1 Definiciones y teoremas

Definition 1. *Sea A un intervalo abierto que contiene al punto a. Se dice que la función* $f\colon A\to\mathbb{R}$ *es continua en a si* $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

Proposition 2. *Si f y g son continuas en a, entonces f+g, fg y f/g (g(a)≠0) son continuas en a. Si ademas g es continua en a y f es continua en g(a) entonces f(g(a)) es continua en a.*

Definition 3. *Sea A un intervalo abierto. La función f:A→R se dice continua en A si f es continua en a para todo* $a\in A$.

Theorem 4. *Primer Teorema Fuerte. Sea f una función continua en el intervalo [a, b]. Si f(a) < 0 y f(b) > 0, entonces existe un número* $\alpha \in (a,b)$ *tal que* $f(\alpha)=0$

Corollary 5. *Si la función g es continua en [a, b] y satisface g(a)>0 y g (b)<0 entonces existe a ∈ (a, b) tal que g (a) = 0.*

Corollary 6. *Si g : [a, b] → R es continua y g (a) < c < g (b), entonces existe a ∈ (a, b) tal que g (a) = c.*

1.

2. Determinar en que puntos son continuas las siguientes funciones:

   a) Esta funcion no es continua en 0

   b) Esta funcion no es continua en $k\in\mathbb{Z}$

      - $\lim_{x\to k^+}[x] = k$

      - $\lim_{x\to k^-}[x] = k-1$

   c) Esta funcion ES continua en $x=0$

   d)

   e)

   f) No esta defninido $f(0)$

3.

   a) $|f(x)| \leqslant |x|$

      - $-|x| < f(x) < |x|$

      - Si tomo el limite de estas funciones obtengo: $\lim_{x\to 0} -|x| \leqslant \lim_{x\to 0} f(x) \leqslant \lim_{x\to 0}|x|$

      - De manera que: $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

   b) Lo demostramos por definicion:

      - $|f(x)| \leqslant |g(x) - g(0)| < \varepsilon$ si $|x-0| < \delta$

      - Claramente si $|x-0| < \delta \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$