

1 Teoria

1.1 Sistema de Clasificacion de Harvard

Spectral Type	Characteristics
O	Hottest blue-white stars with few lines Strong He II absorption (sometimes emission) lines. He I absorption lines becoming stronger.
B	Hot blue-white He I absorption lines strongest at B2. H I (Balmer) absorption lines becoming stronger.
A	White Balmer absorption lines strongest at A0, becoming weaker later. Ca II absorption lines becoming stronger.
F	Yellow-white Ca II lines continue to strengthen as Balmer lines continue to weaken. Neutral metal absorption lines (Fe I, Cr I).
G	Yellow Solar-type spectra. Ca II lines continue becoming stronger. Fe I, other neutral metal lines becoming stronger.
K	Cool orange Ca II H and K lines strongest at K0, becoming weaker later. Spectra dominated by metal absorption lines.
M	Cool red Spectra dominated by molecular absorption bands, especially titanium oxide (TiO) and vanadium oxide (VO). Neutral metal absorption lines remain strong.
L	Very cool, dark red Stronger in infrared than visible. Strong molecular absorption bands of metal hydrides (CrH, FeH), water (H ₂ O), carbon monoxide (CO), and alkali metals (Na, K, Rb, Cs). TiO and VO are weakening.
T	Coolest, Infrared Strong methane (CH ₄) bands but weakening CO bands.

S and C spectral types for evolved giant stars are discussed on page 466.

Figure 1.

1.2 Distribucion de Velocidades de Maxwell-Boltzman

Queremos responder 2 preguntas:

- In what orbitals are electrons most likely to be found?
- What are the relative numbers of atoms in various stages of ionization?
- Distribucion de Maxwell: Describe la fraccion de particulas en un dado rango de velocidades. De esta forma el numero de particulas de gas , por unidad de volumen, que tienen velocidades

entre $[v, v + dv]$ esta dado por:

$$n_v dv = \textcolor{red}{n} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} 4\pi v^2 dv$$

$$\frac{N}{N_{\text{Total}}} = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} 4\pi v^2 dv = \frac{1}{\textcolor{red}{n}} \int_{v_1}^{v_2} n_v dv \quad (1)$$

- n es el numero de particulas por unidad de volumen (densidad)
- $n_v = \frac{\partial n}{\partial v}$
- m es la masa de la particula
- k es la constante de Boltzmann
- T es la temperatura del gas en $[K]$

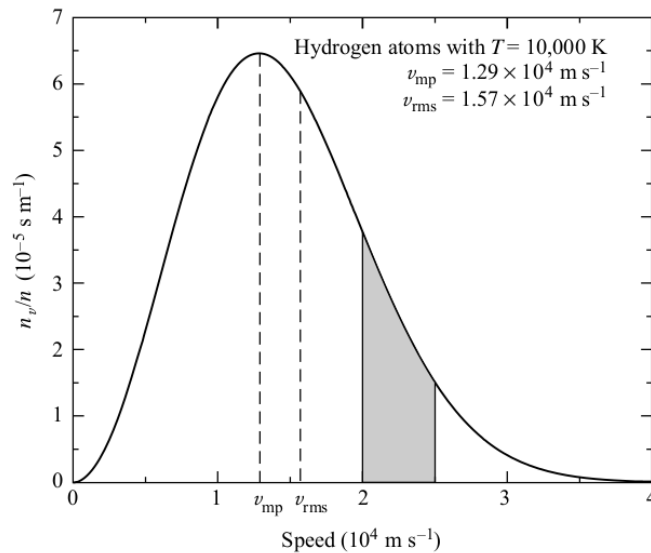


FIGURE 8.6 Maxwell–Boltzmann distribution function, n_v/n , for hydrogen atoms at a temperature of 10,000 K. The fraction of hydrogen atoms in the gas having velocities between $2 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ and $2.5 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ is the shaded area under the curve between those two velocities; see Example 8.1.1.

Figure 2.

- Notas:
 - El exponente de la distribucion es el cociente entre la energia cinetica $\frac{1}{2} m v^2$ y la energia termica kT
 - El pico de la distribucion esta dado cuando se equiparan los valores de energia cinetica y termica y esto se da a la velocidad mas probable: $v_{\text{mp}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$
 - Tambien tenemos la $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ (Mayor velocidad que v_{mp})
- Problema: Determinar la Fraccion de atomos en un gas que esta a temperatura de 10000[K] que tienen velocidades entre $[2, 2.5] \times 10^4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
 - De la ecuacion (1): $\frac{N}{N_{\text{Total}}} = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} 4\pi v^2 dv = \frac{1}{\textcolor{red}{n}} \int_{v_1}^{v_2} n_v dv$

- Se puede estimar el valor de la integral como: $\frac{1}{n} \int_{v_1}^{v_2} n_v dv = \frac{1}{n} n(\bar{v})(v_2 - v_1)$
- Donde: $\bar{v} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$
- Entonces el calculo puede hacerse usando las velocidades medias:

$$\frac{N}{N_{\text{Total}}} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m\bar{v}^2/2kT} 4\pi \bar{v}^2$$

1.3 Ecuacion de Boltzmann

- Orbitals of higher energy are less likely to be occupied by electrons.
- Existe un conjunto de numeros cuanticos que especifican el estado χ de una partícula y por lo tanto la energia de ese estado: $\chi = \{n, l, m_l, m_s\}$

El cociente de probabilidades de ocurrencia de un sistema entre dos estados esta dado por:

$$\frac{P(\chi_b)}{P(\chi_a)} = \frac{e^{-E_b/kT}}{e^{-E_a/kT}} = e^{-(E_b - E_a)/kT}$$

$e^{-(E_b - E_a)/kT}$: **Factor de Boltzmann**

Donde $P(\chi_i)$ es la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado χ_i (caracterizado por los numeros cuanticos $\{n, l, m_l, m_s\}_i$)

- Nota/Análisis: Suponga que $E_b > E_a$; $P(\chi_b) = e^{-(E_b - E_a)/kT} P(\chi_a)$ nos da la probabilidad de transicionar al estado χ_b
 - Si $T \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{P(\chi_b)}{P(\chi_a)} \rightarrow 0$ entonces, la probabilidad de transicionar a χ_b es nula
 - Si $T \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{P(\chi_b)}{P(\chi_a)} \rightarrow 1$ entonces, la probabilidad de transicionar a χ_b es 100%
- **Numero de estados:** Nos interesa contar el numero de estados χ que tienen energia E . Hay muchos estados que pueden tener la misma energia, esto se denomina degeneracion: $\{\chi_1, \dots, \chi_n\}$ todos tienen energia E (Esto se da porque distintas combinaciones de numeros cuanticos $\{n, l, m_l, m_s\}$ dan distintos estados que tienen la misma energia asociada).

Ground States s_1				Energy E_1
n	ℓ	m_ℓ	m_s	(eV)
1	0	0	+1/2	-13.6
1	0	0	-1/2	-13.6

First Excited States s_2				Energy E_2
n	ℓ	m_ℓ	m_s	(eV)
2	0	0	+1/2	-3.40
2	0	0	-1/2	-3.40
2	1	1	+1/2	-3.40
2	1	1	-1/2	-3.40
2	1	0	+1/2	-3.40
2	1	0	-1/2	-3.40
2	1	-1	+1/2	-3.40
2	1	-1	-1/2	-3.40

- **Peso estadístico:** En este contexto definimos el peso estadístico g como el numero de estados $\{\chi_i\}$ que tienen energia E .

- Entonces el cociente de probabilidades es:

$$\frac{P(\chi_b)}{P(\chi_a)} = \frac{g_b}{g_a} e^{-(E_b - E_a)/kT} \rightarrow \frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b}{g_a} e^{-(E_b - E_a)/kT}$$

El paso de una formula a otra se da para el casos de regiones bastas de atomos, como en las estrellas donde el cociente entre probabilidades es el mismo que el cociente entre numero de atomos.

- Como hago para contar el numero de estados g ? : Para el caso del atomo de Hidrogeno simple. El numero de estados con energia: $E_n = -\frac{RZ^2}{n^2}$ es $g_n = 2n^2$. $R = -13.6[\text{eV}]$
- Problema: Para un gas de atomos de hidrogeno a que temperatura tendran dos conjuntos de atomos de igual cantidad, uno electrones en el estado $n = 1$ y el otro electrones en el estado $n = 2$?
 - Asumimos $b = 2$ y $a = 1$, de manera que $E_2 > E_1$ i.e $-\frac{R}{4} > -R$ entonces: $E_b - E_a = -R(\frac{1}{4} - 1) \Leftrightarrow E_b - E_a = \frac{-3R}{4}$
 - Como son dos conjuntos iguales: $\frac{N_b}{N_a} = 1$
 - Ahora, tenemos que contar el numero de estados g_a, g_b : $\frac{g_b}{g_a} = \frac{2(n=2)^2}{2(1)^2} = 4$
 - $1 = 4e^{\frac{3(-13.6[\text{eV}])}{4}/kT} \Leftrightarrow 0 = \ln(4) - 3\frac{13.6[\text{eV}]}{4kT} \Leftrightarrow kT = 3\frac{13.6[\text{eV}]}{4\ln(4)}$
 - $k = 8.6173423 \times 10^{-5} \frac{[\text{eV}]}{[K]}$
 - $T = 85400[K]$

1.4 La ecuacion de Saha

- Problematica: En el problema anterior se observa que para tener una cantidad sustancial de atomos en $n = 2$ (Nivel mayor de Energia) se necesita una gran temperatura.
 - Sin embargo la linea mas intensa de esta serie ocurre a $T = 9520 K$ la cual es una temperatura mucho menor.
 - Si hay mas electrones en $n = 2$ a altas temperaturas, para el caso de absorcion (Donde pasamos de $n = 2$ a niveles $n > 2$), no deberiamos tener lineas de balmer mas fuertes? En lugar de ello tenemos lineas de balmer mas debiles.
 - Esto claramente es una contradiccion.
- La funcion particion, es basicamente una suma pesada de los factores de boltzman. Los pesos son las degeneraciones g , es decir los numeros de los estados que tienen una dada energia:

$$Z_i = \sum_{j=1}^{\infty} g_j e^{-(E_j - E_1)/kT}$$

- Este calculo se calcula por estado ionizado. Por ejemplo para $i = 1$ en el atomo de H , como perdemos nuestro unico electron, tenemos H^+ un solo proton, por lo tanto $Z_1 = 1$

- Distincion: Ionizacion vs Excitacion:
 - **Excitation** means the electron is **still bound**, but in a higher energy level. The atom is still **neutral**.
 - **Ionization** means **removing** the electron from the atom completely. The electron escapes the atom. Por ejemplo $H \rightarrow H^+ + e^-$
- Consideramos χ (en el libro) $= \xi$ como la energia de ionizacion:

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2Z_{i+1}}{n_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\xi_i/kT} = \frac{2kTZ_{i+1}}{P_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\xi_i/kT}$$

- ξ : ionization energy needed to remove an electron from an atom
- i : Estado inicial de ionizacion; $i + 1$: Estado final de ionizacion
- N_i : Numero de atomos en el estado inicial
- N_{i+1} : Numero de atomos en el estado final
- m_e : Masa del electron
- $P_e = n_e kT$: Presion de los electrones libres. (In Section 9.5, we will describe how the electron pressure is determined for stellar atmospheres.)
- Calculo de fraccion de atomos ionizados: Tipicamente en problemas nos van a pedir calcular el numero de atomos ionizados. Con la ecuacion de Saha podemos calcular la fraccion: $\frac{N_I}{N_I + N_{II}}$, donde $N_{\text{Total}} = N_I + N_{II}$, entonces podemos calcular la fraccion de atomos ionizados como:

$$\frac{N_{II}}{N_{\text{Total}}} = \frac{1}{\frac{N_I}{N_{II}} + 1}$$

1.4.1 Uso de Handbook Allen 4ta edicion para hacer los calculos

Partiendo de (Movi el termino de la presion electronica):

$$\boxed{\frac{N_{i+1}}{N_i} P_e = \frac{2kTZ_{i+1}}{Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\xi_{i,i+1}/kT}}$$

Tomamos el logaritmo base 10, tomar en cuenta que: $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$

$$\log\left(\frac{N_{i+1}}{N_i} P_e\right) = \log\left(\frac{2kTZ_{i+1}}{Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2}\right) - \frac{\xi_{i,i+1}}{kT} \frac{1}{\ln(10)}$$

Separamos un poco mas los terminos:

$$\log\left(\frac{N_{i+1}}{N_i} P_e\right) = \log\left(kT \left[\frac{2Z_{i+1}}{Z_i} \right]\right) + \frac{3}{2} \log\left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right) - \frac{\xi_i}{kT} \frac{1}{\ln(10)}$$

Observar que:

$$\log\left(kT \left[\frac{2Z_{i+1}}{Z_i} \right]\right) = \log(kT) + \log\left(\frac{2Z_{i+1}}{Z_i}\right)$$

Mientras que:

$$\frac{3}{2}\log\left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right) = \frac{3}{2}\log\left(\frac{2\pi m_e}{h^2}\right) + \frac{3}{2}\log(kT)$$

O sea que puedo escribir:

$$\log\left(kT\left[\frac{2Z_{i+1}}{Z_i}\right]\right) + \frac{3}{2}\log\left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right) = \log\left(\frac{2Z_{i+1}}{Z_i}\right) + \frac{3}{2}\log\left(\frac{2\pi m_e}{h^2}\right) + \frac{5}{2}\log(kT)$$

Voy a reescribir todo Nuevamente:

$$\log\left(\frac{N_{i+1}}{N_i}P_e\right) = \log\left(\frac{2Z_{i+1}}{Z_i}\right) + \frac{3}{2}\log\left(\frac{2\pi m_e}{h^2}\right) + \frac{5}{2}\log(kT) - \frac{\xi_i}{T} 5040$$

Finalmente:

$$\frac{3}{2}\log\left(\frac{2\pi m_e}{h^2}\right) + \frac{5}{2}\log(k) = -0.48$$

Expresión final:

$$\log\left(\frac{N_{i+1}}{N_i}P_e\right) = \log\left(\frac{2Z_{i+1}}{Z_i}\right) - 0.48 + \frac{5}{2}\log(T) - \frac{\xi_i}{T} 5040$$

Existe una expresión final que se encuentra en Allen:

$$\log\left(\frac{N_{i+1}}{N_i}N_e\right) = -\xi_i \Theta - \frac{3}{2}\log\Theta + 20.9366 + \log\left(\frac{2Z_{i+1}}{Z_i}\right)$$

Donde:

$$- \quad \Theta = 5040 \frac{[K]}{T}$$

2 Practico

1. Compare la población relativa del nivel fundamental respecto al nivel 2 del H I para las siguientes temperaturas: (6000, 8000, 10000, 15000, 20000) K. El peso estadístico del nivel n para el átomo de H puede obtenerse con $2n^2$. Realice un análisis del resultado

$$\begin{aligned} - \quad \frac{N_2}{N_1} &= \frac{2 \cdot 2^2}{2(1)^2} e^{-(E_2 - E_1)/kT} = 4e^{-13.6[\text{eV}]\left(\frac{3}{4}\right)/kT} \\ - \quad E_2 - E_1 &= R\left(\frac{1}{2^2} - 1\right) = -13.6[\text{eV}]\left(\frac{1-4}{4}\right) \\ - \quad \frac{N_2}{N_1} &= 4e^{-13.6[\text{eV}]\left(\frac{3}{4}\right)/kT} \Leftrightarrow N_2 = N_1 4e^{-13.6[\text{eV}]\left(\frac{3}{4}\right)/kT} \end{aligned}$$

2. Calcule la población relativa de los cinco primeros niveles del átomo de H I respecto del nivel fundamental para una temperatura de 50000 K. Obtenga los potenciales de excitación de los niveles involucrados mediante el modelo de Bohr.

- El **potencial de excitación** es cuánta energía hace falta para **excitar** un electrón desde el nivel fundamental hasta el nivel deseado.
- Para la población relativa: $\frac{N_b}{N_1} = \frac{2b^2}{2} e^{-R\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{1^2}\right)/kT}$; easy
- Para los potenciales de excitación:
- $\frac{N_b}{N_1} = \frac{g_b}{g_1} e^{-(E_b - E_1)/kT} = \frac{2b^2}{2} e^{-(E_b - E_1)/kT}$ - Partimos del nivel $n = 1$ y vamos hasta un nivel b

$$- \frac{N_b}{N_1} = \frac{b^2}{1} e^{-(E_b - E_1)/kT} \Leftrightarrow \frac{N_b}{N_1} \frac{1}{b^2} = e^{-(E_b - E_1)/kT} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{N_b}{N_1} \frac{1}{b^2}\right) = -(E_b - E_1)/kT$$

$$- -kT \ln\left(\frac{N_b}{N_1} \frac{1}{b^2}\right) = (E_b - E_1) ; \text{ Para valores de } b, T = 50000K \text{ obtengo entonces cual es la energia necesaria para que el electron pase de estar en el nivel } n=1 \text{ hasta el nivel } b.$$

3. Si la temperatura de la fotosfera solar es de 5700 K y la presión electrónica es de 30 dyn/cm², encuentre qué porcentaje de los átomos de Al se encuentran en **estado neutro**. Suponga la presencia de **Al IV** despreciable.

$$- \frac{N_{II}}{N_I} ; \frac{N_{III}}{N_{II}} ;$$

$$- \frac{N_I}{N_I + N_{II} + N_{III}} = \frac{1}{1 + \frac{N_{II}}{N_I} + \frac{N_{III}}{N_I} \frac{N_{II}}{N_{II}}} = \frac{1}{1 + \frac{N_{II}}{N_I} + \frac{N_{II}}{N_I} \frac{N_{III}}{N_{II}}}$$

$$- \Theta = \frac{5040}{T} = \frac{5040}{5700} = 0.884$$

$$- \log\left(\frac{N_{i+1}}{N_i} N_e\right) = -\xi_{i,i+1} 0.884 - \frac{3}{2} \log(0.884) + 20.9366 + \log\left(\frac{2 Z_{i+1}}{Z_i}\right)$$

Table 3.5. Ionization potentials (electron volts) [1–20].

Atom	Stage of ionization								
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
1 H	13.598 44								
2 He	24.587 41	54.417 78							
3 Li	5.391 72	75.640 18	122.454						
4 Be	9.322 63	18.211 16	153.897	217.713					
5 B	8.298 03	25.154 84	37.931	259.366	340.22				
6 C	11.260 30	24.383 32	47.888	64.492	392.08	489.98			
7 N	14.534 14	29.601 3	47.449	77.472	97.89	552.06	667.03		
8 O	13.618 06	35.117 30	54.936	77.413	113.90	138.12	739.29	871.41	
9 F	17.422 82	34.970 82	62.708	87.140	114.24	157.17	185.19	953.91	1 10
10 Ne	21.564 54	40.963 28	63.45	97.12	126.21	157.93	207.28	239.10	1 15
11 Na	5.139 08	47.286 4	71.620	98.91	138.40	172.18	208.50	264.25	25
12 Mg	7.646 24	15.035 28	80.144	109.265	141.27	186.76	225.02	265.96	32
13 Al	5.985 77	18.828 56	28.448	119.99	153.83	190.49	241.76	284.66	32
14 Si	8.151 69	16.345 85	33.493	45.142	166.77	205.27	246.49	303.54	32
15 P	10.486 69	19.769 4	30.203	51.444	65.03	220.42	263.57	309.60	37
16 S	10.360 01	23.337 9	34.79	47.222	72.59	88.05	280.95	328.75	37
17 Cl	12.967 64	23.814	39.61	53.465	67.8	97.03	114.20	348.28	40
18 Ar	15.759 62	27.629 67	40.74	59.81	75.02	91.01	124.32	143.46	42
19 K	4.340 66	31.63	45.806	60.91	82.66	99.4	117.56	154.88	17
20 Ca	6.113 16	11.871 72	50.913	67.27	84.50	108.78	127.2	147.24	18
21 Sc	6.561 44	12.799 67	24.757	73.489	91.65	111.68	138.0	158.1	18
22 Ti	6.828 2	13.575 5	27.492	43.267	99.30	119.53	140.8	170.4	19
23 V	6.746 3	14.66	29.311	46.71	65.28	128.1	150.6	173.4	20
24 Cr	6.766 64	16.485 7	30.96	49.16	69.46	90.64	161.18	184.7	20
25 Mn	7.434 02	15.639 99	33.668	51.2	72.4	95.6	119.20	194.5	22
26 Fe	7.902 4	16.187 8	30.652	54.8	75.0	99.1	124.98	151.06	22
27 Co	7.881 0	17.083	33.50	51.3	79.5	103	131	160	18
28 Ni	7.639 8	18.168 84	35.19	54.9	75.5	108	134	164	19
29 Cu	7.726 38	20.292 40	36.841	55.2	79.9	103	139	167	19
30 Zn	9.394 05	17.964 40	39.723	59.4	82.6	108	136	175	20

$$- \log(U_I) = \frac{0.77 - 0.81}{1 - 0.5} (\Theta - 0.5) + 0.81$$

$$- \log(U_I) = \frac{0.77 - 0.81}{1 - 0.5} (0.884 - 0.5) + 0.81$$

$$- \log(U_{II}) = \frac{0.01 - 0.00}{1 - 0.5} (0.884 - 0.5) + 0.00$$

4. Este el problema es lo mismo pero calcular para dos niveles.
5. En la atmósfera de la estrella 10 Lacertae se encontró a partir de la intensidad de las líneas de Balmer que el número de átomos por cm³ en el segundo nivel es $10^{15.8}$. Si la temperatura es de 32000 K, $\log Pe = 2.80$, $I = 13.54$ eV, $g_2 = 8$ y $U_1(T) = 1$ y el potencial de excitación del segundo nivel es de 10.15 eV, calcule el número de iones del H.

—

$$\log\left(\frac{N_{ij}}{N_i}\right) = \log\left(\frac{g_{ij}}{U_i}\right) - \frac{5040}{T} \cdot E_{ij}$$

i : Numero de atomos que estan en el estado de ionizacion i

j : Orbital

— $E_{ij} = E_i - E_j$:Diferencia entre potencial de Ionizacion i y excitacion j

— N_{ij} : Numero de atomos en el orbital j en estado de ionizacion i

— g_{ij} : Peso estadistico en el orbital j en un estado de ionizacion i

— $\log\left(\frac{10^{15.8}}{N_i}\right) = \log\left(\frac{g_{ij}=8}{U_i=1}\right) - \frac{5040[K]}{32000[K]} \cdot (13.54 - 10.15)[\text{eV}]$

— Hay que despejar N_i

— $\log\left(\frac{10^{15.8}}{N_i}\right) = \log(8) - 0.1575 \cdot (3.39)[\text{eV}]$

— $\frac{10^{15.8}}{N_i} = 0.37 \Leftrightarrow N_i = 1.7 \times 10^{16}$

— Resultado CHAT GPT: $6.2 \times 10^{28}[\text{cm}^{-3}]$

— $\log\left(\frac{N_{i+1}}{N_i} P_e\right) = \log\left(\frac{2Z_{i+1}}{Z_i}\right) - 0.48 + \frac{5}{2} \log(T) - \frac{(I - \xi_{i,i+1})}{T} 5040$

6.

— $\log\left(\frac{N_{i+1}}{N_i} N_e\right) = -\xi_i \Theta - \frac{3}{2} \log \Theta + 20.9366 + \log\left(\frac{2Z_{i+1}}{Z_i}\right)$

— $\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{1}{N_e} 10^{-\xi_i \Theta - \frac{3}{2} \log \Theta + 20.9366 + \log\left(\frac{2Z_{i+1}}{Z_i}\right)} ; P_e = N_e k T$

— $\frac{k T_1}{P_e(1)} 10^{-\xi_i \Theta_1 - \frac{3}{2} \log \Theta_1 + 20.9366 + \log\left(\frac{2Z_{i+1}(1)}{Z_i(1)}\right)} = \frac{k T_2}{P_e(2)} 10^{-\xi_i \Theta_2 - \frac{3}{2} \log \Theta_2 + 20.9366 + \log\left(\frac{2Z_{i+1}(2)}{Z_i(2)}\right)}$

— $\frac{T_1}{P_e(1)} 10^{-\xi_i \Theta_1 - \frac{3}{2} \log \Theta_1 + 20.9366 + \log\left(\frac{2Z_{i+1}(1)}{Z_i(1)}\right)} = \frac{T_2}{P_e(2)} 10^{-\xi_i \Theta_2 - \frac{3}{2} \log \Theta_2 + 20.9366 + \log\left(\frac{2Z_{i+1}(2)}{Z_i(2)}\right)}$

— $\frac{T_1}{P_e(1)} 10^{-\xi_i \Theta_1 - \frac{3}{2} \log \Theta_1 + \log\left(\frac{2Z_{i+1}(1)}{Z_i(1)}\right)} = \frac{T_2}{P_e(2)} 10^{-\xi_i \Theta_2 - \frac{3}{2} \log \Theta_2 + \log\left(\frac{2Z_{i+1}(2)}{Z_i(2)}\right)}$

Table 3.3. (Continued.)

		$Y = \text{I}$			$Y = \text{II}$			$Y = \text{III}$
		$\log U$			$\log U$			
Element	g_0	$\Theta = 1.0$	$\Theta = 0.5$		g_0	$\Theta = 1.0$	$\Theta = 0.5$	g_0
11 Na	2	0.31	0.60		1	0.00	0.00	6
12 Mg	1	0.01	0.15		2	0.31	0.31	1
13 Al	6	0.77	0.81		1	0.00	0.01	2
14 Si	9	0.98	1.04		6	0.76	0.77	1
15 P	4	0.65	0.79		9	0.91	0.94	6
16 S	9	0.91	0.94		4	0.62	0.72	9
17 Cl	6	0.72	0.75		9	0.89	0.92	4
18 Ar	1	0.00	0.00		6	0.69	0.71	9
19 K	2	0.34	0.60		1	0.00	0.00	6
20 Ca	1	0.07	0.55		2	0.34	0.54	1
21 Sc	10	1.08	1.49		15	1.36	1.52	10
22 Ti	21	1.48	1.88		28	1.75	1.92	21
23 V	28	1.62	2.03		25	1.64	1.89	28
24 Cr	7	1.02	1.51		6	0.86	1.22	25
25 Mn	6	0.81	1.16		7	0.89	1.13	6
26 Fe	25	1.43	1.74		30	1.63	1.80	25
27 Co	28	1.52	1.76		21	1.46	1.66	28
28 Ni	21	1.47	1.60		10	1.02	1.28	21
29 Cu	2	0.36	0.58		1	0.01	0.18	10
30 Zn	1	0.00	0.03		2	0.30	0.30	1
31 Ga	6	0.73	0.77		1	0.00	0.00	2
32 Ge	9	0.91	1.01		6	0.64	0.70	1
34 Se	9	0.83	0.89		4			9
36 Kr	1	0.00	0.00		6	0.62	0.66	9
37 Rb	2	0.36	0.7		1	0.00	0.00	6
38 Sr	1	0.10	0.70		2	0.34	0.53	1
39 Y	10	1.08	1.50		1 + 15	1.18	1.41	10
40 Zr	21	1.53	1.99		28	1.66	1.91	21

$$- \quad y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 ; \quad \Theta_1 = \frac{5040}{4900}; \quad \Theta_2 = \frac{5040}{4230}$$

$$- \quad \log(U_I) = \frac{1.43 - 1.74}{1 - 0.5}(\Theta - 0.5) + 1.74$$

$$- \quad \log(U_{II}) = \frac{1.63 - 1.80}{1 - 0.5}(\Theta - 0.5) + 1.80$$

$$- \quad \xi_{I,II} = 7.9$$

$$- \quad \log\left(\frac{2^{Z_{i+1}(1)}}{Z_i(1)}\right) = \log(2) + \log(U_{II}(1)) + \log(U_I(1))$$

$$\frac{4900}{10[\text{dyn}/\text{cm}^2]} 10^{-7.9 \frac{5040}{4900} - \frac{3}{2} \log \frac{5040}{4900} + \log\left(\frac{2^{Z_{i+1}(1)}}{Z_i(1)}\right)} = \frac{4230}{P_e(2)} 10^{-7.9 \frac{5040}{4230} - \frac{3}{2} \log \frac{5040}{4230} + \log\left(\frac{2^{Z_{i+1}(2)}}{Z_i(2)}\right)}$$