Análisis Matemático I

Pedro Sánchez Terraf

Ana Andrés Martín Agustín Luciana José Luis

FaMAF, 11 de marzo de 2024

Información Básica

Aula virtual

Aquí pondremos toda la información actualizada ("ANAMATEI24"):

https://famaf.aulavirtual.unc.edu.ar/course/view.php?id=249

y la usaremos para todas las comunicaciones de la materia.

Información Básica

Aula virtual

Aquí pondremos toda la información actualizada ("ANAMATEI24"):

https://famaf.aulavirtual.unc.edu.ar/course/view.php?id=249

y la usaremos para todas las comunicaciones de la materia.

Ejercicios y Parciales virtuales

- Traten en lo posible de instalar la app de Moodle en el celu.
- Por seguridad, también agenden la URL de arriba en el navegador.

Información Básica

Horario

Comenzaré ambos días entre 9:00 y 9:05, no demoren en llegar.

Información Básica

Horario

Comenzaré ambos días entre 9:00 y 9:05, no demoren en llegar.

Regularidad

Deberán aprobar 2 parciales o sus respectivos recuperatorios.

Información Básica

Horario

Comenzaré ambos días entre 9:00 y 9:05, no demoren en llegar.

Regularidad

Deberán aprobar 2 parciales o sus respectivos recuperatorios.

Fechas de Parciales

- Primer parcial: 24 de abril.
- Segundo parcial: 10 de junio.
- Recuperatorios: 19 de junio.

Libros y apuntes

- M. Spivak, *Cálculo infinitesimal* [7, 6].
- P. Kisbye et al., *Ingreso a Famaf: materiales de estudio* [2].

Libros y apuntes

- M. Spivak, *Cálculo infinitesimal* [7, 6].
- P. Kisbye et al., *Ingreso a Famaf: materiales de estudio* [2].

Tip 2: buscar `spivak calculus` en Google.

Contenidos estimados para hoy

1. ¿Para qué sirve?
2. Exactitud y los objetos matemáticos
3. Los números reales
   - Axiomas y consecuencias
   - El discurso matemático
4. Distancia y valor absoluto*
5. Conclusión

¿Para qué sirve la matemática?

¿Para qué sirve la matemática?

Respuesta chot4

Para contar y medir

¿Para qué sirve la matemática?

Respuesta chot4

Para contar y medir

Contamos con $\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.

Universidad Nacional de Córdoba 1613 - 2013 400 AÑOS

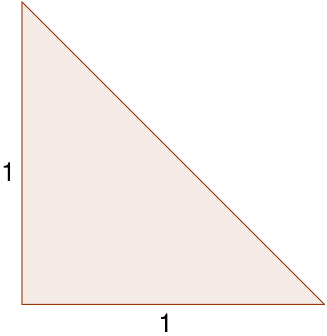
¿Para qué sirve la matemática?

Respuesta chot4

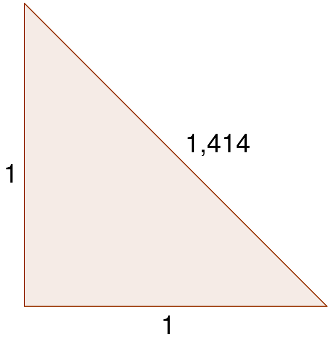
Para contar y medir

Contamos con $\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.
Medimos con **. . . ?**

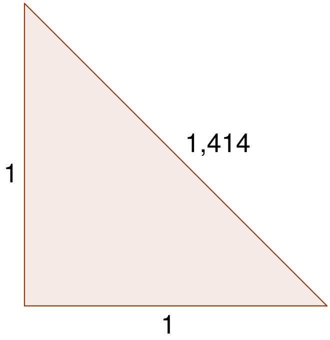
Midiendo



Midiendo



Midiendo



Si parto el lado inferior en 1000 pedazos iguales, la diagonal es aproximadamente igual a 1414 de esos pedazos.

Fracciones [4, 3] y decimales [9]

$$\frac{4}{3}, \frac{10}{7}, \frac{24}{17}, \frac{58}{41}, \frac{140}{99}, \frac{338}{239}, \frac{816}{577}, \frac{1970}{1393}, \frac{4756}{3363}, \frac{11482}{8119}, \frac{27720}{19601}, \frac{66922}{47321},$$
$$\frac{161564}{114243}, \frac{390050}{275807}, \frac{941664}{665857}, \frac{2273378}{1607521}, \frac{5488420}{3880899}, \frac{13250218}{9369319}, \frac{31988856}{22619537},$$
$$\frac{77227930}{54608393}, \frac{186444716}{131836323}, \frac{450117362}{318281039}, \frac{1086679440}{768398401}, \frac{2623476242}{1855077841} \dots$$

Fracciones [4, 3] y decimales [9]

$$\frac{4}{3}, \frac{10}{7}, \frac{24}{17}, \frac{58}{41}, \frac{140}{99}, \frac{338}{239}, \frac{816}{577}, \frac{1970}{1393}, \frac{4756}{3363}, \frac{11482}{8119}, \frac{27720}{19601}, \frac{66922}{47321},$$

$$\frac{161564}{114243}, \frac{390050}{275807}, \frac{941664}{665857}, \frac{2273378}{1607521}, \frac{5488420}{3880899}, \frac{13250218}{9369319}, \frac{31988856}{22619537},$$

$$\frac{77227930}{54608393}, \frac{186444716}{131836323}, \frac{450117362}{318281039}, \frac{1086679440}{768398401}, \frac{2623476242}{1855077841} \dots$$

1.4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766
79737990732478462107038850387534327641572735013846230912297
02492483605585073721264412149709993583141322266592750559275
57999505011527820605714701095599716059702745345968620147285
17418640889198609552329230484308714321450839762603627995251
40798968725339654633180882964062061525835239505474575028775
99617298355752203375318570113543746034084988471603868999706
99004815030544027790316454247823068492936918621580578463...

Valores exactos

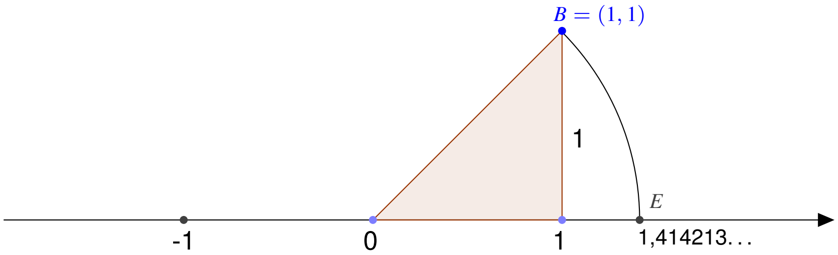
René Descartes (1637) [8]

1 punto = 1 número **real**

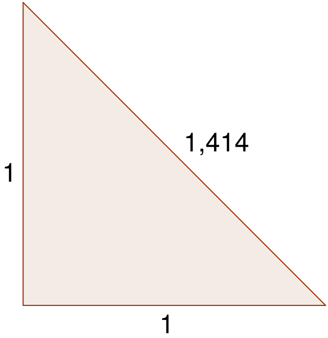
Valores exactos

René Descartes (1637) [8]

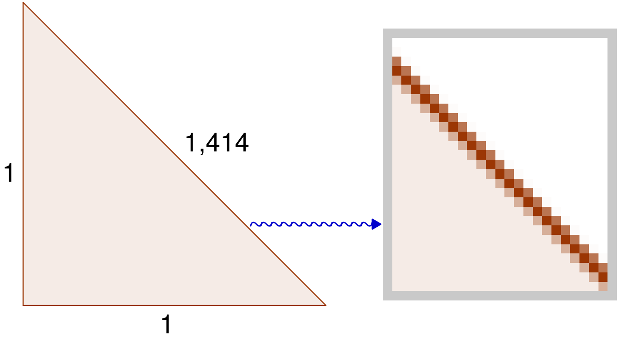
1 punto = 1 número **real**



En fin, la hipotenusa



En fin, la hipotenusa



¿Dónde están los objetos matemáticos?

Todas las anteriores son representaciones de objetos matemáticos.

¿Dónde están los objetos matemáticos?

Todas las anteriores son representaciones de objetos matemáticos.

Disclaimer

No sé la respuesta a esa pregunta.

¿Dónde están los objetos matemáticos?

Todas las anteriores son representaciones de objetos matemáticos.

Disclaimer

No sé la respuesta a esa pregunta.

Una solución

Trabajar con descripciones precisas, usando reglas claras y construyendo un discurso escrito ordenado.

En primer lugar nos ponemos de acuerdo en qué propiedades esperamos que cumplan dichos objetos (sean geométricos o numéricos).

Los números reales

En primer lugar nos ponemos de acuerdo en qué propiedades esperamos que cumplan dichos objetos (sean geométricos o numéricos).

Queremos que el conjunto $\mathbb{R}$ de los números reales incluya a los otros conjuntos numéricos:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}.$$

Y queremos que tengan las mismas **operaciones** básicas: suma, resta, producto y división.

Los números reales: axiomas

El **cuerpo** de los números reales: un conjunto $\mathbb{R}$, las operaciones *binarias* de suma $(+)$ y producto $(\cdot)$, las operaciones *unarias* de **opuesto** $(-)$ e **inverso** $(^{-1})$ y dos *elementos distinguidos* diferentes 0 y 1.

Los números reales: axiomas

El **cuerpo** de los números reales: un conjunto $\mathbb{R}$, las operaciones *binarias* de suma $(+)$ y producto $(\cdot)$, las operaciones *unarias* de **opuesto** $(-)$ e **inverso** $(^{-1})$ y dos *elementos distinguidos* diferentes 0 y 1.

Axiomas de cuerpo

P1	$\forall a\, b\, c \in \mathbb{R},$	$a + (b + c) = (a + b) + c.$	**Asoc.** $(+)$
P2	$\forall a,$	$a + 0 = a$ y $0 + a = a.$	**Neutro** $(+)$
P3	$\forall a,$	$a + (-a) = 0 = (-a) + a.$	**Opuesto**
P4	$\forall a\, b,$	$a + b = b + a.$	**Conmut.** $(+)$

Los números reales: axiomas

El **cuerpo** de los números reales: un conjunto $\mathbb{R}$, las operaciones *binarias* de suma $(+)$ y producto $(\cdot)$, las operaciones *unarias* de **opuesto** $(-)$ e **inverso** $({}^{-1})$ y dos *elementos distinguidos* diferentes 0 y 1.

Axiomas de cuerpo

P1	$\forall a\, b\, c \in \mathbb{R},$	$a + (b + c) = (a + b) + c.$	**Asoc.** $(+)$
P2	$\forall a,$	$a + 0 = a$ y $0 + a = a.$	**Neutro** $(+)$
P3	$\forall a,$	$a + (-a) = 0 = (-a) + a.$	**Opuesto**
P4	$\forall a\, b,$	$a + b = b + a.$	**Conmut.** $(+)$
P5	$\forall a\, b\, c \in \mathbb{R},$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c.$	**Asoc.** $(\cdot)$
P6	$\forall a,$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a.$	**Neutro** $(\cdot)$
P7	$\forall a \neq 0,$	$a \cdot a^{-1} = 1 = a^{-1} \cdot a.$	**Inverso**
P8	$\forall a\, b,$	$a \cdot b = b \cdot a.$	**Conmut.** $(\cdot)$

Los números reales: axiomas

El **cuerpo** de los números reales: un conjunto $\mathbb{R}$, las operaciones *binarias* de suma $(+)$ y producto $(\cdot)$, las operaciones *unarias* de **opuesto** $(-)$ e **inverso** $({}^{-1})$ y dos *elementos distinguidos* diferentes 0 y 1.

Axiomas de cuerpo

P1	$\forall a\, b\, c \in \mathbb{R},$	$a + (b + c) = (a + b) + c.$	**Asoc.** $(+)$
P2	$\forall a,$	$a + 0 = a$ y $0 + a = a.$	**Neutro** $(+)$
P3	$\forall a,$	$a + (-a) = 0 = (-a) + a.$	**Opuesto**
P4	$\forall a\, b,$	$a + b = b + a.$	**Conmut.** $(+)$
P5	$\forall a\, b\, c \in \mathbb{R},$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c.$	**Asoc.** $(\cdot)$
P6	$\forall a,$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a.$	**Neutro** $(\cdot)$
P7	$\forall a \neq 0,$	$a \cdot a^{-1} = 1 = a^{-1} \cdot a.$	**Inverso**
P8	$\forall a\, b,$	$a \cdot b = b \cdot a.$	**Conmut.** $(\cdot)$
P9	$\forall a\, b\, c \in \mathbb{R},$	$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c).$	**Distributiva**

Las otras operaciones

Resta y División

$$b - a := b + (-a), \qquad b/a := b \cdot a^{-1}.$$

Las otras operaciones

Resta y División

$$b - a := b + (-a), \qquad b/a := b \cdot a^{-1}.$$

Podemos demostrar a partir de los axiomas:

1. (Propiedad **cancelativa** de $+$) Si $a + b = a + c$ entonces $b = c$.
2. (Unicidad del opuesto) Sea $a \in \mathbb{R}$, y supongamos que $n \in \mathbb{R}$ cumple que $a + n = 0 = n + a$. Entonces $n = -a$.
3. Para todo $a \in \mathbb{R}$, $-(-a) = a$.
4. (Unicidad del inverso) Igual que el ítem 2 pero con $(\cdot)$ y $^{-1}$.
5. Propiedad cancelativa del producto.
6. Para todos $a, b \in \mathbb{R}$, $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$.
7. (Absorbente) Para todo $a \in \mathbb{R}$, $a \cdot 0 = 0$.

UNC Universidad Nacional de Córdoba 1613 - 2013 400 AÑOS

Teoremas y demostraciones

Organizamos nuestro discurso usando **teoremas**, **pruebas**, **lemas**, . . .

Organizamos nuestro discurso usando **teoremas**, **pruebas**, **lemas**, ...

Lema

Para todo $a \in \mathbb{R}$, $a \cdot 0 = 0$.

Teoremas y demostraciones

Organizamos nuestro discurso usando **teoremas**, **pruebas**, **lemas**, ...

Lema

Para todo $a \in \mathbb{R}$*,* $a \cdot 0 = 0$*.*

Corolario

No puede existir un inverso de 0*.*

Teoremas y demostraciones

Organizamos nuestro discurso usando **teoremas**, **pruebas**, **lemas**, …

Lema

Para todo $a \in \mathbb{R}$*,* $a \cdot 0 = 0$*.*

Corolario

No puede existir un inverso de 0*. Es decir, no hay* x *tal que* $0 \cdot x = 1 = x \cdot 0$*.*

Teoremas y demostraciones

Organizamos nuestro discurso usando **teoremas**, **pruebas**, **lemas**, ...

Lema

Para todo $a \in \mathbb{R}$, $a \cdot 0 = 0$.

Corolario

No puede existir un inverso de 0. Es decir, no hay x tal que $0 \cdot x = 1 = x \cdot 0$.

Teorema

$a \cdot b = 0 \iff a = 0$ *ó* $b = 0$.

Orden de los reales

Los números reales son un **cuerpo ordenado**: además, tiene una relación binaria $<$ que cumple los siguientes.

Orden de los reales

Los números reales son un **cuerpo ordenado**: además, tiene una relación binaria $<$ que cumple los siguientes.

Axiomas de orden

P10	$\forall a\, b \in \mathbb{R},$	$a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$ (¡sólo una!)	**Tricotomía**
P11	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $b < c$ implican $a < c$	**Transitividad**

Orden de los reales

Los números reales son un **cuerpo ordenado**: además, tiene una relación binaria $<$ que cumple los siguientes.

Axiomas de orden

P10	$\forall a\, b \in \mathbb{R}$,	$a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$ (¡sólo una!)	**Tricotomía**
P11	$\forall a\, b\, c$,	$a < b$ y $b < c$ implican $a < c$	**Transitividad**
P12(+)	$\forall a\, b\, c$,	$a < b$ implica $a + c < b + c$	**Monotonía** $(+)$
P12(·)	$\forall a\, b\, c$,	$a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$	**Monotonía** $(\cdot)$

Orden de los reales

Los números reales son un **cuerpo ordenado**: además, tiene una relación binaria $<$ que cumple los siguientes.

Axiomas de orden

P10	$\forall a\, b \in \mathbb{R},$	$a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$ (¡sólo una!)	**Tricotomía**
P11	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $b < c$ implican $a < c$	**Transitividad**
P12(+)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ implica $a + c < b + c$	**Monotonía** $(+)$
P12(·)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$	**Monotonía** $(\cdot)$

Lema

Para todos $a, b, c \in \mathbb{R}$, $\quad a < b \iff a + c < b + c.$

Universidad Nacional de Córdoba 1613 - 2013 400 AÑOS

El terrorífico Menoroigual

P10	$\forall a\, b \in \mathbb{R},$	$a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$ (¡sólo una!)	**Tricotomía**
P11	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $b < c$ implican $a < c$	**Transitividad**
P12(+)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ implica $a + c < b + c$	**Monotonía** $(+)$
P12(·)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$	**Monotonía** $(\cdot)$

El terrorífico Menoroigual

P10	$\forall a\, b \in \mathbb{R},$	$a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$ (¡sólo una!)	**Tricotomía**
P11	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $b < c$ implican $a < c$	**Transitividad**
P12(+)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ implica $a + c < b + c$	**Monotonía** $(+)$
P12(·)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$	**Monotonía** $(\cdot)$

Definición

- $a \leq b := a < b$ ó $a = b$;

El terrorífico Menoroigual

P10	$\forall a\, b \in \mathbb{R},$	$a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$ (¡sólo una!)	**Tricotomía**
P11	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $b < c$ implican $a < c$	**Transitividad**
P12(+)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ implica $a + c < b + c$	**Monotonía** $(+)$
P12(·)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$	**Monotonía** $(\cdot)$

Definición

- $a \leq b := a < b$ ó $a = b$;
- $a > b := b < a$;
- $a \geq b := a > b$ ó $a = b$

El terrorífico Menoroigual

P10	$\forall a\, b \in \mathbb{R},$	$a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$ (¡sólo una!)	**Tricotomía**
P11	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $b < c$ implican $a < c$	**Transitividad**
P12(+)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ implica $a + c < b + c$	**Monotonía** $(+)$
P12(·)	$\forall a\, b\, c,$	$a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$	**Monotonía** $(\cdot)$

Definición

- $a \leq b := a < b$ ó $a = b$;
- $a > b := b < a$;
- $a \geq b := a > b$ ó $a = b \iff$ no $(a < b)$.

El terrorífico Menoroigual

P10	$\forall a\, b \in \mathbb{R}$,	$a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$ (¡sólo una!)	**Tricotomía**
P11	$\forall a\, b\, c$,	$a < b$ y $b < c$ implican $a < c$	**Transitividad**
P12(+)	$\forall a\, b\, c$,	$a < b$ implica $a + c < b + c$	**Monotonía** $(+)$
P12(·)	$\forall a\, b\, c$,	$a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$	**Monotonía** $(\cdot)$

Definición

- $a \leq b := a < b$ ó $a = b$;
- $a > b := b < a$;
- $a \geq b := a > b$ ó $a = b \iff$ no $(a < b)$.

Lema (Monotonía $(+, \leq)$)

Para todos $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \leq b \implies a + c \leq b + c$.

El terrorífico Menoroigual

P10	$\forall a\, b \in \mathbb{R}$,	$a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$ (¡sólo una!)	**Tricotomía**
P11	$\forall a\, b\, c$,	$a < b$ y $b < c$ implican $a < c$	**Transitividad**
P12(+)	$\forall a\, b\, c$,	$a < b$ implica $a + c < b + c$	**Monotonía** $(+)$
P12($\cdot$)	$\forall a\, b\, c$,	$a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$	**Monotonía** $(\cdot)$

Definición

- $a \leq b := a < b$ ó $a = b$;
- $a > b := b < a$;
- $a \geq b := a > b$ ó $a = b \iff$ no $(a < b)$.

Lema (Monotonía $(+, \leq)$)

Para todos $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \leq b \implies a + c \leq b + c$.

Ejercicio (Trivial). Para todos $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a < b \implies a + c \leq b + c$.

Signo

Definición

- a es **positivo** $\iff a > 0$.
- a es **negativo** $\iff a < 0$.

0 no es ni negativo ni positivo.

Signo

Definición

- a es **positivo** $\iff a > 0$.
- a es **negativo** $\iff a < 0$.

0 no es ni negativo ni positivo.

Lema

- (Orden y Positividad) *Para todos los reales r y s, se da* $r < s \iff 0 < s - r$.
- (Signo del opuesto) $a < 0 \iff 0 < -a$, *y análogamente con* $\leq$.
  $a > 0 \iff 0 > -a$, *y análogamente con* $\geq$.
- (Signo del inverso) $a > 0 \iff a^{-1} > 0$;
  $a < 0 \iff a^{-1} < 0$.

Signo del cuadrado

- (Absorbente) Para todo $a \in \mathbb{R}$, $a \cdot 0 = 0$.
- (Monotonía $(\cdot)$) $\forall a\, b\, c$, $a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$.
- (Tricotomía) $\forall a\, b$, exactamente una de la siguientes vale: $a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$.

Signo del cuadrado

- (Absorbente) Para todo $a \in \mathbb{R}$, $a \cdot 0 = 0$.
- (Monotonía $(\cdot)$) $\forall a\, b\, c$, $a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$.
- (Tricotomía) $\forall a\, b$, exactamente una de la siguientes vale: $a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$.

Lema (Signo del cuadrado)

Para todo $a \in \mathbb{R}$,

1. $a \neq 0$ *implica* $a^2 > 0$.
2. $a^2 \geq 0$.

Signo del cuadrado

- (Absorbente) Para todo $a \in \mathbb{R}$, $a \cdot 0 = 0$.
- (Monotonía $(\cdot)$) $\forall a\, b\, c$, $a < b$ y $0 < c$ implican $a \cdot c < b \cdot c$.
- (Tricotomía) $\forall a\, b$, exactamente una de la siguientes vale: $a < b$ ó $a = b$ ó $b < a$.

Lema (Signo del cuadrado)

Para todo $a \in \mathbb{R}$,

1. $a \neq 0$ *implica* $a^2 > 0$.
2. $a^2 \geq 0$.

Corolario

$1 > 0$ *y* $2 \neq 0$.

Fuera de la parábola

Lema

$a \cdot b > 0 \iff (a > 0$ *y* $b > 0)$ *ó* $(a < 0$ *y* $b < 0)$.

Fuera de la parábola

Lema

$a \cdot b > 0 \iff (a > 0 \text{ y } b > 0) \text{ ó } (a < 0 \text{ y } b < 0).$

Ejemplo

Determinar los x tales que $(x - 1)(x - 3) > 0$.

Fuera de la parábola

Lema

$a \cdot b > 0 \iff (a > 0 \text{ y } b > 0) \text{ ó } (a < 0 \text{ y } b < 0).$

Ejemplo

Determinar los x tales que $(x-1)(x-3) > 0$.

Solución

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ó } x > 3\}$$

Fuera de la parábola

Lema

$a \cdot b > 0 \iff (a > 0 \text{ y } b > 0) \text{ ó } (a < 0 \text{ y } b < 0).$

Ejemplo

Determinar los x tales que $(x-1)(x-3) > 0$.

Solución

$$
\begin{aligned}
&\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ó } x > 3\} \\
= &\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}
\end{aligned}
$$

Lema

$a \cdot b > 0 \iff (a > 0 \text{ y } b > 0) \text{ ó } (a < 0 \text{ y } b < 0).$

Ejemplo

Determinar los x tales que $(x-1)(x-3) > 0$.

Solución

$$\begin{aligned} & \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ó } x > 3\} \\ = & \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\} \\ = & (-\infty, 1) \cup (3, \infty). \end{aligned}$$

Conclusión

Ahora sí, a medir

¿Cómo medimos la *distancia* entre dos puntos de la recta?

Ahora sí, a medir

¿Cómo medimos la *distancia* entre dos puntos de la recta?

Tenemos que definir la distancia $d(a, b)$ entre dos números reales a y b.

Ahora sí, a medir

¿Cómo medimos la *distancia* entre dos puntos de la recta?

Tenemos que definir la distancia $d(a,b)$ entre dos números reales a y b.

Ejemplo

Si $a = 5$ y $b = 8$, $d(a,b) = 3 = 8 - 5 = b - a$.

Ahora sí, a medir

¿Cómo medimos la *distancia* entre dos puntos de la recta?

Tenemos que definir la distancia $d(a,b)$ entre dos números reales a y b.

Ejemplo

Si $a = 5$ y $b = 8$, $d(a,b) = 3 = 8 - 5 = b - a$.

Actividad en Aula Virtual (?)

1. ¿Cuánto vale $d(b,a)$?
2. Suponga $a < 0 < b$. ¿Cuánto vale la distancia entre a y b?

Ahora sí, a medir

¿Cómo medimos la *distancia* entre dos puntos de la recta?
Tenemos que definir la distancia $d(a, b)$ entre dos números reales a y b.

Ejemplo

Si $a = 5$ y $b = 8$, $d(a, b) = 3 = 8 - 5 = b - a$.

Actividad en Aula Virtual (?)

1. ¿Cuánto vale $d(b, a)$?
2. Suponga $a < 0 < b$. ¿Cuánto vale la distancia entre a y b?

Definición

Sean $a, b \in \mathbb{R}$. La **distancia** entre a y b es

$$d(a, b) := \begin{cases} b - a & a \leq b \\ a - b & b < a \end{cases}$$

Valor absoluto

$$d(a,b) := \begin{cases} b-a & a \leq b \\ a-b & b < a \end{cases}$$

Es muy importante el caso particular de la distancia de un punto a 0.

Valor absoluto

$$d(a,b) := \begin{cases} b-a & a \leq b \\ a-b & b < a \end{cases}$$

Es muy importante el caso particular de la distancia de un punto a 0.

Definición (Valor Absoluto o Módulo)

$$|b| := \begin{cases} b & 0 \leq b \\ -b & b < 0 \end{cases}$$

Valor absoluto

$$d(a,b) := \begin{cases} b-a & a \leq b \\ a-b & b < a \end{cases}$$

Es muy importante el caso particular de la distancia de un punto a 0.

Definición (Valor Absoluto o Módulo)

$$|b| := \begin{cases} b & 0 \leq b \\ -b & b < 0 \end{cases}$$

Ejercicio

Probar que $d(b,a) = |b-a|$.

Ejercicios para hoy

Con lo visto esta clase, se pueden trabajar los Ejercicios 1 al 6 del P1.

Ejercicios para hoy

Con lo visto esta clase, se pueden trabajar los Ejercicios 1 al 6 del P1.

Ejercicios Extra

1. **Desde los axiomas.** Requieren más ingenio.
2. **Otros ejercicios.** Para reforzar los conceptos.

De estos últimos, pueden hacer del 28 al 31d con lo de hoy.

Ejercicios para hoy

Con lo visto esta clase, se pueden trabajar los Ejercicios 1 al 6 del P1.

Ejercicios Extra

1. **Desde los axiomas.** Requieren más ingenio.
2. **Otros ejercicios.** Para reforzar los conceptos.

De estos últimos, pueden hacer del 28 al 31d con lo de hoy.

Ejemplo

Si partimos una recta en una "parte izquierda" y una "parte derecha", ¿cómo queda donde se partió? $\cdots$ ————?———— $\cdots$

Ejercicios para hoy

Con lo visto esta clase, se pueden trabajar los Ejercicios 1 al 6 del P1.

Ejercicios Extra

1. **Desde los axiomas.** Requieren más ingenio.
2. **Otros ejercicios.** Para reforzar los conceptos.

De estos últimos, pueden hacer del 28 al 31d con lo de hoy.

Ejemplo

Si partimos una recta en una "parte izquierda" y una "parte derecha", ¿cómo queda donde se partió? $\cdots$ ———?——— $\cdots$
¿Hay dos "átomos" matemáticos en cada borde? ¿Astillas? ¿Médula ósea?

Bibliografía

[1] A. Colombres, “Seres sobrenaturales de la cultura popular argentina”, número 1 en Biblioteca de Cultura Popular, Ediciones del Sol, Buenos Aires, Argentina (2005).

[2] P. Kisbye, et al., “Ingreso a Famaf: materiales de estudio”, FaMAF (2017).

[3] OEIS Foundation Inc., a(n) = 2*a(n-1) + a(n-2), with a(0) = 1, a(1) = 2, a(2) = 4, `https://oeis.org/A052542`, (2023). Entry A052542 in The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences.

[4] OEIS Foundation Inc., Numerators of continued fraction convergents to sqrt(2), `https://oeis.org/A001333`, (2023). Entry A001333 in The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences.

[5] P. Sánchez Terraf, Los misterios de la diagonal, `https://www.youtube.com/watch?v=AgJt1YSijSI`, (2021). Charla para la actividad *Mes de la Ciencia* organizada por CeIMAF.

[6] M. Spivak, “Calculus”, W.A. Benjamin Inc, New York, NY, USA (1994), segunda edición.

[7] M. Spivak, “Cálculo infinitesimal”, Editorial Reverté S.A., Barcelona, España (1996), segunda edición.

[8] Wikipedia contributors, Analytic geometry — Wikipedia, The Free Encyclopedia, `https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Analytic_geometry&oldid=1143062320`, (2023). [Online; accessed 12-March-2023].

[9] Wolfram, Búsqueda de “sqrt 2” en WolframAlpha, `https://www.wolframalpha.com/input?i=sqrt+2`, (2023).

UNC Universidad Nacional de Córdoba 1613 - 2013 400 AÑOS

Una cita (bonus track)

De A. Colombres [1]:

> [*Estos seres*] [. . .] *son muchas veces formas pasajeras, espectros vagos y fugaces* [. . .] *La inmensa mayoria sucumbirá a esa nebulosa en que se disgregan los sueños de una mente singular, pero algunos serán vistos, oídos o sentidos también por otros, conformando una realidad intersubjetiva que irá trascendiendo, hasta afianzarse en la imaginación colectiva. Recién entonces podremos decir que estamos ante seres sobrenaturales propios de una determinada cultura* [. . .]

Una cita (bonus track)

De A. Colombres [1]:

> [*Estos seres*] [. . .] *son muchas veces formas pasajeras, espectros vagos y fugaces* [. . .] *La inmensa mayoria sucumbirá a esa nebulosa en que se disgregan los sueños de una mente singular, pero algunos serán vistos, oídos o sentidos también por otros, conformando una realidad intersubjetiva que irá trascendiendo, hasta afianzarse en la imaginación colectiva. Recién entonces podremos decir que estamos ante ~~seres sobrenaturales~~ propios de una determinada cultura* [. . .]
> *objetos matemáticos*