciences du numérique

2024-2025

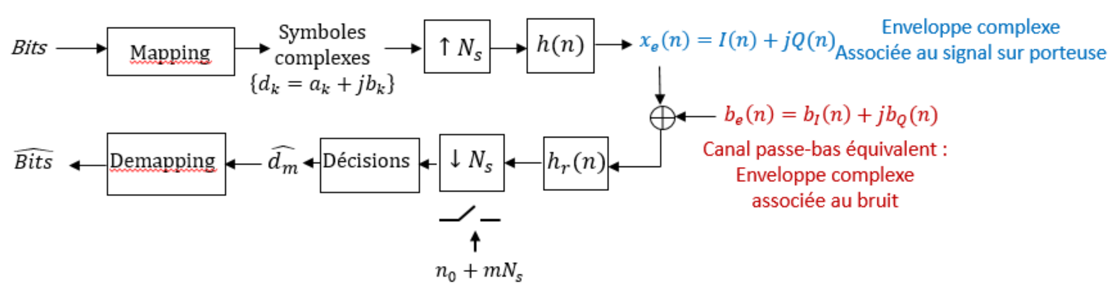
## 1 Introduction

L'objectif général des TPs de télécommunication est de vous initier à l'implantation et l'étude d'une chaine de transmission, afin que vous soyez capables (via l'étude de quelques cas) :

- D'en évaluer l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance.
- D'identifier les solutions possibles pour l'optimiser en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.
- De comparer des chaines de transmission en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.

Ce troisième TP va permettre d'étudier les chaines de transmission avec transposition de fréquence et de les comparer en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.

Nous allons utiliser, pour ces études, la chaine de transmission passe-bas équivalente associée à une chaine de transmission sur fréquence porteuse. Son schéma est donné par la figure suivante :




où $x_e(t)$ représente l'enveloppe complexe associée au signal transmis et $b_e(t)$ le bruit complexe introduit par le canal passe-bas équivalent au canal de propagation AWGN.

Pour simuler une transmission avec le rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur souhaité, $E_b/N_0$, le bruit $b(n) = b_I(n) + jb_Q(n)$ doit être introduit avec la puissance suivante sur chacune de ses voies, réelle et imaginaire (voir démonstration en annexe) :

$$\sigma_{b_I}^2 = \sigma_{b_Q}^2 = \frac{P_{x_e} N_s}{2log_2(M)\frac{E_b}{N_0}}$$

où $P_{x_e}$ représente la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal transmis et $M$ l'ordre de la modulation.

## 2 Comparaison de modulations mono et bi-dimensionnelle (ASK/QAM)

Le code Matlab *Comp_4ASK_4QAM_a_completer.m* fourni propose l'implantation de deux chaines de transmission passe-bas équivalentes associées aux chaines de transmission sur porteuse de type 4-ASK et 4-QAM (remarque : 4-QAM $\Leftrightarrow$ 4-PSK $\Leftrightarrow$ QPSK). Nous vous demanderons de le compléter afin de pouvoir les comparer en termes d'efficacité en puissance.

**Pour cela vous allez devoir :**

1. Implanter les mapping et demapping associés aux deux chaines de transmission à étudier. On pourra utiliser les fonctions *pammod* et *pamdemod* de Matlab pour la chaine passe-bas équivalente à la chaine 4-ASK et *qammod* et *qamdemod* pour la chaine passe-bas équivalente à la chaine 4-QAM.
2. Vous assurer d'implanter un filtre de mise en forme et un filtre de réception qui respectent les critères de Nyquist et de filtrage adapté (canal AWGN).
3. Implanter un échantillonnage avec instants optimaux et tracer les constellations après échantillonnage.
4. Ajouter la décision sur les symboles avec seuils optimaux et vous assurer que, sans bruit (ou pour un $\frac{E_b}{N_0}$ très élevé), vous obtenez bien des TES nuls.
5. Ajouter le demapping et vérifiez que, sans bruit (ou pour un $\frac{E_b}{N_0}$ très élevé), les taux d'erreur binaires obtenus sont bien nuls.
6. Ajouter le bruit et :
   (a) Visualiser l'impact sur les diagrammes de l'oeil en sortie du filtre de réception et les constellations après échantillonnage.
   (b) Vérifier que vos TES et TEB simulés sont bien conformes aux TES et TEB théoriques attendus pour chaque chaine implantée. Cette étape permet de valider vos simulations.
   (c) Comparer les deux chaines de transmission en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance et en déduire celle qui vous parait la plus intéressante à utiliser.

## 3 Comparaison de modulations bi-dimensionnelles (PSK / QAM)

Le code Matlab *Comp_16PSK_16QAM_a_completer.m* fourni propose l'implantation de deux chaines de transmission passe-bas équivalentes associées aux chaines de transmission sur porteuse de type 16-PSK et 16-QAM. Nous vous demanderons de le compléter afin de pouvoir les comparer en termes d'efficacité en puissance.

**Pour cela vous allez devoir, comme précédemment :**

1. Implanter les mapping et demapping associés aux deux chaines de transmission à étudier. On pourra utiliser les fonctions *pammod* et *pamdemod* de Matlab pour la chaine passe-bas équivalente à la chaine 16-PSK et *qammod* et *qamdemod* pour la chaine passe-bas équivalente à la chaine 16-QAM.
2. Vous assurer d'implanter un filtre de mise en forme et un filtre de réception qui respectent les critères de Nyquist et de filtrage adapté (canal AWGN).
3. Implanter un échantillonnage avec instants optimaux et tracer les constellations après échantillonnage.
4. Ajouter la décision sur les symboles avec seuils optimaux et vous assurer que, sans bruit (ou pour un $\frac{E_b}{N_0}$ très élevé), vous obtenez bien des TES nuls.
5. Ajouter le demapping et vérifiez que, sans bruit (ou pour un $\frac{E_b}{N_0}$ très élevé), les taux d'erreur binaires obtenus sont bien nuls.
6. Ajouter le bruit et :
   (a) Visualiser l'impact sur les diagrammes de l'oeil en sortie du filtre de réception et les constellations après échantillonnage.
   (b) Vérifier que vos TES et TEB simulés sont bien conformes aux TES et TEB théoriques attendus pour chaque chaine implantée. Cette étape permet de valider vos simulations.
   (c) Comparer les deux chaines de transmission en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance et en déduire celle qui vous parait la plus intéressante à utiliser.

# 4 Annexes

## 4.1 Puissance de bruit à introduire dans la chaine de transmission passe-bas équivalente

On ajoute, à l'enveloppe complexe $x_e(n)$ associée au signal modulé sur porteuse $x(n)$, un bruit complexe $b_e(n) = b_I(n) + jb_Q(n)$. Il viendra s'ajouter sur la bande $F_e$ avec une même puissance sur chaque voie ($\sigma^2_{b_I} = \sigma^2_{b_Q}$), puissance que l'on calculera en fonction des rapports signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur $E_b/N_0$ souhaités de la manière suivante :

$$\sigma^2_{b_I} = \sigma^2_{b_Q} = N_0 F_e = \frac{E_s}{\frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_x T_s}{\frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_{x_e} T_s}{2\frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_{x_e} N_s}{2log_2(M)\frac{E_b}{N_0}},$$

où

- $E_s$ représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M)E_b$, si $E_b$ représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et $M$ l'ordre de la modulation,
- $T_s$ représente la durée symbole,
- $N_s$ représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, $T_e = 1/F_e$ étant la période d'échantillonnage
- $P_{x_e}$ représente la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal sur porteuse : $P_x = \frac{P_{x_e}}{2}$, si $P_x$ représente la puissance du signal sur porteuse.

## 4.2 Précision sur les mesures de TEB

Le TEB peut être modélisé par une somme de variables aléatoires $X_k$ prenant leurs valeurs dans l'ensemble $\{0, 1\}$ avec les probabilités $P[X_k = 0] = 1 - p$ (pas d'erreur) et $P[X_k = 1] = p$ (erreur) :

$$TEB = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_k.$$

L'erreur quadratique relative sur le TEB est donnée par :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma^2_{TEB}}{m^2_{TEB}},$$

où $m_{TEB}$ et $\sigma^2_{TEB}$ représentent, respectivement, la moyenne et la variance sur l'estimation du TEB.
La précision sur les mesures de TEB sera donnée par $\epsilon$. On peut écrire :

$$m_{TEB} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} E[X_k] = \frac{1}{N} N\left(1 \times p + 0 \times (1-p)\right) = p$$

et

$$\sigma^2_{TEB} = E\left[\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_k\right)^2\right] - p^2 = \frac{1}{N^2}\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{N} E[X_k X_i] - p^2$$

- si $k = i$ ($N$ cas) alors $E\left[X_k^2\right] = 1^2 \times p + 0^2 \times (1-p) = p$
- si $k \neq i$ ($N^2 - N$ cas) alors $E[X_k X_i] = E[X_k]\,E[X_i] = p^2$

D'où :

$$\sigma^2_{TEB} = \frac{1}{N^2}\left\{Np + \left(N^2 - N\right)p^2\right\} - p^2 = \frac{p(1-p)}{N}$$

On constate que la variance de l'erreur tend vers 0 quand $N$ augmente et on peut écrire l'erreur quadratique relative sur le TEB de la manière suivante :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma^2_{TEB}}{m^2_{TEB}} = \frac{1-p}{Np} \simeq \frac{1}{Np} \; pour \; p << 1$$

On obtient alors :

- le nombre d'élément binaire à générer, $N$, de manière à obtenir une précision $\epsilon$ fixée sur la mesure d'un TEB dont la valeur est, a priori, connue. Par exemple, si on veut mesurer un TEB de $10^{-2}$ avec une précision de 10%, il faudra générer $N = \frac{1}{10^{-2}\times(10^{-1})^2} = 10^4$ bits.
- le nombre de simulations à réaliser si la valeur à mesurer pour le TEB n'est pas, a priori, connue. On fera alors des simulations jusqu'à observer $1/\epsilon^2$ erreurs pour obtenir une mesure avec une précision $\epsilon$ fixée. Par exemple, si on veut mesurer le TEB avec une précision $\epsilon = 10\%$, il faudra compter les erreurs jusqu'à en obtenir $1/\epsilon^2 = 10^2$ avant de considérer la mesure de TEB obtenue comme disposant de la précision requise.