

Guia 3

1 Repaso Teorico

1.1 El flujo total efectivamente medido

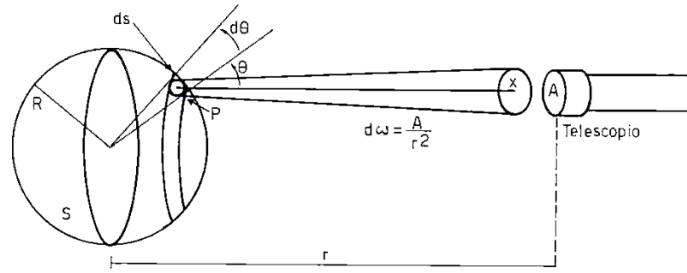


Figure 1. Considere la siguiente situación. Tiene un emisor, de radio R , tal que una parte infinitesimal de el radia hacia una superficie A que se encuentra a una distancia r .

El flujo total efectivamente medido estara dado por:

$$\phi_{\text{tot}} = \pi A \left(\frac{R}{r} \right)^2 \int_0^\infty I_\lambda T_{A\lambda} T_{i\lambda} S_{i\lambda} d\lambda \quad (1)$$

Donde: $T_{A\lambda}$: Transparencia Atmosferica, $T_{i\lambda}$: Transparencia instrumental, $S_{i\lambda}$: Sensibilidad espectral (Del fotocatodo).

1.2 Relacion de Steinheil

Los flujos que medimos asociados a las magnitudes siguen esta relacion:

$$\phi_m = h q^{-(m-1)} \quad (2)$$

De donde se puede deducir, que la relacion entre dos magnitudes es:

$$n = m + \frac{1}{\log q} \log \frac{\phi_m}{\phi_n} \quad (3)$$

Esta ultima recibe el nombre de relacion de Steinheil.

1.3 Leyes de Fechner y Pogson

Fechner llego a la conclusión de que la variación de la sensación con respecto a la variación del

impulso, es inversamente proporcional al impulso sensorial.

Se puede deducir que: $q = 10^{2/5} = 2.512$. Podemos escribir la formula de Pogson:

$$m - n = -2.5 \log\left(\frac{\phi_m}{\phi_n}\right) \quad (4)$$

1.4 Magnitud Monocromatica y Heterocromatica.

Si toma las ecuaciones 1 y 4, puede escribir la siguiente expresion:

$$m - n = -2.5 \log\left(\frac{\pi A \left(\frac{R_m}{r_m}\right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} T_{A\lambda, m} T_{i\lambda} S_{i\lambda} d\lambda}{\pi A \left(\frac{R_n}{r_n}\right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, n} T_{A\lambda, n} T_{i\lambda} S_{i\lambda} d\lambda}\right) \quad (5)$$

En esta ecuacion solamente se considera que se observa a ambos objetos con el mismo instrumento, por lo cual la transmitancia y sensibilidad del instrumento son la misma.

Nota: El termino $T_{i\lambda} S_{i\lambda} = \Phi_\lambda$ se denomina *Funcion Caracteristica del Instrumento*

Nota 2: Los factores πA se pueden cancelar.

1.4.1 Magnitud Monocromatica

La magnitud monocromatica puede obtenerse agregando una delta de Dirac: $\delta(\lambda - \lambda_0)$ en la integral de la longitud de onda, para un valor especifico de la misma. Esto permite obtener una magnitud, totalmente ideal: La magnitud Monocromatica.

$$m - n = -2.5 \log\left(\frac{\left(\frac{R_m}{r_m}\right)^2 I_{\lambda_0, m} T_{A\lambda_0, m}}{\left(\frac{R_n}{r_n}\right)^2 I_{\lambda_0, n} T_{A\lambda_0, n}}\right) \quad (6)$$

Tipicamente lo que hace el libro de Claria es desarmar el logaritmo, de esta forma:

$$m = \alpha_n - 2.5 \log\left(\left(\frac{R_m}{r_m}\right)^2 I_{\lambda_0, m} T_{A\lambda_0, m}\right) \quad (7)$$

Donde:

$$\alpha_n = n + 2.5 \log\left(\left(\frac{R_n}{r_n}\right)^2 I_{\lambda_0, n} T_{A\lambda_0, n}\right)$$

Aclaracion importante: Aca lo que estamos haciendo es definir la magnitud m en base a compararla con un patron, que en el libro de Claria se denomina p . Entonces cuando definamos una magnitud, lo haremos en funcion de una patron.

1.5 Magnitud Heterocromatica.

Si ahora consideramos todas las longitudes de ondas obtendremos la magnitud Heterocromatica.

la cual es basicamente la ecuacion (5). Podemos escribirla simplemente como la que da el libro de Claria:

$$m = \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} T_{A\lambda, m} \Phi_\lambda d\lambda \right) \quad (8)$$

Aqui, como dijimos antes, $\alpha_n(\lambda)$ es nuestra magnitud patron.

$$\alpha_n = n + 2.5 \log \left(\left(\frac{R_n}{r_n} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, n} T_{A\lambda, n} \Phi_\lambda d\lambda \right)$$

1.6 Indice de Color

Las magnitudes así estimadas se denominan visuales. Más tarde, se reemplazó el ojo por la placa fotográfica con sensibilidad máxima en la región azul del espectro. Estas magnitudes se denominan fotográficas. Las magnitudes obtenidas con placas sensibles al amarillo y un filtro amarillo pancromático que restringe la gama del color y hace que se aproxime en todo lo posible a la sensibilidad del ojo, se denominan magnitudes fotovisuales

- m_{pv} : Emulsiones sensibles al visual
- m_{ph} : Emulsiones sensibles al azul

Banda	Magnitud	Detector	λ_{pico} [Å]
Visual	m_{vis}	Ojo humano	~ 5150-5550
Fotográfica	m_{ph}	Placa fotográfica con emulsión azul	~4000
Fotovisual	m_{pv}	Placa fotográfica con emulsión amarilla	~5000

Figure 2. Magnitudes y sus longitudes de onda.

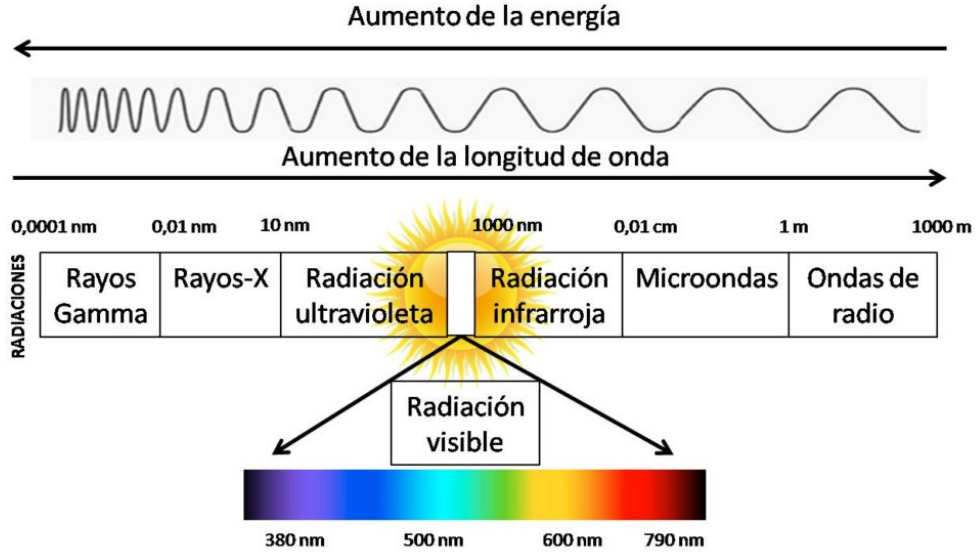


Figure 3. Longitudes de onda percibidas por el ojo humano.

El índice de color se calcula entre dos magnitudes α, β . Y este se denomina I.C $\alpha - \beta$.

Si ahora, como en el libro de Claria quisieramos calcular el índice de color entre m_{ph} y m_{pv} , basta con que utilicemos la ecuacion 5, la cual reescribiremos utilizando la funcion caracteristica:

$$m_{pv} = \alpha_n(\lambda, pv) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_{m_{pv}}}{r_{m_{pv}}} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m_{pv}} T_{A\lambda, m_{pv}} \Phi_\lambda(pv) d\lambda \right)$$

$$m_{ph} = \alpha_n(\lambda, ph) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_{m_{ph}}}{r_{m_{ph}}} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m_{ph}} T_{A\lambda, m_{ph}} \Phi_\lambda(ph) d\lambda \right)$$

Notese como ambas magnitudes se definen en funcion de nuestro patron n . De donde podemos obtener finalmente:

$$m_{ph} - m_{pv} = \alpha_{n, ph} - \alpha_{n, pv} - 2.5 \log \left(\frac{\int_0^\infty I_\lambda \Phi_\lambda(ph) d\lambda}{\int_0^\infty I_\lambda \Phi_\lambda(pv) d\lambda} \right) \quad (9)$$

1.6.1 El cero del índice de Color

- Resulta razonable definir el cero del índice de color como aquél correspondiente a una estrella de color blanco, que no tenga preponderancia por color alguno. En efecto, las **estrellas A0V** no enrojecidas tienen, por convención, **I.C. = 0**.

Para una estrella AOV, no enrojecida entonces:

$m_{ph} - m_{pv} = 0$ Entonces:

$$\alpha_{n, ph} - \alpha_{n, pv} = 2.5 \log \left(\frac{\int_0^\infty I_\lambda(AOV) \Phi_\lambda(ph) d\lambda}{\int_0^\infty I_\lambda(AOV) \Phi_\lambda(pv) d\lambda} \right)$$

De manera que podemos usar estas como patron.

1.6.2 Analisis del IC

Que significa que $IC > 0$ o que $IC < 0$?

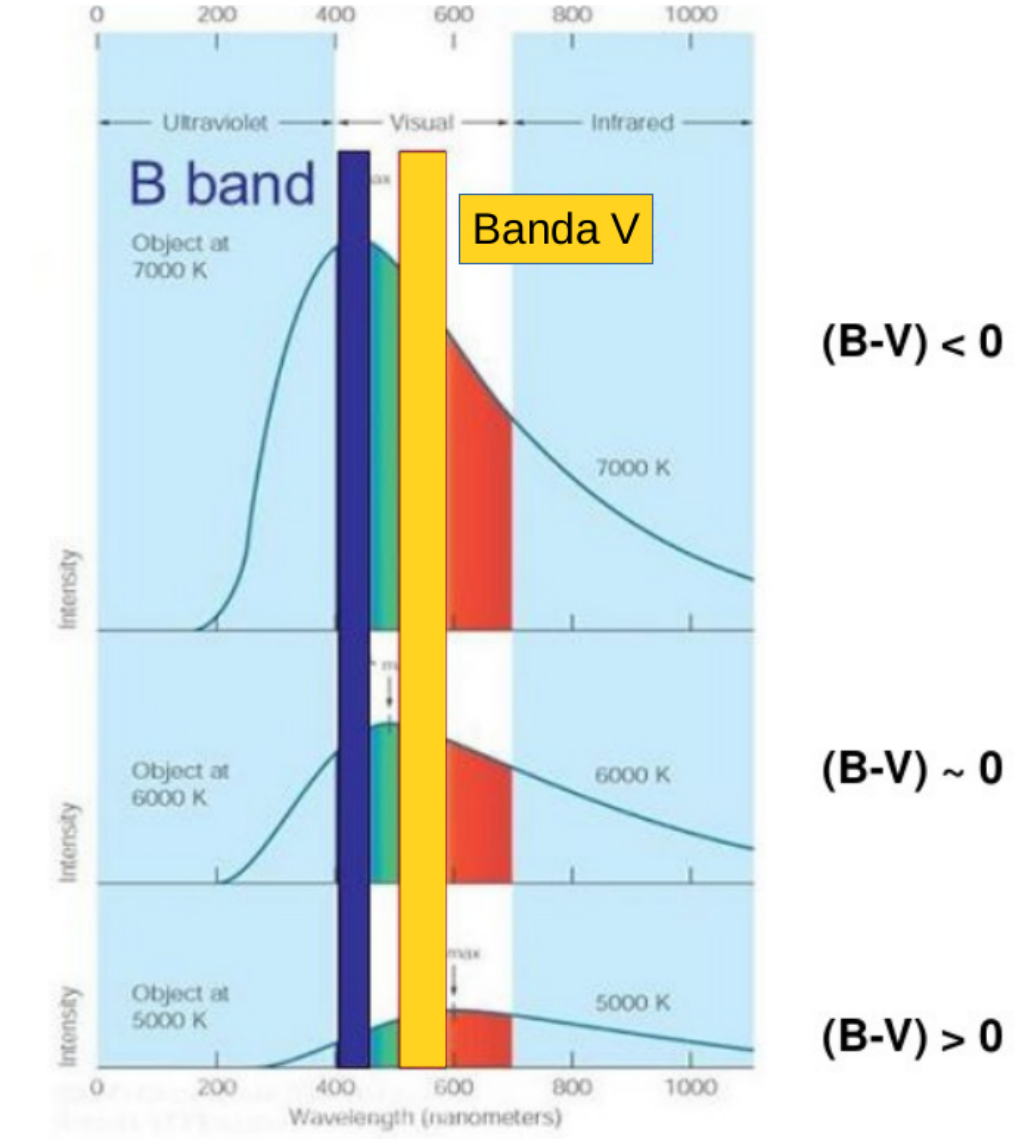


Figure 4.

1.6.3 Calculos extra de esta seccion

Los terminos α_n ahora dependen de la funcion característica Φ_λ y hay una para cada tipo de instrumento. Entiendase que la razon por la que se ven distintas magnitudes es porque usted mira con distintos instrumentos y por ello tienen funciones características distintas $\Phi_\lambda(ph)$ y $\Phi_\lambda(pv)$.

Entonces, respondiendo a la urgencia de escribir todo de manera explicita para evitar las complejidades de tener que acordarse que era α :

$$m_{ph} - m_{n,ph} = -2.5 \log \left(\frac{\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(ph) d\lambda}{\left(\frac{R_n}{r_n} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda,n} T_{A\lambda,n} \Phi_\lambda(ph) d\lambda} \right) \quad (10)$$

$$m_{pv} - m_{n,pv} = -2.5 \log \left(\frac{\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(pv) d\lambda}{\left(\frac{R_n}{r_n} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda,n} T_{A\lambda,n} \Phi_\lambda(pv) d\lambda} \right) \quad (11)$$

Juntamos las expresiones 9 y 10:

$$m_{ph} - m_{n,ph} - m_{pv} + m_{n,pv} = -2.5 \log(ph) - (-2.5 \log(ph)) = -2.5 \log\left(\frac{ph}{pv}\right)$$

$$\frac{ph}{pv} = \frac{\left(\frac{Rm}{rm}\right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(ph) d\lambda}{\left(\frac{Rn}{rn}\right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda,n} T_{A\lambda,n} \Phi_\lambda(ph) d\lambda} = \frac{\int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(ph) d\lambda}{\int_0^\infty I_{\lambda,n} T_{A\lambda,n} \Phi_\lambda(ph) d\lambda} \cdot \frac{\int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(pv) d\lambda}{\int_0^\infty I_{\lambda,n} T_{A\lambda,n} \Phi_\lambda(pv) d\lambda}$$

Consecuencia final:

$$m_{ph} - m_{pv} = m_{n,ph} - m_{n,pv} - 2.5 \log\left(\frac{\int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(ph) d\lambda}{\int_0^\infty I_{\lambda,n} T_{A\lambda,n} \Phi_\lambda(ph) d\lambda} \cdot \frac{\int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(pv) d\lambda}{\int_0^\infty I_{\lambda,n} T_{A\lambda,n} \Phi_\lambda(pv) d\lambda}\right) \quad (12)$$

Observacion: La ecuacion 11 nos indica que el IC **no depende de la distancia**. La expresion:

$$-2.5 \log\left(\frac{a_1}{a_2} \frac{b_1}{b_2}\right) = -2.5 \log\left(\frac{a_1 b_2}{a_2 b_1}\right) = -2.5 \left[\log\left(\frac{a_1}{b_1}\right) + \log\left(\frac{b_2}{a_2}\right) \right]$$

Donde, para mi caso:

$$\log\left(\frac{a_1}{b_1}\right) = \log\left(\frac{\int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(ph) d\lambda}{\int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(pv) d\lambda}\right)$$

$$\log\left(\frac{b_2}{a_2}\right) = \log\left(\frac{\int_0^\infty I_{\lambda,n} T_{A\lambda,n} \Phi_\lambda(pv) d\lambda}{\int_0^\infty I_{\lambda,n} T_{A\lambda,n} \Phi_\lambda(ph) d\lambda}\right)$$

De donde, en definitiva podemos escribir en base a la definicion de α_n vista antes:

$$m_{ph} - m_{pv} = \alpha_{n,ph} - \alpha_{n,pv} - 2.5 \log\left(\frac{\int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(ph) d\lambda}{\int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda(pv) d\lambda}\right) \quad (13)$$

O bien agregando un paso mas (Libro de Claria)

$$\boxed{m_{ph} - m_{pv} = \alpha_{n,ph} - \alpha_{n,pv} - 2.5 \log\left(\frac{\int_0^\infty \mathbf{I}_\lambda \Phi_\lambda(ph) d\lambda}{\int_0^\infty \mathbf{I}_\lambda \Phi_\lambda(pv) d\lambda}\right)}$$

- \mathbf{I}_λ : se refiere en ambos casos a la intensidad específica (afectada por extinción) en la longitud de onda λ del correspondiente intervalo.

1.7 Sistemas Fotometricos

Un sistema Fotometrico queda definido al especificar las bandas espectrales y las longitudes de onda efectivas de un conjunto particular de filtros. En general las razones por las cuales, en un sistema fotometrico, se elijen determinadas bandas espectrales, dependen de los fines que se persiguen en las observaciones y de los elementos que existen en el mercado.

- Bandas espectrales: $\Delta\lambda$

Hay 3 tipos de sistemas de filtros:

- Banda ancha: $\Delta\lambda > 500 - 300[A]$
- Banda Intermedia: $150 - 100 < \Delta\lambda < 500 - 300$
- Banda angosta: $\Delta\lambda < 150 - 100$
- Longitud de onda efectiva o equivalente: $\lambda_e = \frac{\int_0^\infty \lambda \phi(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty \phi(\lambda) d\lambda}$

Hay otras definiciones relacionadas a la longitud de onda:

- Longitud de onda central: λ_c
- Longitud de onda media: λ_m
- Longitud de onda pico: λ_p

1.8 Extinción Interestelar

Para esta parte es super recomendable leer el material: Measuring Interstellar Extinction(https://www.astro.sunysb.edu/koda/PHY517_AST443/extinction_lab.pdf). Hare un breve resumen de esto.

- La extinción es la suma de dos procesos físicos: Absorción y Scattering.
- La absorción es eficiente para partículas de tamaño a mayores a la longitud de onda λ de la radiación incidente.
- El scattering aumenta su eficiencia para $a \sim \lambda$.
- El número de granos de polvo en el Medio Interestelar es una función decreciente en su tamaño: $n(a) \sim a^{-3.5}$. En consecuencia, la extinción es más fuerte a longitudes de onda más chicas.
- Trumpler en 1930, demuestra que la extinción depende aproximadamente de λ^{-1} , más allá de esto, además debe agregarse que la extinción depende de la zona.
- El incremento general de la absorción a longitudes de onda más chicas se denomina Enrojecimiento o *Reddening*. La medición más común de este efecto es a través del IC.

$$E_{B-V} = A_B - A_V = (B - V) - (B - V)_0$$

- $(B - V)_0$: Valor original del IC
- A_B : Extinción total en la banda B ; $B_0 = B + A_B$
- A_V : Extinción total en la banda V ; $V_0 = V + A_V$

La extinción total puede determinarse de los excesos de Color:

$$E_{B-V} = A_B - A_V = \left(\frac{A_B}{A_V} - 1 \right) A_V \quad (14)$$

El cociente: A_V / E_{B-V} , suele denotarse por R_V .

De aca lo que puede decirse es (Teorico): $R_V = \frac{A_V}{E(B-V)}$

Band	λ [nm]	A_λ/A_V
<i>U</i>	360	1.531
<i>B</i>	450	1.324
<i>V</i>	550	1
<i>R</i>	660	0.748
<i>I</i>	800	0.482
<i>J</i>	1250	0.282
<i>H</i>	1650	0.175
<i>K</i>	2200	0.112
<i>L</i>	3500	0.058
<i>M</i>	4800	0.023

Figure 5. Tabala para determinar los coeficientes de extincion.

1.8.1 Extincion interestelar (Mas profundamente)

Lo siguiente se encuentra en el capitulo 12 del Carrol-Ostie.

En relacion a lo visto en el modulo de distancia (Ver mas adelante):

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d}{10[\text{pc}]} \right) + A_\lambda$$

Aca concreteamente, estamos diciendo que la absorcion A_λ denota la absorcion a una determinada longitud de onda.

El cambio fraccional de la intensidad, siendo I_λ : La intencidad recibida con extincion y $I_{0,\lambda}$ la intensidad recibida sin extincion y a una determinada longitud de onda:

$$I_\lambda = I_{0,\lambda} e^{-\tau_\lambda} \Leftrightarrow \frac{I_\lambda}{I_{0,\lambda}} = e^{-\tau_\lambda}$$

Esto lo podemos vincular con las magnitudes, teniendo en cuenta que: $F_\lambda d\lambda = \int I_\lambda d\lambda \cos\theta d\Omega$ y que: $m_1 - m_2 = -2.5 \log \left(\frac{F_1}{F_2} \right)$, detalles mas detalles menos, podemos escribir:

$$m_\lambda - m_{\lambda,0} = \log(e^{-\tau_\lambda}) \Rightarrow m_\lambda - m_{\lambda,0} = 1.086 \tau_\lambda$$

Lo cual implica que: $A_\lambda = 1.086 \tau_\lambda$, donde τ_λ se denomina *optical depth* y satisface:

$$\tau_\lambda = \int_0^s n_d(s') \sigma_\lambda ds'$$

Si se considera σ_λ constante: $\tau_\lambda = \sigma_\lambda N_d$, donde N_d : dust grain column density (Numero de particulas de dispersion en un cilindro de seccion $1m^2$. σ_λ : Scattering cross section (*The scattering cross section is a measure of the probability that a particle (like a photon) will be scattered by a target (such as an atom, molecule, or dust grain).*)

Teoria de Mie

Basicamente nos dice que el valor del coeficiente de extincion varia segun la longitud de onda en relacion al tamano de los granos de polvo.

- $\sigma_\lambda \propto \frac{a^3}{\lambda}$, si $\lambda \geq a$, a :Radio de una particula de polvo (modelada como una esfera)
- $\sigma_\lambda \propto a^2$, si $\lambda \ll a$

De lo anterior podemos decir que la extincion no afecta mucho a las longitudes de onda grande. Longitudes de onda grandes (mas rojas) sufren poco scattering. Sin embargo la luz azul, es practicamente removida de una fuente (Pues posee longitudes de onda mas chicas). Esto ultimo causa el **enrojecimiento** de los objetos.

El scattering en otras direcciones produce las denominadas Nebulas de Reflexion o reflection Nebula: A **reflection nebula** is a type of **interstellar cloud of dust** that becomes visible because it **reflects the light of nearby stars**, rather than emitting its own light (like emission nebulae) or simply blocking it (like dark nebulae). En apariencia estas aparecen azules por la reflexion de las longitudes de onda cortas. Las **Pleiades** es una nebulosa de reflexion.

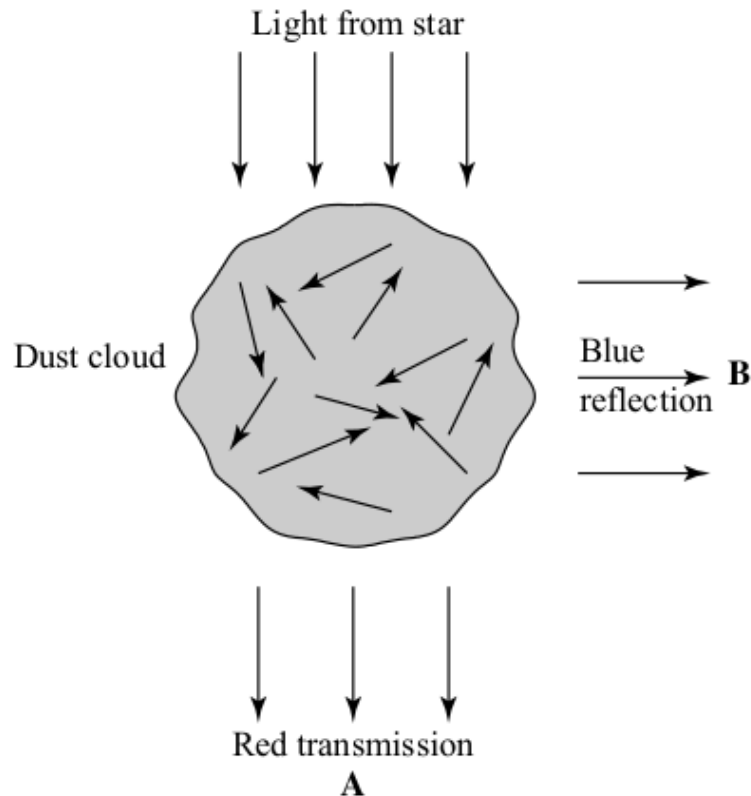


Figure 6. Esquema de la extincion. La extincion es una combinacion de Absorcion y Scattering.

Curvas de Extincion

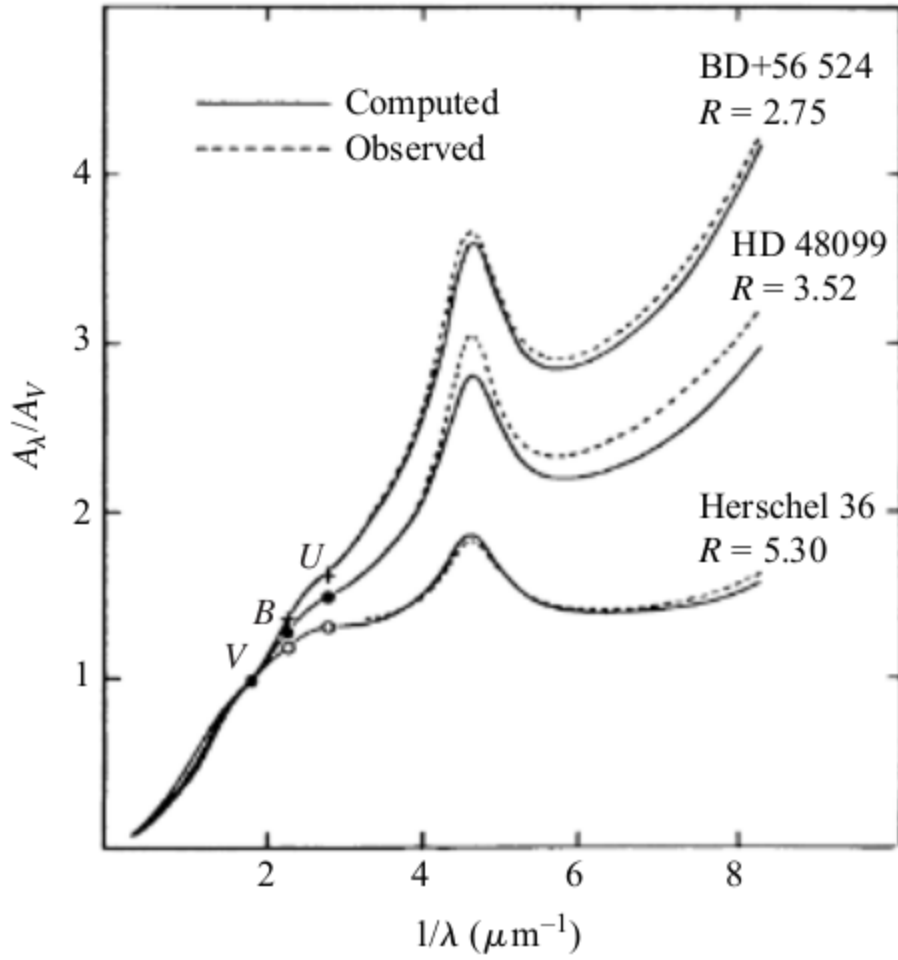


Figure 7. Imagen de una curva de extincion. El eje x se exhibe tipicamente como $1/\lambda$, por lo tanto las longitudes de onda largas se muestran a la izquierda del grafico, mientras que las longitudes de onda cortas a la derecha. En el eje y se observa un cociente entre la extincion a una dada longitud de onda: A_λ comparada con la extincion en el visual: A_V . Puede observarse en este grafico que para longitudes de onda grandes, hay poca extincion.

Observe del grafico de arriba, que para longitudes de onda largas, se cumple lo visto sobre la ley de Mie, es decir: $\sigma_\lambda \propto \frac{a^3}{\lambda}$, tomando $x = 1/\lambda$ claramente lo que se ve es una especie de relacion lineal. Para longitudes de onda mayores, este grafico empieza a desviarse. A los 2175 Å, esta el famoso “Bump”. Este Bump se debe al material que compone la nube de gas, concretamente a la presencia del grafito, que es una forma ordenada del carbono.

En cuanto al resto de composicion del medio interestelar, el Hidrogeno es el componente mayoritario con 70% de la masa. Siguiendole despues el Helio y en mucha menor medida el resto de metales.

Clasificacion de las nubes interestelares.

Clasificacion	A_V	densidad [m^{-3}]	Masas M_\odot	Temperatura [K]
Diffuse Molecular Clouds	$1 < A_V < 5$	$5 \times 10^8 - 5 \times 10^9$	$3 - 100$	$10 - 15$
Giant Molecular Clouds		$1 \times 10^8 - 3 \times 10^8$	$10^5 - 10^6$	15
Bok Globules	10	10^{10}	$1 - 1000$	10
Dark cloud Complexes	5	5×10^8	10^4	10
Clumps	10	10^9	30	10
Dense Cores	$A_V > 10$	10^{10}	10	10
Hot Cores	50 – 1000	$10^{13} - 10^{15}$	3000	100 – 300



FIGURE 12.6 The Horsehead Nebula is part of the Orion giant molecular cloud complex. The “horsehead” appearance is due to dust protruding into an H II (ionized hydrogen) environment. (European Southern Observatory)

Figure 8. Nebulosa de cabeza de caballo, uno de las mas famosas Giant Molecular Clouds.

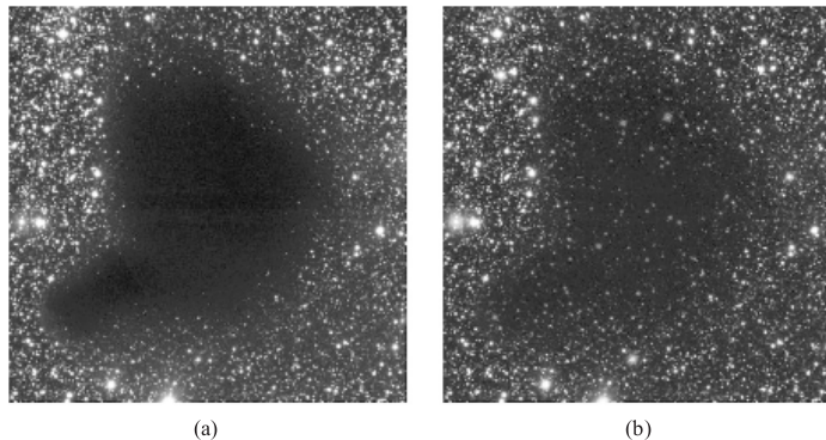


FIGURE 12.7 The Bok globule, Barnard 68 (B68), observed in visible light [(a) composite of BVI bands] and in infrared light [(b) composite of BIK bands]. The visible image was obtained by one of the 8-m telescopes of the European Southern Observatory’s Very Large Telescope at Paranal. The infrared image was obtained by ESO’s 3.58-m New Technology Telescope at La Silla. Notice that significantly reddened stars can be seen through the globule in the infrared. (Interstellar reddening is the result of scattering photons off of dust grains.) (European Southern Observatory)

Figure 9.

1.9 Magnitudes Radiometricas y Bolometricas - Temperatura efectiva.

- Hasta ahora hemos definido magnitud respecto a un determinado receptor selectivo: $S_{i\lambda}$. Esta cantidad basicamente nos indica que la sensibilidad es distinta en dependencia con la longitud de onda.

- La pregunta es ahora, que sucederia si $\forall \lambda, S_{i\lambda} = 1$? . Respuesta, pues entonces tiene las denominadas **Magnitudes Radiometricas**.
- Si retomamos la ecuacion 8:

$$m = \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} T_{A\lambda, m} \Phi_\lambda d\lambda \right)$$

- Recordemos aqui: $T_{i\lambda} S_{i\lambda} = \Phi_\lambda \Rightarrow \Phi_\lambda = T_{i\lambda}$, entonces la **magnitud Radiometrica** queda definida por:

$$m = \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_\lambda T_{A\lambda} T_{i\lambda} d\lambda \right) \quad (15)$$

- La otra pregunta es , que sucede si: $T_{A\lambda} = 1$ (Esto significa que la atmosfera no molesta), y que $T_{i\lambda} = 1$ (Reflectividad absoluta, no hay absorcion). Respuesta, obtenemos la **magnitud Bolometrica**, la cual queda definida por:

$$m_{bol} = \alpha_{n, bol}(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_\lambda d\lambda \right)$$

Donde: $\alpha_{n, bol} = n + 2.5 \log \left(\left(\frac{R_n}{r_n} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, n} d\lambda \right)$

- A lo anterior le agregamos simplemente que las estrellas se comportan como cuerpos negros, entonces podemos considerar: $\int_0^\infty I_\lambda d\lambda = \int_0^\infty B(\lambda, T) d\lambda = \frac{\sigma T^4}{\pi}$. Entonces, podemos escribir a la **magnitud bolometrica** como:

$$m_{bol} = \alpha_{n, bol}(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} \right)$$

- Observacion, esta asociacion solo puede hacerse cuando $S, T_i, T_A = 1$. Por otro lado, podemos escribir esto en terminos de la luminosidad, teniendo en cuenta que: $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, de donde podemos escribir:

$$m_{bol} = \alpha_{n, bol}(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{1}{r_m} \right)^2 \frac{L}{4\pi^2} \right) \quad (16)$$

- La temperatura anterior, suele denominarse temperatura efectiva $T = T_e$: Temperatura que tendria que tener un cuerpo negro con radio igual a la estrella para irradiar la misma cantidad de energia que la estrella.
- La magnitud bolometrica depende de la distancia y de la luminosidad intrinseca de la estrella.

1.10 El modulo de Distancia

Apartir de la ecuacion 16, podemos escribir lo que es la **magnitud absoluta bolometrica**, simplemente reemplazando $r = 10[\text{Pc}]$:

$$M = \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{1}{10[\text{Pc}]} \right)^2 \frac{L}{4\pi^2} \right)$$

Si ahora consideramos la diferencia entre magnitud aparente y absoluta ($\alpha_n = \alpha_n(R_n, r_n)$), entonces:

$$m - M = \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{1}{r_m} \right)^2 \frac{L}{4\pi^2} \right) - \left[\alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{1}{10[\text{Pc}]} \right)^2 \frac{L}{4\pi^2} \right) \right]$$

$$m - M = -2.5 \log \left(\left(\frac{1}{r_m} \right)^2 \frac{L}{4\pi^2} / \left(\frac{1}{10[\text{Pc}]} \right)^2 \frac{L}{4\pi^2} \right) = -2.5 \log \left(\left(\frac{10[\text{Pc}]}{r_m} \right)^2 \right)$$

De donde resulta finalmente:

$$m - M = 5 \log \left(\frac{r_m}{10[\text{Pc}]} \right) \quad (17)$$

Este es el denominado **modulo de distancia**.

- Si no se considera la **absorción interestelar**, el modulo de distancia es el mismo en cualquier sistema fotometrico: $m_B - M_B = m_U - M_U = m_V - M_V$
- Si **existe absorción interestelar**, entonces, como vimos anteriormente: $V_0 - V = A_V$, en el libro de Claria lo define como: $V - V_0 = A_V$, en esta situacion: $V_0 - M_V = 5 \log \left(\frac{r_{m,0}}{10[\text{Pc}]} \right)$, donde $r_{m,0}$ es la distancia real a la estrella.

Ahora combina dos ecuaciones:

$m - M = 5 \log \left(\frac{r_m}{10[\text{Pc}]} \right)$ y $m_0 - M = 5 \log \left(\frac{r_{m,0}}{10[\text{Pc}]} \right)$ entonces si restamos las dos ecuaciones:

$$m - m_0 = 5 \log \left(\frac{r_m}{r_{m,0}} \right) \quad (18)$$

De donde podemos obtener finalmente la relacion:

$$r_m = r_{m,0} 10^{0.2A} \quad (19)$$

1.11 Relacion Mag Absoluta, Mag Bolometrica y Luminosidad.

Escribimos la magnitud absoluta bolometrica de una estrella y la del sol:

$$M = \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{1}{10[\text{Pc}]} \right)^2 \frac{L}{4\pi^2} \right)$$

$$M_{\text{sol}} = \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{1}{10[\text{Pc}]} \right)^2 \frac{L_{\text{sol}}}{4\pi^2} \right)$$

Entonces, restando ambas:

$$M - M_{\text{sol}} = -2.5 \log \left(\frac{L}{L_{\text{sol}}} \right) \quad (20)$$

Esta ultima ecuacion nos sirve para calcular M en funcion de L (Conociendo los valores de M_{sol} , L_{sol})

1.12 Correccion Bolometrica

La diferencia entre la **magnitud bolometrica** y su **magnitud visual**, se denomina correccion bolometrica:

$$B.C = m_{\text{bol}} - V = M_{\text{bol}} - M_V \quad (21)$$

Si consideramos nuevamente la ecuacion 8 para la magnitud visual:

$$m_v = \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} T_{A\lambda, m} \Phi_\lambda d\lambda \right)$$

Y ahora consideramos la expresion correspondiente para la magnitud bolometrica:

$$m_{\text{bol}} = \alpha_{n, \text{bol}}(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} d\lambda \right)$$

Entonces:

$$m_{\text{bol}} - m_v = \alpha_{n, \text{bol}}(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} d\lambda \right) - \alpha_n(\lambda) + 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} T_{A\lambda, m} \Phi_\lambda d\lambda \right)$$

$$m_{\text{bol}} - m_v = \alpha_{n, \text{bol}}(\lambda) - \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\frac{\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} d\lambda}{\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} T_{A\lambda, m} \Phi_\lambda d\lambda} \right)$$

De donde finalmente podemos escribir:

$$m_{\text{bol}} - m_v = \alpha_{n, \text{bol}}(\lambda) - \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\frac{\int_0^\infty I_{\lambda, m} d\lambda}{\int_0^\infty I_{\lambda, m} T_{A\lambda, m} \Phi_\lambda d\lambda} \right) \quad (22)$$

- La correccion bolometrica no podra ser nunca nula pues el brillo total de una estrella cualquiera es siempre mayor que su brillo en el rango visual.
- Sin embargo, debido a que la corrección bolométrica tendrá un valor mínimo para una estrella cuya temperatura superficial sea ligeramente mayor que la del Sol (ya que en este caso la magnitud visual coincide aproximadamente con el máximo de la curva de energía), se ha convenido arbitrariamente en tomar el cero de las correcciones bolométricas en estrellas de temperaturas superficiales próximas a la del Sol.
- C.B. = 0 para un cuerpo negro con temperatura $T = 6000 \text{ K}$, lo cual corresponde aproximadamente a una estrella del tipo espectral F0.
- Para estrellas más frías o más calientes que el Sol, la corrección bolométrica será siempre negativa, ya que su brillo total será siempre mayor que el brillo en el rango visual.

M	= absolute magnitude = apparent magnitude standardized to 10 pc without absorption
B - V	= colour index; $(B - V)_0$ = intrinsic colour index. Various other colour indices (e.g. $U - B$) may be formed
BC	= bolometric correction = $m_{\text{bol}} - m_v$ (always negative)
A	= space absorption in magnitudes (usually visual)
m₀	= corrected magnitude = $m - A$

Figure 10. La correccion bolometrica es siempre negativa.

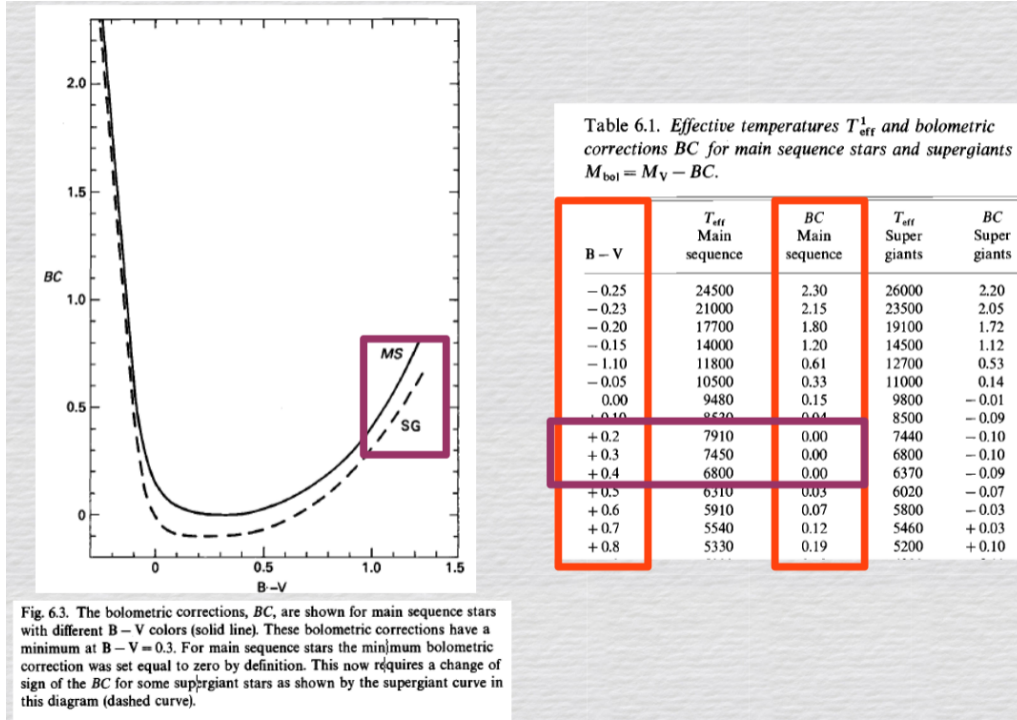


Figure 11. Por convención se acepta $CB=0$ para estrellas F0 con temperaturas de $T = 6000[K]$

1.12.1 Metodo de Eddington para la correccion bolometrica

Partiendo de la expresion anteriormente mencionada:

$$m_{\text{bol}} - m_v = \alpha_{n,\text{bol}}(\lambda) - \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\frac{\int_0^\infty I_{\lambda,m} d\lambda}{\int_0^\infty I_{\lambda,m} T_{A\lambda,m} \Phi_\lambda d\lambda} \right)$$

El metodo de Eddington implica considerar una estrella como un cuerpo negro radiante: $I_\lambda = B(\lambda, T)$. Todavia queda el termino $T_{A\lambda}$, pero asumo que en el analisis considera que estamos fuera de la atmosfera, por lo cual $T_{A\lambda} = 1$

Como vimos anteriormente, entonces: $\int_0^\infty B(\lambda, T) d\lambda = \frac{\sigma T^4}{\pi}$, sin embargo en la integral de abajo todavia tenemos los terminos $T_{i\lambda} S_{i\lambda} = \Phi_\lambda$. Resulta entonces:

$$C.B = \alpha_{n,\text{bol}}(\lambda) - \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\frac{\int_0^\infty B(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^\infty B(\lambda, T) \Phi_\lambda d\lambda} \right) \quad (23)$$

- Ese cociente se acercará más a la unidad - con lo cual la C.B. se aproximará a cero - para aquel cuerpo negro que mejor sea visto por el ojo humano o por la placa sensible al amarillo.
- Ese cuerpo negro tendrá entonces que tener una temperatura tal que su curva de Planck tenga el máximo de intensidad en la región de máxima sensibilidad del ojo.
- De allí que Eddington haya hecho la convención de que la **corrección bolométrica es cero** para el cuerpo negro a una temperatura de **6000 K**, lo que corresponde aproximadamente a una estrella **F0**.

1.13 Relacion entre el indice de color B-V y la temperatura.

- $B - V > 0$: Significa que la estrella es mas brillante en el rango visual que en el azul. Estrella amarilla o roja.
- Estrellas A0V no enrojecidas no tienen preponderancia por ningun color: $B - V = U - B = 0$
- Longitud de onda equivalente: Es la longitud de onda λ_e para la cual $m_{\text{mono}} = m_{\text{hete}} + \text{cte}$, es decir que la magnitud monocromatica y heterocromatica son iguales a menos de una constante.

Recordemos la definicion de magnitud Monocromatica y Heterocromatica (ecuaciones 7 y 8):

Monocromatica:

$$m_{\text{mono}} = \alpha_n - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 I_{\lambda_0, m} T_{A\lambda_0, m} \right)$$

Heterocromatica:

$$m_{\text{hete}} = \alpha_n(\lambda) - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 \int_0^\infty I_{\lambda, m} T_{A\lambda, m} \Phi_\lambda d\lambda \right)$$

Para cada filtro $i = U, V, B$:

$$m_{\text{hete}} - m_{\text{mono}} = \text{cte}$$

Esta longitud de onda puede calcularse como:

$$\lambda_e = \frac{\int_0^\infty \lambda \Phi_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda} \quad (24)$$

1.13.1 Relacion $B - V$ y T

- Se demuestra que $B - V \propto \frac{1}{T}$
- $B - V = -0.64 + \frac{7200}{T}$
- Temperatura de color de una estrella:

1.13.2 Calculos extra: Relacion $B - V$ y T

Para la monocromatica, en todos los filtros $i = U, V, B$

$$m_{\text{mono}, i} = \alpha_{n, i} - 2.5 \log \left(\left(\frac{R_m}{r_m} \right)^2 B(\lambda_i, T) \right)$$

$$B - V = \alpha_{n, B} - \alpha_{n, V} - 2.5 \log \left(\frac{B(\lambda_B, T)}{B(\lambda_V, T)} \right)$$

Reemplazando la definicion:

$$B(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{C_2/\lambda T} - 1)}$$

Entonces:

$$\frac{B(\lambda_B, T)}{B(\lambda_V, T)} = \frac{\lambda_V^5 (e^{C_2/\lambda_V T} - 1)}{\lambda_B^5 (e^{C_2/\lambda_B T} - 1)}$$

De aqui, se puede demostrar que:

$$B - V = \alpha_{n,B} - \alpha_{n,V} - 12.5 \log\left(\frac{\lambda_V}{\lambda_B}\right) - 2.5 \frac{C_2}{T} \left(\frac{1}{\lambda_V} - \frac{1}{\lambda_B}\right) \log e - 2.5 \log\left(\frac{1 - e^{-C_2/\lambda_V T}}{1 - e^{-C_2/\lambda_B T}}\right)$$

$\log\left(\frac{1 - e^{-C_2/\lambda_V T}}{1 - e^{-C_2/\lambda_B T}}\right) \propto 0$, donde hacemos las asociaciones:

- $A_1 = -2.5 C_2 \left(\frac{1}{\lambda_V} - \frac{1}{\lambda_B}\right) \log e$
- $A_2 = \alpha_{n,B} - \alpha_{n,V} - 12.5 \log\left(\frac{\lambda_V}{\lambda_B}\right)$

Si lo examinamos para las estrellas A0V no enrojecidas, para las cuales $B - V = 0$, podemos calcular: $\alpha_{n,B} - \alpha_{n,V}$. Tomando: $\lambda_B = 4250$, $\lambda_V = 5290$

$$A_1 = -0.64 \text{ , } A_2 = 7200$$

$$B - V = -0.64 + \frac{7200}{T} \quad (25)$$

1.14 Extincion Atmosferica

La ley de Bouguer

En analogia con la extincion interestelar, se puede pensar a extincion atmosferica como una relacion entre la magnitud real del objeto y la vista en la tierra, extinguida por causa de, en este caso, la atmosfera terrestre. Especificamente la Ley de Bouguer modela esto asi:

$$m = m_0 + k_m X_\theta \quad (26)$$

Aqui m_0 es la magnitud real del objeto. k_m es el coeficiente de extincion para la magnitud m y X_θ es la masa de aire, que depende del angulo cenital θ . Concretamente $X_\theta \sim 1$, en el cenit: $\theta = 0$. En general $X_\theta \approx \sec\theta$ para $\theta < 60$. En el libro de Claria se indica que X_θ tiene un valor distinto para distintos filtros pero, que al final de cuentas bajo ciertas condiciones pueden tomarse iguales.

Ley de Bouguer para el I.C

Si consideramos un par de magnitudes, por ejemplo U, V :

$$B - V = B_0 - V_0 + X(k_B - k_V)$$

Esto suele escribirse: $B - V = (B - V)_0 + k_{BV} X$. Aqui se afirma que los coeficientes k estan en funcion del IC de la estrella observada.

Entonces se puede expresar el coeficiente k_{BV} como:

$$k_{BV} = k_{BV1} + k_{BV2}(B - V)_0$$

Si se conoce k_{BV1} Y k_{BV2} se puede calcular (esto puede deducirse) $(B - V)_0$ como:

$$(B - V)_0 = \frac{(B - V) - X k_{BV1}}{1 + X k_{BV2}}$$

2 Guia 3

- 1.
- 2.
3. Cerca de una estrella caliente la temperatura del polvo puede ser de 100 - 600 K, en este caso ¿cuál será la longitud de onda del máximo de emisión?
 - Como la extincion es scattering mas absorcion, la propuesta seria utilizar la ley de Wien.
4. ¿Para qué tipo de estrellas la corrección bolométrica es nula?
 - En la seccion 1.12.1 de este apunte se indica que la correccion bolometrica es nula para aproximadamente las estrellas F0
5. Se encuentra un valor medio para la absorción interestelar en el visual de una magnitud por kiloparsec $A_V = 1 \frac{\text{mag}}{\text{kpc}}$, Si la distancia al centro galáctico es de unos 8 kpc, aun sin nubes densas oscuras en esa dirección, ¿en cuanto se habrá reducido el brillo de las estrellas próximas al centro galáctico?
 - Sabemos que: $m = m_0 + A r_0$
 - Entonces: $m - m_0 = 1 \frac{\text{mag}}{[\text{kpc}]} 8[\text{kpc}] = 8[\text{mag}]$
6. Una estrella tiene las siguientes características fotométricas observadas: $V = 15.1$, $B - V = 1.6$ y $M_V = 1.3$. La extinción interestelar en la dirección de la estrella en la banda visual es $A_V = 1 \text{ mag/kpc}$. ¿Cuál es el color intrínseco de la estrella?
 - La distancia aparente donde se encuentra mi estrella puede determinarse como:

$$m - M = 5 \log \left(\frac{r}{10[\text{Pc}]} \right)$$

- Es decir que: $\frac{V - M_V}{5} = \log \left(\frac{r}{10[\text{pc}]} \right) \Leftrightarrow \boxed{10^{\frac{V - M_V}{5}} \cdot 10[\text{pc}] = r}$
- Por otro lado: $V = V_0 + A r_0$, esto es basicamente, como considerar $V = V_0 + A'$
- Entonces podriamos escribir: $r = r_0 10^{0.2 A r_0}$, la cual en teoria seria una ecuacion trascendente. Se resuelve de forma numerica.
- De las relaciones: $V = V_0 + A_V r_0$, $B = B_0 + A_B r_0$, podemos deducir:

$$B - V = B_0 - V_0 + r_0 (A_B - A_V) = B_0 - V_0 + r_0 E_{B-V}$$
- Por otro lado,

7. Se midió fotométricamente la magnitud visual de una estrella a diferentes masas de aire $X(z)$ donde $X(z) = \sec(z)$. A partir de las magnitudes instrumentales obtenidas encuentre la magnitud visual fuera de la atmósfera $m_0(\lambda)$ y el coeficiente de extinción $k(\lambda)$

- Aquí claramente utilizamos: $m = m_0 + k_m X_\theta$
- Aca lo que nos piden es k_m y m_0 , entonces, podemos hacer un ajuste lineal para conocer: la pendiente: k_m y la ordenada al origen: m_0 .

3 Dudas

- Es la corrección bolométrica siempre negativa? En el libro de Claria se dice esto pero en la slide 32 del teórico 8 se dan valores positivos para la misma. Además en una parte se dice que algunos autores no están de acuerdo.

Una estrella tiene las siguientes características fotométricas observadas: $V = 15.1$, $B - V = 1.6$ y $M_V = 1.3$. La extinción interestelar en la dirección de la estrella en la banda visual es $A_V = 1$ mag/kpc. ¿Cuál es el color intrínseco de la estrella?

1. En la siguiente ecuación la distancia aparente es por filtro?

$$V - M_V = 5 \log \left(\frac{r_V}{10 [\text{Pc}]} \right) \Rightarrow 10^{\frac{V - M_V}{5}} \cdot 10 [\text{pc}] = r_V$$

Tiene que serlo, porque de otra forma se obtendría que A_i es la misma para todo filtro.

2. En algunos apuntes llaman: $V = V_0 + A_V r_0$ Esto no es estrictamente así-Carroll-Ostie:

$$m_\lambda - m_{\lambda,0} = -2.5 \log_{10} (e^{-\tau_\lambda}) = 2.5 \tau_\lambda \log_{10} e = 1.086 \tau_\lambda.$$

But the change in apparent magnitude is just A_λ , so

$$A_\lambda = 1.086 \tau_\lambda. \quad (12.2)$$

The change in magnitude due to extinction is approximately equal to the optical depth along the line of sight.

From the expression for the optical depth given by Eq. (9.17) and the discussion at the end of Example 9.2.2, the optical depth through the cloud is given by

$$\tau_\lambda = \int_0^s n_d(s') \sigma_\lambda ds', \quad (12.3)$$

Podemos considerar $V = V_0 + A_V r_0$ para resolver el ejercicio? para el cual $A_V = 1 \left[\frac{\text{mag}}{\text{kpc}} \right]$.

3. Considero entonces que se puede aplicar esta ecuación: $r_V = r_0 10^{0.2 A_V r_0}$
4. Por otro lado se puede deducir que: $A_i = 5 \log \left(\frac{r_i}{r_0} \right)$, $i = U, B$, pero no sería posible conocer A_B sin conocer r_B
5. Cosas que he considerado:

- $B_0 - M_B = 5 \log \left(\frac{r_0}{10 [\text{pc}]} \right)$; 2 incógnitas B_0, M_B
- $B_0 - V_0 = B - V + r_0(A_B - A_V) = B - V + r_0 E(B - V)$: 2 incógnitas $B_0 - V_0$ y $E(B - V)$