

# Perfiles de líneas

---

## **5.3      Line Profiles**

The previous discussion suggests that spectral lines would be infinitely narrow and sharp. In re-

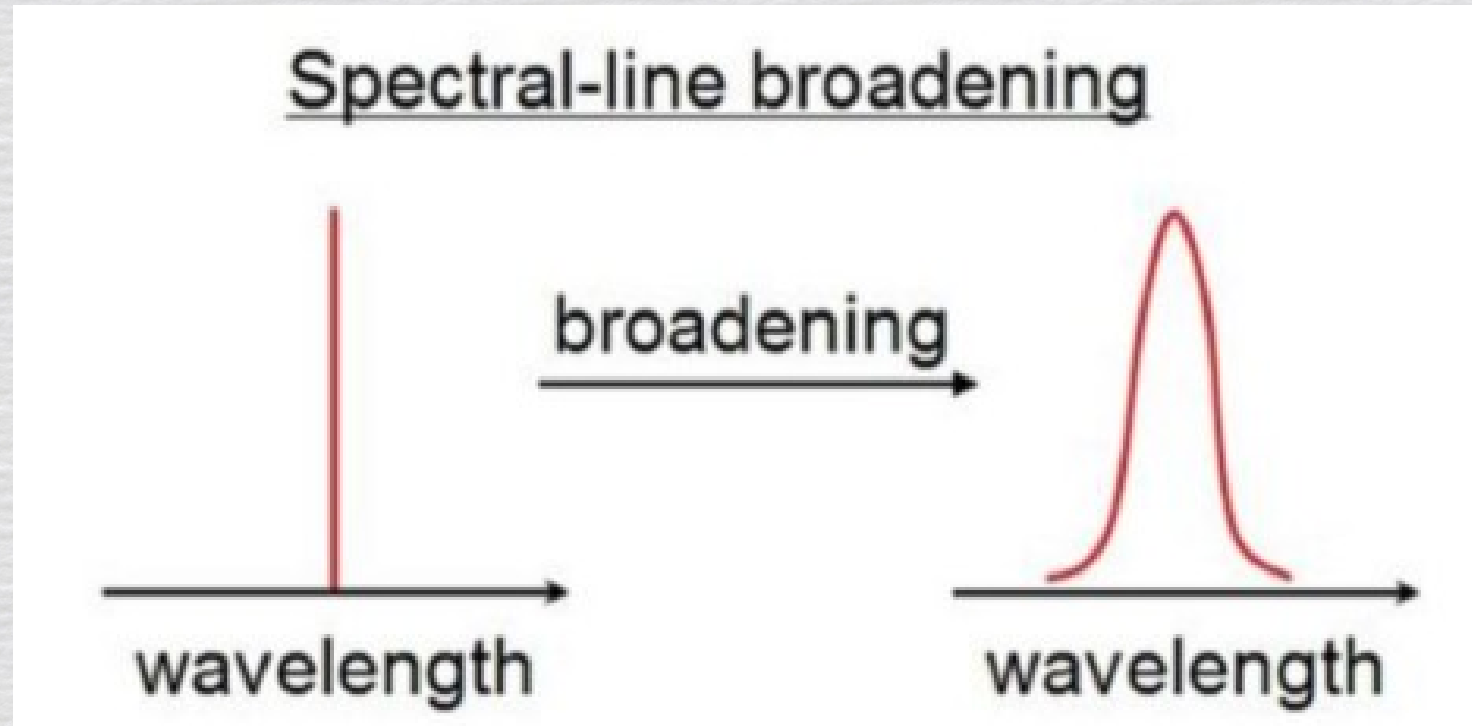
# Perfiles de líneas

---

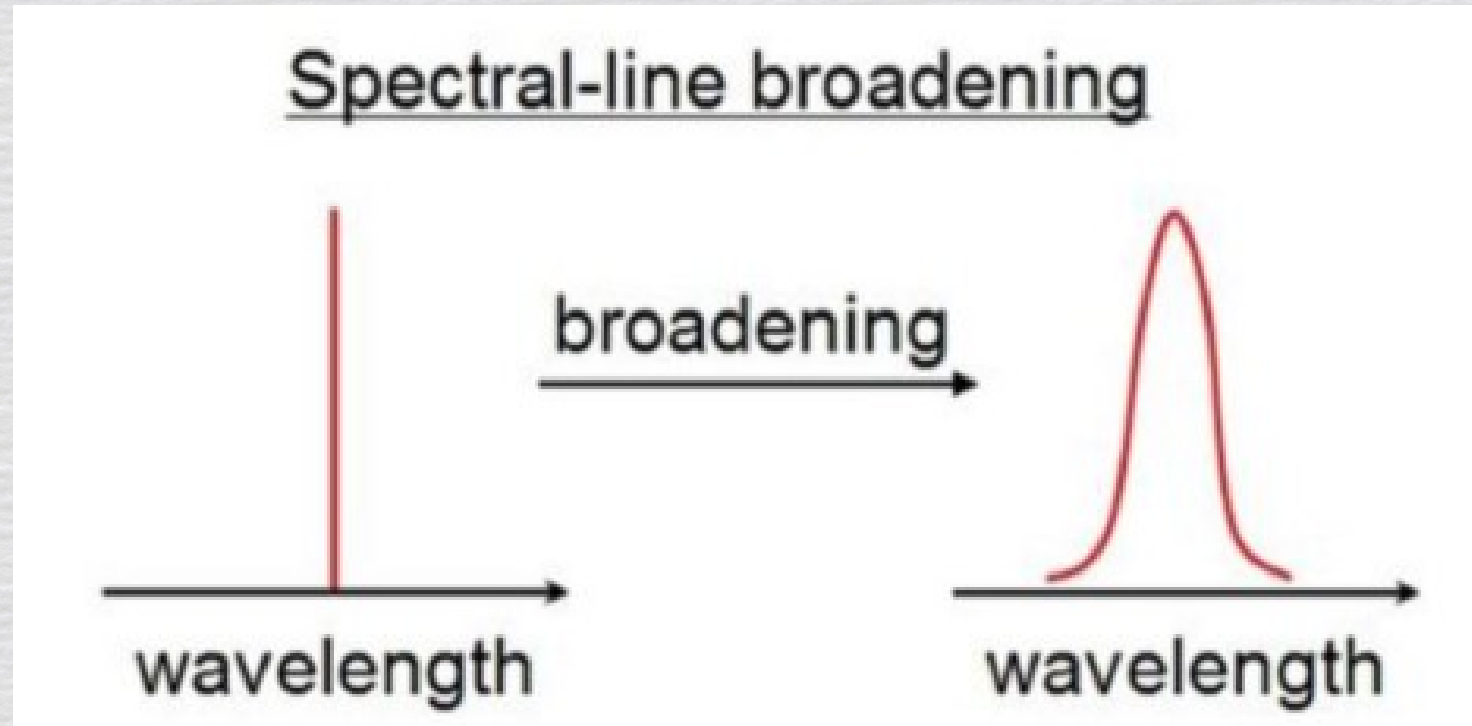
## 5.3 Line Profiles

The previous discussion suggests that spectral lines would be infinitely narrow and sharp. In reality, however, they are somewhat broadened. We will now consider briefly the factors affecting the shape of a spectral line, called a *line profile*. An

# Los perfiles de las líneas espectrales



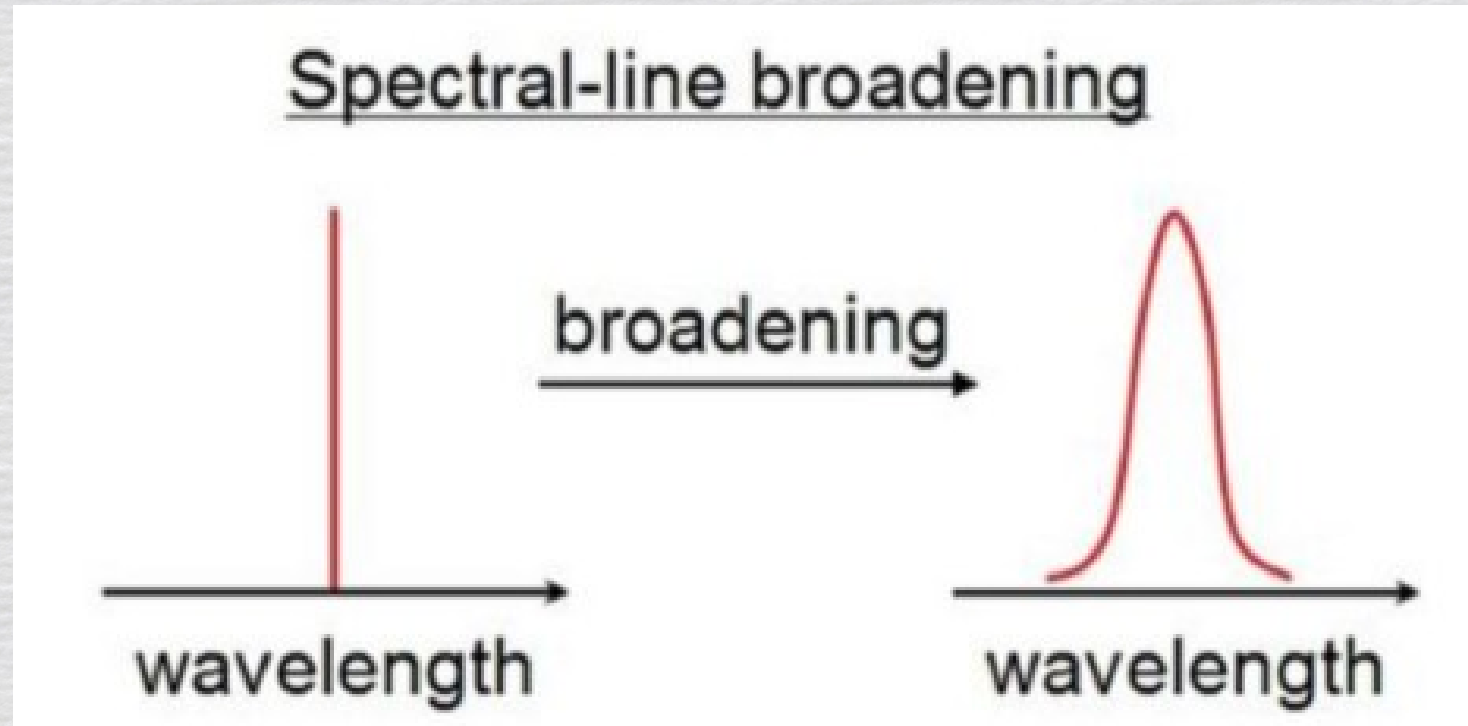
# Los perfiles de las líneas espectrales



Las líneas espectrales **NO** son “líneas”. NO son infinitamente delgadas.



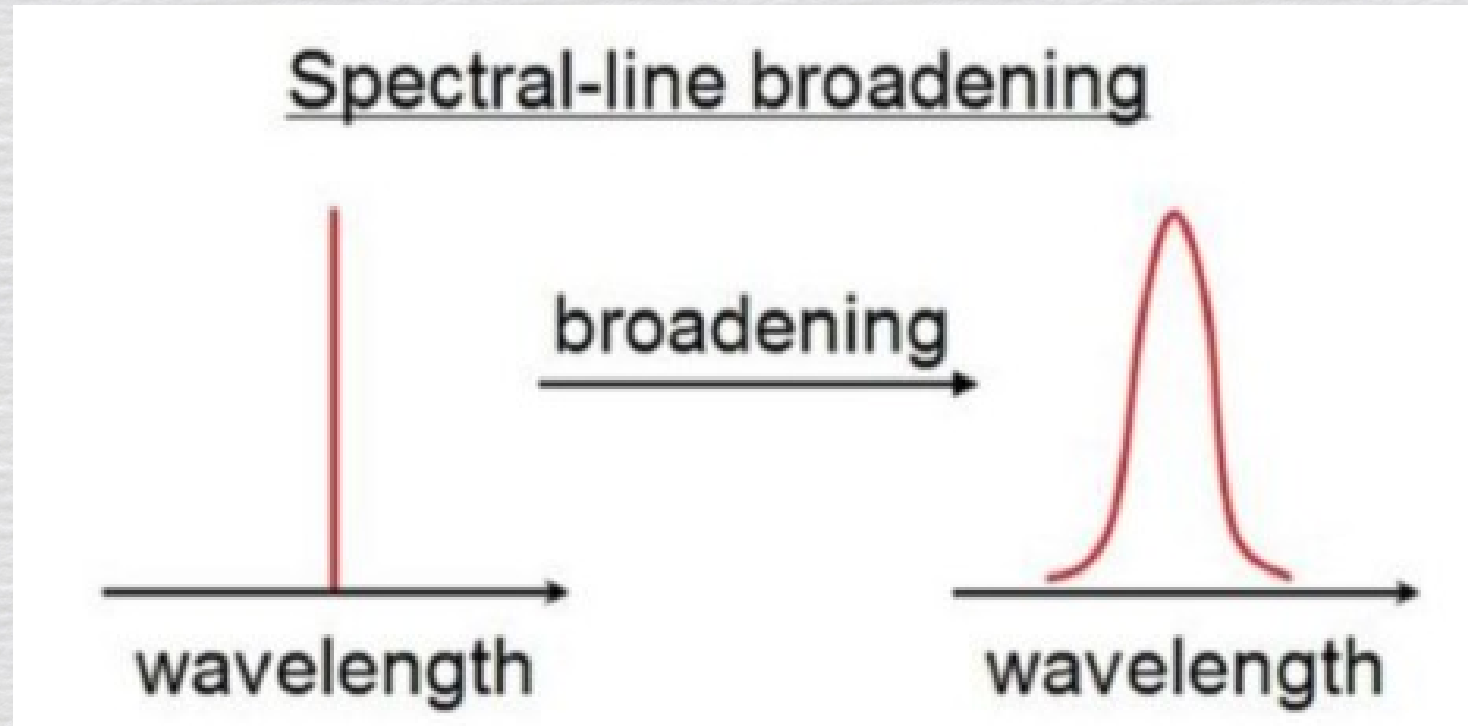
# Los perfiles de las líneas espectrales



Las líneas espectrales **NO** son “líneas”. NO son infinitamente delgadas.

Existen mecanismos → ancho determinado  
→ información significativa

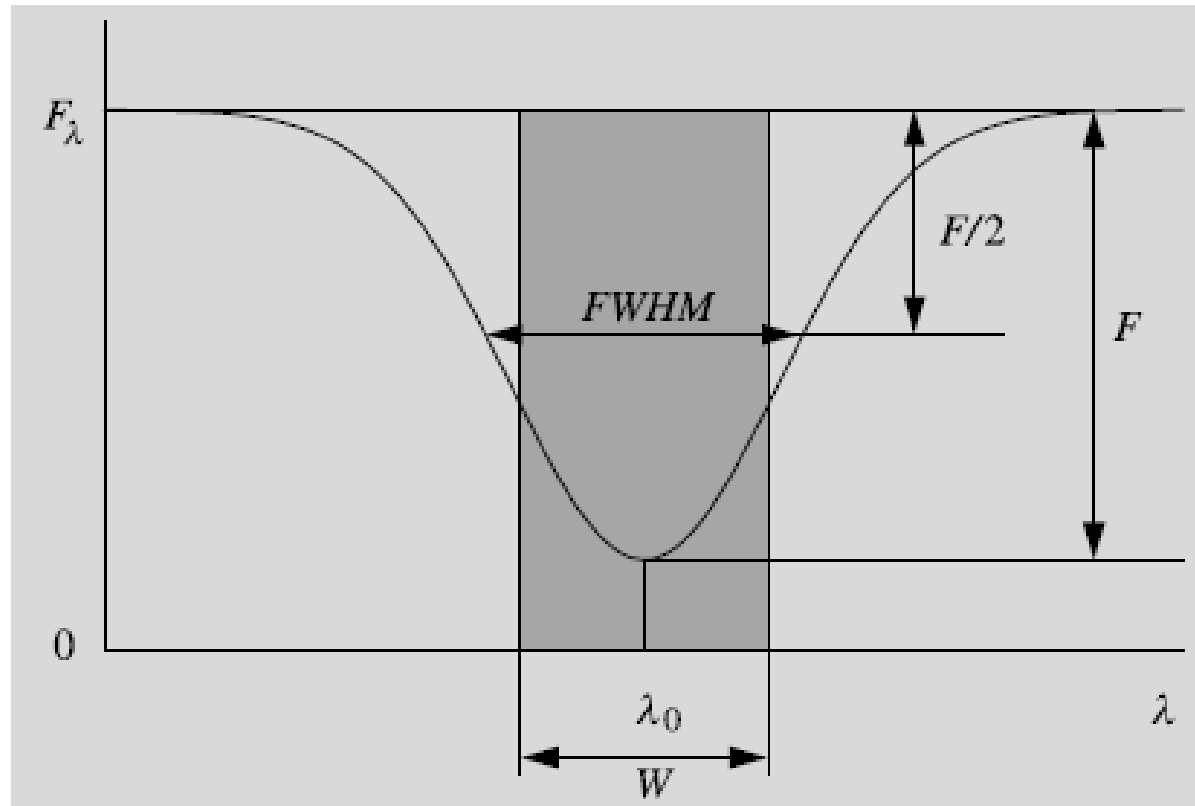
# Los perfiles de las líneas espectrales



Las líneas espectrales **NO son “líneas”**. NO son infinitamente delgadas.

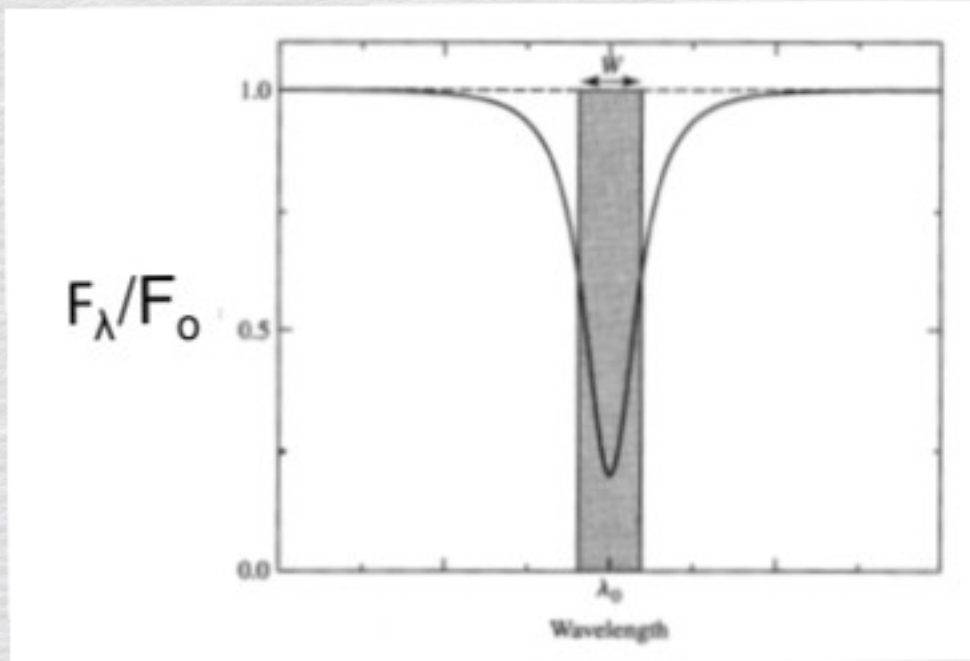
Existen mecanismos → ancho determinado  
→ información significativa

Forma de la línea → información del entorno en el que se formó



**Fig. 5.6** The full width at half maximum (FWHM) of a spectral line is the width at the depth where the intensity is half of the maximum. The equivalent width  $W$  is defined so that *the line* and *the shaded rectangle* have the same area in the picture. The two measures are not generally the same, although they usually are close to each other

# Equivalent Width (EW, W) (Ancho equivalente de una línea espectral)



$$\int \frac{F_0 - F_\lambda}{F_0} d\lambda$$

Ancho que tendría una línea de perfil rectangular y profundidad máxima, que sustrae del continuo la misma cantidad de energía total que la línea en cuestión, es decir que **tiene la misma área**.



# Mecanismos de ensanchamiento de las líneas espectrales

- Ancho natural
- Ancho colisional o de presión
- Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)

# Mecanismos de ensanchamiento de las líneas espectrales

- Ancho natural
  - Perfil Lorentziano
- Ancho colisional o de presión
  - Perfil Lorentziano
- Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)
  - Perfil Gaussiano

**Perfil de Voigt**

# Mecanismos de ensanchamiento de las líneas espectrales

- **Ancho natural**
  - **Perfil Lorentziano**
- **Ancho colisional o de presión**
  - **Perfil Lorentziano**
- **Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)**
  - **Perfil Gaussiano**

**Perfil de Voigt**



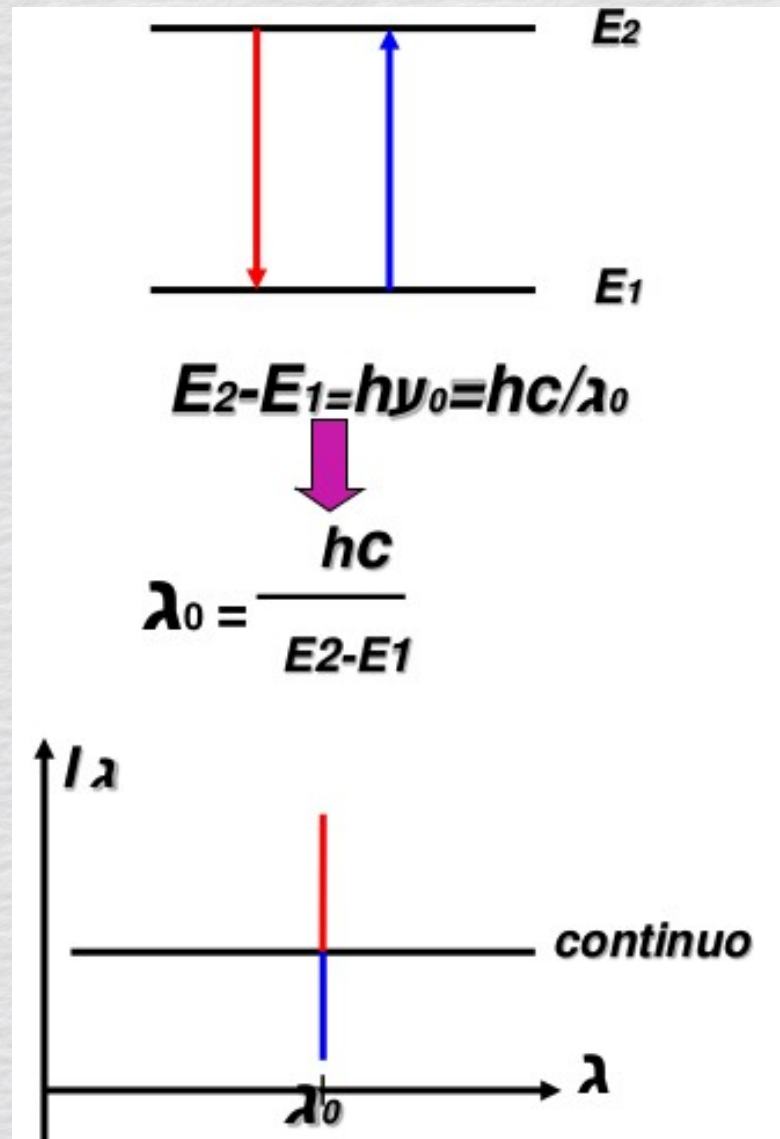
# Mecanismos de ensanchamiento de las líneas espectrales

- **Ancho natural → Perfil Lorentziano**

Los fotones emitidos → rango de frecuencias.



# Principio de incertidumbre de Heisenberg



# Principio de incertidumbre de Heisenberg

Ciertos pares de variables físicas no se pueden medir simultáneamente con precisión arbitraria:

- Posición y cantidad de movimiento
- $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$
- Energía y tiempo empleado en la medida

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$$

# Principio de incertidumbre de Heisenberg

Ciertos pares de variables físicas no se pueden medir simultáneamente con precisión arbitraria:

- Posición y cantidad de movimiento
- 
- Energía y tiempo empleado en la medida

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$$

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$$

Tener en cuenta:

## de Broglie's Wavelength and Frequency

In his 1927 Ph.D. thesis, de Broglie extended the wave-particle duality to all of nature. Photons carry both energy  $E$  and momentum  $p$ , and these quantities are related to the frequency  $\nu$  and wavelength  $\lambda$  of the light wave by Eq. (5.5):

$$\nu = \frac{E}{h}$$

(5.16)

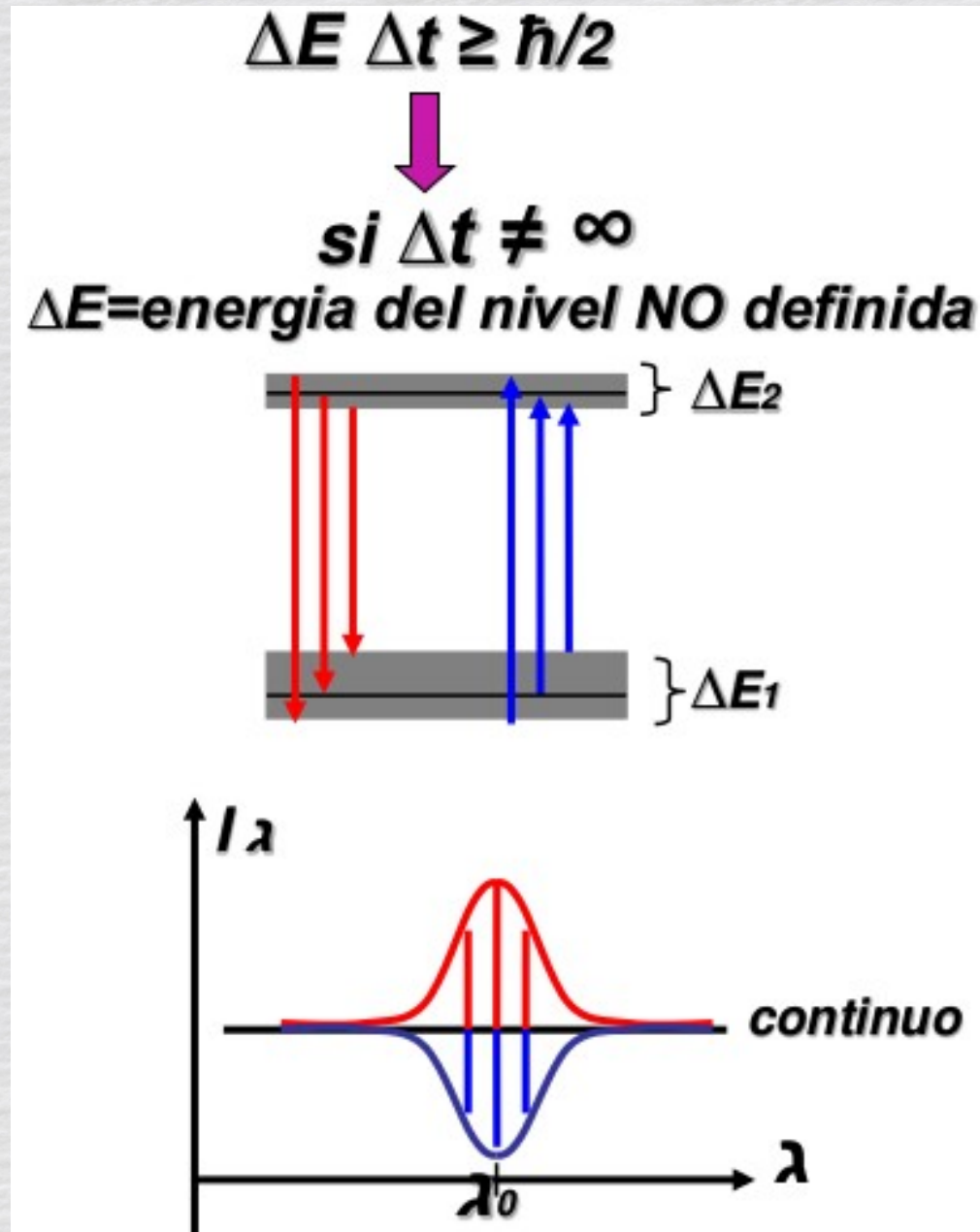
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

(5.17)

de Broglie proposed that these equations be used to define a frequency and a wavelength for *all* particles. The **de Broglie wavelength** and **frequency** describe not only massless pho-



# Principio de incertidumbre de Heisenberg





However, the value of the particle's momentum has become more uncertain because  $\Psi$  is now a combination of waves of various wavelengths. This is nature's intrinsic trade-off: The uncertainty in a particle's position,  $\Delta x$ , and the uncertainty in its momentum,  $\Delta p$ , are inversely related. As one decreases, the other must increase. This fundamental inability of a particle to *simultaneously* have a well-defined position and a well-defined momentum is a direct result of the wave-particle duality of nature. A German physicist, Werner Heisenberg (1901–1976), placed this inherent “fuzziness” of the physical world in a firm theoretical framework. He demonstrated that the uncertainty in a particle's position multiplied by the uncertainty in its momentum must be *at least* as large as  $\hbar/2$ :

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{1}{2} \hbar. \quad (5.18)$$

Today this is known as **Heisenberg's uncertainty principle**. The equality is rarely realized in nature, and the form often employed for making estimates is

$$\Delta x \Delta p \approx \hbar. \quad (5.19)$$

A similar statement relates the uncertainty of an energy measurement,  $\Delta E$ , and the time interval,  $\Delta t$ , over which the energy measurement is taken:

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar. \quad (5.20)$$

**Example 9.5.1.** The lifetime of an electron in the first and second excited states of hydrogen is about  $\Delta t = 10^{-8}$  s. The natural broadening of the  $H\alpha$  line of hydrogen,  $\lambda = 656.3$  nm, is then

$$\Delta\lambda \approx 4.57 \times 10^{-14} \text{ m} = 4.57 \times 10^{-5} \text{ nm}.$$

**Example 9.5.1.** The lifetime of an electron in the first and second excited states of hydrogen is about  $\Delta t = 10^{-8}$  s. The natural broadening of the  $H\alpha$  line of hydrogen,  $\lambda = 656.3$  nm, is then

$$\Delta\lambda \approx 4.57 \times 10^{-14} \text{ m} = 4.57 \times 10^{-5} \text{ nm}.$$

- Ancho natural.

$$H_{\alpha} = 6563 \text{ \AA} \text{ (con } \Delta t = 10^{-8} \text{ seg)}$$

$$\Delta E \Delta t = h/2\pi \text{ y } E = h\nu = hc/\lambda \rightarrow$$

$$\Delta E = (hc/\lambda^2) \Delta\lambda$$

$$\rightarrow \Delta\lambda = \lambda^2/(2\pi c\Delta t) \\ = 45.7 \times 10^{-5} \text{ \AA}$$

- En general el ancho natural es del orden de  $10^{-4} - 10^{-5} \text{ \AA}$

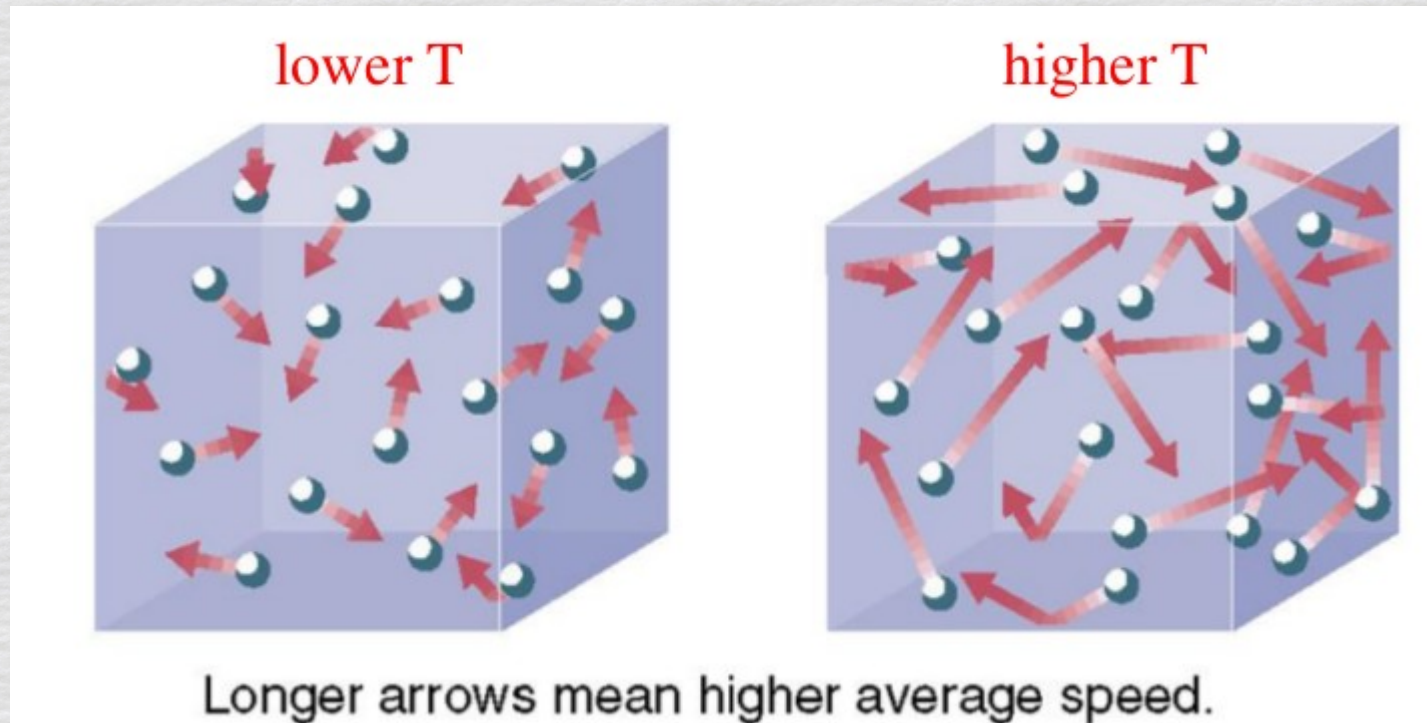
# Mecanismos de ensanchamiento de las líneas espectrales

- Ancho natural
  - Perfil Lorentziano
- Ancho colisional o de presión
  - Perfil Lorentziano
- **Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)**
  - **Perfil Gaussiano**

**Perfil de Voigt**



# Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)



$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$$



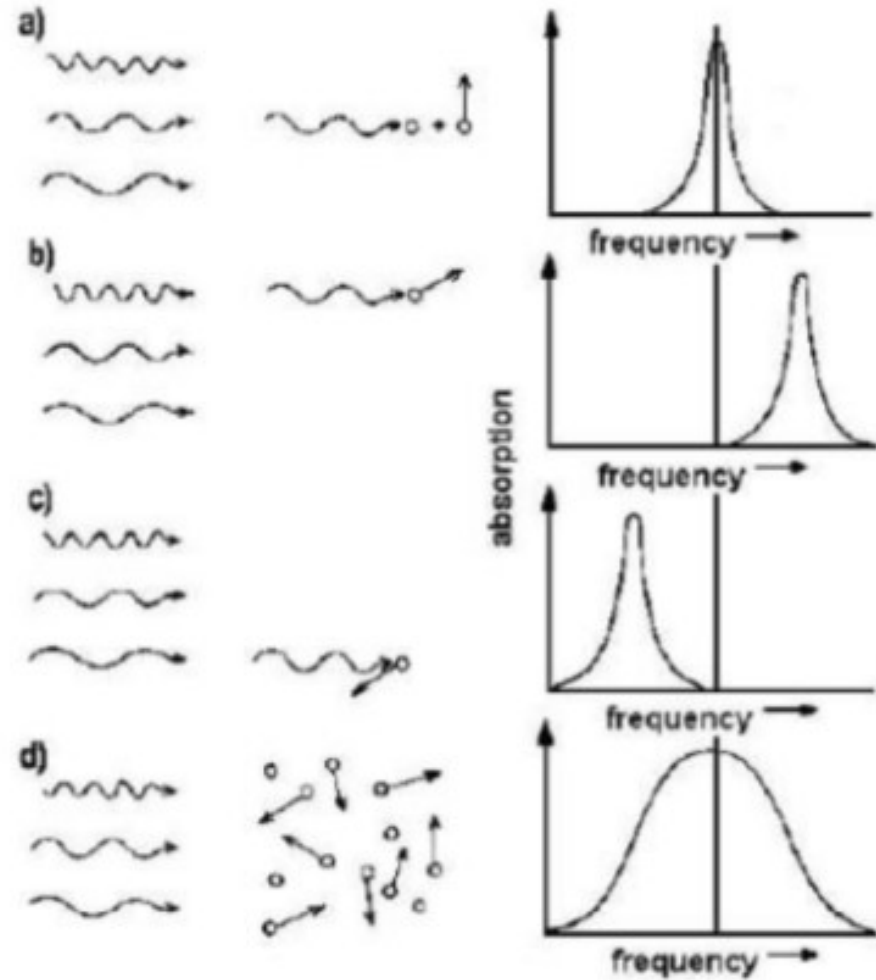
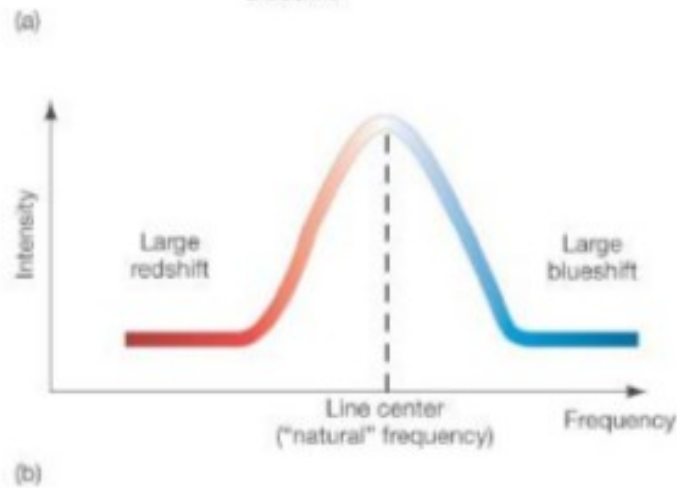
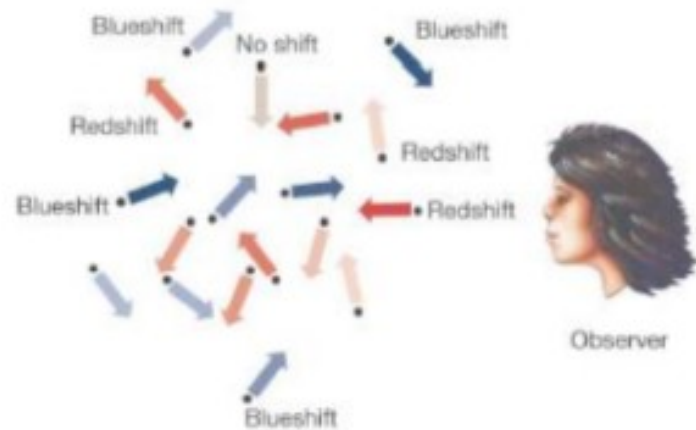
# Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)

En ET, las velocidades de las partículas obedecen a la distribución de Maxwell-Boltzmann

$$\alpha = \sqrt{2kT/m}$$

Velocidad más probable

# Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)





# Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)

En ET, las velocidades de las partículas obedecen a la distribución de Maxwell-Boltzmann

$$\alpha = \sqrt{2kT/m}$$

Velocidad más probable

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Efecto Doppler:



# Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)

En ET, las velocidades de las partículas obedecen a la distribución de Maxwell-Boltzmann

$$\alpha = \sqrt{2kT/m}$$

Velocidad más probable

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Efecto Doppler:

$$\Delta\lambda_D = \lambda/c \sqrt{2kT/m}$$

# Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)

En ET, las velocidades de las partículas obedecen a la distribución de Maxwell-Boltzmann

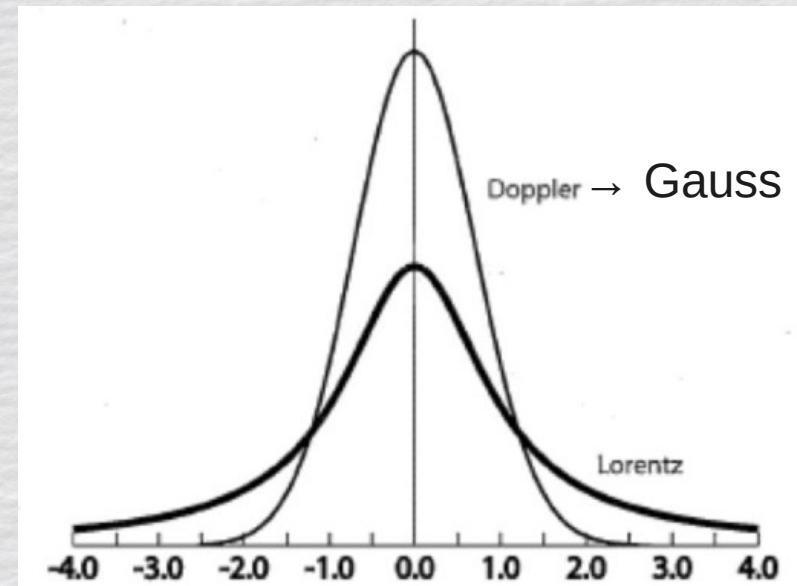
$$\alpha = \sqrt{2kT/m}$$

Velocidad más probable

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Efecto Doppler:

$$\Delta\lambda_D = \lambda/c \sqrt{2kT/m}$$



**2. Doppler broadening.** In thermal equilibrium, the atoms in a gas, each of mass  $m$ , are moving randomly about with a distribution of speeds that is described by the Maxwell–Boltzmann distribution function (Eq. 8.1), with the most probable speed given by Eq. (8.2),  $v_{\text{mp}} = \sqrt{2kT/m}$ . The wavelengths of the light absorbed or emitted by the atoms in the gas are Doppler-shifted according to (nonrelativistic) Eq. (4.30),  $\Delta\lambda/\lambda = \pm |v_r|/c$ . Thus the width of a spectral line due to Doppler broadening should be approximately

$$\Delta\lambda \approx \frac{2\lambda}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$



2. **Doppler broadening.** In thermal equilibrium, the atoms in a gas, each of mass  $m$ , are moving randomly about with a distribution of speeds that is described by the Maxwell–Boltzmann distribution function (Eq. 8.1), with the most probable speed given by Eq. (8.2),  $v_{\text{mp}} = \sqrt{2kT/m}$ . The wavelengths of the light absorbed or emitted by the atoms in the gas are Doppler-shifted according to (nonrelativistic) Eq. (4.30),  $\Delta\lambda/\lambda = \pm |v_r|/c$ . Thus the width of a spectral line due to Doppler broadening should be approximately

$$\Delta\lambda \approx \frac{2\lambda}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

---

**Example 9.5.2.** For hydrogen atoms in the Sun’s photosphere ( $T = 5777$  K), the Doppler broadening of the  $\text{H}\alpha$  line should be about

$$\Delta\lambda \approx 0.0427 \text{ nm},$$



2. **Doppler broadening.** In thermal equilibrium, the atoms in a gas, each of mass  $m$ , are moving randomly about with a distribution of speeds that is described by the Maxwell–Boltzmann distribution function (Eq. 8.1), with the most probable speed given by Eq. (8.2),  $v_{\text{mp}} = \sqrt{2kT/m}$ . The wavelengths of the light absorbed or emitted by the atoms in the gas are Doppler-shifted according to (nonrelativistic) Eq. (4.30),  $\Delta\lambda/\lambda = \pm |v_r|/c$ . Thus the width of a spectral line due to Doppler broadening should be approximately

$$\Delta\lambda \approx \frac{2\lambda}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

---

**Example 9.5.2.** For hydrogen atoms in the Sun's photosphere ( $T = 5777$  K), the Doppler broadening of the  $\text{H}\alpha$  line should be about

$$\Delta\lambda \approx 0.0427 \text{ nm},$$

roughly 1000 times greater than for natural broadening.

# Mecanismos de ensanchamiento de las líneas espectrales

- Ancho natural
  - Perfil Lorentziano
- **Ancho colisional o de presión**
  - **Perfil Lorentziano**
- Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)
  - Perfil Gaussiano

**Perfil de Voigt**

# Ancho colisional o de presión

## Broadening por presión (y colisional)

**átomo aislado**

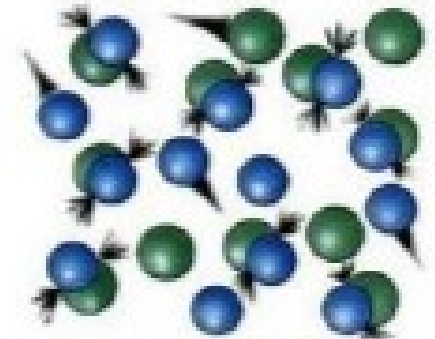
**átomo en un gas rodeado  
de partículas perturbadoras**

$E_2$  ————— }  $\Delta E_2$

$E_1$  ————— }  $\Delta E_1$

*pero...*

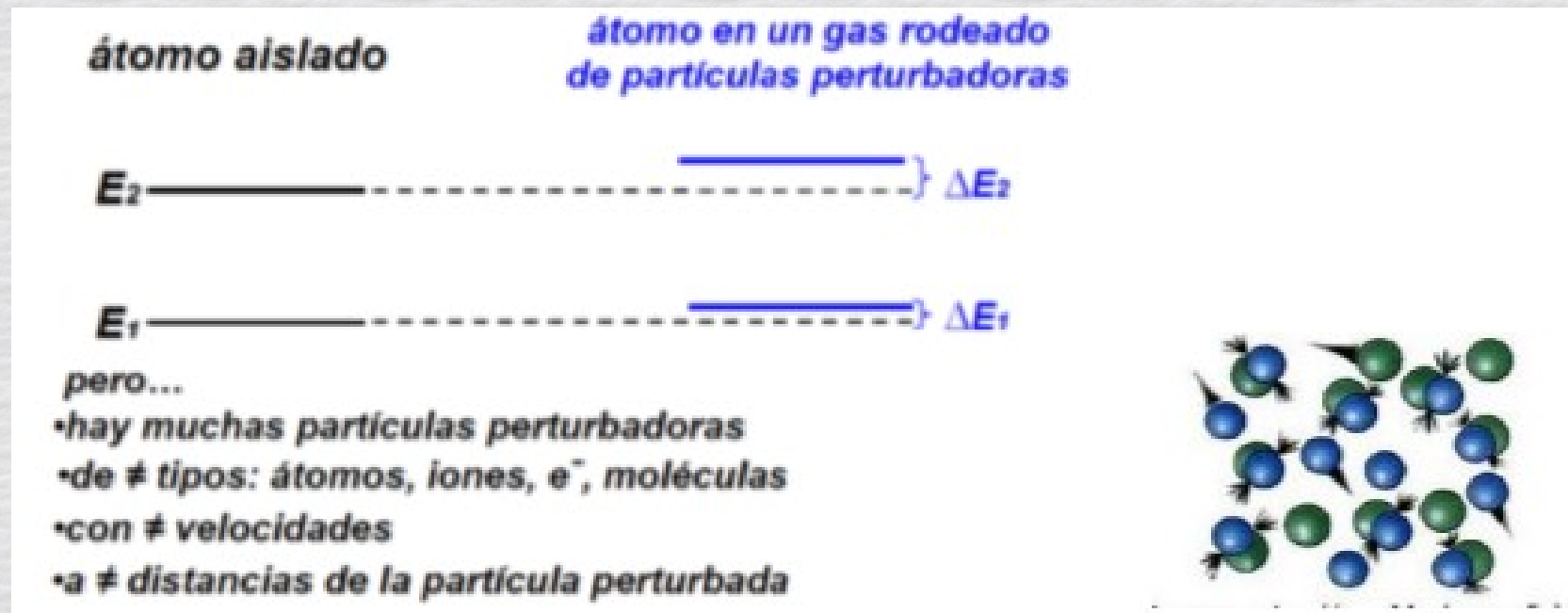
- hay muchas partículas perturbadoras
- de  $\neq$  tipos: átomos, iones,  $e^-$ , moléculas
- con  $\neq$  velocidades
- a  $\neq$  distancias de la partícula perturbada





# Ancho colisional o de presión

(Broadening por presión (y colisional))



Partículas cercanas afectarán la radiación de una partícula.

- La colisión de otras partículas con la partícula que emite perturba el proceso de emisión. La duración de la colisión es mucho más corta que el tiempo de vida medio de la emisión.
- **Depende tanto de la densidad y de la temperatura del gas**
- Este efecto produce un **perfil de Lorentz** para las líneas.

# Ancho colisional o de presión

## (Broadening por presión (y colisional))

La presencia de partículas cercanas afectará a la radiación emitida por una partícula individual.

- El ensanchamiento por presión implica una interacción colisional entre el átomo que absorbe la radiación y las otras partículas en su entorno.
- Las otras partículas puede ser: iones, electrones, átomos del mismo elemento o distintos que el absorbedor. Si son estrellas frías también pueden ser moléculas.
- Este efecto se llama **ensanchamiento por presión** ya que para una dada temperatura, aumenta con la presión.

# Ancho colisional o de presión

(Broadening por presión (y colisional))

$$(\Delta\lambda)_{1/2} = \frac{\lambda^2}{\pi c} \frac{1}{\Delta t_0},$$

$$\ell = \frac{vt}{n\sigma vt} = \frac{1}{n\sigma},$$

$$v_{\text{mp}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

$$\Delta t_0 \approx \frac{\ell}{v} = \frac{1}{n\sigma\sqrt{2kT/m}},$$

where  $m$  is the mass of an atom,  $\sigma$  is its collision cross section, and  $n$  is the number density of the atoms. Thus the width of the spectral line due to pressure broadening is on the order of



# Ancho colisional o de presión

(Broadening por presión (y colisional))

$$(\Delta\lambda)_{1/2} = \frac{\lambda^2}{\pi c} \frac{1}{\Delta t_0},$$

$$\ell = \frac{vt}{n\sigma vt} = \frac{1}{n\sigma},$$

$$v_{\text{mp}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

$$\Delta t_0 \approx \frac{\ell}{v} = \frac{1}{n\sigma \sqrt{2kT/m}},$$

where  $m$  is the mass of an atom,  $\sigma$  is its collision cross section, and  $n$  is the number density of the atoms. Thus the width of the spectral line due to pressure broadening is on the order of

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \frac{1}{\pi \Delta t_0} \approx \frac{\lambda^2}{c} \frac{n\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

# Ancho colisional o de presión

(Broadening por presión (y colisional))

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \frac{1}{\pi \Delta t_0} \approx \frac{\lambda^2}{c} \frac{n\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

Note that the width of the line is proportional to the number density  $n$  of the atoms.

The physical reason for the Morgan–Keenan luminosity classes is now clear. The narrower lines observed for the more luminous giant and supergiant stars are due to

the lower number densities in their extended atmospheres. Pressure broadening (with the width of the line profile proportional to  $n$ ) broadens the lines formed in the denser atmospheres of main-sequence stars, where collisions occur more frequently.

# Ancho colisional o de presión

(Broadening por presión (y colisional))

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \frac{1}{\pi \Delta t_0} \approx \frac{\lambda^2}{c} \frac{n\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

---

**Example 9.5.3.** Again, consider the hydrogen atoms in the Sun's photosphere, where the temperature is 5777 K and the number density of hydrogen atoms is about  $1.5 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ . Then the pressure broadening of the H $\alpha$  line should be roughly

$$\Delta\lambda \approx 2.36 \times 10^{-5} \text{ nm},$$

which is comparable to the result for natural broadening found earlier. However, if the number density of the atoms in the atmosphere of a star is larger, the line width will be larger as well—more than an order of magnitude larger in some cases.

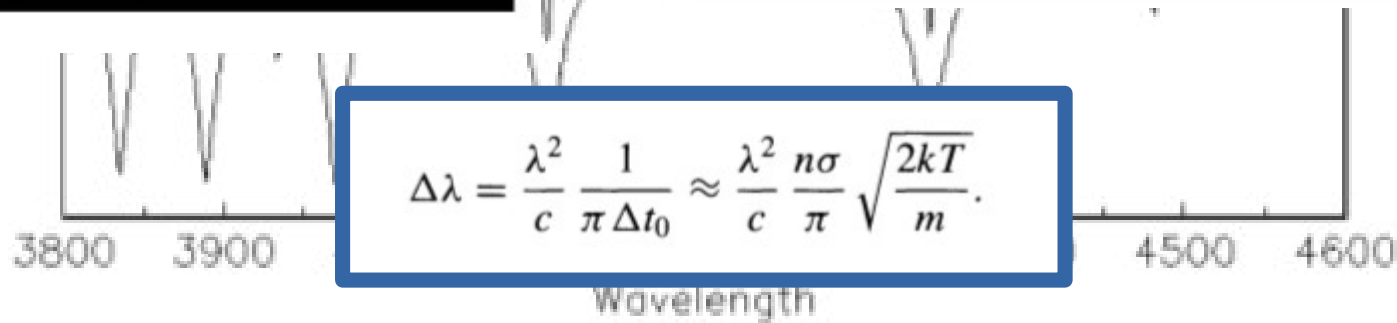
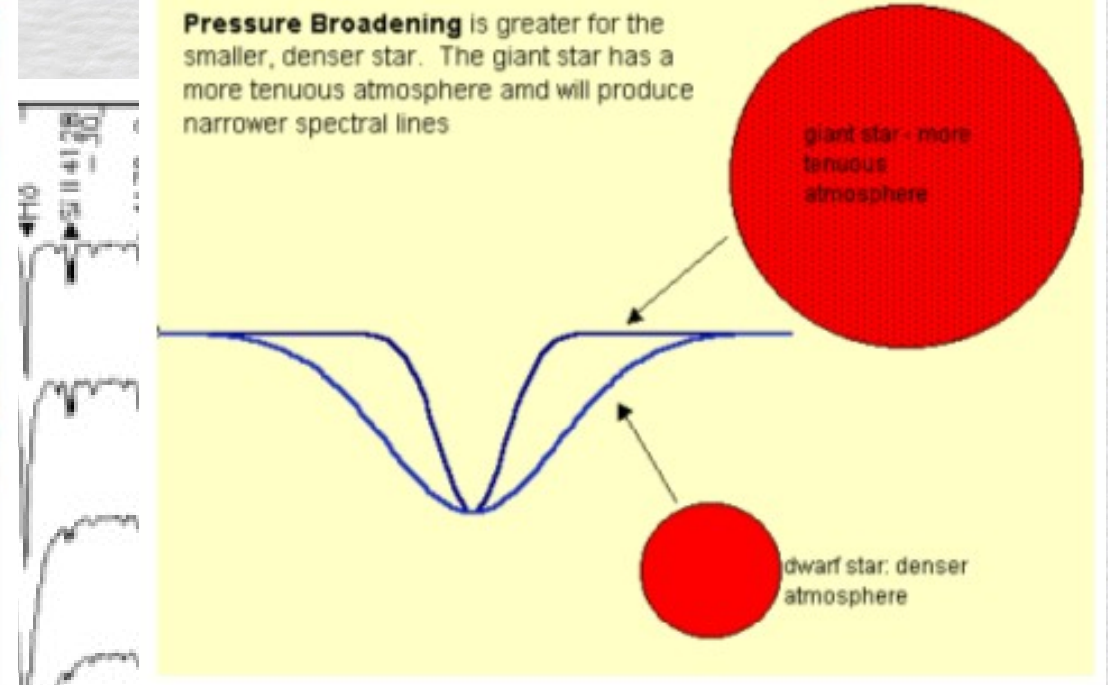
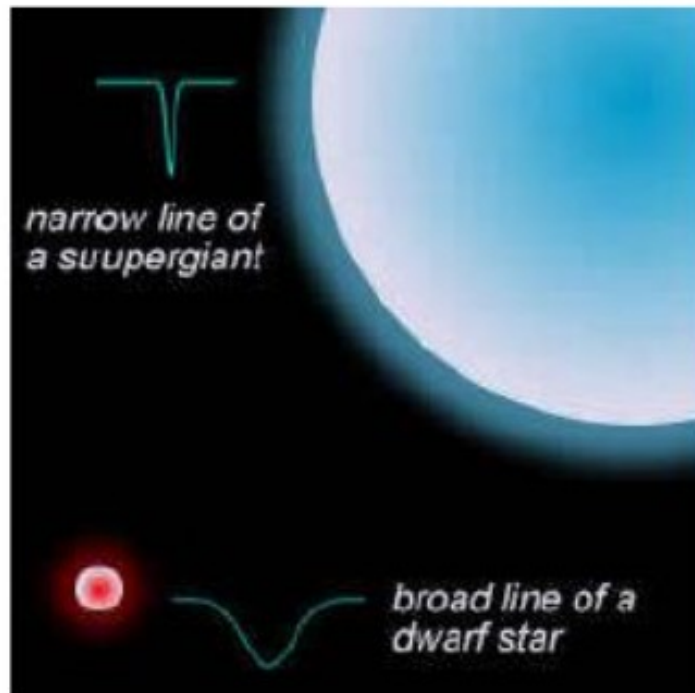
---



# Ancho colisional o de presión

(Broadening por presión (y colisional))

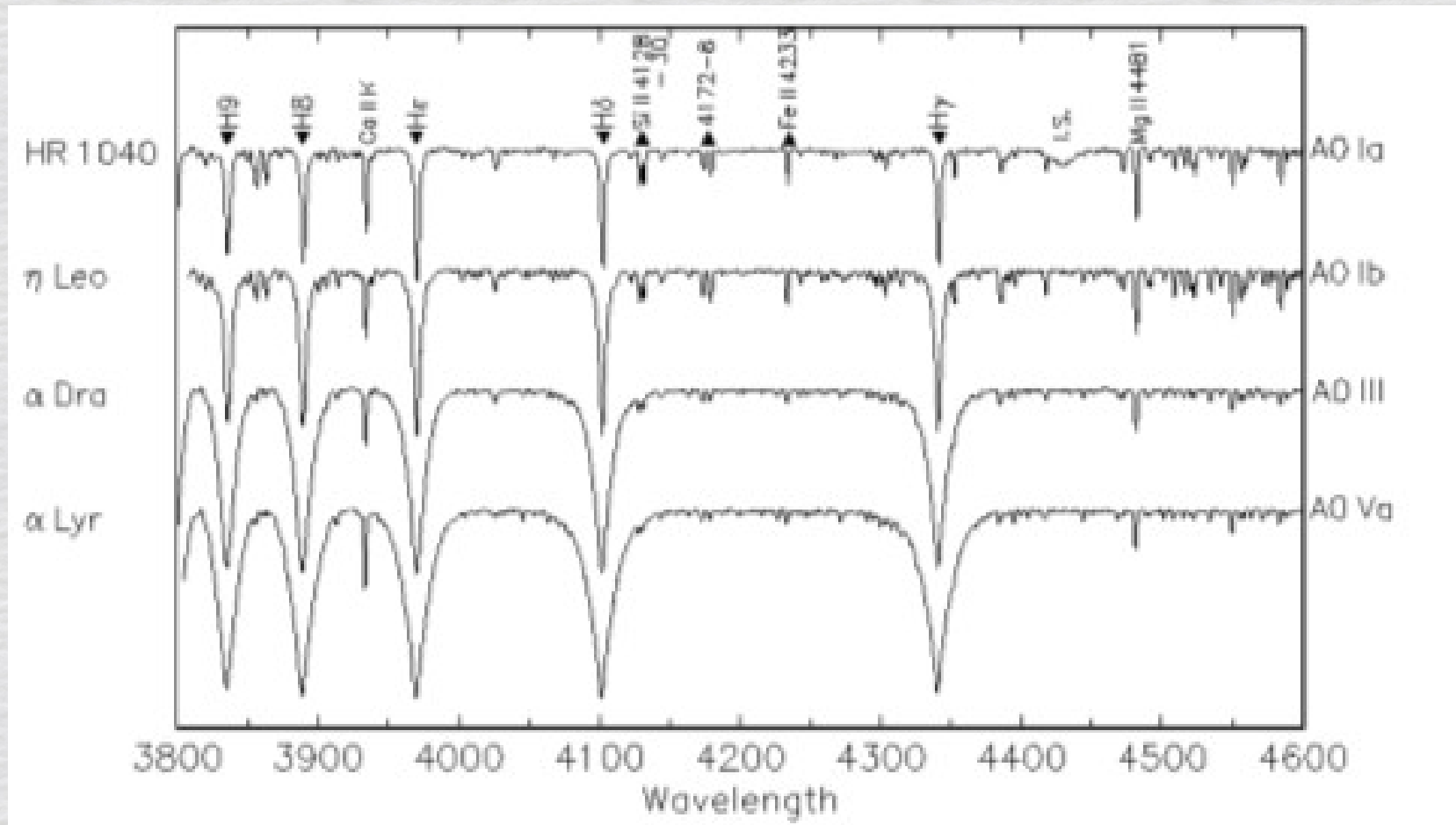
## Perfil Lorentziano



# Ancho colisional o de presión

(Broadening por presión (y colisional))

## Perfil Lorentziano



# Y hay más ...

| <b>Tipo de<br/>Ensanchamiento</b> | <b>Líneas<br/>afectadas</b>                  | <b>Partículas<br/>Perturbadoras</b> |
|-----------------------------------|--|-------------------------------------|
| <b>Stark Lineal</b>               | <b>H</b>                                     | <b>Protones y<br/>Electrones</b>    |
| <b>Stark Cuadrático</b>           | <b>Líneas en<br/>estrellas<br/>calientes</b> | <b>Electrones</b>                   |
| <b>Van der Waals</b>              | <b>Líneas en<br/>estrellas<br/>frías</b>     | <b>Átomos de H</b>                  |



# Mecanismos de ensanchamiento de las líneas espectrales

- Ancho natural
  - Perfil Lorentziano
- Ancho colisional o de presión
  - Perfil Lorentziano
- Ancho térmico o Doppler (efecto de turbulencia)
  - Perfil Gaussiano

# Perfil de Voigt

Colisional (incluyendo el ancho natural)

+

Doppler (incluyendo turbulencia)

# Perfil de Voigt

Colisional (incluyendo el ancho natural)

+

Doppler (incluyendo turbulencia)

En general hay más de un mecanismo de ensanchamiento actuando ...

- Si los diferentes mecanismos son independientes entre si, el perfil resultante se halla convolucionando los perfiles de cada mecanismo: la convolución de los perfiles de Lorentz y de Gauss → **perfil de Voigt!**



# Perfil de Voigt

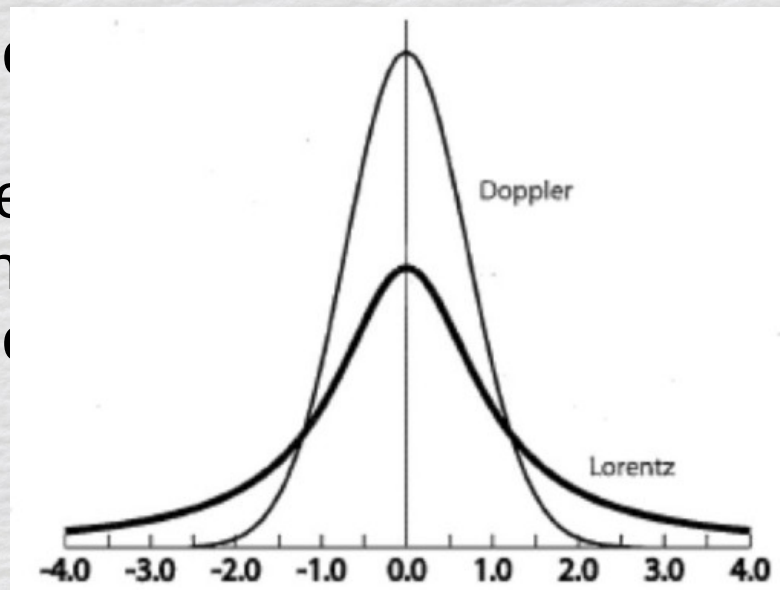
Colisional (incluyendo el ancho natural)

+

Doppler (incluyendo turbulencia)

En general hay mas de

- Si los diferentes me
- resultante se halla con
- La convolución del p



hamiento actuando ...

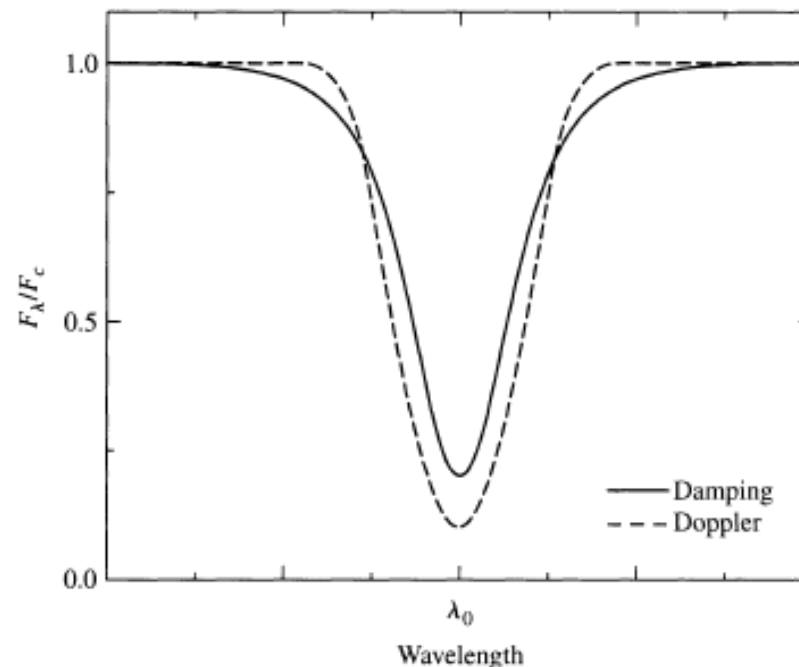
ntes entre si, el perfil  
e cada mecanismo:  
→ **perfil de Voigt!**

# Perfil de línea

Doppler → centro  
Lorentz → alas

## The Voigt Profile

The total line profile, called a **Voigt profile**, is due to the contributions of both the Doppler and damping profiles. The wider line profile for Doppler broadening dominates near the central wavelength  $\lambda_0$ . Farther from  $\lambda_0$ , however, the exponential decrease in the line depth for Doppler broadening means that there is a transition to a damping profile in the wings at a distance of about 1.8 times the Doppler value of  $(\Delta\lambda)_{1/2}$  from the center of the line. Thus line profiles tend to have *Doppler cores* and *damping wings*. Figure 9.19 schematically shows the Doppler and damping line profiles.



**FIGURE 9.19** Schematic damping and Doppler line profiles, scaled so they have the same equivalent width.

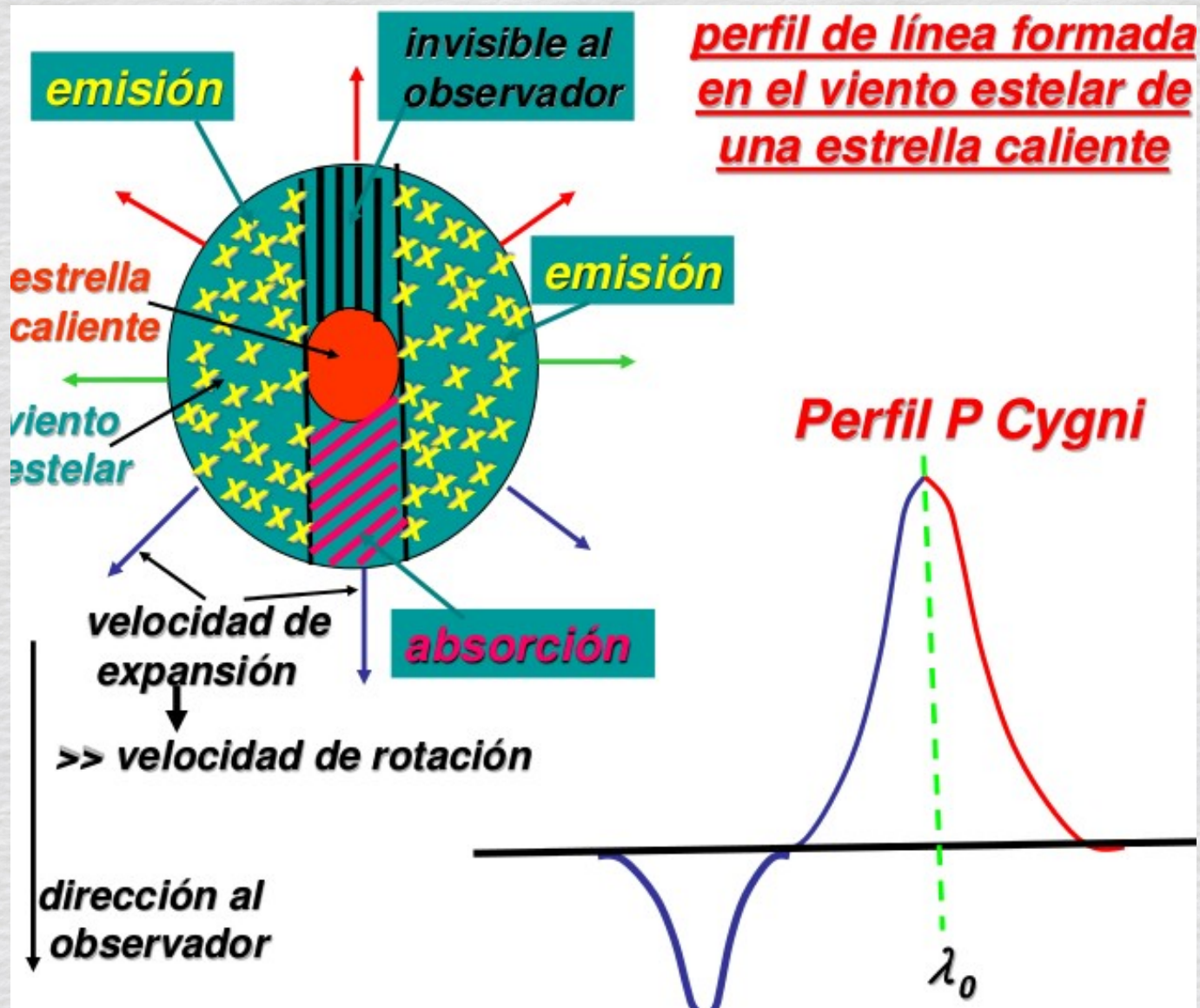
# Otros ensanchamientos ...

- P Cygni
- Rotaciones



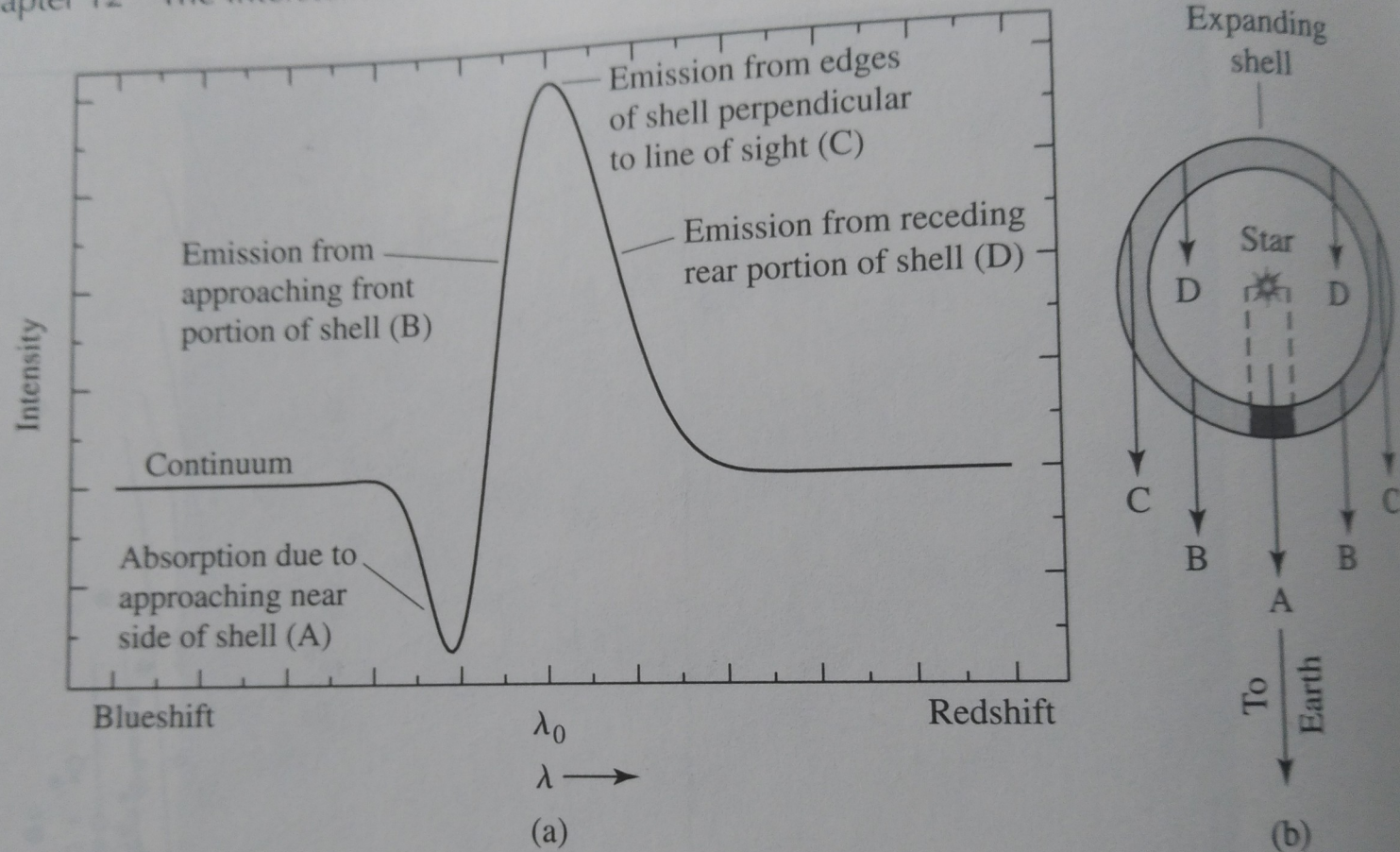
# Otros ensanchamientos ...

- P Cygni
- Rotaciones

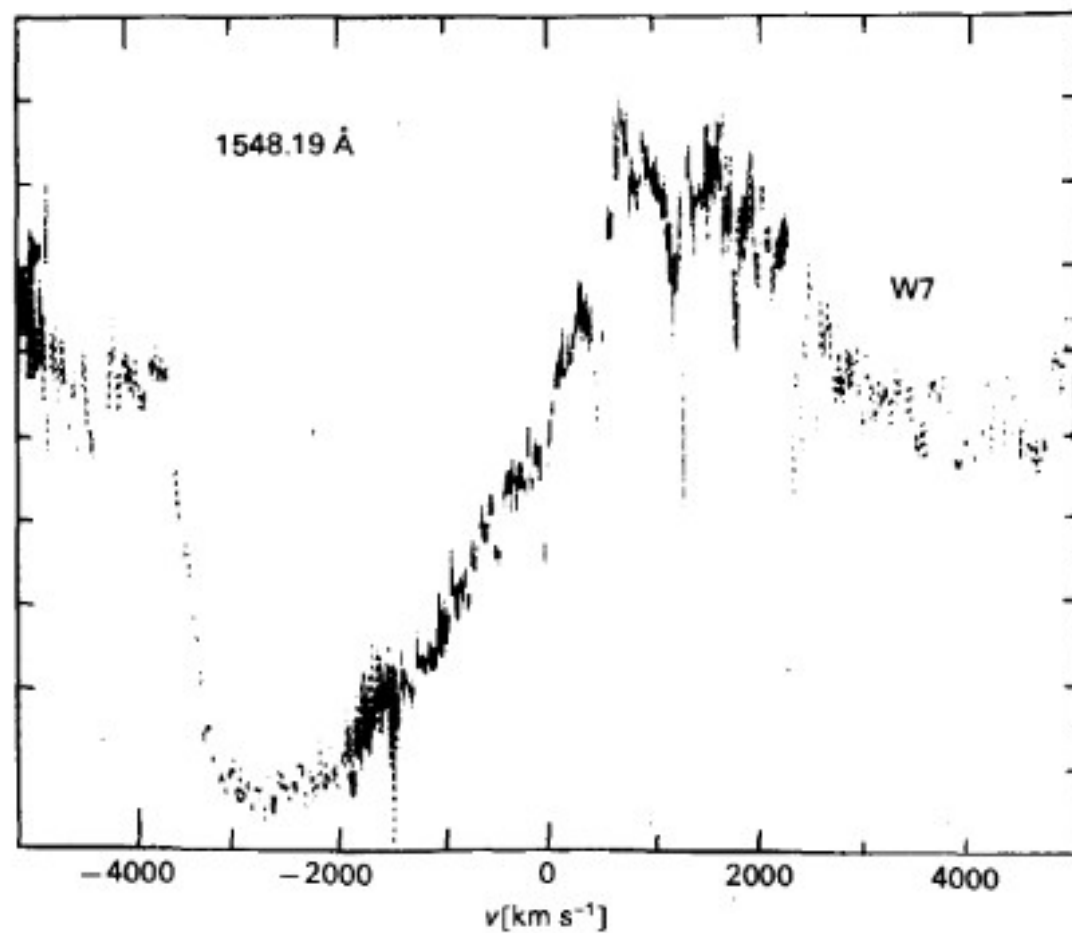




## Chapter 12 The Interstellar Medium and Star Formation



**FIGURE 12.17** (a) A spectral line exhibiting a P Cygni profile is characterized by a broad emission peak with a superimposed blueshifted absorption trough. (b) A P Cygni profile is produced by an expanding mass shell. The emission peak is due to the outward movement of material perpendicular to the line of sight, whereas the blueshifted absorption feature is caused by the approaching matter in the shaded region, intercepting photons coming from the central star.



*Fig. 16.4.* The P Cygni profile of the C IV lines at 1550 Å as seen in the spectrum of the O4 V star 9 Sgr.



Such P Cygni line profiles can be interpreted as being caused by a spherically symmetric, expanding shell, as we explain in Figs. 16.5 and 16.6. When the observer is in the direction of the bottom of the page, the material in the shaded area is in front of the star and contributes to an

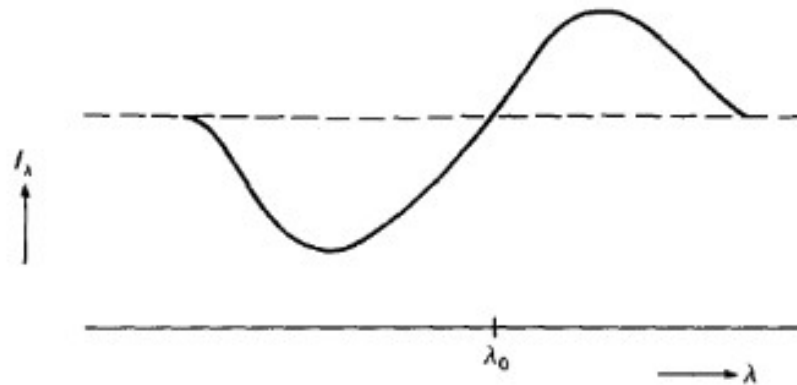


Fig. 16.5. A P Cygni profile of an absorption-emission line is expected to be observed for an expanding shell of gas around a star.

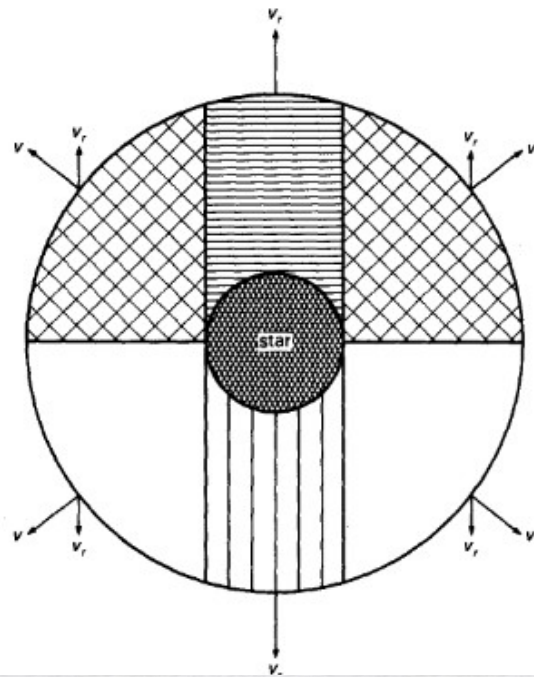
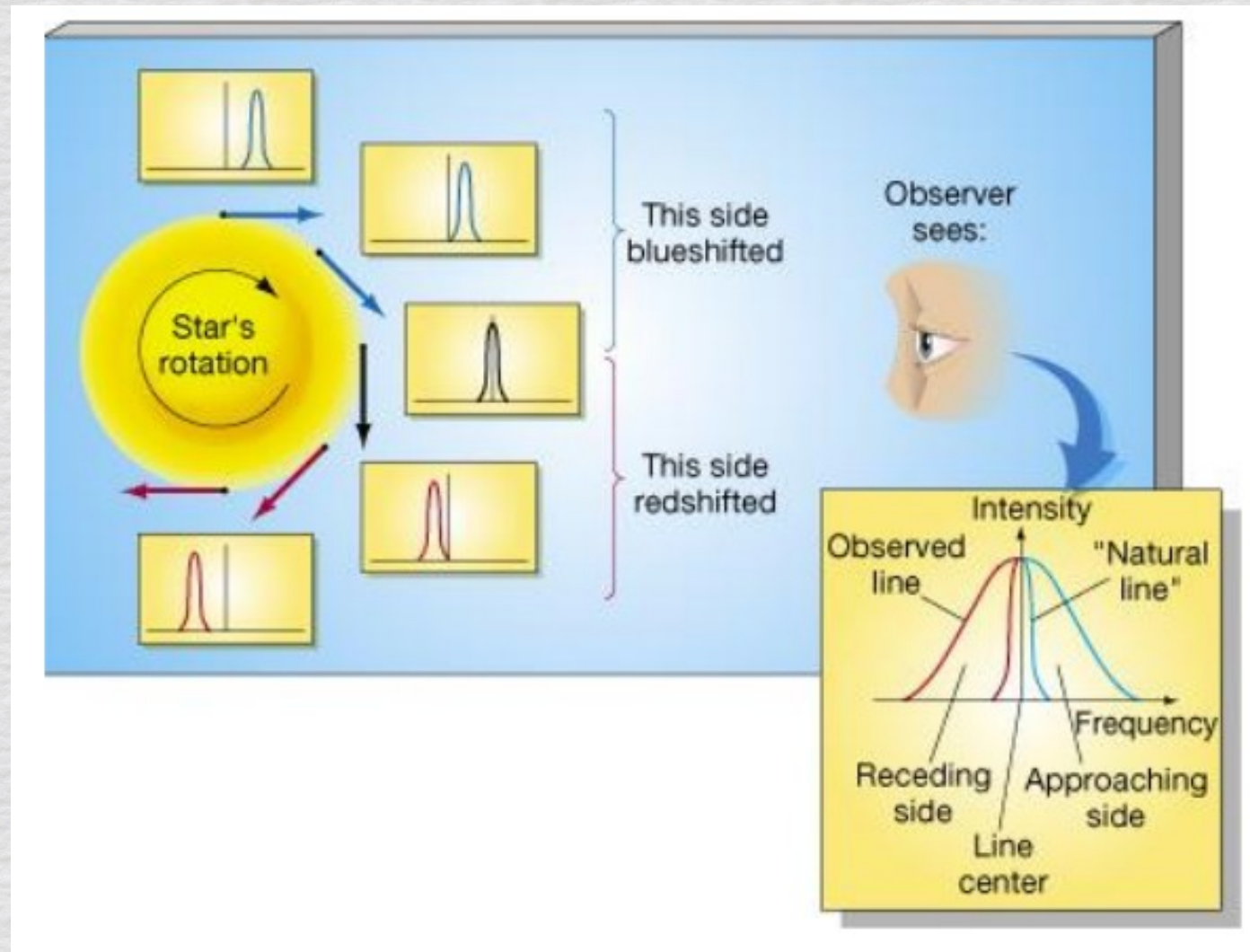


Fig. 16.6 demonstrates the geometry of a spherically symmetrically expanding shell around a star (dark area). The shaded area in front of the star contributes to the absorption component in the P Cygni profile which is shifted toward shorter wavelengths. The white areas lead to emission at shortward shifted wavelengths. The cross-hatched area leads to emission shifted to longer wavelengths than the laboratory wavelength  $\lambda_0$ . The horizontally shaded column behind the star is obscured by the star and cannot be seen.

# Otros ensanchamientos ...

- P Cygni
- **Rotaciones**





# Resumen ...

| Tipo de Ensanchamiento | Causa Física   |
|------------------------|--|
| Ancho Natural          | Principio de incerteza debido al tiempo finito medio de permanencia en el nivel excitado.  |
| Ancho Colisional       | Perturbación de los niveles energéticos debido a la presencia de otras partículas con las cuales el absorbedor colisiona o tiene encuentros. |
| Ancho Doppler          | Movimiento térmico de las partículas que producen la línea.  |
| Ancho Turbulento       | Efecto Doppler en el movimiento en conjunto de los "celdas o burbujas en las atmósferas estelares.   |

| Tipo de Ensanchamiento | Causa Física   |
|------------------------|--|
| Ancho rotacional       | Efecto Doppler debido a la rotación del disco estelar. |
| Perifl P Cygni         | Viento estelar.  |



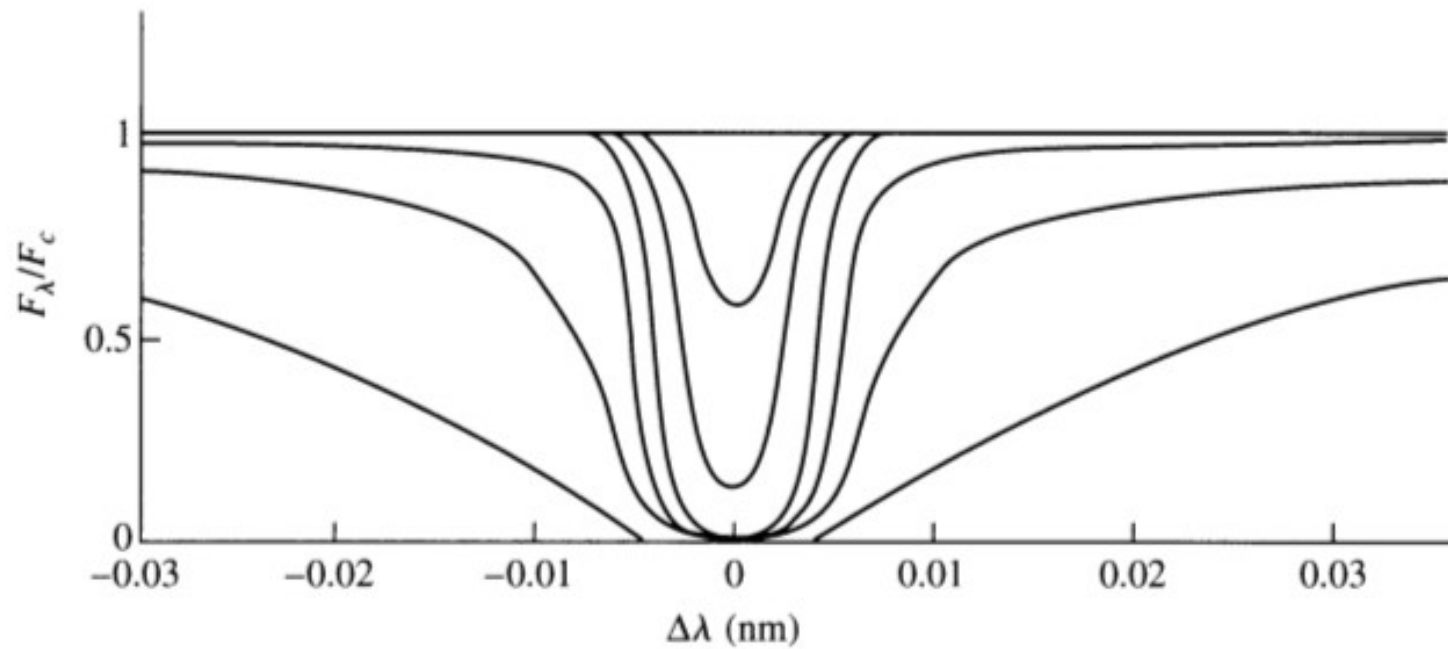
# Resumen ...

| Ensanchamiento          | Causa                            | Perfil  |
|-------------------------|----------------------------------|---------|
| Natural                 | $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$ | Lorentz |
| Colisional o de Presión | Presión Atmosférica              | Lorentz |
| Térmico o Doppler       | Mov. Térmicos + Turbulencia      | Gauss   |
| Total (Convolución)     | Todos los Anteriores             | Voigt   |

| Ensanchamiento | Causa            | Perfil     |
|----------------|------------------|------------|
| Rotacional     | Rotación Estelar | Rotacional |
| P Cygni        | Viento Estelar   | P Cygni    |

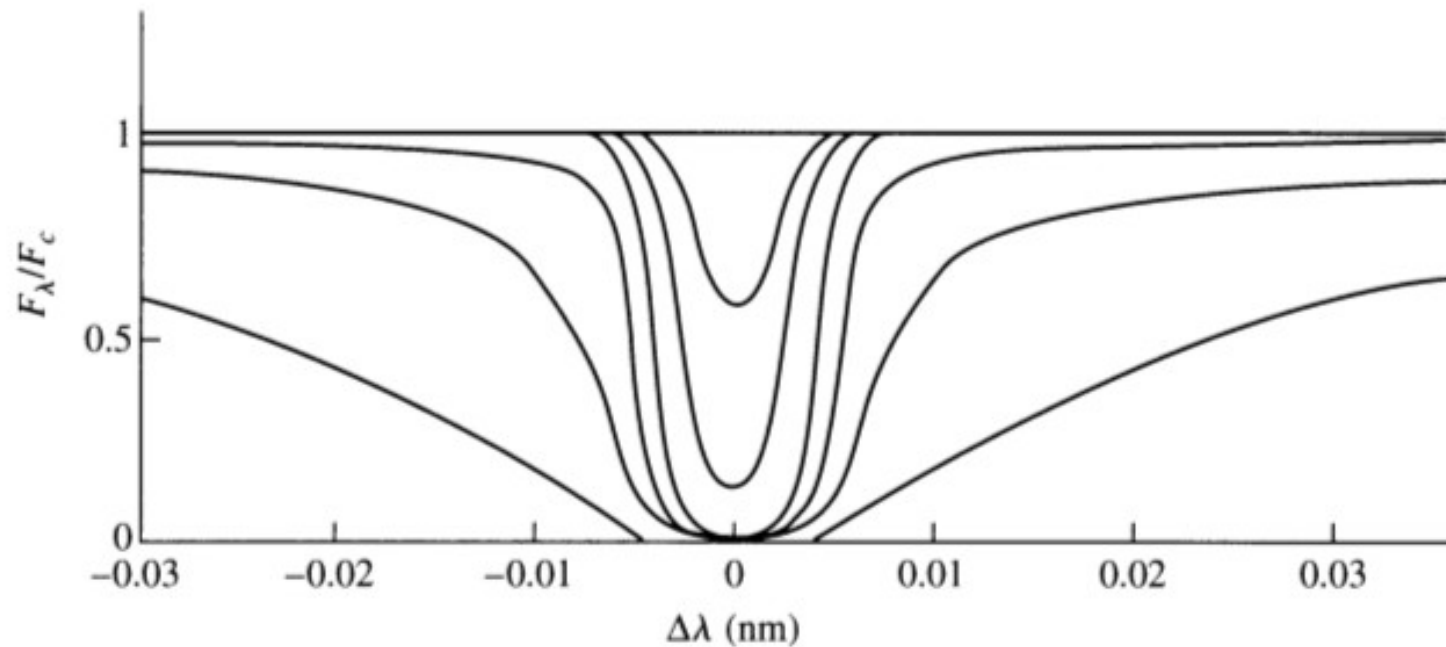
# Curva de crecimiento

- Perfil de línea
- Doppler \* Lorentz  $\rightarrow$  Voigt



**FIGURE 9.20** Voigt profiles of the K line of Ca II. The shallowest line is produced by  $N_a = 3.4 \times 10^{15}$  ions  $\text{m}^{-2}$ , and the ions are ten times more abundant for each successively broader line. (Adapted from Novotny, *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*, Oxford University Press, New York, 1973.)





**FIGURE 9.20** Voigt profiles of the K line of Ca II. The shallowest line is produced by  $N_a = 3.4 \times 10^{15}$  ions  $\text{m}^{-2}$ , and the ions are ten times more abundant for each successively broader line. (Adapted from Novotny, *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*, Oxford University Press, New York, 1973.)

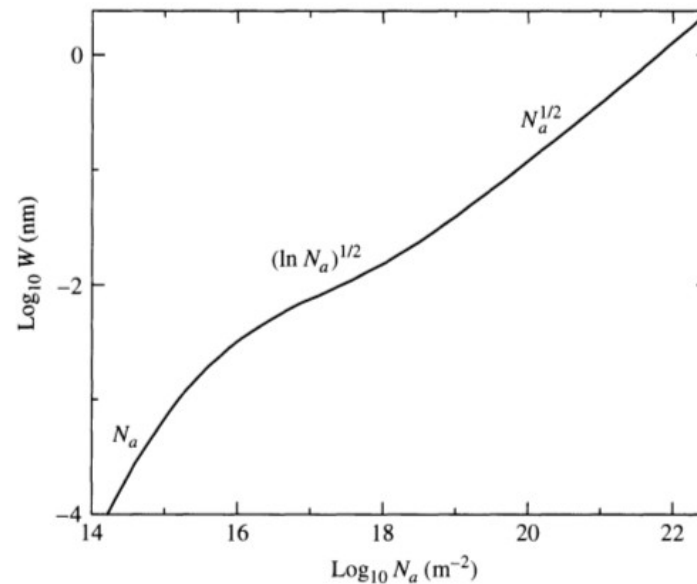
$$\text{EW} = F(\text{Na})$$

Na = número de átomos absorbedores por u. de área

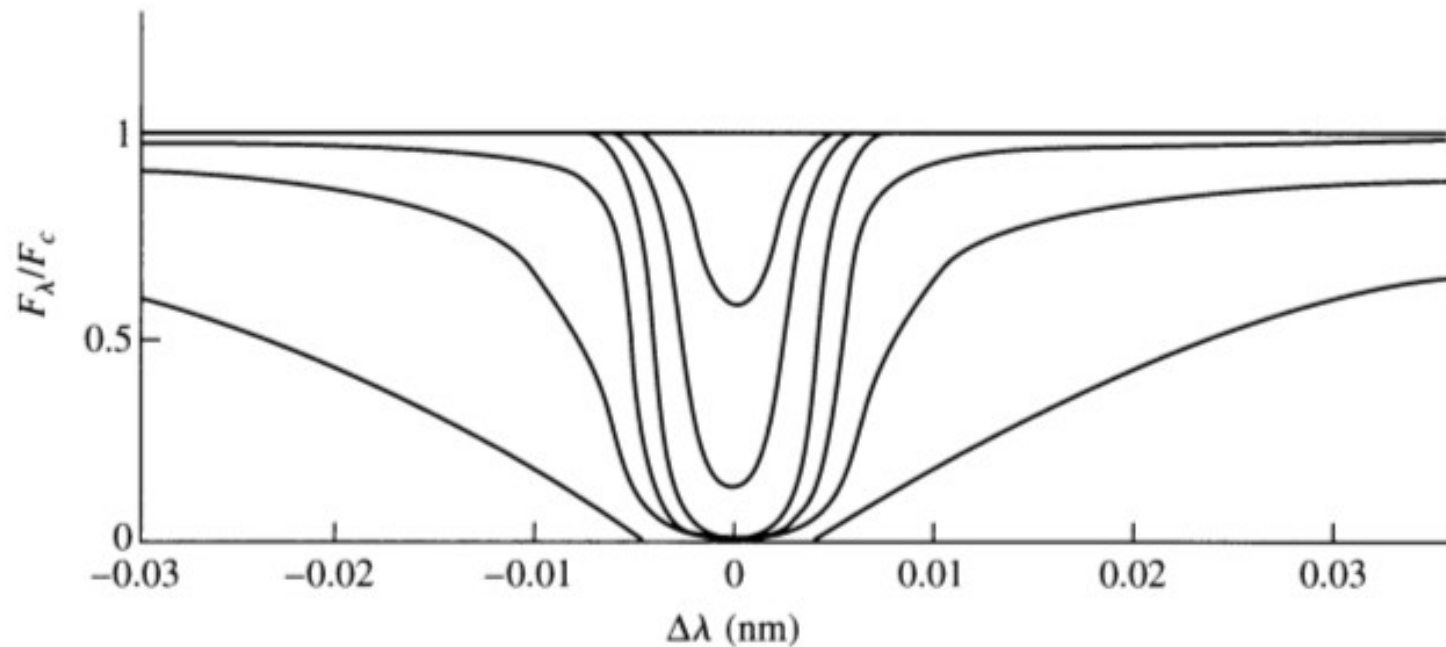
# La Curva de Crecimiento (Curve of Growth)

Es un gráfico EW en función de  $N_a$

Permite determinar  $N_a \rightarrow$  abundancia de elementos químicos



**FIGURE 9.21** The curve of growth for the K line of Ca II. As  $N_a$  increases, the functional dependence of the equivalent width ( $W$ ) changes. At various positions along the curve of growth,  $W$  is proportional to the functional forms indicated. (Figure adapted from Aller, *The Atmospheres of the Sun and Stars*, Ronald Press, New York, 1963.)



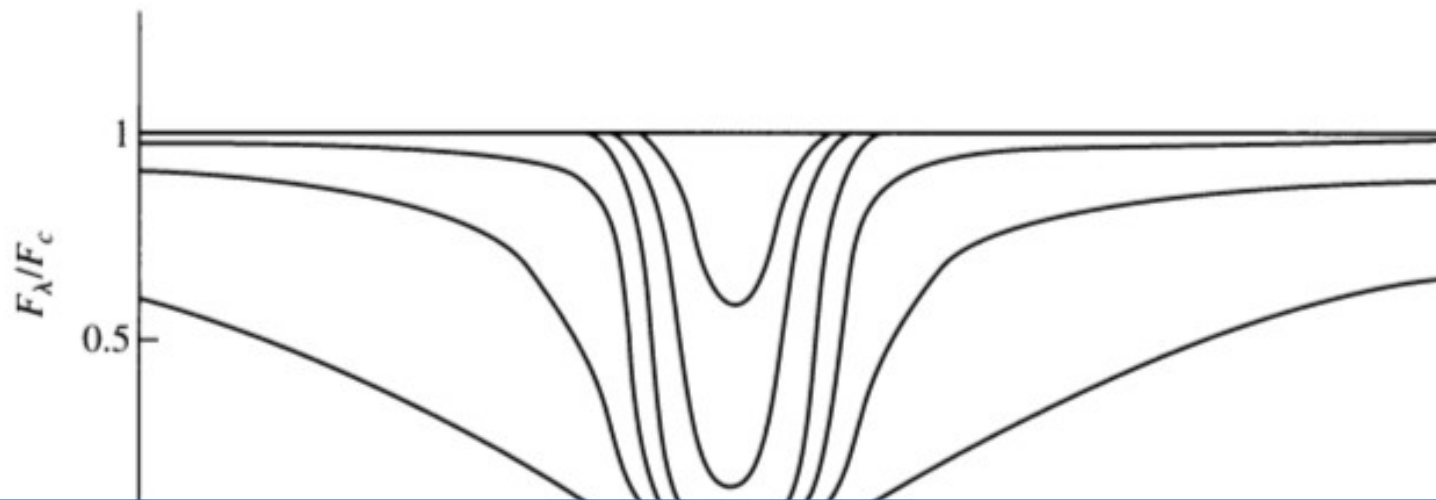
**FIGURE 9.20** Voigt profiles of the K line of Ca II. The shallowest line is produced by  $N_a = 3.4 \times 10^{15}$  ions  $\text{m}^{-2}$ , and the ions are ten times more abundant for each successively broader line. (Adapted from Novotny, *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*, Oxford University Press, New York, 1973.)

$$\text{EW} = F(N_a)$$

$N_a$  = número de átomos absorbedores por u. de área

$f$  = probabilidades relativas de un e- de hacer una transición: Fza de oscilador  
 $\rightarrow f \times N_a$ : número de átomos que producen una línea determinada.





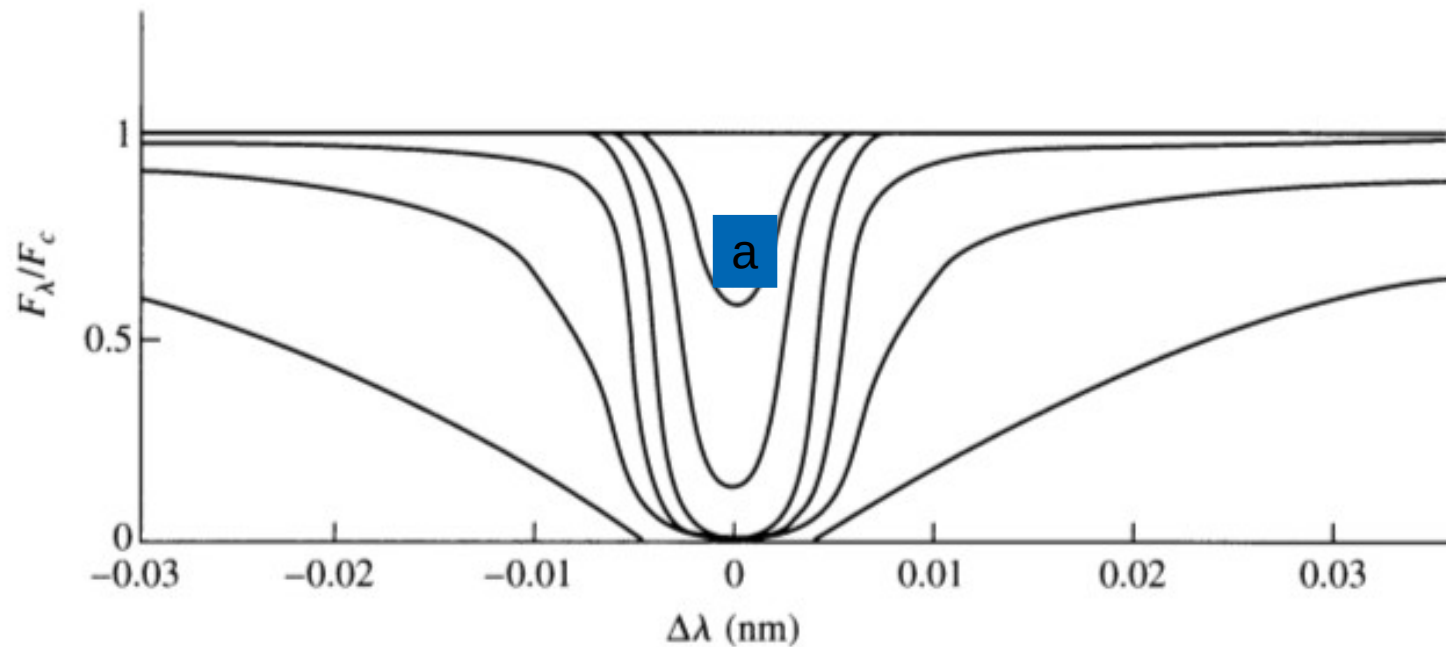
El cálculo de una línea espectral depende, no solamente de la abundancia del elemento que la forma, sino también de los detalles mecánico-cuántico de cómo los átomos absorben los fotones.

$3.4 \times 10^{10}$  ions  $\text{m}^{-2}$ , and the ions are ten times more abundant for each successively broader line. (Adapted from Novotny, *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*, Oxford University Press, New York, 1973.)

$$\text{EW} = F(\text{Na})$$

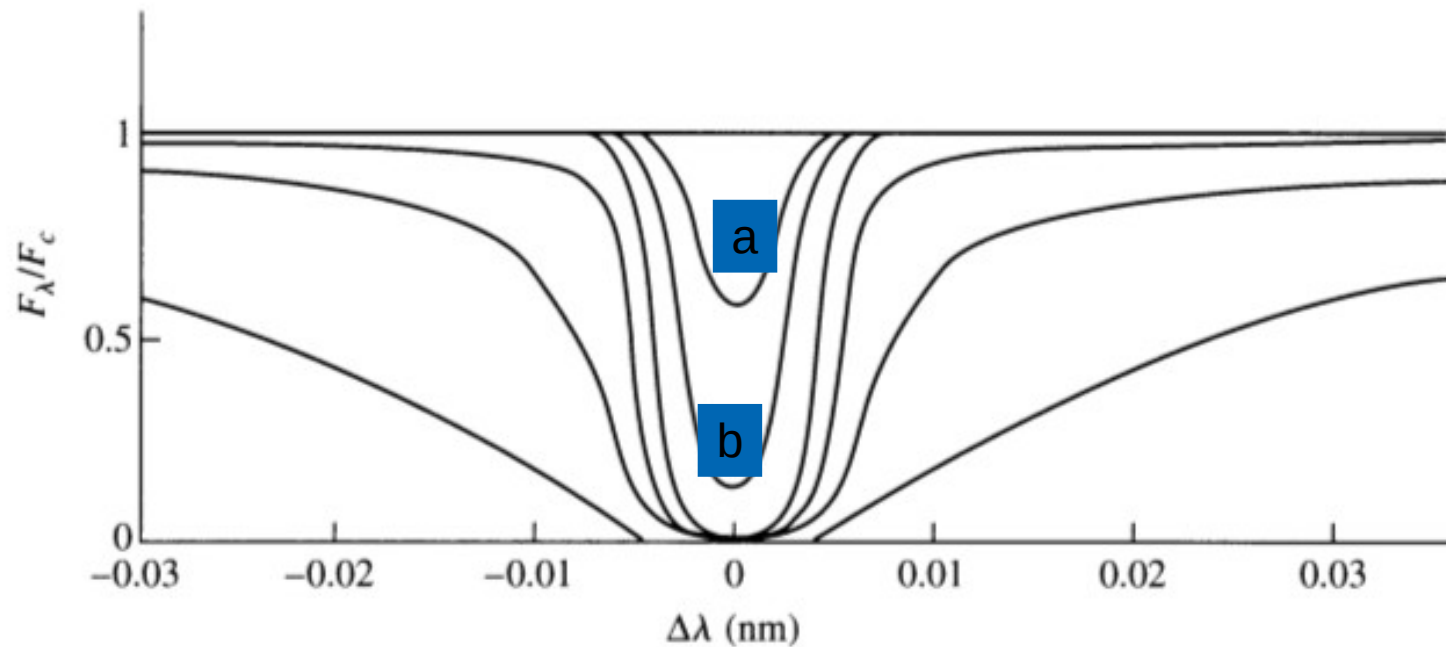
Na = número de átomos absorbedores por u. de área

f = probabilidades relativas de un e- de hacer una transición: Fza de oscilador  
 →  $f \times \text{Na}$ : número de átomos que producen una línea determinada.



**FIGURE 9.20** Voigt profiles of the K line of Ca II. The shallowest line is produced by  $N_a = 3.4 \times 10^{15} \text{ ions m}^{-2}$ , and the ions are ten times more abundant for each successively broader line. (Adapted from Novotny, *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*, Oxford University Press, New York, 1973.)

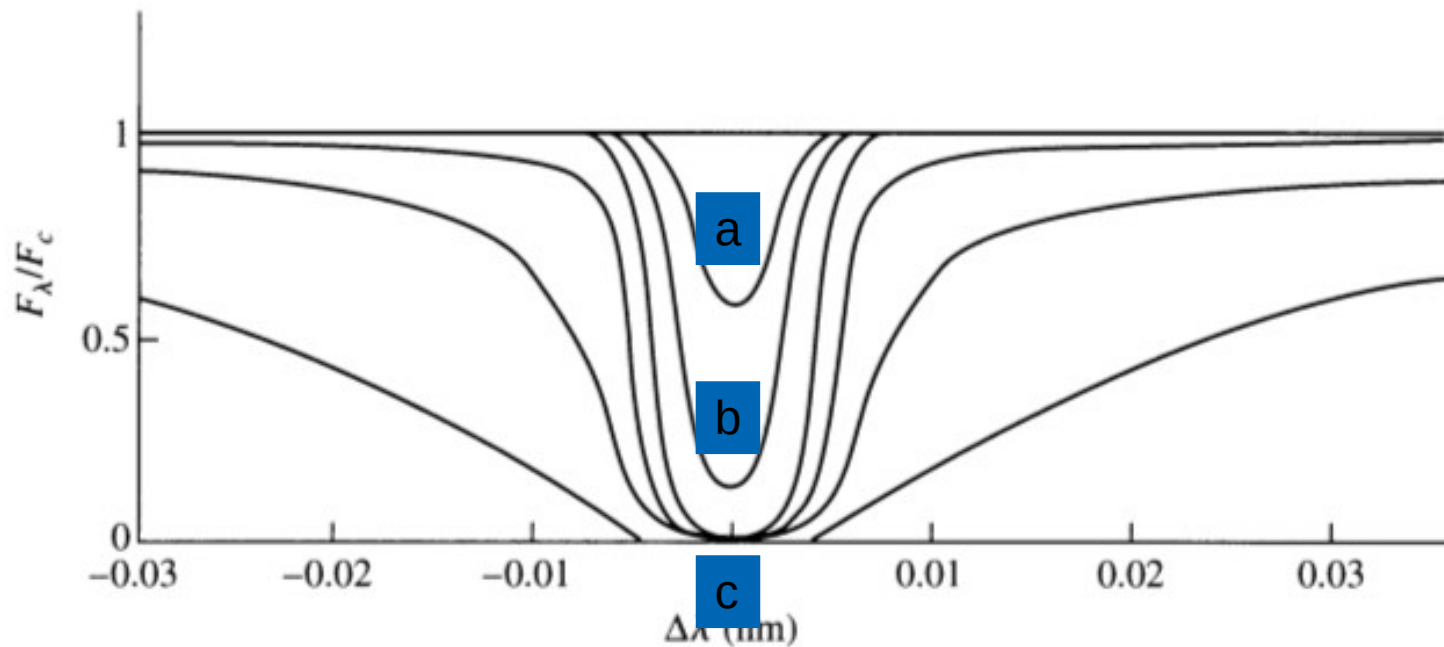
a - Cuando  $N_a$  es pequeño, la línea es poco profunda y ensanchada por el efecto Doppler.



**FIGURE 9.20** Voigt profiles of the K line of Ca II. The shallowest line is produced by  $N_a = 3.4 \times 10^{15} \text{ ions m}^{-2}$ , and the ions are ten times more abundant for each successively broader line. (Adapted from Novotny, *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*, Oxford University Press, New York, 1973.)

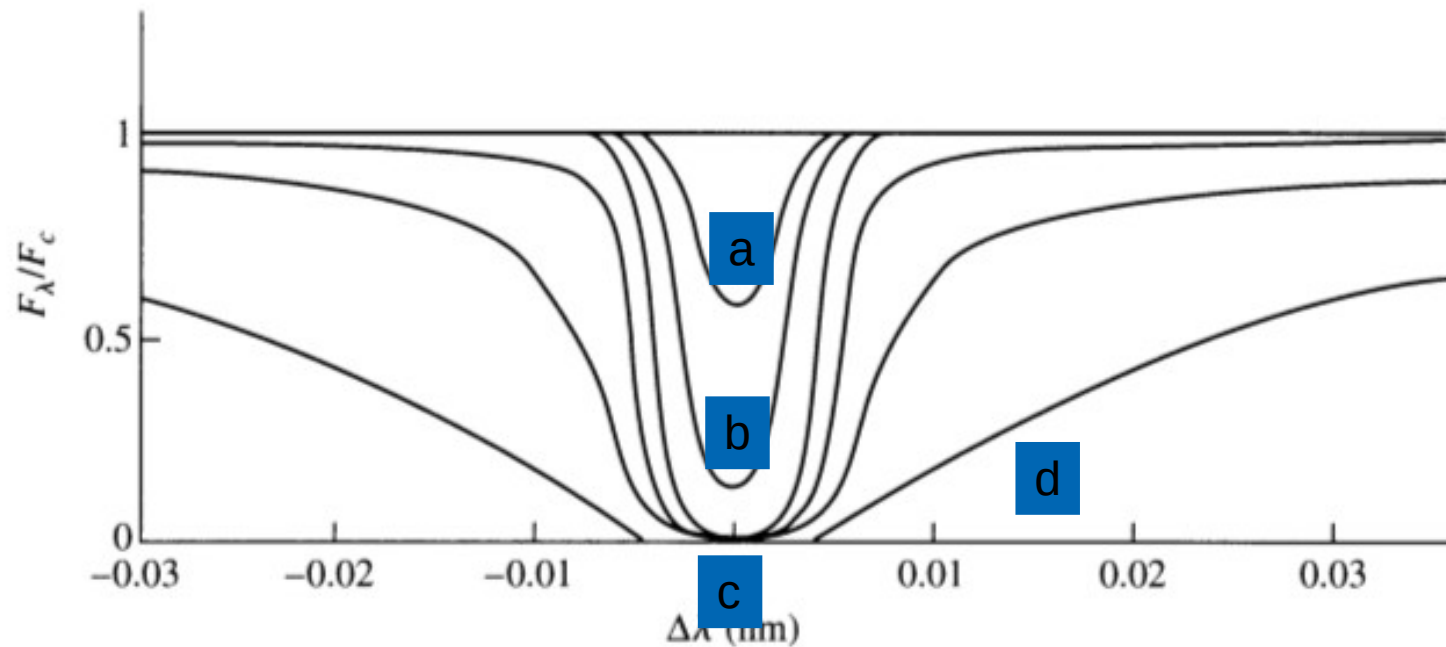
- a - Cuando  $N_a$  es pequeño, la línea es poco profunda y ensanchada por el efecto Doppler.
- b - Si aumenta el  $N_a$  y éste sigue siendo pequeño en comparación con el número de fotones disponibles, la energía absorbida en cualquier longitud de onda dentro de la línea crece en forma directamente proporcional a  $N_a$ . El perfil de la línea crece con  $N_a$  y  $W_\lambda$  proporcional  $N_a \lambda$ .





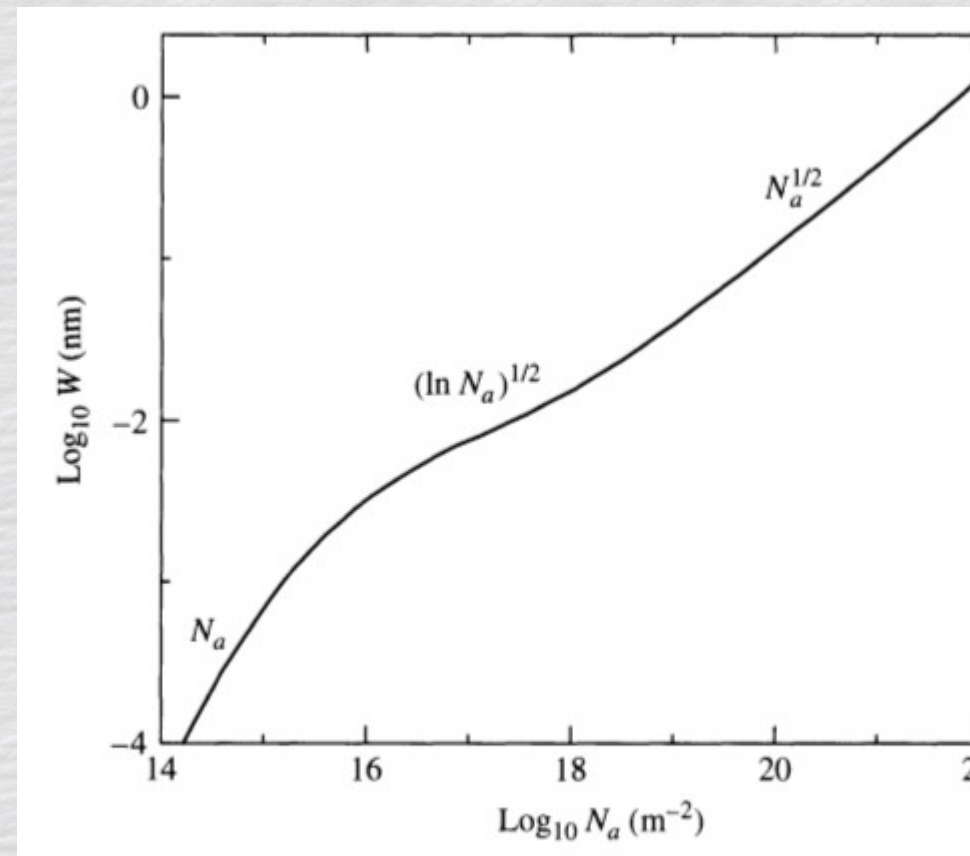
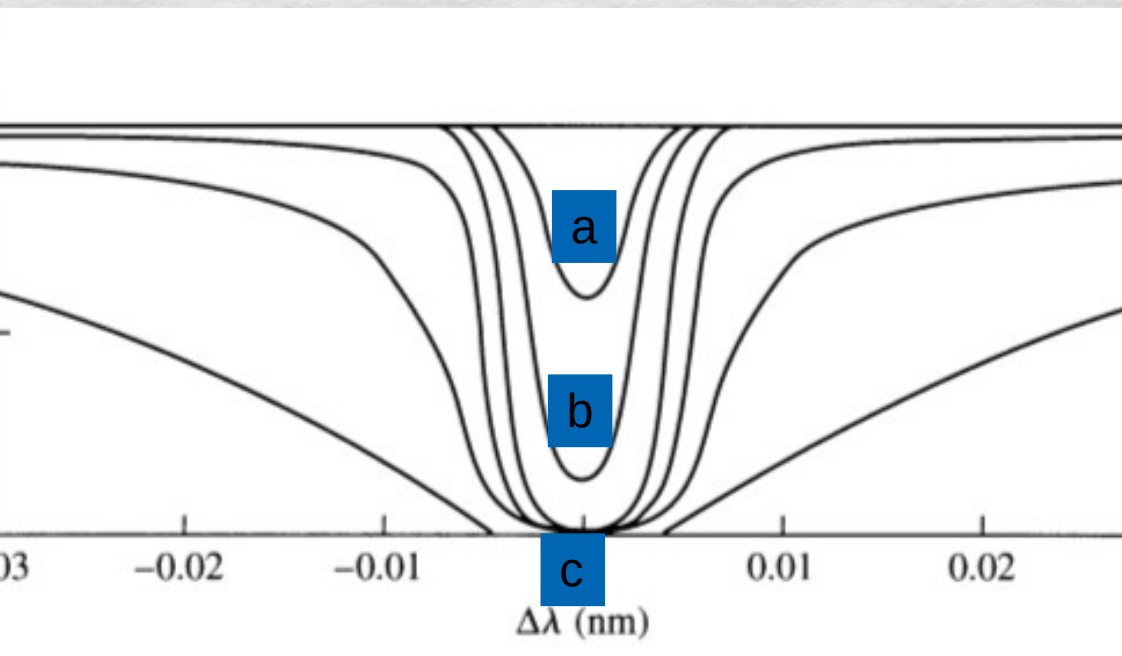
**FIGURE 9.20** Voigt profiles of the K line of Ca II. The shallowest line is produced by  $N_a = 3.4 \times 10^{15} \text{ ions m}^{-2}$ , and the ions are ten times more abundant for each successively broader line. (Adapted from Novotny, *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*, Oxford University Press, New York, 1973.)

- a - Cuando  $N_a$  es pequeño, la línea es poco profunda y ensanchada por el efecto Doppler.
- b - Si aumenta el  $N_a$  y éste sigue siendo pequeño en comparación con el número de fotones disponibles, la energía absorbida en cualquier longitud de onda dentro de la línea crece en forma directamente proporcional a  $N_a$ . El perfil de la línea crece con  $N_a$  y  $W_\lambda$  proporcional a  $N_a$ .
- c - Si se incrementa  $N_a$  tal que haya más absorbedores que fotones, se produce la saturación de la línea. En esta situación:  $W_\lambda$  proporcional a  $(\log N_a)^{1/2}$ .



**FIGURE 9.20** Voigt profiles of the K line of Ca II. The shallowest line is produced by  $N_a = 3.4 \times 10^{15} \text{ ions m}^{-2}$ , and the ions are ten times more abundant for each successively broader line. (Adapted from Novotny, *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*, Oxford University Press, New York, 1973.)

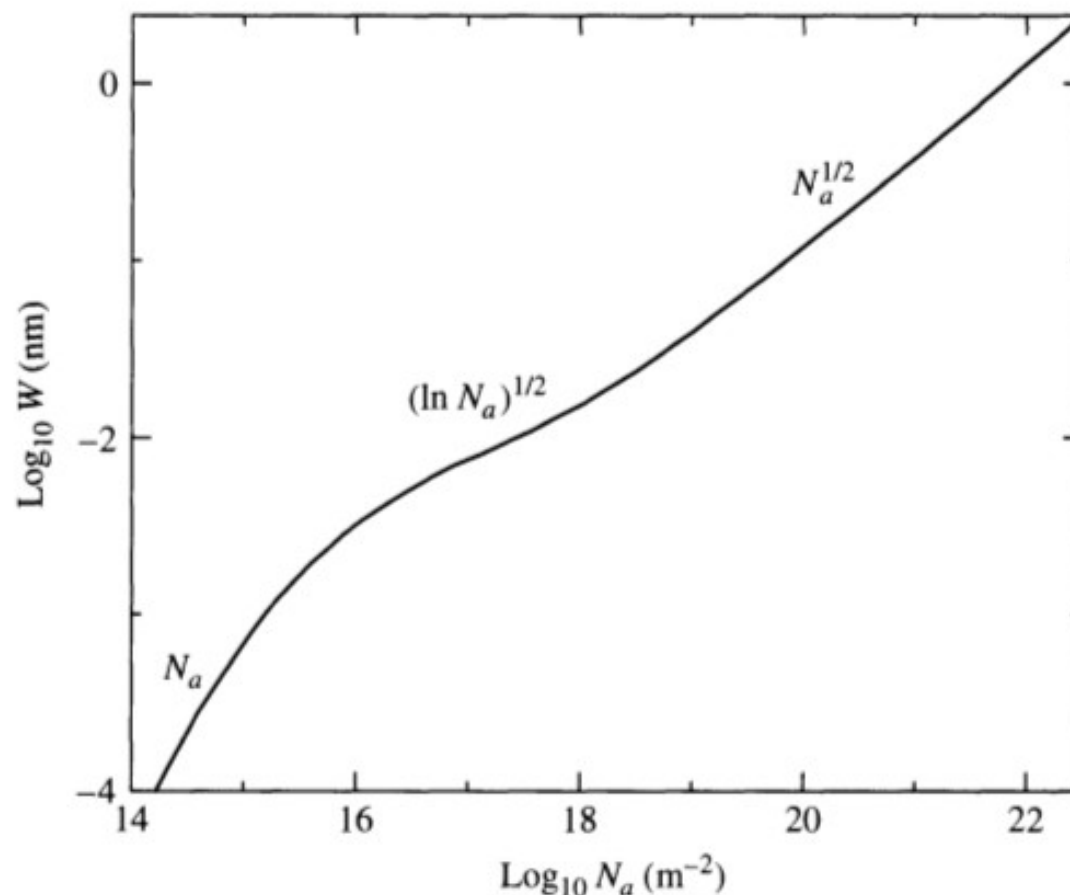
- a - Cuando  $N_a$  es pequeño, la línea es poco profunda y ensanchada por el efecto Doppler.
- b - Si aumenta el  $N_a$  y éste sigue siendo pequeño en comparación con el número de fotones disponibles, la energía absorbida en cualquier longitud de onda dentro de la línea crece en forma directamente proporcional a  $N_a$ . El perfil de la línea crece con  $N_a$  y  $W_\lambda$  proporcional a  $N_a f$ .
- c - Si se incrementa  $N_a$  tal que haya más absorbedores que fotones, se produce la saturación de la línea. En esta situación:  $W_\lambda$  proporcional a  $(\log N_a f)^{1/2}$ .
- d - Si continúa aumentando el número de  $N_a$ , el centro de la línea no puede aumentar más, sin embargo, los absorbedores son ahora capaces de absorber en otras frecuencias por el efecto de presión. La línea aumenta en la zona de las alas.



- a - Cuando  $N_a$  es pequeño, la línea es poco profunda y ensanchada por el efecto Doppler.
- b - Si aumenta el  $N_a$  y éste sigue siendo pequeño en comparación con el número de fotones disponibles, la energía absorbida en cualquier longitud de onda dentro de la línea crece en forma directamente proporcional a  $N_a$ . El perfil de la línea crece con  $N_a$  y  $W_\lambda$  proporcional a  $N_a f$ .
- c - Si se incrementa  $N_a$  tal que haya más absorbedores que fotones, se produce la saturación de la línea. En esta situación:  $W_\lambda$  proporcional a  $(\log N_a f)^{1/2}$ .
- d - Si continúa aumentando el número de  $N_a$ , el centro de la línea no puede aumentar más, sin embargo, los absorbedores son ahora capaces de absorber en otras frecuencias por el efecto de presión. La línea aumenta en la zona de las alas.



# La Curva de Crecimiento



**FIGURE 9.21** The curve of growth for the K line of Ca II. As  $N_a$  increases, the functional dependence of the equivalent width ( $W$ ) changes. At various positions along the curve of growth,  $W$  is proportional to the functional forms indicated. (Figure adapted from Aller, *The Atmospheres of the Sun and Stars*, Ronald Press, New York, 1963.)