

# Funcion Luminosidad

**Autor:** Federico Bustillos

## Abstract

*Se realiza un estudio de la funcion de luminosidad en una muestra de 685035 galaxias del relevamiento de Sloan Digital Sky Survey (SDSS). La muestra es una muestra completa en flujo cuyo estudio de la funcin luminosidad tienen en cuenta el sesgo de Malmquist que una muestra de este tipo tiene asociada así como se realiza la correccion  $k$  a  $z = 0.1$ . El modelo que se utiliza es el de  $1/V_{\max}$  y al mismo se le ajusta una funcion de Schechter con los siguientes parametros de ajuste:  $\varphi^* = 0.0017[h^3 \text{Mpc}^{-3}]$ ,  $M^* = -20.88$ ,  $\alpha = -1.09$*

## 1 Introduccion

### 1.1 Definicion

La funcion de luminosidad es una herramienta de la astronomia y especifica el numero de galaxias en un dado rango de magnitud. Se define a la funcion de luminosidad como una distribucion probabilistica  $\varphi_T(M)$  sobre la magnitud Absoluta  $M$  de las galaxias correspondiente a algun tipo  $T$  de Hubble[1]. Si se consideran todos los tipos dicha distribucion se denomina funcion de luminosidad general y la denotamos como  $\varphi(M)$ .

Considerese  $\nu(\mathbf{x}, M)$  como el numero de galaxias que se encuentran encerradas dentro del volumen  $dV$ , ubicado en  $\mathbf{x}$  y con un rango de magnitudes entre  $M, M + dM$ , haciendo la suposicion de que la magnitud de las galaxias no esta correlacionada con su posicion entonces podemos expresar:

$$\nu(\mathbf{x}, M)dMdV = \varphi(M) D(\mathbf{x})dMdV \quad (1)$$

Donde:

- $\varphi(M)$ : Fraccion de galaxias con magnitudes entre  $M, M + dM$ , esta se denomina, *funcion de luminosidad universal* y esta normalizada:  $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(M)dM = 1$ .
- $D(\mathbf{x})$ : Es el numero de galaxias , de todas las magnitudes, por unidad de volumen y se denomina *funcion de densidad*. Esta funcion densidad en principio se asume constante.

En la practica la normalizacion a la unidad es una aproximacion, debido a que ninguna muestra esta completa (es imposible considerar magnitudes de objetos mas debiles que cierto valor), en lugar de ello se establece un limite para galaxias mas brillantes que un cierto valor  $\bar{M}$  para el cual se establece esta normalizacion:  $\int_{-\infty}^{\bar{M}} \varphi(M)dM = 1$ [1]. El concepto de normalizacion por otro lado es pertinente si se considera una definicion de funcion luminosidad emparejada con la funcion densidad  $D$  [1].

Esta primera definicion tiene la desventaja de generar una distincion entre galaxias de campo y galaxias en clusters. Siendo ademas evidente que  $D$  no es constante debido a la inhomogeneidad en la distribucion de galaxias.

Una definicion mas moderna dada por Schechter[9] considera una separacion entre  $D$  y  $\varphi(M)$ , dando lugar al concepto de distribucion de luminosidad. Esta nueva definicion considera a  $\varphi(M)$  como la funcion diferencial de luminosidad, mientras que  $\Phi(M)$  se considera como la funcion de luminosidad acumulativa:

$$\Phi(M) = \int_{-\infty}^M \varphi(M')dM' \quad (2)$$

## 1.2 El modelo de Schechter para la funcion de luminosidad

Schechter propuso una expresion analitica para la funcion de luminosidad, la cual en principio estaba en buena concordancia para galaxias ubicadas en clusters, asi como galaxias cercanas:

$$\varphi(L) = \varphi^* \left( \frac{L}{L^*} \right)^\alpha \exp\left( -\frac{L}{L^*} \right) d(L/L^*) \quad (3)$$

Esta expresion dada en terminos de magnitud [10]:

$$\varphi(M) = 0.4 \ln(10) \varphi^* 10^{0.4(M^* - M)(\alpha + 1)} \exp(-10^{0.4(M^* - M)}) \quad (4)$$

Donde:  $\frac{L}{L^*} = 10^{0.4(M^* - M)}$

Esta funcion en lineas generales esta dominada por dos tipos de comportamientos y tres parametros:

- El termino  $L^*$  divide las luminosidades en dos partes: Alta luminosidad:  $L > L^*$  y baja luminosidad:  $L < L^*$ .
- El termino  $\alpha$  es un parametro de pendiente para la zona de baja luminosidad. Parametros incrementalmente mas negativos de  $\alpha$  dan pendiente mas pronunciada. El valor de  $\alpha$  da una medida de que tan numerosas son las galaxias con magnitud debil.  $|\alpha| > 1$  implica un crecimiento pronunciado,  $|\alpha| < 1$  implica un decrecimiento de galaxias debiles.

En general se vera que para  $L < L^*$  ( $M > M^*$ ). Las galaxias de baja luminosidad son mas comunes ver Figura 2.

- Para valores de  $L > L^*$  ( $M < M^*$ ), el comportamiento esta dominado por la exponencial. Para este caso se ve que (Figura 2) las galaxias con alta luminosidad son mas raras.
- El parametro  $\varphi^*$  es un parametro de normalizacion de la distribucion.

## 1.3 Determinar la funcion Luminosidad

Existen varios metodos para determinar la funcion de luminosidad. Se destaca que la metodologia para la busqueda depende de si la muestra es de campo o si es de clusters[1].

- Clusters: Las galaxias en clusters se consideran a la misma distancia, por lo tanto en este caso se utiliza un binning de la magnitud aparente para obtener  $\varphi(m)$ .
- Campo: Requiere una muestra bien definida cuyas bias esten bien determinados. En general poseen una magnitud aparente de corte limite. En estos casos la incompletitud del catalogo es un factor importante. Previo a calcular la funcion de luminosidad debe calcularse la magnitud absoluta lo cual requiere informacion de la distancia a la que se encuentra cada galaxia en la muestra para lo cual se infiere la misma a partir del redshift. Conocidas las magnitudes apartentes se procede a la determinacion de  $\varphi(M)$  utilizando alguno de los metodos de la siguiente seccion.

### 1.3.1 Metodos para determinar la funcion Luminosidad para galaxias de campo

Existen principalmente cinco metodos basicos para calcular la funcion de luminosidad [1]. Se examina brevemente cada uno de estos metodos.

- a)  $1/V_{\max}$  Method: Esta basado en que las galaxias estan distribuidas de manera uniforme en el espacio, esto implica asumir  $D = \text{cte}$ . El metodo implica el calculo de un volumen  $V(M)$  el cual se determina como la distancia maxima a la cual un objeto de magnitud  $M$  puede todavia ser incluido en la muestra de galaxias, la cual esta limitada en la magnitud aparente. Posteriormente el numero de galaxias de magnitud tal entre  $[M - \frac{1}{2}\Delta M, M + \frac{1}{2}\Delta M]$  deben dividirse por  $V(M)$  dando lugar a un valor  $\varphi(M)$ .

$$\varphi(M) dM = \frac{\sum_{i=1}^N N(M - \frac{1}{2}dM \leq M_i \leq M + \frac{1}{2}dM)}{V_{\max}(M)} \quad (5)$$

Debido a que las galaxias de magnitud mas debil emiten poca luz, para que las mismas puedan ser detectadas , deben estar a una distancia corta del observador, lo cual reduce el volumen  $V(M)$  de la muestra para galaxias mas debiles (sesgo de Malmquist). Debido a que el volumen decrece, tambien decrece el numero de galaxias debiles observado provocando que haya mucha incerteza en la determinacion de  $\varphi(M)$  para estas galaxias.

Existe otra metodologia para el calculo por el metodo clasico[6]. Para ello consideraron la suma para cada una de las galaxias individuales dentro de  $[M - \frac{1}{2}\Delta M, M + \frac{1}{2}\Delta M]$ .

$$\varphi(M) = \sum_i \frac{1}{V_{\max}(i)} \quad (6)$$

Se demuestra sin embargo que estos dos procesos son equivalentes[4].

El volumen maximo puede ser calculado como:

$$V_{\max} = \frac{c}{H_0} \int_{\Omega} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \frac{d_L^2}{(1+z)^2 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda}} \quad (7)$$

- b)  *$\varphi/\Phi$  Method*: Este metodo tiene como fortaleza la independencia ante la inhomogeneidad de la distribucion de las galaxias en el espacio [1]. Concretamente, cuando se toma muestra de galaxias de distintas magnitudes en diferentes volúmenes se generara una distorsion del valor de  $\varphi(M)$ . Para elaborar este metodo se considera la razon del numero de galaxias entre  $[M, M + dM]$  y el numero de galaxias con brillo mayor a  $M$ . Utilizando las ecuaciones (1) y (2):

$$\frac{\nu(M, \mathbf{x}) dM dV}{\int_{-\infty}^M \nu(M', \mathbf{x}) dM' dV} = \frac{\varphi(M) D(\mathbf{x}) dM dV}{\int_{-\infty}^M \varphi(M') D(\mathbf{x}) dM' dV} = \frac{\varphi(M) dM}{\int_{-\infty}^M \varphi(M') dM'} = \frac{\varphi(M) dM}{\Phi(M)} \quad (8)$$

La cancelacion de los terminos se debe a que se considera a  $\varphi(M)$  y  $D(\mathbf{x})$  como independientes.

- c) *Maximum-Likelihood Methods*: Este metodo tambien toma la estrategia de formar un cociente para cancelar la funcion de densidad [8]. En este caso el cociente se realiza entre el numero de galaxias mas brillantes que una determinada magnitud absoluta y el numero de galaxia a una determinada distancia (o velocidad).

Este metodo se basa en la probabilidad acumulativa de que una galaxia a redshift  $z$  tenga una magnitud mayor a  $M$ :

$$P(M, z) = \frac{\int_{-\infty}^M \phi(M') \rho(z) f(m') dM'}{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(M') \rho(z) f(m') dM'} \quad (9)$$

Donde  $f(m')$  es la incompletitud dada como una funcion de incompletitud e Fermi-Dirac. Mientras que  $m'$  es la magnitud aparente [11].

La probabilidad de que una galaxia sea detectada en un catalogo de redshift esta dada a partir del calculo de la derivada parcial de  $P(M, z)$ :

$$p(M_i, z_i) = \frac{\varphi(M_i)}{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(M') \rho(z) f(m') dM'} \quad (10)$$

A partir de esta puede darse la probabilidad adjunta correspondiente a las galaxias dentro de la distribucion:

$$\mathfrak{L} = \prod_{i=1}^N p(M_i, z_i) \quad (11)$$

- d) *C Method*: De acuerdo a [3] este metodo implica una representacion de  $\varphi(M)$  y  $D(\mu)$  como una suma pesada de funciones  $\delta$  (Asumiendo simetria esferica):

$$\varphi(M) = \sum_i \varphi_i \delta(M - M_i) \quad (12)$$

$$D(\mu) = \sum_i D_i \delta(\mu - \mu_i) \quad (13)$$

Donde  $i$  hace referencia a una galaxia de la muestra. El metodo consiste en encontrar estos coeficientes. La solucion se encuentra a partir de definir una funcion  $C^-(M')$  la cual da el numero de galaxias dentro de la region:  $M_{\min} \leq M \leq M'$  y  $\mu_{\min} \leq \mu \leq m_{\lim} - M'$ . De esta manera se define  $C_k = C^-(M_k)$ ,  $k = 1, \dots, N$ . Se puede demostrar que[3]:

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i \frac{C_i + 1}{C_{i+1}} \quad (14)$$

- e) *Group Method*. El método de grupos aborda el hecho de que la mayoría de las galaxias en el campo pertenecen a pequeños grupos en lugar de existir de forma aislada[1]. Dado que más del 70% de las galaxias de campo residen en tales grupos, construir una función de luminosidad (LF) compuesta para grupos proporciona una forma efectiva de estudiar la LF de las galaxias de campo, especialmente en el extremo tenue.

Este método asume que las galaxias de campo y de grupo tienen funciones de luminosidad idénticas. Se derivan funciones de luminosidad individuales para grupos de galaxias cercanos en función de sus magnitudes aparentes y módulos de distancia, y luego se combinan las LF individuales de los grupos en una LF compuesta para mejorar la significancia estadística.

## 1.4 Selecccion de Muestras

Existe un determinado numero de parametros a tener en cuenta a la hora de determinar la funcion de luminosidad.

Es importante que la muestra sea completa en flujo. Este tipo de muestra contine galaxias mas brillantes que una cierta magnitud en un filtro. En una muestra completa por flujo se debera tener en cuenta el sesgo de Malmquist que genera un mayor conteo de galaxias brillantes.

Por otro lado se debe tener en cuenta la correccion debida a la comparacion de flujos vistos en distintos rest frame.

Brevemente repasaremos estos dos fenomenos.

### 1.4.1 Correccion K

Si se considera una fuente observada a redshift  $z$ , esta fuente habra emitido una onda de luz con una frecuencia  $\nu_e$  la cual es recibida con otra frecuencia,  $\nu_o$ . Estas frecuencias se relacionan de acuerdo a la ecuacion del redshift cosmologico como:

$$1 + z = \frac{\nu_e}{\nu_o}$$

Considerese un filtro pasa banda (Deja solamente pasar luz de una determinada frecuencia o rango de frecuencias)  $R$ , utilizado para recolectar la luz de un objeto distante, debido a la expansion del universo la frecuencia de la luz cambiara y sera  $\nu_o$ . Considerese asi mismo otro filtro pasabanda  $Q$  pero que captura la luz del objeto observado estando en la misma posicion o muy cerca del mismo. Al observar por este ultimo filtro no se tienen efectos de la expansion del universo.

Teniendo en cuenta esta situacion podemos asociar una magnitud aparente  $m$  vista por el filtro  $R$  y una magnitud absoluta  $M$  vista por el filtro  $Q$ . Estas estaran relacionadas por la siguiente ecuacion[5]:

$$m_R = M_Q + DM(z) + K_{QR}(z) \quad (15)$$

Donde:

- $DM(z) = 25 + 5 \log(d_L(z)[\text{Mpc}])$  : Modulo de distancia
- $d_L$  : Distancia luminosidad

Para casos de relevamientos como Sloan Digital Sky Survey (SDSS) [12] la correccion puede ser calculado utilizando software numerico como `kcorrect v4_1` [2].

Brevemente, el software `kcorrect v4_1` calcula correcciones  $K$  para galaxias ajustando sus distribuciones de energía espectral (SED) utilizando fotometría y 485 plantillas multibanda. Ajusta las magnitudes observadas en magnitudes de marco de reposo, corrigiendo las diferencias de desplazamiento al rojo y de paso de banda.

Cabe destacar que para el relevamiento del presente trabajo, SDSS[12], la correccion  $K$  se realiza tomando como rest frame  $z = 0.1$  dado que a este redshift es donde se encuentran la mayoría de las galaxias. Puede verse como las correcciones  $K$  convergen a  $z = 0.1$  de manera que las mismas se minimizan[2].

#### 1.4.2 Sesgo de Malmquist

En una muestra limitada por flujo las galaxias mas luminosas seran sobre-representadas debido a que estas son visibles a distancias mas grandes. Este es el sesgo de Malmquist [7]. Dicho de otra manera, objetos mas luminosos estaran asociadas a volumenenes mas grandes y objetos menos luminosos a volumenenes mas chicos:

$$F = \frac{L}{4\pi d_L^2} \Leftrightarrow d_L = \left( \frac{L}{4\pi F} \right)^{1/2} \Leftrightarrow V_L = \frac{4\pi}{3} \left( \frac{L}{4\pi F} \right)^{3/2} \quad (16)$$

Es decir que  $V_L \propto L^{3/2}$ . Una muestra limitada por flujo impone un limite  $F_{\text{lim}}$  de flujo, por lo cual galaxias con luminosidades mas debiles no podran ser vistas.

El metodo  $V_{\text{max}}$  busca corregir este sesgo pesando (6) a cada una de las galaxias por el volumen asociado a la maxima distancia a la cual la galaxia puede ser observada.

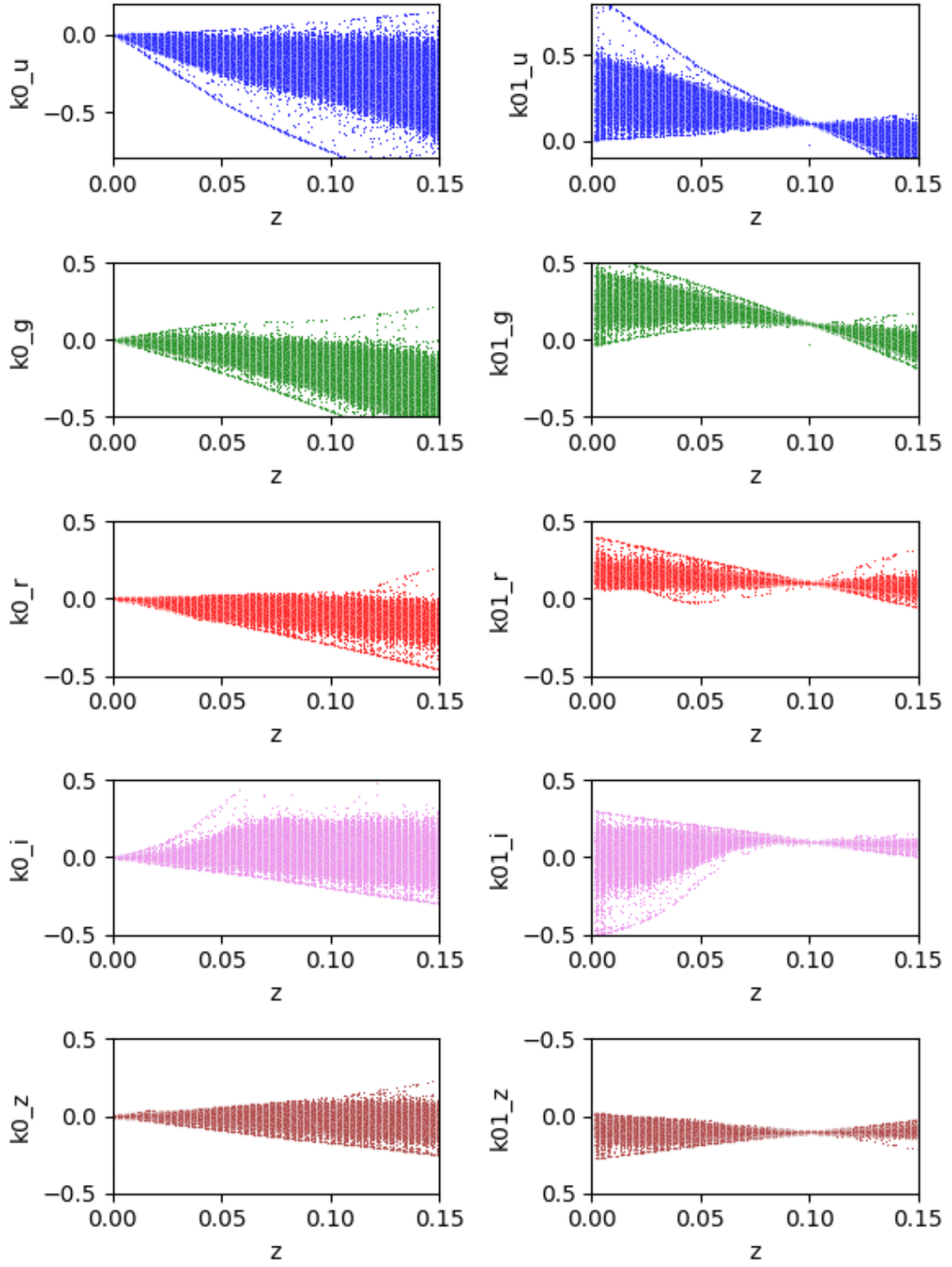
## 2 Datos y Metodologia

La muestra consiste en un conjunto de 685035 galaxias del relevamiento SDSS[12] que esta completa en flujo con las siguientes características:

- $14.5 \leq r \leq 17.77$
- Se asume la siguiente cosmologia:  $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}$  ,  $\Omega_m = 0.3$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$
- $r_{50} > 1.5''$
- $0 \leq z \leq 0.15$

La muestra se corrije por extincion en la banda  $r$  (Es la unica banda con la que se trabaja) y se transforma al sistema AB.

Posteriormente se corrigen las magnitudes aparentes utilizando la *correccion k*. Esta correccion se realiza al rest frame  $z = 0.1$ . En la Figura 1 se hace una comparacion de las correcciones  $k$  para restframes  $z = 0$  y  $z = 0.1$ .



**Figure 1.** Correcciones  $k$  a distintos rest-frame para todas las bandas del relevamiento,  $u, g, r, i, z$  en ese orden desde arriba hacia abajo. Izquierda: rest-frame  $z=0$ , Derecha: rest-frame  $z=0.1$

La Figura 2, muestra la magnitud de las correcciones  $k$  que se debe realizar segun el rest frame. En general para el rango de redshift en el que se esta trabajando , la magnitud de estas correcciones es menor, en modulo, cuando se considera un rest frame de  $z=0.1$  lo cual refleja que esta es la eleccion optima de rest frame para trabajar con la muestra (en contraposicion con  $z=0$  donde en general las correcciones crecen mucho mas para galaxias cada vez mas lejanas).

Posteriormente se calcula los valores de magnitud absoluta  $M_r$  en la banda  $r$ .

Para estos valores se elije:

$$-23 \leq M_r \leq -16$$

Para el calculo final de la funcion luminosidad, debido a los procesos de descarte y limpieza anteriormente mencionados, se dispusieron de 470349 galaxias.

## 2.1 Calculo de $V_{\max}$

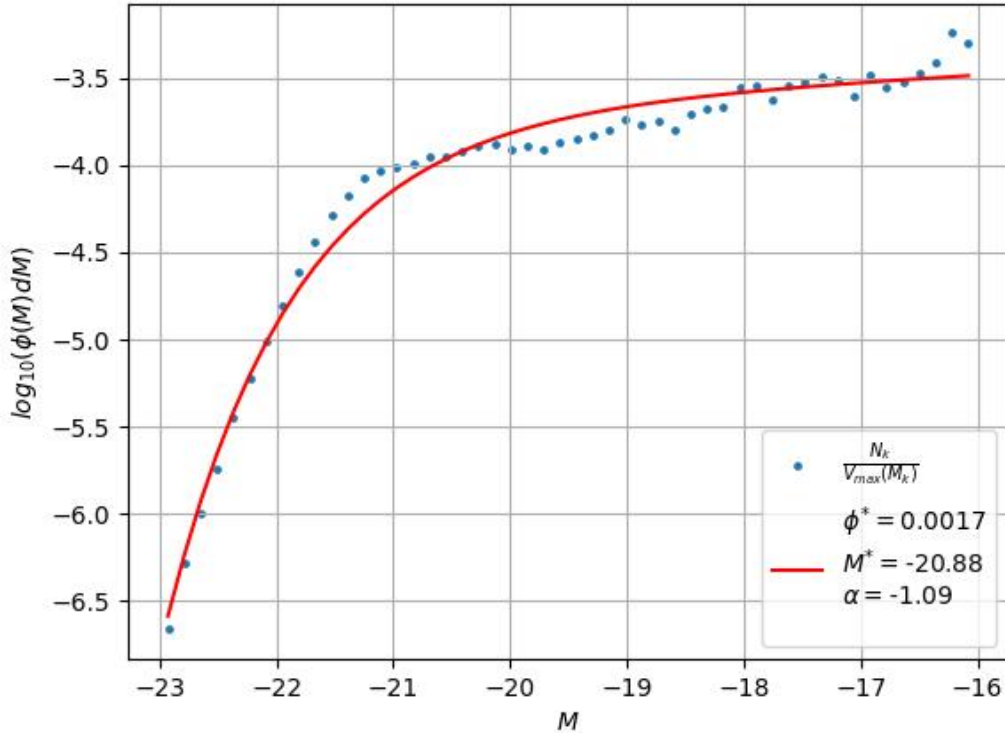
Deacuerdo a la ecuacion (7) , deben calcularse los volumenes maximos en un rango determinado de  $z_{\min}$  y  $z_{\max}$ , para cada valor de magnitud absoluta  $M_r = M$ . Para ello se realiza el siguiente procedimiento:

- Partiendo de la expresion:  $M = m - 5 \log(d_L(z)) - 25 \Leftrightarrow d_L = 10^{0.2(m-25-M)}$  , considere los valores limite del relevamiento en la banda  $r$ , en este caso:  $m_{\min} = 14.5$  y  $m_{\max} = 17.77$
- Para cada valor  $M$  se calcula  $d_{L,\min}$  y  $d_{L,\max}$  :  $d_{L,\min} = 10^{0.2(m_{\min}-25-M)}$ ,  $d_{L,\max} = 10^{0.2(m_{\max}-25-M)}$
- Para cada valor de  $d_{L,\max/\min}$  se calcula  $z_{\max}, z_{\min}$  utilizando una interpolacion lineal entre  $d_L$  y  $z$ .
- Utilizando la ecuacion (7) se calcula  $V_{\max}$ .

A continuacion se hace el calculo de la funcion luminosidad utilizando la ecuacion (5). Para ello se realiza un conteo de magnitudes en bins de igual magnitud. De esta manera se obtiene que en cada bin, hay  $N_{\text{bin}}$  galaxias.

Para cada valor medio de  $N_{\text{bin}}$  se asocia una cantidad  $V_{\max}$  , tal como indica la ecuacion (5).

Posteriormente se ajusta una funcion de Schechter [9] para obtener los parametros  $\phi^*$ ,  $L^*$  y  $\alpha$ .



**Figure 2.** Funcion de luminosidad (Azul) y ajuste con la funcion de Schechter (Rojo).

### 3 Resultados y Conclusiones

El estudio de la funcion luminosidad y el ajuste de esta utilizando el modelo de Schechter arrojaron como resultados los siguientes valores:

$$\varphi^* = 0.0017[h^3 \text{Mpc}^{-3}], M^* = -20.88, \alpha = -1.09$$

En analogia con lo mencionado en la seccion 1.2 , el valor de  $M^*$  divide a la funcion/distribucion de luminosidad en dos partes, una dominada por un comportamiento exponencial en la region  $-23 \leq M \leq -20.88$  . Esta zona esta caracterizada por galaxias muy luminosas y por lo tanto con magnitudes mas grandes y negativas. En terminos de conteos, puede verse que hay una menor cantidad de galaxias de este tipo. Esto tambien revela que el metodo  $1/V_{\text{max}}$  fue efectivo al eliminar el sesgo de Malmquist dado que de otra forma, los conteos para estas galaxias serian mucho mayores al de las galaxias mas debiles.

De la misma forma para magnitudes mas debiles:  $-20.88 \leq M \leq 16$  vemos que el conteo de galaxias aumenta enormemente. En esta seccion el comportamiento de la funcion esta dominado por una ley de potencias.

El parametro  $\alpha$  al tener modulo parecido a 1, no indica un incremento pronunciado de las galaxias mas debiles.

### Bibliography

- [1] Bruno Binggeli, Allan Sandage, and GA Tammann. The luminosity function of galaxies. *IN: Annual review of astronomy and astrophysics. Volume 26 (A89-14601 03-90). Palo Alto, CA, Annual Reviews, Inc., 1988, p. 509-560. SNSF-supported research.*, 26:509–560, 1988.
- [2] Michael R Blanton and Sam Roweis. K-corrections and filter transformations in the ultraviolet, optical, and near-infrared. *The Astronomical Journal*, 133(2):734, 2007.
- [3] Jacek Choloniewski. On lynden-bell’s method for the determination of the luminosity function. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 226(2):273–280, 1987.
- [4] James E Felten. On schmidt’s vm estimator and other estimators of luminosity functions. *Astrophysical Journal*, vol. 207, Aug. 1, 1976, pt. 1, p. 700-709., 207:700–709, 1976.
- [5] David W Hogg, Ivan K Baldry, Michael R Blanton, and Daniel J Eisenstein. The k correction. *ArXiv preprint astro-ph/0210394*, 2002.
- [6] John Huchra and Wallace LW Sargent. The space density of the markarian galaxies including a region of the south galactic hemisphere. *Astrophysical Journal*, Vol. 186, p. 433-443, 186:433–443, 1973.
- [7] Karl Gunnar Malmquist. On some relations in stellar statistics. *Meddelanden fran Lunds Astronomiska Observatorium Serie I*, 100:1–52, 1922.
- [8] Allan Sandage, GA Tammann, and Amos Yahil. The velocity field of bright nearby galaxies. i-the variation of mean absolute magnitude with redshift for galaxies in a magnitude-limited sample. *Astrophysical Journal*, Part 1, vol. 232, Sept. 1, 1979, p. 352-364. *Research supported by the Swiss National Science Foundation and State University of New York*, 232:352–364, 1979.
- [9] Paul Schechter. An analytic expression for the luminosity function for galaxies. *Astrophysical Journal*, Vol. 203, p. 297-306, 203:297–306, 1976.
- [10] Peter Schneider. *Extragalactic astronomy and cosmology: an introduction*, volume 146. Springer, 2006.
- [11] CNA Willmer. Estimating galaxy luminosity functions. *ArXiv preprint astro-ph/9707246*, 1997.
- [12] Donald G York, J Adelman, John E Anderson Jr, Scott F Anderson, James Annis, Neta A Bahcall, JA Bakken, Robert Barkhouser, Steven Bastian, Eileen Berman et al. The sloan digital sky survey: technical summary. *The Astronomical Journal*, 120(3):1579, 2000.