TPs de Télécommunications
Étude de chaines de transmission numérique en bande de base

TP 2

Modulation/démodulation avec canal AWGN

Première année - Département Sciences du numérique

2024-2025

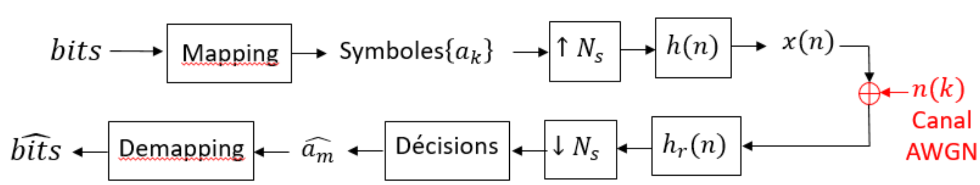
1 Introduction

L'objectif général des TPs de télécommunication est de vous initier à l'implantation et l'étude d'une chaine de transmission, afin que vous soyez capables (via l'étude de quelques cas) :

- D'en évaluer l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance.
- D'identifier les solutions possibles pour l'optimiser en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.
- De comparer des chaines de transmission en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.

Ce deuxième TP va permettre d'étudier l'impact d'un canal à bruit additif blanc et gaussien (AWGN : Additive White Gaussian Noise) dans la chaine de transmission et de comparer des chaines de transmission en termes d'efficacité en puissance.

La chaine de transmission avec canal AWGN est donnée par la figure suivante.



Pour simuler une transmission avec le rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur souhaité, E_b/N_0, le bruit doit être introduit avec la puissance suivante (voir démonstration en annexe) :

$$\sigma_n^2 = \frac{P_x N_s}{2log_2(M)\frac{E_b}{N_0}}$$

où P_x représente la puissance du signal transmis et M l'ordre de la modulation.

2 Travail à réaliser

Le code Matlab *Chaine_bruitee_a_completer.m* fourni ajoute un canal de propagation AWGN au bloc modulation/demodulation en utilisant la fonction Matlab *randn.m* pour générer le bruit gaussien. Il permet de tracer des courbes de taux d'erreur binaire et taux d'erreur symboles en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur, noté E_b/N_0, pour des valeurs allant de 0 à 6 dB. La boucle réalisée avec un comptage du nombre d'erreurs permet d'obtenir des mesures de TEB avec la précision souhaitée (voir en annexe).

Ce code devra être complété afin de comparer en termes d'efficacité en puissance les trois chaines de transmission suivantes :

- Mapping binaire à moyenne nulle, filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle rectangulaire de hauteur 1 et de durée T_s, filtre de réception de réponse impulsionnelle rectangulaire de hauteur 1 et de durée T_s.
- Mapping binaire à moyenne nulle, filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle rectangulaire de hauteur 1 et de durée T_s, filtre de réception de réponse impulsionnelle rectangulaire de hauteur 1 et de durée $\frac{T_s}{2}$.
- Mapping 4-aire à moyenne nulle (naturel et de Gray), filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle rectangulaire de hauteur 1 et de durée T_s, filtre de réception de réponse impulsionnelle rectangulaire de hauteur 1 et de durée T_s.

Pour cela :

1. Pour chaque chaine demandée implantez, sans bruit (ou pour un $\frac{E_b}{N_0}$ très élevé), le modulateur et le filtre de réception puis :
   - Tracez un diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception afin de déterminez les instants optimaux d'échantillonnage $n_0 + mN_s$.
   - Ajoutez la décision sur les symboles avec seuil(s) optimal(aux) et vérifiez que, sans bruit, le taux d'erreur symbole est bien nul.
   - Ajoutez le demapping et vérifiez que le taux d'erreur binaire obtenu est bien nul.
2. Pour chaque chaine demandée, ajoutez le bruit et vérifiez, en les traçant sur une même figure, que vos TES et TEB simulés sont bien conformes aux TES et TEB théoriques attendus pour la chaine implantée. Cette étape permet de valider votre simulation.

   Remarque : on pourra utiliser les fonctions *pammod* et *pamdemod* de Matlab pour implanter un mapping 4-aire naturel ou de Gray.
3. Comparez les chaines de transmission implantées en termes d'efficacité en puissance :
   - chaine 2 avec chaine 1,
   - chaine 3 avec chaine 1,
   - chaine 3 avec et sans mapping de Gray,

   afin d'identifier les éléments ayant un impact sur l'efficacité en puissance d'une transmission.

3 Annexes

3.1 Puissance de bruit à introduire dans la chaine de transmission

On introduit un bruit de densité spectrale de puissance $N_0/2$ dans la bande F_e. La variance du bruit à introduire est donc donnée par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2}F_e = \frac{E_s}{2\frac{E_s}{N_0}}F_e = \frac{P_xT_s}{2\frac{E_s}{N_0}}F_e = \frac{P_xN_s}{2log_2(M)\frac{E_b}{N_0}}$$

où

- E_s représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M)E_b$, si E_b représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et M l'ordre de la modulation,
- T_s représente la durée symbole,
- N_s représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_sT_e$, $T_e = 1/F_e$ étant la période d'échantillonnage
- P_x représente la puissance du signal à bruiter (signal en sortie du modulateur bande de base).

3.2 Précision sur les mesures de TEB

Le TEB peut être modélisé par une somme de variables aléatoires X_k prenant leurs valeurs dans l'ensemble $\{0, 1\}$ avec les probabilités $P[X_k = 0] = 1 - p$ (pas d'erreur) et $P[X_k = 1] = p$ (erreur) :

$$TEB = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} X_k.$$

L'erreur quadratique relative sur le TEB est donnée par :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2},$$

où m_{TEB} et σ_{TEB}^2 représentent, respectivement, la moyenne et la variance sur l'estimation du TEB.
La précision sur les mesures de TEB sera donnée par ϵ. On peut écrire :

$$m_{TEB} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} E[X_k] = \frac{1}{N} N (1 \times p + 0 \times (1 - p)) = p$$

et

$$\sigma_{TEB}^2 = E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} X_k\right)^2\right] - p^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{N} E[X_k X_i] - p^2$$

- si $k = i$ (N cas) alors $E\left[X_k^2\right] = 1^2 \times p + 0^2 \times (1 - p) = p$
- si $k \neq i$ ($N^2 - N$ cas) alors $E[X_k X_i] = E[X_k] E[X_i] = p^2$

D'où :

$$\sigma_{TEB}^2 = \frac{1}{N^2} \left\{Np + \left(N^2 - N\right) p^2\right\} - p^2 = \frac{p(1 - p)}{N}$$

On constate que la variance de l'erreur tend vers 0 quand N augmente et on peut écrire l'erreur quadratique relative sur le TEB de la manière suivante :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2} = \frac{1 - p}{Np} \simeq \frac{1}{Np} \; pour \; p << 1$$

On obtient alors :

- le nombre d'élément binaire à générer, N, de manière à obtenir une précision ϵ fixée sur la mesure d'un TEB dont la valeur est, a priori, connue. Par exemple, si on veut mesurer un TEB de 10^{-2} avec une précision de 10%, il faudra générer $N = \frac{1}{10^{-2} \times (10^{-1})^2} = 10^4$ bits.

- le nombre de simulations à réaliser si la valeur à mesurer pour le TEB n'est pas, a priori, connue. On fera alors des simulations jusqu'à observer $1/\epsilon^2$ erreurs pour obtenir une mesure avec une précision ϵ fixée. Par exemple, si on veut mesurer le TEB avec une précision $\epsilon = 10\%$, il faudra compter les erreurs jusqu'à en obtenir $1/\epsilon^2 = 10^2$ avant de considérer la mesure de TEB obtenue comme disposant de la précision requise.