PRACTICO 3

1 Teoria Sucesiones

Definition 1. *Una sucesion de numeros reales es una funcion tal que:* $a_n\colon \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

1.1 Limite de sucesiones

Definition 2. *Sea* $\{a_n\}$ *una sucesion de numeros reales. Se dice que:*

$$\lim_{n\rightarrow\infty} a_n = l \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} / \text{si}\, n > N, |a_n - l| < \varepsilon$$

Proposition 3. *Sea* $c \in \mathbb{R}$*. Si:*

$$\lim_{n\rightarrow\infty} a_n = l \quad y \quad \lim_{n\rightarrow\infty} b_n = m$$

entonces:

i.

$$\lim_{n\rightarrow\infty} c a_n = c l$$

ii.

$$\lim_{n\rightarrow\infty} a_n b_n = l m$$

iii.

$$\lim_{n\rightarrow\infty} a_n + b_n = l + m$$

iv.

$$\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{l}{m}$$

Proposition 4. *Si* $\lim_{n\rightarrow\infty} a_n$ *existe, entonces la imagen de la sucesion ,* $\{a_n / n \in \mathbb{N}\}$ *es un subconjunto acotado de* $\mathbb{R}$*. Es decir* $\exists C \in \mathbb{R}$ *tal que* $|a_n| \leqslant C\ \forall n$

Lemma 5. *Lema del Sandwich: Sea* $a_n \leqslant c_n \leqslant b_n$ *para todo* n*, entonces si:*

$$\lim_{n\rightarrow\infty} a_n = l = \lim_{n\rightarrow\infty} b_n \Rightarrow \lim_{n\rightarrow\infty} c_n = l$$

Observacion: Se dice que $n! \rightarrow \infty$ mas rapido que: 10^n.

Definition 6. *Se dice que una sucesion* a_n *tiende a infinito* $\Leftrightarrow \forall M > 0 \exists N\, \text{tal que}\, n > N \Rightarrow a_n > M$

Proposition 7. *Si*

$$\lim_{n\rightarrow\infty} a_n = \infty = \lim_{n\rightarrow\infty} b_n, \lim_{n\rightarrow\infty} c_n = l$$

Entonces:

a) $\lim_{n\to\infty} a_n + b_n = \infty$

b) $\lim_{n\to\infty} a_n + c_n = \infty$

c) $\lim_{n\to\infty} a_n c_n = \infty$ *(Si l>0)*

d) $\lim_{n\to\infty} a_n c_n = \infty$

e) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{a_n} = 0$

f) $\lim_{n\to\infty} a_n c_n = -\infty$ *(Si l<0)*

Theorem 8. *Toda sucesión creciente acotada superiormente tiene limite. Más precisamente,si a_n es una sucesión que cumple:*

1. $a_n \leqslant a_{n+1}\ \forall n$

2. $a_n \leqslant M$ *para cierto n y cierto M*

Entonces $\lim_{n\to\infty} a_n$ *exite y es igual a sup{*$a_n/n \in \mathbb{N}$*}*

1.2 Limites notables

- $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$

1.3 Subsucesiones

Una subsucesion es una sucesion de la forma: $b = b(a_n)$

Proposition 9. *Si* $\lim_{n\to\infty} a_n = l$ *y* b_j *es una subsucesion de* a_n *entonces:*

$$\lim_{j\to\infty} b_j = l$$

Muy util:

Proposition 10. $\lim_{n\to\infty} a_n = l \Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} a_{2n} = l = \lim_{n\to\infty} a_{2n+1}$

Theorem 11. *(Bolzano-Weierstrass). Toda sucesión acotada tiene admite una subsucesión convergente.*

1.4 Teorema de Cauchy

Theorem 12. *Sucesion de Cauchy: La sucecion* $\{a_n\}$ *es de Cauchy si:* $\forall n, m > N \Rightarrow |a_n - a_m| < \varepsilon$

Theorem 13. *Toda sucesión convergente es de Cauchy.*

- *Son equivalentes: La sucesion converge , La sucesion es de Cauchy*

Corollary 14. *Si* $\{a_n\}$ *tiene dos subsucesiones que convergen a límites distintos, entonces* $\{a_n\}$ *no converge.*

Lemma 15. *Toda sucesión de Cauchy es acotada.*

Lemma 16. *Si* $\{a_n\}$ *es de Cauchy y tiene una subsucesión que converge a* l*, entonces* $\{a_n\}$ *converge a* l

2 Practico

1.

2.

3. Sea $\{a_n\}$ una sucesion y $\varepsilon > 0$ dados. Definir formalmente Los términos de $\{a_n\}n\in$N eventualmente tienen módulo menor que ε.

   - $\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N} / \text{si}\, n > N, |a_N| < \varepsilon$

4. Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesion.

   a) Describir los cuatro tipos de crecimiento, decrecimiento:

      - Crecimiento: Si $n < n+1 \Rightarrow a_n \leqslant a_{n+1}$ (Monotona creciente)
      - $n < n+1 \Rightarrow a_n < a_{n+1}$ (Estrictamente creciente)
      - Similar para las decrecientes.

   b) Asumiendo: $n < n+1 \Rightarrow a_n < a_{n+1}$ Demostrar que: $\{-a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ es decreciente.

      - Si $a_n \in \{a_n\} \Rightarrow -a_n \in \{-a_n\}$. Como $a_n < a_{n+1} \Leftrightarrow -a_n > -a_{n+1}$, cuando $n < n+1$
      - Esto nos dice que $\{-a_n\}$ es (Estrictamente) decreciente.

   c) Nuevamente asumimos que: $n < n+1 \Rightarrow a_n < a_{n+1}$

      - $a_n < a_{n+1} \Leftrightarrow \frac{1}{a_{n+1}} < \frac{1}{a_n}$ cuando $n < n+1$

5. Demostrar que: $\{\sqrt{n}\}$ es estrictamente creciente.

   - Como $n < n+1 \Leftrightarrow \sqrt{n} < \sqrt{n+1}$

6. Decir si las siguientes sucesiones estan acotadas superiormente/inferiormente.

   a) $\{n\}$ Esta sucesion cumple que: $\{n\}\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, por lo tanto no esta acotada superiormente, ya que como vimos, los numeros naturales no estan acotados superiormente.

      Una cota inferior de este conjunto es -1 por lo cual la serie esta acotada inferiormente.

   b) $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$

      - $(-1)^n = \begin{cases} -1\, \text{si}\, n\, \text{impar} \\ 1\, \text{si}\, n\, \text{par} \end{cases}$

- $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}_{n\in\mathbb{N}} = \left\{\frac{(-1)^{2k-1}}{2k-1}\right\}_{k\in\mathbb{N}} \mathbb{U} \left\{\frac{(-1)^{2k}}{2k}\right\}_{k\in\mathbb{N}} = \left\{\frac{-1}{2k-1}\right\}_{k\in\mathbb{N}} \mathbb{U} \left\{\frac{1}{2k}\right\}_{k\in\mathbb{N}}$

- Tomando: $b_k = \left\{\frac{-1}{2k-1}\right\}_{k\in\mathbb{N}}$, $c_k = \left\{\frac{1}{2k}\right\}_{k\in\mathbb{N}}$

- b_k es creciente y cumple que: $-1 \leqslant b_k < 0$

- c_k es decreciente y cumple que: $0 < c_k < 1$

- Cada una de las sucesiones esta acotada superiormente por 1, y por lo tanto la union de ambos conjuntos esta acotado (Practico anterior)

- Cada una de las sucesiones esta acotada inferiormente por 0. En conclusion esta sucesion esta acotada tanto superiormetne como inferiormente.

c) $\{(-1)^n \cdot n\}_{n\in\mathbb{N}}$

- Nuevamente podemos separar este conjunto como la union de dos conjuntos:

- $\{2k / k \in \mathbb{N}\} \mathbb{U} \{-(2k-1) / k \in \mathbb{N}\}$

- $\{2k / k \in \mathbb{N}\}$ No tiene cota superior

- $\{-(2k-1) / k \in \mathbb{N}\}$ No tiene cota inferior

- Entonces la union no tiene cota superior ni inferior.

d) $\{a_n / a_N = l \quad \forall n > N\}$

- $n > N \Rightarrow a_n = l$.

- Sea $\alpha = \max(a_n / n < N)$ Esto refleja la idea de que hay un numero finito de terminos de n antes de llegar a N y por lo tanto hay un numero finito de terminos a_n, por lo cual estos deben alcanzar un valor maximo (y por supuesto un valor minimo $\beta = \min(a_n / n < N)$

- Ahora bien, la cota superior deberia encontrarse entre los numeros: $\max(\alpha, l)$

- Mientras que la inferior deberia encontrarse entre: $\min(\beta, l)$

- La conclusion final es que tal sucesion estaria acotada tanto superiormente como inferiormente.

7. Demostrar que $\{a_n\}$ es actoada $\Leftrightarrow \exists M / \ |a_n| \leqslant M$

   i. $\{a_n\}$ acotada $\Rightarrow \ \exists M / |a_n| \leqslant M$

   - $\{a_n\}$ acotada esto significa que esta acotada tanto superiormente como inferiormente.

   - $m_1 \leqslant a_n \leqslant m_2$ para todo n

   - Sea $\max(|m_1|, |m_2|) = M$ entonces:

   - $|m_1| \leqslant M$, $|m_2| \leqslant M \Leftrightarrow -M \leqslant m_1 \leqslant M$ y $-M \leqslant m_2 \leqslant M$

- Es decir: $-M \leqslant m_1 \leqslant a_n \leqslant m_2 \leqslant M \Leftrightarrow -M \leqslant a_n \leqslant M \Leftrightarrow |a_n| \leqslant M$
- Con esto se demuestra la primera parte.
- La segunda parte implica: $|a_n| \leqslant M$ Para todo n lo cual implica que a_n esta acotada.

8. Considere: $\{a_n\} = \left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}$ $n \in \mathbb{N}$

   a) Encontrar los N tal que si $n > N \Rightarrow$ $|a_n| < \varepsilon$

   - $\left|\frac{(-1)^n}{n} - 0\right| = \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{n} = \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} = n$
   - Si $\varepsilon = 0.2 \Rightarrow N = 5$
   - Si $\varepsilon = 0.05 \Rightarrow N = 20$

   b) Probar que $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$

   - $\left|\frac{(-1)^n}{n} - 0\right| < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} < n$, basta tomar: $N = \frac{1}{\varepsilon}$

9. Demostrar usando la definicion los siguientes limites:

   a)

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n+1}{n} = 1$$

   - Buscar el N tal que si $n > N$ luego $\left|\frac{n+1}{n} - 1\right| < \varepsilon$
   - $\left|\frac{n+1}{n} - 1\right| < \varepsilon \Leftrightarrow \left|1 + \frac{1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} < n$
   - Basta tomar entonces: $N = \frac{1}{\varepsilon}$

   b)

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt{n^2+1} - n = 0$$

   - $\left|\sqrt{n^2+1} - n \cdot \frac{\sqrt{n^2+1}+n}{\sqrt{n^2+1}+n}\right| = \left|\frac{1}{\sqrt{n^2+1}+n}\right|$
   - $\left|\sqrt{n^2+1} + n\right| > |n| \Leftrightarrow \frac{1}{|\sqrt{n^2+1}+n|} < \frac{1}{|n|} = \frac{1}{n}$
   - Nuevamente basta tomar: $N = \frac{1}{\varepsilon}$

10. Obtener los siguientes limites: (Usar las propiedades de la proposicion 3)

    a)

$$\lim_{n \to \infty} \frac{5-2n}{3n-7}$$

    - $\lim_{n \to \infty} \frac{5-2n}{3n-7} = \lim_{n \to \infty} \frac{\frac{5}{n} - 2}{3 - \frac{7}{n}}$

- La sucesion $\frac{1}{n} \to 0$ cuando $n \to \infty$. Entonces: $\frac{a}{n} \to 0$ (Propiedades)
- La sucesion cte $\to$ cte cuando $n \to \infty$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{5-2n}{3n-7} = -\frac{2}{3}$

b)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n} - \frac{n^3}{(n-1)^2}$$

- $\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n} - \frac{n^3}{(n-1)^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{[(n+1)(n-1)]^2 - n^4}{n(n-1)^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n^2-1)^2 - n^4}{n(n-1)^2}$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{(n^2-1)^2 - n^4}{n(n-1)^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^4 - 2n^2 + 1 - n^4}{n(n-1)^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1-2n^2}{n^3 - 2n^2 + n}$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{1-2n^2}{n^3 - 2n^2 + n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^3} - \frac{2}{n}}{1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = 0$

c)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$$

-
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}$$

- Aca no hay una proposicion para la 'composicion' de sucesiones.
-
$$\sqrt{1} \leqslant \sqrt{1+\frac{1}{n^2}} < 1 + \frac{1}{n^2} \Leftrightarrow \frac{1}{1+\frac{1}{n^2}} < \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} < 1$$

-
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{1+\frac{1}{n^2}} = 1, \ \lim_{n\to\infty} 1 = 1$$

- Por el lema del sandwich luego: $\lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} = 1$

11. Demostrar usando la definicion los siguientes limites (Utilizar la definicion 6)

-
  a)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2-100}{n} = \infty$$

- $\frac{n^2-100}{n} = n - \frac{100}{n} > n - 101 > M \Leftrightarrow n > M + 101$
- Es decir: $N = M + 101$, de manera que si $n > N$ entonces: $a_n > M$
- b)

$$\lim_{n\to\infty} 2^n = \infty$$

- $2^n > n$, Induccion: $2 > 1$, si $2^k > k$, luego: $2^{k+1} = 2^k \cdot 2 > k \cdot 2 = k + k > k + 1$

- Utilizando lo anterior: $2^n > n > N$. Tomo $N = M$, entonces: si $n > N$, luego $a_n = 2^n > M$

12. Calcular los siguientes limites (Usar proposicion 7):

    a)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^3 + 7n}{n - 2} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2 + 7}{1 - \frac{2}{n}}$$

   - $1 \to 1$, $n^2 \to \infty$, $7 \to 7$, $\frac{2}{n} \to 0$ cuando $n \to \infty$

   - $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+7}{1-\frac{2}{n}} = \infty$

    b)

$$\lim_{n\to\infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 4n}\right)$$

   - $\lim_{n\to\infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 4n}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2 - (n^2 - 4n)}{n + \sqrt{n^2 - 4n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{4n}{n + \sqrt{n^2 - 4n}}$

   - $\frac{4n}{n + \sqrt{n^2 - 4n}} = \frac{4}{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{n}}} < \frac{4}{2} = 2$

   - $\lim_{n\to\infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 4n}\right) = 2$

    c)

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^3 + 1}$$

   - $n^3 < n^3 + 1 < n^3 + n^3 = 2n^3 \Leftrightarrow \sqrt[n]{n^3} < \sqrt[n]{n^3 + 1} < \sqrt[n]{2n^3}$

   - $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^3} = 1$, Demostracion de esto:

   - $(1 + x)^n = \sum_{k=0}^{n} \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} x^k > \frac{n(n-1)}{2} x^2 \geqslant \frac{n^2}{4} x^2$

   - Tomando $x = \frac{2}{\sqrt{n}}$, luego:$\left(1 + \frac{2}{\sqrt{n}}\right)^n \geqslant \frac{n^2}{4} \frac{4}{n} = n \Leftrightarrow 1 + \frac{2}{\sqrt{n}} \geqslant \sqrt[n]{n}$

   -

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^3} < \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^3 + 1} < \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2n^3}$$

   -

$$1 < \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^3 + 1} < \lim_{n\to\infty} 2^{1/n}$$

   - Para n grande: $2 < n \Leftrightarrow \sqrt[n]{2} < \sqrt[n]{n}$, lo cual resulta finalmente:

   -

$$1 < \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^3 + 1} < 1$$

13. Probar que para todo numero real $l \in (0,1)$, existe una sucesion $\{q_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ de numeros racionales tal que $q_n \in (0,1)$ y

$$\lim_{n\to\infty} q_n = l$$

- Sea: $q_n = \frac{[n\,l]}{n}$, donde $[n\,l]$ es la parte entera del numero $[n\,l]$
- $n\,l - 1 < [n\,l] < n\,l \Leftrightarrow \frac{n\,l-1}{n} < \frac{[n\,l]}{n} < l \Leftrightarrow l - \frac{1}{n} < \frac{[n\,l]}{n} < l$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{[n\,l]}{n} = l$ (Lema sandwich)

14. Sea $\{a_n\}$ dada por $a_n = (-1)^n$

   a) Dar tres sub sucesiones convergentes distintas

   - La de los numeros pares: $\{a_{2k}\} \to 1$ cuando $k \to \infty$
   - La de los numeros impares: $\{a_{2k-1}\} \to -1$ cuando $k \to \infty$
   - Alguna subsucesion de las anteriores, por ej: $\{a_{5(2l)}\} \to 1$ cuando $l \to \infty$

   b) Probar que si $\{a_{n_j}\}$ es una subsucesión convergente, entonces $\lim_{n\to\infty} a_{n_j} = \pm 1$

   $|a_n - l| < \varepsilon \Leftrightarrow |(-1)^n - l| < \varepsilon$

   - $\{a_n\} = \{a_{2k}\} \mathbb{U} \{a_{2k-1}\}$
   - $\begin{cases} |-1-l| < \varepsilon \Rightarrow \text{Para que sea valido } \forall \varepsilon > 0, l = -1 \\ |1-l| < \varepsilon \Rightarrow \text{Para que sea valido } \forall \varepsilon > 0, l = 1 \end{cases}$
   - El argumento basicamente seria, que cualquier subsucesion de $\{a_n\}$ es una subsucesion de alguna de estas dos, ya que la union de las mismas da el conjunto total de $\{a_n\}$
   - Otra forma:
   - Si $a_n \to l \Rightarrow a_n^2 \to l^2$
   - $l^2 = 1$ (por la forma en la que es $\{a_n\}$) por lo tanto $l = \pm 1$

15. $a_n \in \mathbb{Z}$ $\forall n \in \mathbb{N}$, si $\lim_{n\to\infty} a_n = l \Rightarrow \{a_n\}$ es eventualmente igual a l

- $|a_n - l| < \varepsilon \Rightarrow$ hay dos opciones: $l \in \mathbb{Z}$ o bien $l \notin \mathbb{Z}$.
- Si $l_z \in \mathbb{Z}$, tiene que si o si suceder que: $|a_N - l| = 0$ para algun N y $n > N$ puesto que si no: $1 \leqslant |a_N - l_z|$ (Que seria la menor distancia entera eventualmente posible entre algun elemento de la sucesion y el numero l_z). Entonces no puedo elegir ε arbitrariamente chico tal que esa diferencia sea menor a 1.
- Si $l \notin \mathbb{Z}$, analizamos $[l]$ (parte entera), $|a_n - [l]| < \varepsilon$, se tiene la misma situacion que arriba, puesto que $[l] \in \mathbb{Z}$.
- Entonces $l = [l] \pm \Delta l$, por ejemplo: $2.5 = [2.5] + 0.5 = 2 + 0.5$, la situacion es que:

  $|a_n - [l] \pm \Delta l| = |\Delta l|$ y nunca podria encontrar un ε mas chico que esto. Por lo cual no creo que l deba ser distinto de Z.

- Todo esto, sirve para entender que la demostracion correcta es mediante el teorema de Cauchy:
  - Solamente si la sucesion es eventualmente constante la sucesion es de Cauchy
  - Si no es eventualmente constante entonces la sucesion no es de Cauchy y por lo tanto no converge.

16. Demostrar que cualquier subsucesión de una sucesión convergente es convergente.
    - $|a_n - l| < \varepsilon$, con $n > N$. Esta el la definicion de sucecion convergente
    - $\{a_{n_j}\}$ es un subconjunto de $\{a_n\}$
    - $|a_k - l| < \varepsilon$ necesito encontrar $K / \text{si}\, k > K$ luego: $|a_k - l| < \varepsilon$
    - En particular si k es tal que: $k \geqslant N$, luego $|a_k - l| < \varepsilon$

17.
    a) $0 < a < 2 \Rightarrow a < \sqrt{2a} < 2 \Leftrightarrow 0 < a^2 < 2a < 4 \Leftrightarrow a < \sqrt{2a} < 2$

    b) Demuestre la convergencia de la sucesion: $\sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$
       - De a) $0 < a_n < \sqrt{2a_n} = a_{n+1} < 2$

    c) Hallar el limite
       - Esta sucesion esta representada por: $a_{n+1} = \sqrt{2a_n} \Leftrightarrow a_n = \frac{1}{2}a_{n+1}^2$
       - Suponga que un hipotetico valor del limite de esta sucesion es l
       - $$l = \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}a_{n+1}^2 = \frac{1}{2}l^2$$
       - $l^2 = 2l \Leftrightarrow l^2 - 2l = 0 \Leftrightarrow (l - 0)(l - 2) = 0$ El limite es 0 o 2
       - La sucesion es creciente mayor a 0, el limite es 2

18. Jusitificar verdadero o falso
    a) $\{a_n\}$ Diverge $\Rightarrow$ $\{a_{3k+1}\}$ Diverge (Verdadero)
       - Si $\{a_n\}$ diverge es porque $\{a_{2n}\}$ y $\{a_{2n+1}\}$ tienen limites distintos o bien porque divergen (Almenos alguna de ellas)
       - Proposicion vista: $\lim_{n\to\infty} a_n = l \Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} a_{2n} = l = \lim_{n\to\infty} a_{2n+1}$
       - Entonces queda claro que este es un requisito para la convergencia.
       - La subsucesion$\{a_{3k+1}\} = \{a_{6k-2}\} \mathbb{U} \{a_{6k+1}\}$, es decir tiene esas dos subsucesiones que son una de terminos pares y la otra de terminos impares.
       - $\{a_{6k-2}\}$ es una subsucesion de $\{a_{2n}\}$ y $\{a_{6k+1}\}$ es una subsucesion de $\{a_{2n+1}\}$

- Si $\{a_{2n}\}$ o $\{a_{2n+1}\}$ eran convergentes, entonces eran de Cauchy, de manera que existia un $n,m>N$ tal que $|a_{2n}\, o a_{2n+1}-l|<\varepsilon$, este argumento me sirve para decir que una subsucesion de estas deberia cumplir esta condicion. Por lo tanto seguirian convergiendo a limites , que serian distinto y por lo tanto la sucesion de la que provienen no converge
- Si alguna de las subsucesiones no era convergente entonces ese comportamiento se mantendria.

b) Falso:

- $a_n=(-1)^n n$, luego $|a_n|\to\infty$ cuando $n\to\infty$
- Sin embargo, para esta serie oscilante, no existe limite, que no es ninguna de las 2 opciones de ∞ o $-\infty$

c) $\lim_{n\to\infty} a_n=\infty$

- Considere: $b_n>0\ \forall n$
- $b_n=2^{((-1)^n n)}$, Esta sucesion no tiene limite ya que alterna entre valores muy altos y muy chicos, y ademas sigue cumpliendo que $b_n>0$
- Falso, ya que decir lo anterior solo podria cumplirse si b_n converge.

d) Esto es falso, contraejemplo: $(-1)^n$