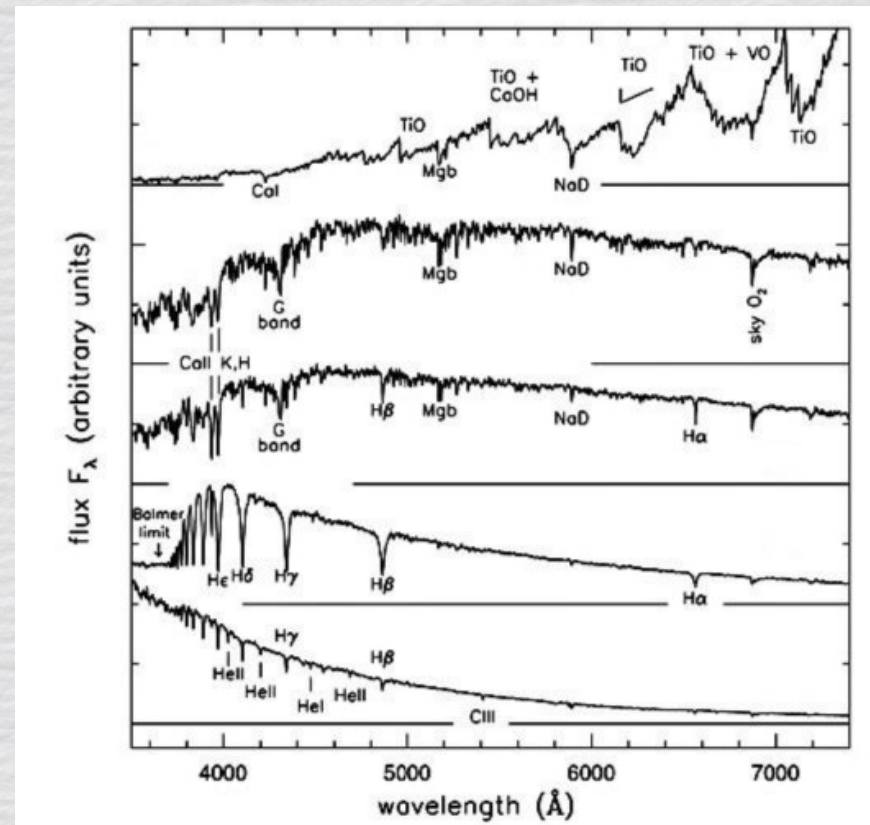


Aplicaciones astronómicas de la espectroscopía atómica

$$\frac{N_j}{N_k} = \frac{g_j}{g_k} = \frac{e^{-E_j/kT}}{e^{-E_k/kT}} = \frac{g_j}{g_k} e^{-(E_j - E_k)/kT}$$

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{e^{-I_i/kT}}{N_e} 2 \frac{U_{i+1}(T)}{U_i(T)}$$



Estado de equilibrio termodinámico - ET

- Un gas se encuentra en **condiciones de ET** cuando cada proceso (ionización, excitación, etc.) es balanceado exactamente por el proceso inverso.

Estado de equilibrio termodinámico - ET

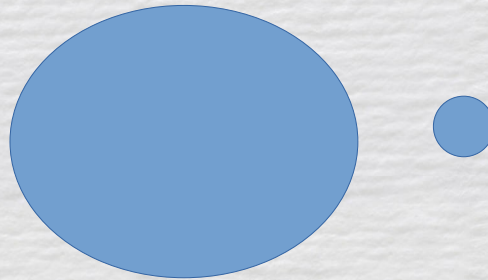
- Un gas se encuentra en condiciones de ET cuando cada proceso (ionización, excitación, etc.) es balanceado exactamente por el proceso inverso.
- Las leyes que rigen las condiciones de la materia en ET depende principalmente de la **temperatura** y en menor grado de la **presión**.

Estado de equilibrio termodinámico - ET

- Un gas se encuentra en condiciones de ET cuando cada proceso (ionización, excitación, etc.) es balanceado exactamente por el proceso inverso.
- Las leyes que rigen las condiciones de la materia en ET depende principalmente de la **temperatura** y en menor grado de la **presión**.
- En condiciones de ET, ¿cómo están poblados los distintos niveles energéticos de los átomos, qué fracción de átomos están ionizados, cómo es la distribución de velocidades de los átomos?

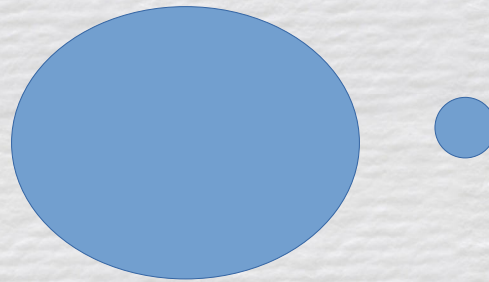
Equilibrio termodinámico local - ETL

- La gran mayoría de los sistemas reales no se encuentran en ET.
- Sean dos sistemas de la misma composición pero de distinto tamaño, ambos en equilibrio con el entorno.




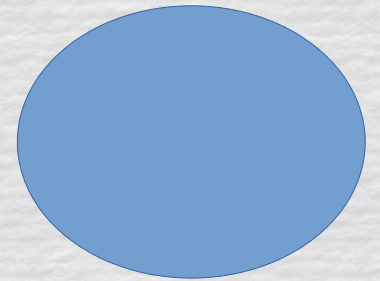
Equilibrio termodinámico local - ETL

- La gran mayoría de los sistemas reales no se encuentran en ET.
- Sean dos sistemas de la misma composición pero de distinto tamaño, ambos en equilibrio con el entorno.
- Cambiamos las condiciones del medio → ambos sistemas evolucionan en tiempos de relajación distintos.



Equilibrio termodinámico local - ETL

- La gran mayoría de los sistemas reales no se encuentran en ET.
- Sean dos sistemas de la misma composición pero de distinto tamaño, ambos en equilibrio con el entorno.
- Cambiamos las condiciones del medio → ambos sistemas evolucionan en tiempos de relajación distintos.
- El tiempo de relajación del sistema pequeño es menor. 
- Los sistemas grandes necesitarán más tiempo para hacer efectivo un cambio con un mismo ritmo de interacción por unidad de superficie de frontera.



Equilibrio termodinámico local - ETL

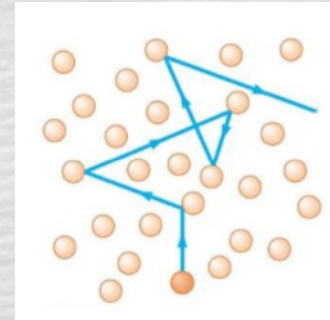
- El sistema pequeño es tan pequeño que tiene un tiempo de relajación que es mucho más corto que el tiempo característico en el que se producen cambios en las propiedades termodinámicas de su entorno inmediato. A efectos prácticos podemos asumir que la relajación es instantánea y el subsistema se encuentra en todo momento en ET con su entorno.



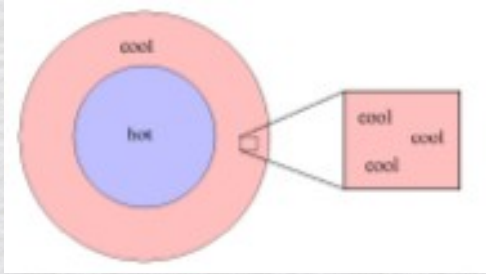
Equilibrio termodinámico local - ETL

- El sistema pequeño es tan pequeño que tiene un tiempo de relajación que es mucho más corto que el tiempo característico en el que se producen cambios en las propiedades termodinámicas de su entorno inmediato. A efectos prácticos podemos asumir que la relajación es instantánea y el subsistema se encuentra en todo momento en ET con su entorno.
- Podemos extender esta hipótesis a cualquier volumen diminuto, a cualquier subsistema minúsculo del sistema completo. Decimos entonces que hay condiciones de **ETL**.

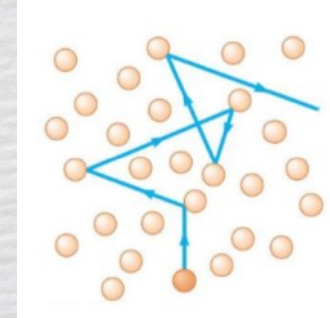
La distancia media entre colisiones se llama **camino libre medio**.



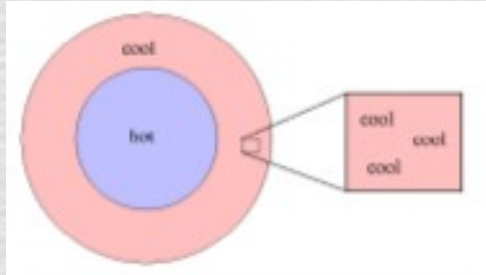
Consideremos el movimiento de un átomo en la atmósfera de una estrella. Sabemos que la **temperatura decrece desde el centro hacia la superficie**.



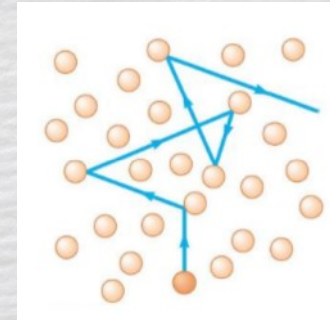
La distancia media entre colisiones se llama **camino libre medio**.



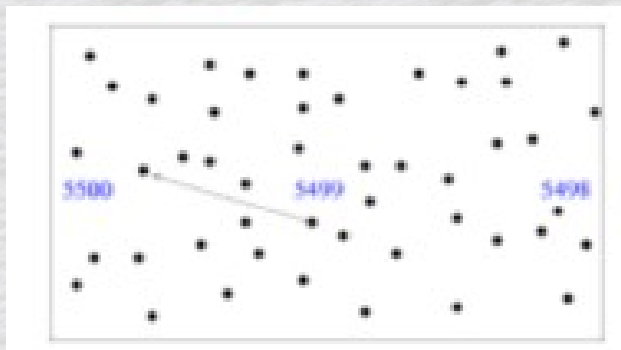
Consideremos el movimiento de un átomo en la atmósfera de una estrella. Sabemos que la **temperatura decrece desde el centro hacia la superficie**.



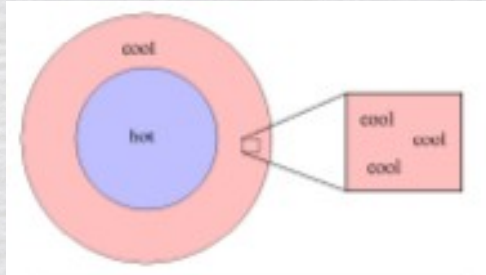
La distancia media entre colisiones se llama **camino libre medio**.



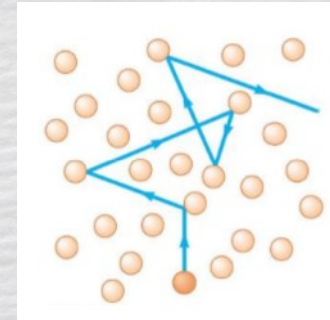
Si el camino libre medio del átomo lo lleva desde una región con una cierta temp. a otra región con otra temp., entonces continuamente estará cambiando sus propiedades con cada colisión --> no se identifica una única temp. por ningún periodo definido de tiempo para el átomo en cuestión.



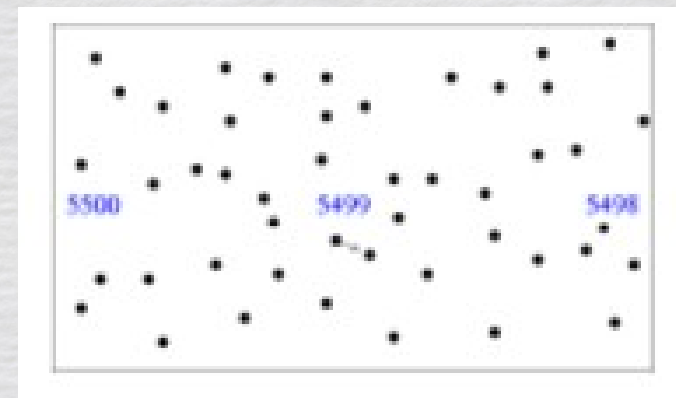
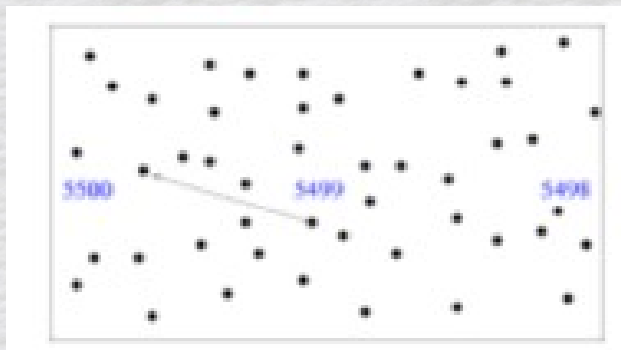
Consideremos el movimiento de un átomo en la atmósfera de una estrella. Sabemos que la **temp. decrece desde el centro hacia la superficie.**



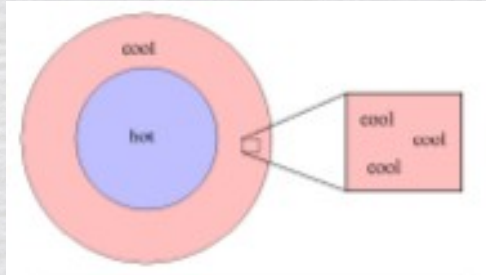
La distancia media entre colisiones se llama **camino libre medio.**



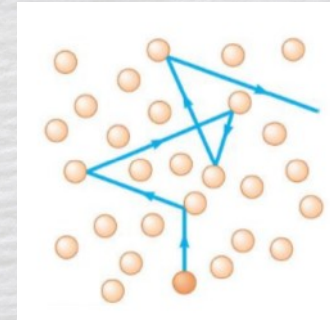
Si el camino libre medio del átomo lo lleva desde una región con una cierta temp. a otra región con otra temp., entonces continuamente estará cambiando sus propiedades con cada colisión --> no se identifica una única temp. por ningún periodo definido de tiempo para el átomo en cuestión.



Consideremos el movimiento de un átomo en la atmósfera de una estrella. Sabemos que la **temp. decrece desde el centro hacia la superficie**.



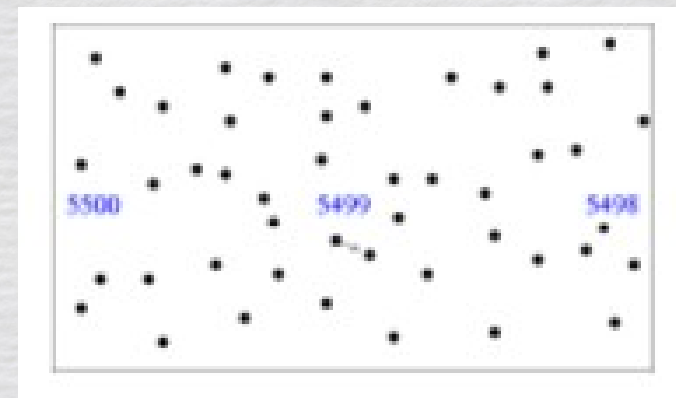
La distancia media entre colisiones se llama **camino libre medio**.



Si el camino libre medio es muy pequeño en comparación con la distancia en la cual la temp. cambia, entonces el átomo chocará con muchos otros, todos con la misma temp., antes que el átomo pueda pasar a otra región con otra temp.

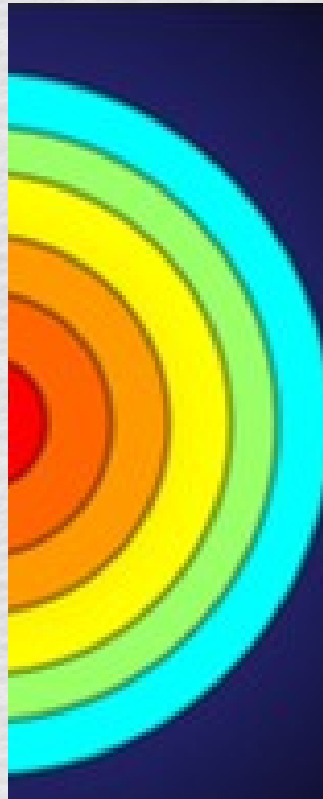
En este caso la velocidad de los átomos en una región pequeña puede ser descrita por una única temp. (**eq. de Maxwell-Boltzmann**).

En condiciones de ETL, la temp. cambia en el espacio y no en el tiempo.



En condiciones de ETL, la temperatura cambia en el espacio y no en el tiempo

En las atmósferas estelares: ETL capa a capa

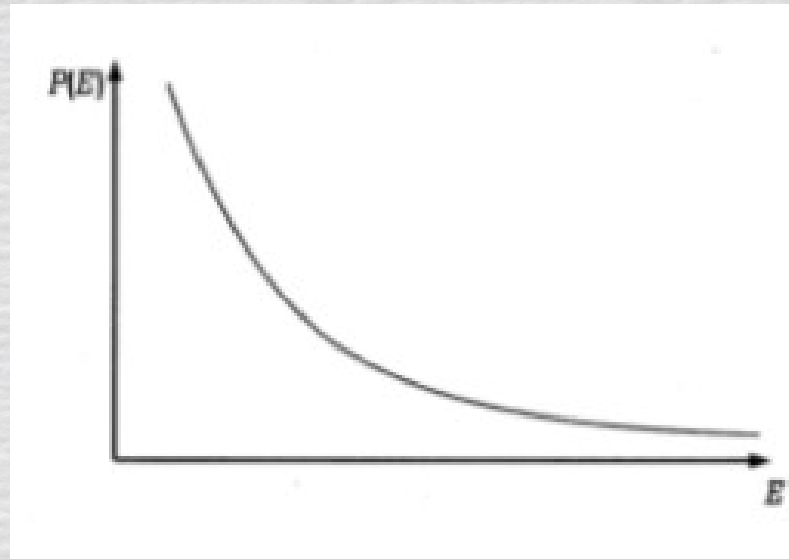


Ecuación de equilibrio de excitación de Boltzmann

- Si un sistema se encuentran en condiciones de ET, la “**Física Clásica**” predice que la probabilidad $P(E)$ de que una partícula de dicho sistema tenga una cierta energía E es proporcional al denominado “**factor de Boltzmann**”: $e^{-E/kT}$.

Ecuación de equilibrio de excitación de Boltzmann

- Si un sistema se encuentran en condiciones de ET, la “Física Clásica” predice que la **probabilidad $P(E)$** de que una **partícula de dicho sistema tenga una cierta energía E** es proporcional al denominado “factor de Boltzmann”: $e^{-E/kT}$.
- El “factor de Boltzmann” tiende a **favorecer los estados de energías bajas**.



Ecuación de equilibrio de excitación de Boltzmann

- De acuerdo con la “**Mecánica Cuántica**”, hay que tener en cuenta la **degeneración de los niveles energéticos**. Es decir, pueden existir varios estados mecánico-cuánticos diferentes correspondientes a un único valor de energía. Aclaración: la descripción mecánico-cuántica completa del estado de excitación de un átomo requiere el conocimiento de cuatro números cuánticos.
- En general, interesa la energía del átomo y no su estado mecánico-cuántico completo. El número de tales estados que corresponden a un único valor de E se denomina ***peso estadístico o degeneración del nivel***.

Ecuación de equilibrio de excitación de Boltzmann

- La probabilidad de que un nivel con alto peso estadístico sea ocupado, es mayor que la probabilidad que esto ocurra en un nivel con bajo peso estadístico. La expresión clásica dada por el factor de Boltzmann debe ser entonces modificada.

Ecuación de equilibrio de excitación de Boltzmann

- La probabilidad de que un nivel con alto peso estadístico sea ocupado, es mayor que la probabilidad que esto ocurra en un nivel con bajo peso estadístico. La expresión clásica dada por el factor de Boltzmann debe ser entonces modificada.
- La probabilidad de que un átomo tenga una energía E debe ser ahora proporcional al producto $g(E)e^{-E/kT}$, siendo **$g(E)$ el peso estadístico del nivel de energía E .**

Ecuación de equilibrio de excitación de Boltzmann

- La probabilidad de que un nivel con alto peso estadístico sea ocupado, es mayor que la probabilidad que esto ocurra en un nivel con bajo peso estadístico. La expresión clásica dada por el factor de Boltzmann debe ser entonces modificada.
- La probabilidad de que un átomo tenga una energía E debe ser ahora proporcional al producto $g(E)e^{-E/kT}$, siendo $g(E)$ el peso estadístico del nivel de energía E .
- Sean N_j y N_k los números de átomos por unidad de volumen, con energía E_j y E_k . La población relativa de los dos niveles por unidad de volumen:

$$\frac{N_j}{N_k} = \frac{g_j}{g_k} \frac{e^{-E_j/kT}}{e^{-E_k/kT}} = \frac{g_j}{g_k} e^{-(E_j - E_k)/kT}$$

Consideremos ahora el número de átomos por u. de volumen **i veces ionizados en el nivel energético j**, con respecto al número de átomos i veces ionizados en el nivel fundamental (j=1).

$$\frac{N_{ij}}{N_{i1}} = \frac{g_{ij}}{g_{i1}} e^{-(E_j - E_1)/kT}$$

Consideremos ahora el número de átomos por u. de volumen i veces ionizados en el nivel energético j , con respecto al número de átomos i veces ionizados en el nivel fundamental ($j=1$).

$$\frac{N_{ij}}{N_{i1}} = \frac{g_{ij}}{g_{i1}} e^{-(E_j - E_1)/kT}$$

Exceso de energía del nivel j sobre el nivel fundamental: potencial de excitación del nivel j .

$$E_{1j} = (E_j - E_1)$$

$$\frac{N_{ij}}{N_{i1}} = \frac{g_{ij}}{g_{i1}} e^{-E_{1j}/kT}$$

$$N_i \quad \textcircled{N_j} = \sum_{j=1}^{\infty} N_{ij}$$

N_i representa el número total de átomos en el estado de ionización i , por unidad de volumen.

$$\frac{N_{ij}}{N_{i1}} = \frac{g_{ij}}{g_{i1}} e^{-E_{ij}/kT}$$



$$N_i = \frac{N_{i1}}{g_{i1}} \sum_{j=1}^{\infty} g_{ij} e^{-E_{ij}/kT}$$

$$N_i \quad \boxed{N_j = \sum_{j=1}^{\infty} N_{ij}}$$

N_i representa el número total de átomos en el estado de ionización i , por unidad de volumen.

$$\frac{N_{ij}}{N_{i1}} = \frac{g_{ij}}{g_{i1}} e^{-E_{ij}/kT}$$



$$N_i = \frac{N_{i1}}{g_{i1}} \sum_{j=1}^{\infty} g_{ij} e^{-E_{ij}/kT}$$

$$U_i = \sum_{j=1}^{\infty} g_{ij} e^{-E_{ij}/kT}$$

Función de Partición de estado de ionización i (B_i)

$$\log \frac{N_{ij}}{N_i} = \log \frac{g_{ij}}{U_i} - \frac{5040}{T} E_{ij}$$

Donde T debe ser expresada en Kelvin y E_{ij} eV.

Ecuación de equilibrio de ionización de Saha

El número N_{i+1} de átomos en el estado de ionización (i+1) respecto del número N_i en el estado de ionización i:

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{e^{-I_i / kT}}{N_e} 2 \frac{U_{i+1}(T)}{U_i(T)}$$

N_e es el número de electrones libres por unidad de volumen

I_i el potencial de ionización del estado de ionización i.

Ecuación de equilibrio de ionización de Saha

El número N_{i+1} de átomos en el estado de ionización (i+1) respecto del número N_i en el estado de ionización i:

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{e^{-I_i / kT}}{N_e} 2 \frac{U_{i+1}(T)}{U_i(T)}$$

N_e es el número de electrones libres por unidad de volumen

I_i el potencial de ionización del estado de ionización i.

La ecuación de equilibrio de ionización de Saha expresa que la frecuencia con la cual los iones en el estado de ionización i se ionizan una vez y pasan al estado (i+1), es igual a la frecuencia con la cual los iones en el estado de ionización (i+1) se recombinan con electrones libres para formar iones en el estado i. Es decir, la frecuencia de ionizaciones y recombinaciones es la misma (equilibrio termodinámico).

Ecuación de equilibrio de ionización de Saha

El número N_{i+1} de átomos en el estado de ionización (i+1) respecto del número N_i en el estado de ionización i:

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{e^{-I_i/kT}}{N_e} 2 \frac{U_{i+1}(T)}{U_i(T)}$$

N_e es el número de electrones libres por unidad de volumen

I_i el potencial de ionización del estado de ionización i.

La ecuación de equilibrio de ionización de Saha expresa que la frecuencia con la cual los iones en el estado de ionización i se ionizan una vez y pasan al estado (i+1), es igual a la frecuencia con la cual los iones en el estado de ionización (i+1) se recombinan con electrones libres para formar iones en el estado i. Es decir, la frecuencia de ionizaciones y recombinaciones es la misma (equilibrio termodinámico).

$$\log \frac{N_{i+1} N_e}{N_i} = \log 2 \frac{U_{i+1}}{U_i} + \frac{3}{2} \log T - \frac{5040}{T} I_i + 15.38,$$

$$P_e = N_e k T,$$



$$\log \frac{N_{i+1} P_e}{N_i} = \log 2 \frac{U_{i+1}}{U_i} + \frac{5}{2} \log T - \frac{5040}{T} I_i - 0.48,$$

Ecuación de equilibrio de ionización de ... Meghnad Saha

El número N_{i+1} de átomos en el estado de ionización $(i+1)$ respecto del número N_i en el estado de ionización i :



N_e es el número de electrones libres

I_i el potencial de ionización del estado i

La ecuación de equilibrio de ionización establece que la frecuencia con la cual los iones en el estado de ionización i saltan al estado $(i+1)$, es igual a la frecuencia con la cual los iones en el estado $(i+1)$ se recombinan con electrones libres para formar iones en el estado i . Es decir, la frecuencia de ionizaciones y recombinaciones es la misma (equilibrio termodinámico).

$$\log \frac{N_{i+1} N_e}{N_i} = \log 2 \frac{U_{i+1}}{U_i} + \frac{3}{2} \log T - \frac{5040}{T} I_i + 15.38,$$

$$P_e = N_e kT,$$

$$\log \frac{N_{i+1} P_e}{N_i} = \log 2 \frac{U_{i+1}}{U_i} + \frac{5}{2} \log T - \frac{5040}{T} I_i - 0.48,$$

Ecuación de equilibrio de ionización de Saha

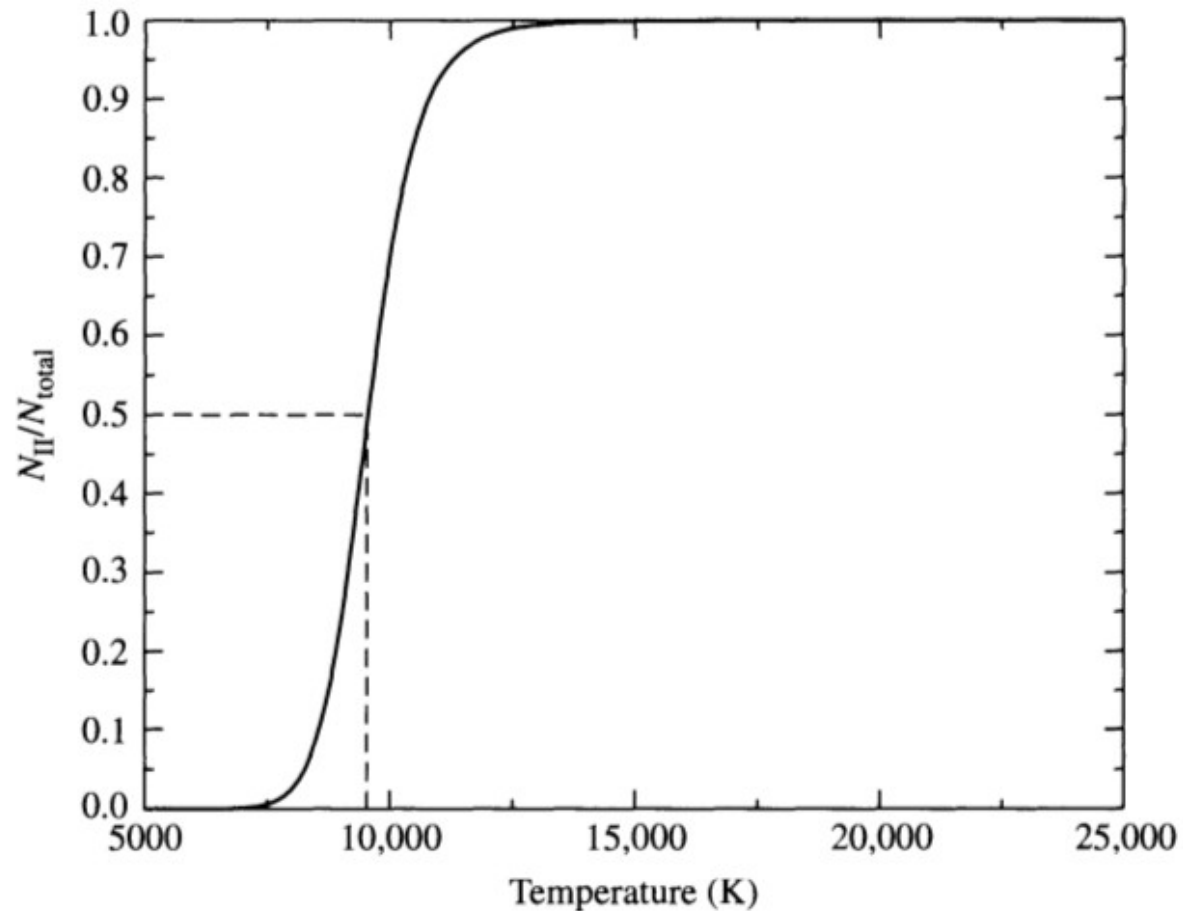


FIGURE 8.8 $N_{\text{II}}/N_{\text{total}}$ for hydrogen from the Saha equation when $P_e = 20 \text{ N m}^{-2}$. Fifty percent ionization occurs at $T \simeq 9600 \text{ K}$.

Combinación de las ecuaciones de Boltzmann y Saha

Permite calcular el número total de átomos (por unidad de volumen) de un determinado elemento en un dado estado de ionización y nivel de excitación con relación al número total de átomos de ese elemento.

Combinación de las ecuaciones de Boltzmann y Saha

Permite calcular el número total de átomos (por unidad de volumen) de un determinado elemento en un dado estado de ionización y nivel de excitación con relación al número total de átomos de ese elemento.

Por ejemplo, si N_{1n} es el número de átomos una vez ionizados, en el estado de excitación n y N_t es el número total de átomos de ese elemento, ambos por unidad de volumen \rightarrow

$$\frac{N_{1n}}{N_t} = \frac{N_{1n}}{N_0 + N_1 + N_2 + \dots},$$

$$\frac{N_{1n}}{N_t} = \frac{N_{1n}/N_1}{1 + N_0/N_1 + N_2/N_1 + \dots} \quad \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{N_{ij}}{N_t} = \frac{g_{ij}}{B_i} e^{-E_{ij}/kT} \\ \frac{N_{i+1}N_e}{N_i} = \left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{3/2} \frac{2B_{i+1}}{B_i} e^{-I_i/kT} \end{matrix}$$

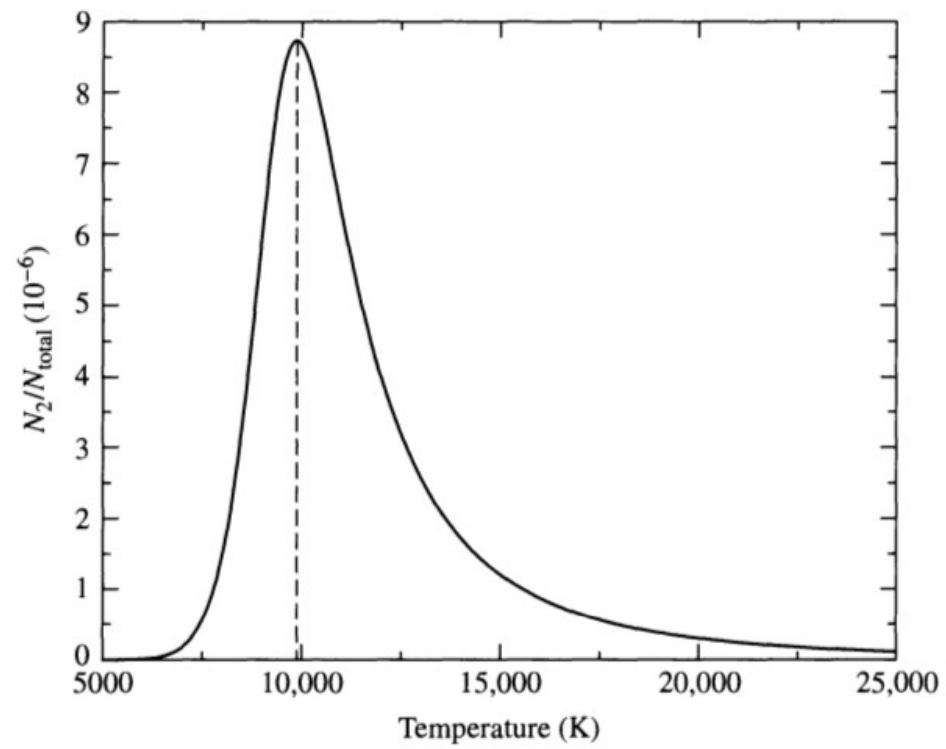


FIGURE 8.9 N_2/N_{total} for hydrogen from the Boltzmann and Saha equations, assuming $P_e = 20 \text{ N m}^{-2}$. The peak occurs at approximately 9900 K.

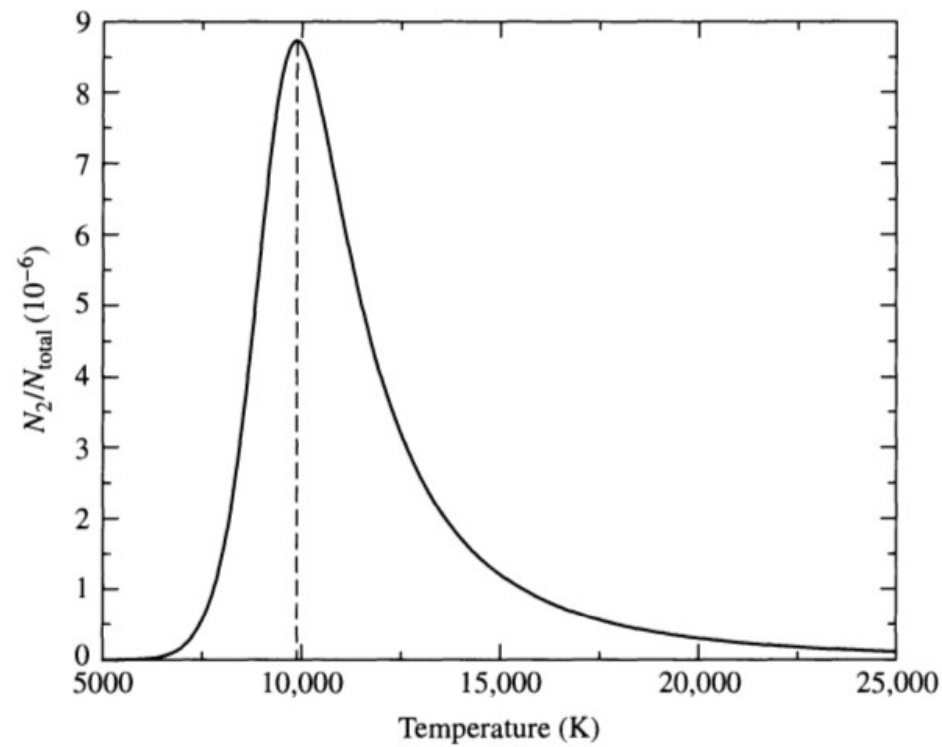


FIGURE 8.9 N_2/N_{total} for hydrogen from the Boltzmann and Saha equations, assuming $P_e = 20 \text{ N m}^{-2}$. The peak occurs at approximately 9900 K.

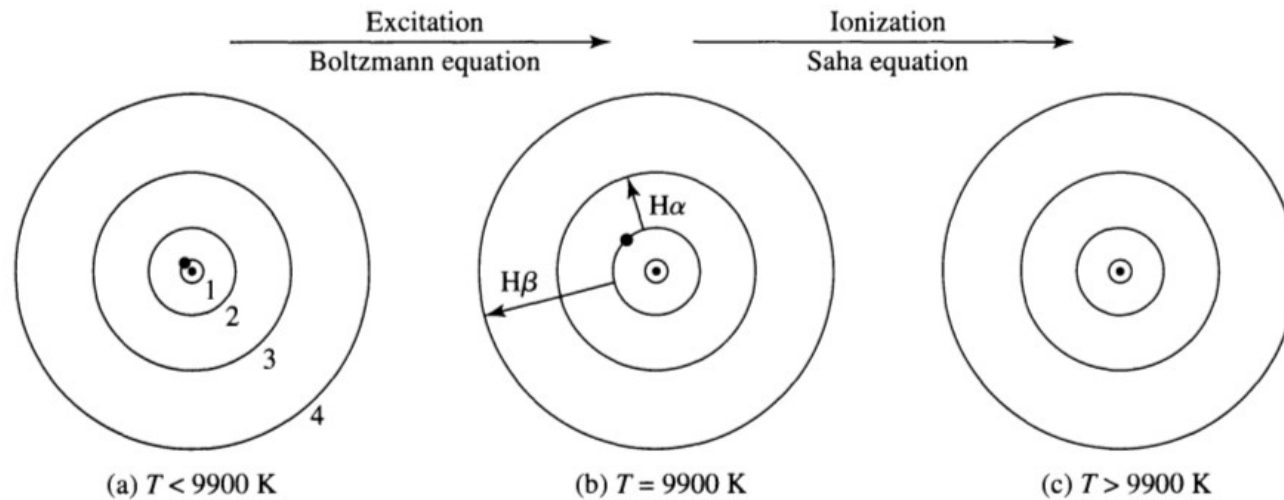


FIGURE 8.10 The electron's position in the hydrogen atom at different temperatures. In (a), the electron is in the ground state. Balmer absorption lines are produced only when the electron is initially in the first excited state, as shown in (b). In (c), the atom has been ionized.

§ 15. Excitation, Ionization, and Partition Function

The number of atoms existing in various atomic levels 0, 1, 2, ... when in thermal equilibrium at temperature T is given by the Boltzmann distribution

$$\begin{aligned}N_2/N_1 &= (g_2/g_1) \exp (-\chi_{12}/kT) \\N_2/N &= (g_2/U) \exp (-\chi_{02}/kT).\end{aligned}$$

Numerically $\log (N_2/N_1) = \log (g_2/g_1) - \chi_{12}(5040/T)$ [χ_{12} in eV]

where N is the total number of atoms per cm^3 , N_0 , N_1 , N_2 are the numbers of atoms per cm^3 in the zero and higher levels, g_0 , g_1 , g_2 are the corresponding statistical weights, χ_{12} the potential difference between levels 1 and 2, and U the partition function.

The degree of ionization in conditions of thermal equilibrium is given by the Saha equation

$$\frac{N_{Y+1}}{N_Y} P_e = \frac{U_{Y+1}}{U_Y} 2 \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} \exp(-\chi_{Y,Y+1}/kT)$$

$$\text{Numerically } \log \left(\frac{N_{Y+1}}{N_Y} P_e \right) = -\chi_{Y,Y+1} \frac{5040}{T} + \frac{5}{2} \log T - 0.4772 + \log \left(\frac{2U_{Y+1}}{U_Y} \right)$$

$$\text{or } \log \left(\frac{N_{Y+1}}{N_Y} N_e \right) = -\chi_{Y,Y+1} \Theta - \frac{5}{2} \log \Theta + 20.9366 + \log \left(\frac{2U_{Y+1}}{U_Y} \right)$$

where N_Y and N_{Y+1} are the numbers of atoms per cm^3 in the Y and $Y+1$ stages of ionization ($Y = 1$, neutral; $Y = 2$, 1st ion; etc), N_e the number of electrons per cm^3 , P_e the electron pressure in dyn cm^{-2} , $\chi_{Y,Y+1}$ the ionization potential in eV from the Y to the $Y+1$ stage of ionization, $\Theta = 5040^\circ \text{K}/T$, U_Y and U_{Y+1} the partition functions, and the factor 2 represents the statistical weight of an electron.

The degree of ionization when ionizations are caused by electron collisions and recombinations are radiative is given by

$$N_{Y+1}/N_Y = S/\alpha$$

where S is the collision ionization coefficient (such that $SN_e N_Y = \text{rate of collisional ionization}$, see § 18), and α the recombination coefficient (such that $\alpha N_e N_{Y+1} = \text{rate of recombination}$, see § 38, 39).

The *partition function* may be regarded as the effective statistical weight of the atom or ion under existing conditions of excitation. Except in extreme conditions it is approximately equal to the weight of the lowest ground term. The ground term weight g_0 is therefore given and this can normally be extrapolated along the isoelectronic sequences to give the approximate partition function for any ion. The partition functions, tabulated in the form $\log U$ for $\Theta = 1.0$ and 0.5 , are *not* intended to include the concentration of terms close to each series limit. The part of the partition function associated with these high n terms is dependent on both T and P_e . This part is usually negligible unless the atom concerned is mainly ionized in which case the high n terms may be counted statistically with the ion.

Lowering of $\chi_{Y,Y+1}$ in the Saha equation to allow for merging of high level spectrum lines [4]

$$\Delta\chi_{Y,Y+1} = 7.0 \times 10^{-7} N^{1/3} (Y)^{2/3}$$

with $\Delta\chi$ in eV, N_e in cm^{-3} , and Y is the charge on the $Y+1$ ion.

Partition function [1, 2, 3]

Element		Y = I			Y = II			Y = III
		log U			log U			g ₀
		g ₀	log U		g ₀	log U		
			Θ = 1.0	Θ = 0.5		Θ = 1.0	Θ = 0.5	
1	H	2	0.30	0.30	1	0.00	0.00	—
2	He	1	0.00	0.00	2	0.30	0.30	1
3	Li	2	0.32	0.49	1	0.00	0.00	2

		<i>Ionization potentials</i>							
		Stage of ionization							
Atom		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
		eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV
1	H	13.598							
2	He	24.587	54.416						
3	Li	5.392	75.638	122.451					
4	Be	9.322	18.211	153.893	217.713				
5	B	8.298	25.155	37.930	259.366	340.22			
6	C	11.260	24.383	47.887	64.492	392.08	489.98		
7	N	14.534	29.601	47.448	77.472	97.89	552.06	667.03	

$\log P_g$									
$\log P_o$	Θ T	Θ and T							
		0.1 50400	0.2 25200	0.4 12600	0.6 8400	0.8 6300	1.0 5040	1.2 4200	1.4 3600
-2		-1.9	-1.8	-1.70	-1.67	-1.54	+0.78	+2.0	+2.4
-1		-0.8	-0.74	-0.70	-0.66	-0.01	2.57	3.1	3.9
0		+0.27	+0.29	+0.31	+0.35	+1.90	3.9	4.5	5.3
1		1.27	1.30	1.33	1.47	3.87	5.2	6.0	6.7
2		2.27	2.30	2.34	2.98	5.65	6.7	7.7	8.5

Partition function [1, 2, 3]

Element		Y = I			Y = II			Y = III
		g ₀	log U		g ₀	log U		g ₀
			Θ = 1.0	Θ = 0.5		Θ = 1.0	Θ = 0.5	
1	H	2	0.30	0.30	1	0.00	0.00	—
2	He	1	0.00	0.00	2	0.30	0.30	1
3	Li	2	0.32	0.49	1	0.00	0.00	2

<i>Ionization potentials</i>								
Atom	Stage of ionization							
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV	eV
1 H	13.598							
2 He	24.587	54.416						
3 Li	5.392	75.638	122.451					
4 Be	9.322	18.211	153.893	217.713				
5 B	8.298	25.155	37.930	259.366	340.22			
6 C	11.260	24.383	47.887	64.492	392.08	489.98		
7 N	14.534	29.601	47.448	77.472	97.89	552.06	667.03	

$\log P_g$									
$\log P_0$	Θ and T								
	Θ	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4
		50400	25200	12600	8400	6300	5040	4200	3600
-2		-1.9	-1.8	-1.70	-1.67	-1.54	+0.78	+2.0	+2.4
-1		-0.8	-0.74	-0.70	-0.66	-0.01	2.57	3.1	3.9
0		+0.27	+0.29	+0.31	+0.35	+1.90	3.9	4.5	5.3
1		1.27	1.30	1.33	1.47	3.87	5.2	6.0	6.7
2		2.27	2.30	2.34	2.98	5.65	6.7	7.7	8.5

Ley de Maxwell de distribución de velocidades

En condiciones de ET, las vel. de las partículas de un gas obedecen la ley de distribución de Maxwell (Maxwell-Boltzmann). Sean x,y,z un sistema de coordenadas:

- $N(v_x)dv_x$: El número de partículas con velocidades a lo largo de eje x entre v_x y v_x+dv_x .
- N: número de partículas y m: masa de las partículas.

$$\frac{N(v_x) dv_x}{N} = \sqrt{\frac{m}{\pi \cdot 2kT}} \exp \left(-\frac{1}{2}mv_x^2/kT \right) dv_x$$

Ley de Maxwell de distribución de velocidades

En condiciones de ET, las vel. de las partículas de un gas obedecen la ley de distribución de Maxwell (Maxwell-Boltzmann). Sean x,y,z un sistema de coordenadas:

- $N(v_x)dv_x$: El número de partículas con velocidades a lo largo de eje x entre v_x y v_x+dv_x .
- N: número de partículas y m: masa de las partículas.

$$\frac{N(v_x) dv_x}{N} = \sqrt{\frac{m}{\pi \cdot 2kT}} \exp \left(-\frac{1}{2}mv_x^2/kT \right) dv_x$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{2kT}{m}},$$

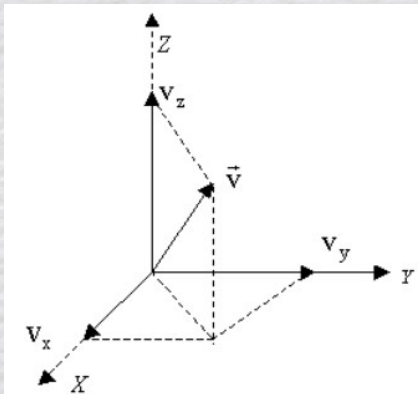
$$\frac{N(v_x) dv_x}{N} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left[-(v_x^2/\alpha^2) \right] \frac{dv_x}{\alpha}.$$

La fracción de partículas con velocidades entre v_x y $v_x + dv_x$, v_y y $v_y + dv_y$, v_z y $v_z + dv_z$, a lo largo de los ejes x, y, z, respectivamente es:

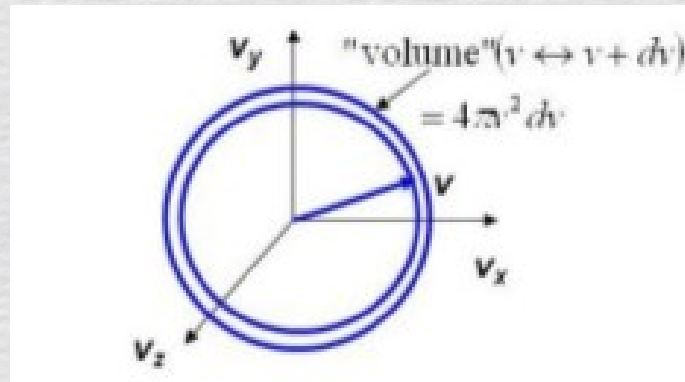
$$\frac{N(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z}{N} = \frac{1}{\pi^{3/2}} \exp [-(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/\alpha^2] \frac{dv_x dv_y dv_z}{\alpha^3}.$$

La fracción de partículas con velocidades entre v_x y $v_x + dv_x$, v_y y $v_y + dv_y$, v_z y $v_z + dv_z$, a lo largo de los ejes x , y , z , respectivamente es:

$$\frac{N(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z}{N} = \frac{1}{\pi^{3/2}} \exp [-(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/\alpha^2] \frac{dv_x dv_y dv_z}{\alpha^3}.$$

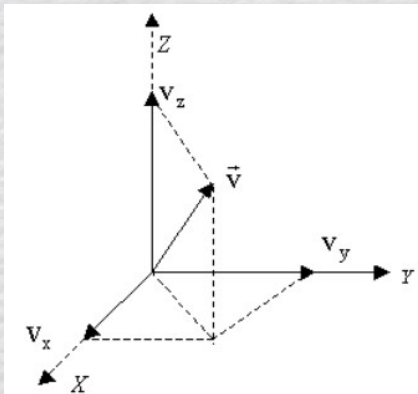


En lugar del elemento de vol. dv_x, dv_y, dv_z , consideramos el elemento de volumen $4\pi v^2$, de un cascarón esférico de radios v y $v + dv$

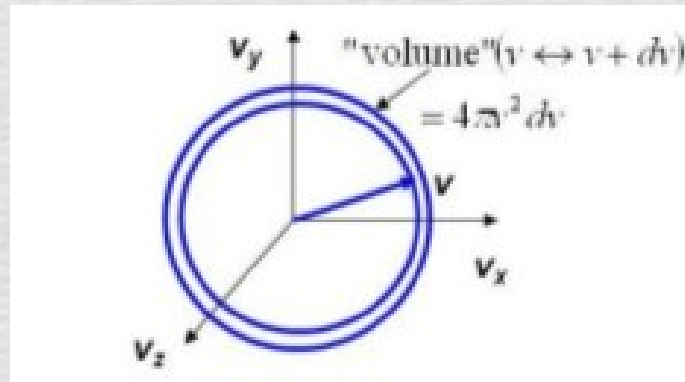


La fracción de partículas con velocidades entre v_x y $v_x + dv_x$, v_y y $v_y + dv_y$, v_z y $v_z + dv_z$, a lo largo de los ejes x, y, z, respectivamente es:

$$\frac{N(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z}{N} = \frac{1}{\pi^{3/2}} \exp [-(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/\alpha^2] \frac{dv_x dv_y dv_z}{\alpha^3}.$$



En lugar del elemento de vol. dv_x, dv_y, dv_z , consideramos el elemento de volumen $4\pi v^2$, de un cascarón esférico de radios v y $v + dv$

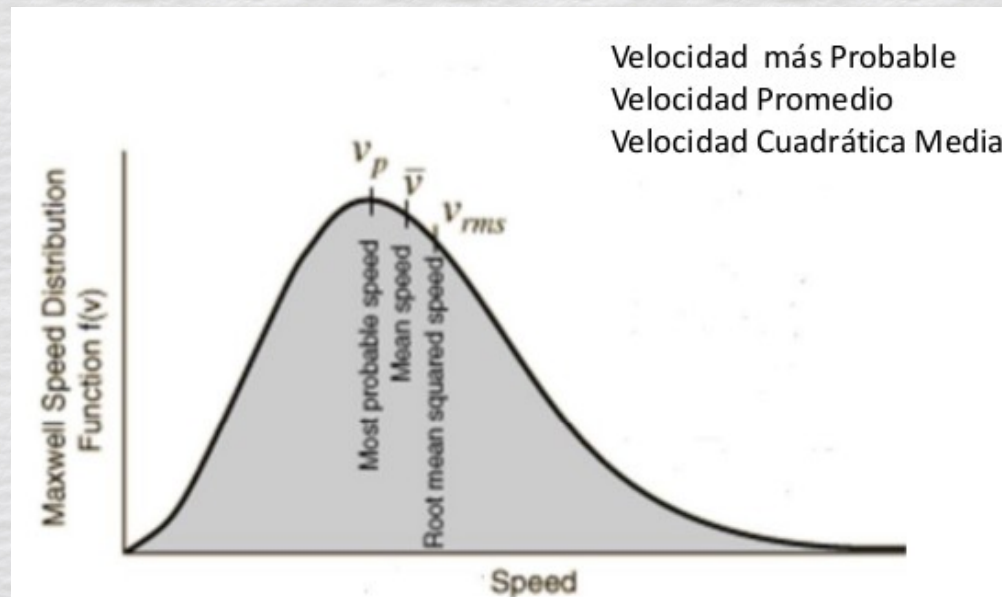


$$\alpha = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

velocidad más probable

$$\begin{aligned} \frac{N(v) dv}{N} &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \exp [-(v^2/\alpha^2)] \frac{4\pi v^2 dv}{\alpha^3} \\ &= \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp [-(mv^2/2kT)] 4\pi v^2 dv. \end{aligned}$$

- Velocidad más probable $v_p = \sqrt{2kT/m}$
- Velocidad promedio $v_{\text{prom}} = \sqrt{\frac{8}{\pi}kT/m}$
- Velocidad cuadrática media $v_{\text{rms}} = \sqrt{3kT/m}$



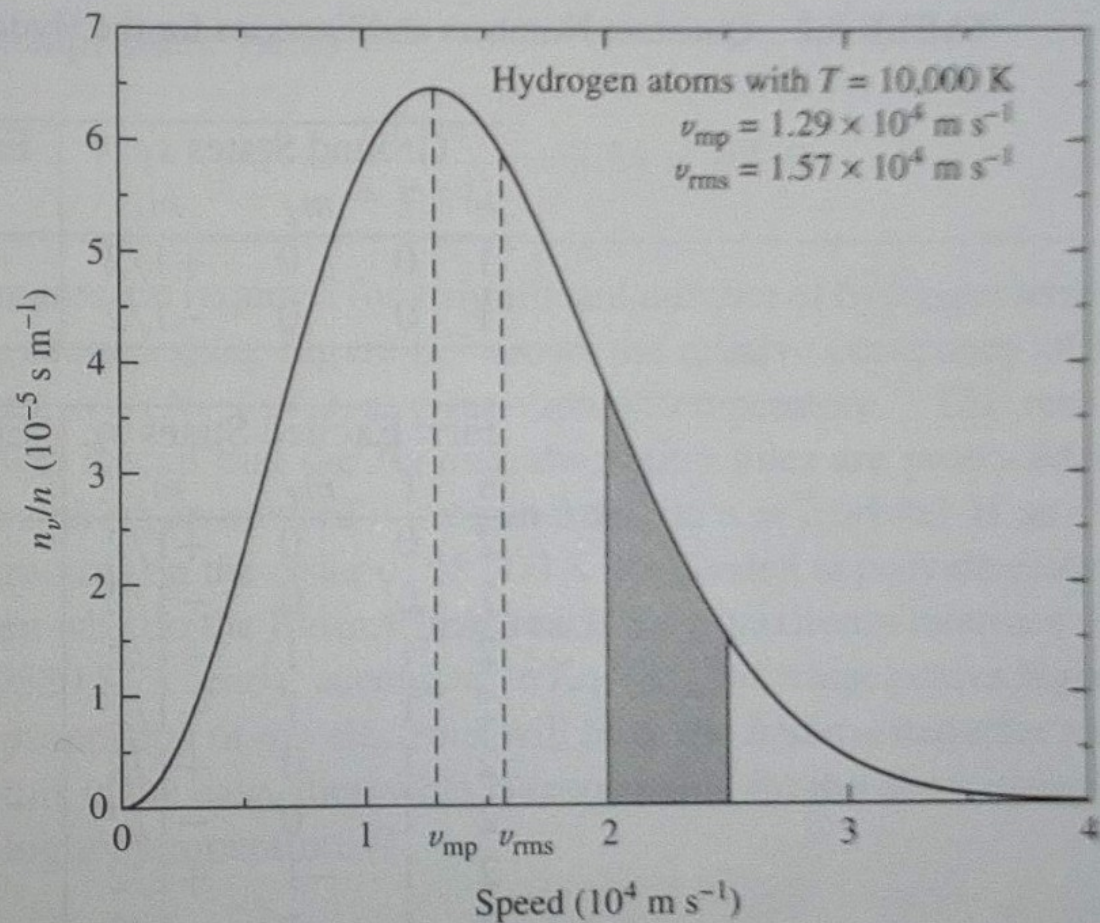


FIGURE 8.6 Maxwell-Boltzmann distribution function, n_v/n , for hydrogen atoms at a temperature of 10,000 K. The fraction of hydrogen atoms in the gas having velocities between $2 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ and $2.5 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ is the shaded area under the curve between those two velocities; see Example 8.1.1.

Distintos tipos de temperatura

Temperatura de brillo: Temperatura del cuerpo negro que emite la misma intensidad en la longitud de onda específica.

Temperatura de color: Temperatura del cuerpo negro que reproduce el color (B-V).

Temperatura efectiva: Temperatura del cuerpo negro de radio igual al de la estrella que emite la misma cantidad de energía total que la estrellas.

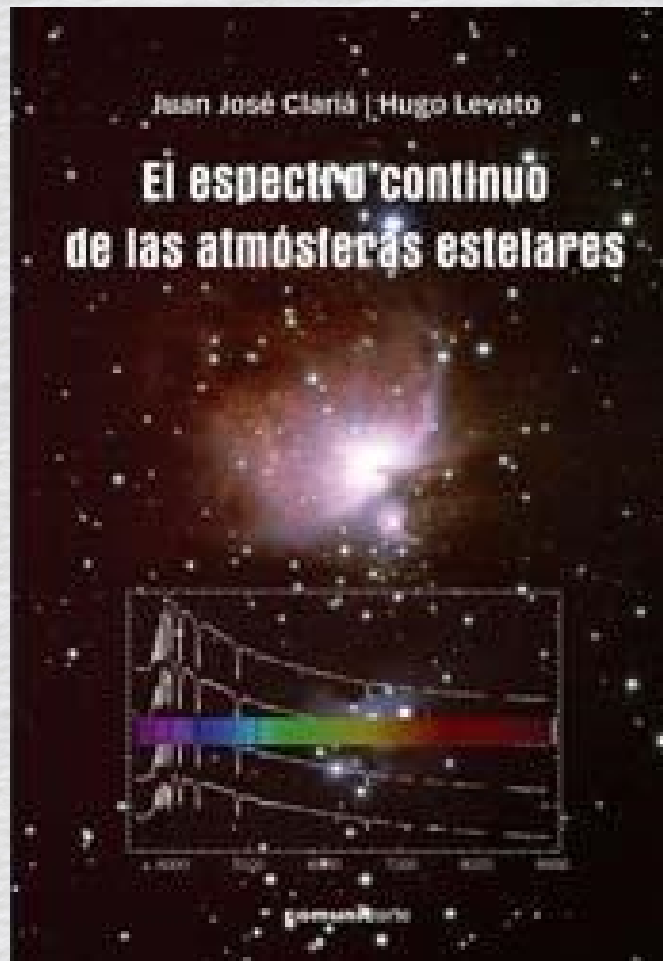
Temperatura de excitación: la que se deriva de la fórmula de Boltzmann y reproduce un determinado cociente N_{ij}/N_{ik} .

Temperatura de ionización: la que se obtiene de la fórmula de Saha y corresponde a un dado cociente N_i/N_{i+1} .

Temperatura cinética: la que se obtiene del perfil térmico de la línea espectral, usualmente relacionada con la velocidad más probable $2kT$.

Distintos tipos de temperatura

Tipo de Temperatura	Definición Derivada de:	Parámetro Considerado
T. de Brillo	Función de Planck	F_{λ}
T. de Color	Función de Planck	(B-V)
T. Efectiva	Ley de Stefan-Boltzmann	Lum. y Radio Estelar
T. de Excitación	Ecuación de Boltzmann	Cociente de Líneas
T. de Ionización	Ecuación de Saha	Cociente de Líneas
T. Cinética	Perfil Doppler o Gaussiano de la Línea Espectral (Dist. de Velocidades de Gauss)	Ancho de Líneas



<http://astro.if.ufrgs.br/levato/>