

# 第一章 环、模

## 1.1 环的定义

### 定义 1.1.1

$R$  是一个集合，如果存在两个运算  $+: R \times R \rightarrow R$  和  $\cdot: R \times R \rightarrow R$  分别称为加法和乘法，满足下列条件：

- ① （加法单位元存在）存在一个元素  $0_R \in R$ ，使得对于任意  $x \in R$ ，有  $x + 0_R = 0_R + x = x$ 。
- ② （加法交换律） $\forall x, y \in R, x + y = y + x$
- ③ （加法结合律） $\forall x, y, z \in R, (x + y) + z = x + (y + z)$
- ④ （加法逆存在） $\forall x \in R, \exists -x \in R$ ，称为加法逆，使得  $x + (-x) = 0_R$