Práctico 3: Función de Luminosidad

Agustina del Valle Colazo 25 de Octubre, 2023

Abstract

En este trabajo se calculó la función de luminosidad para una muestra completa por flujo de 94411 galaxias con redshifts entre [0,0.15] y magnitudes aparentes desenrojecidas en la banda r entre [14.5,17.77]. Esta muestra fue obtenida a partir del catálogo DR17 del Sloan Digital Sky Survey. Además. La función de luminosidad fue calculada utilizando el método clásico $1/V_{max}$ en un rango de magnitudes absolutas en la banda r entre [-23,-16]. Por último, se ajustó una función de Schechter a la función de luminosidad empírica, obteniendo los siguientes valores para los parámetros: $\phi^* = (1.4 \pm 0.1)10^{-5} h^3 Mpc^{-3}$, $M^* = -20.30 \pm 0.03$, $\alpha = -1.24 \pm 0.04$.

1 Introducción

1.1 Distribución Espectral de Energía

La distribución espectral de energía (SED) de una galaxia es la energía que emite en todo el espectro de longitudes de onda; integrando el flujo radiante de todas las fuentes emisoras que contiene. Para la astronomía extragaláctica este es un observable fundamental en donde los distintos procesos físicos que atraviesa el sistema dejan su huella. En el rango de frecuencias correpondinte al ultravioleta y al óptico, la SED provee información sobre el espectro térmico dominado principalmente por la componente estelar de la galaxia. En este rango se manifiesta la superposición de los espectros estelares y las transiciones ligado-libre y ligado-ligado que ocurren en las fotósferas estelares. En el infrarrojo predomina el espectro térmico producido por el polvo, mientras que emisiones en radio indican la presencia de un espectro no térmico que

podría originarse a partir de fuertes eventos de formación estelar (starburst), o bien debido a la presencia de un 'núcleo activo', lo cual ocurre cuando hay un agujero negro supermasivo acretando material en la región central de la galaxia (Mo & White 2010).

Por otro lado, al integrar la radiancia emitida a lo largo del área superfical de la fuente y en algún rango de longitudes de onda (en general en el óptico), se puede obtener el brillo intrínseco de la galaxia, es decir su luminosidad. La luminosidad es una de la propiedades físicas más importantes ya que provee información sobre el número y tipo de emisores que componen cada galaxia. Otra forma de obtener la luminosidad de un objeto es a través de su magnitud absoluta, definida como la magnitud aparente que tendría el objeto si estuviera en reposo ubicado a una distancia de 10pc. Estas se relacionan entre sí mediante la ec.(1), donde X es el intervalo de longitudes de onda considerado, $L_{\rm M_{\odot}X}$ y $M_{\rm M_{\odot}X}$ es la luminosidad y magnitud absoluta del sol respectivamente (Mo & White 2010).

$$M_X = -2.5 * \log(\frac{L_X}{L_{\odot X}}) + M_{\odot X}$$
(1)

Además, la magnitud absoluta de una galaxia puede determinarse en principio conociendo la distancia a la cual se encuentra d_L , y midiendo su magnitud aparente m_X en el filtro X, ver ec(2).

$$M_X = m_X - 5 * \log(d_L[Mpc]) - 25$$
 (2)

Es importante destacar que para obtener correctamente la magnitud aparente de una galaxia m_X (ver ec. (3)), es necesario corregir la magnitud medida $m_{X,med}$ por los efectos de extinción que ocurren cuando la luz atraviesa nubes de polvo de la galaxia misma en la que se origina $A_X(interna)$ y de nuestra propia galaxia $A_X(MW)$. Además es importante aplicarle un término denominado 'correción K', $K_X(z)$, el cual se explicará en mayor detalle en la siguiente sección.

$$m_X = m_{X,med} - A_X(MW) - A_X(interna) - K_X(z)$$
(3)

1.2 Corrección K

Debido a la expansión del universo, la SED de las galaxias sufren un 'corrimiento al rojo'. Si una fuente se encuentra a un redshift z, se puede pensar

como que sufre cierta velocidad de recesion $v_r(z)$, entonces un fotón observado con frecuencia ν_0 , fue emitido en realidad con una frecuencia en reposo $\nu_e = (1+z)\nu_0$ (Hogg et al. 2002).

Mientras más lejana sea la galaxia, i.e tenga un redshift más alto, su espectro observado $(SED)_o$ estará más corrido al rojo y más deformado respecto a su espectro emitido $(SED)_e$. Por lo tanto, si no se corrige por este efecto, al medir el flujo en un filtro que abarca cierto intervalo de frecuencias observado $[\nu, \nu + X]$ se estarán comparando flujos integrados en diferentes rangos de frecuencia en reposo $[\nu', \nu' + X]$ de la $(SED)_e$ de cada galaxia. Es necesario entonces, transformar todas las mediciones fotométricas observadas en cierta banda, al marco de referencia en reposo a z = 0, y para esto se les debe sumar un término conocido como 'corrección K'. Con lo cual, si una fuente tiene magnitud aparente (corregida por extinción) m_R al ser observada a través del filtro fotométrico R, y se desea conocer su magnitud absoluta M_Q en el filtro Q del marco en reposo, para calcularla correctamente se le debe agregar la corrección K, K_{QR} , ver ec.(4) (Hogg et al. 2002).

$$m_R = M_Q + 5 * \log_{10}(\frac{d_L}{10pc}) + K_{QR}$$
 (4)

Una forma de calcular la corrección K para un gran número de galaxias es presentada en la literatura a través de un código llamado $kcorrect\ v4$ -1 (Blanton & Roweis 2007). Lo que hace el código es utilizar espectros templates para reproducir la SED de cada galaxia, luego a partir de estos y del conjunto de flujos medido en cada banda se calcula la corrección K para cada filtro. Sin embargo, aplicar las correcciones K para transformar las magnitudes al marco en reposo z=0 puede introducir mucha incertidumbre en los datos. Por ejemplo, en el relevamiento del Sloan Digital Sky Survey (SDSS) (York et al. 2000), las galaxias están en su mayoría alrededor de z 0.1 con lo cual resulta más conveniente corregir las bandas a un redshift z=0.1, de esta forma las correcciones que se deben aplicar son pequeñas y se minimizan las incertidumbres (Blanton & Roweis 2007).

1.3 Función de Luminosidad

Para entender la formación y evolución de las galaxias suele ser útil estudiar las distintas poblaciones de galaxias y ver su comportamiento bajo diferentes condiciones tales como su ubicación en distintos entornos o a distinto redshift. Esto se puede hacer estudiando la luminosidad de las galaxias y

su dependencia con el entorno y el redshift. A su vez, la disponibilidad de catálogos de galaxias cada vez más grandes permite estudiar la luminosidad de las galaxias de manera estadística. En particular, permite investigar cuán probable es encontrar una galaxia con una luminosidad o magnitud absoluta dentro de cierto rango. La respuesta a esta pregunta se puede formular a través de un estadístico llamado 'función de luminosidad'.

La función de luminosidad (FL) específica, es una distribución de probabilidades $\phi_T(M)$ sobre la magnitud absoluta M de las galaxias que son de un tipo de Hubble específico T. Sumando sobre todos los tipos de Hubble se obtiene la FL general $\phi(M)$. Sea $\nu(M,x,y,z)$ el número de galaxias que se encuentran en un volumen dV centrado en (x,y,z) y que tienen magnitudes absolutas entre M y M+dM. Si se asume que la magnitud de las galaxias no están correlacionadas con la ubicación espacial, se puede decir que

$$\nu(M, x, y, z)dMdV = \phi(M) * D(x, y, z)dMdV$$
 (5)

donde $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(M) dM = 1$. Entonces la FL $\phi(M)$ representa la fracción de galaxias por unidad de magnitud que tienen magnitudes absolutas entre M y M + dM, mientras que D(x, y, z) representa el número de galaxias por unidad de volumen (con cualquier valor de magnitud absoluta) en (x, y, z), y se denomina 'función de densidad' (Binggeli et al. 1988).

La FL es una herramienta sumamente útil y necesaria en numerosas aplicaciones. Por ejemplo, y tal como se detalla en (Schechter 1976), se necesita la FL para transformar la función de correlación angular proyectada en la función de correlación espacial 3D, esta última es fundamental en el estudio de la estructura en gran escala del Universo. También contiene información sobre las fleutuaciones de la densidad primordial del Universo, es necesaria para determinar correcciones evolutivas y cosmológicas a la relación númeromagnitud de las galaxias y sirve para determinar la densidad de masa local a través de la relación masa-luminosidad. Además, puede utilizarse para extrapolar las luminosidades observadas en cúmulos de galaxias a luminosidades totales y para determinar las distancias a cúmulos (Schechter 1976). Por último, esta función impone un constraint importante sobre cualquier modelo o teoría de formación y evolución de galaxias ya que estos deben ser capaces de reproducirla.

La evidencia observacional muestra que en la gran mayoría de los casos, un buen ajuste peramétrico a la FL de galaxias es la Función de Schechter, la cual viene dada por la ec.(6) (Schechter 1976), donde ϕ^* es la constante de normalización expresada en $Mpc^{-3}h^3$, L^* es la luminosidad característica en unidades de L_{\odot} y α es otro parámetro que controla la pendiente para el extremo débil de las luminosidades.

$$\phi(L)dL = \phi^* \left(\frac{L}{L^*}\right)^{\alpha} \exp\left(\frac{-L}{L^*}\right) \frac{dL}{L^*}$$
(6)

Esta función se puede expresar también en términos de la magnitud absoluta a partir de la ec.(7).

$$\left(\frac{L}{L^*}\right) = 10^{-0.4(M-M^*)} \tag{7}$$

De esta forma, la ec.(5) para la Función de Schechter queda

$$\phi(M)dM = (0.4*\ln(10))\phi^* \left(10^{-0.4(M-M^*)}\right)^{1+\alpha} \exp\left(-10^{-0.4(M-M^*)}\right) dM$$
 (8)

donde M^* es en este caso la magnitud característica. La función de Schechter se puede describir entonces por la combinación de una función exponencial y una ley de potencias. Para las magnitudes más brillantes, i.e $M < M^*$, domina el comportamiento de la función exponencial, mientras que para las magnitudes más débiles, i.e $M > M^*$, el comportamiento dominante está dado por la ley de potencias a través del parámetro α . Los tres parámetros ϕ^* , M^* y α se determinan empíricamente realizando un ajuste a los datos observacionales. Por otro lado, se debe tener en cuenta que la FL se determina en una banda fotométrica, por lo tanto estos valores pueden variar según la banda utilizada.

Otra cuestión a considerar es que la FL depende del tipo morfológico y del entorno. Esto se debe principalmente a que las frecuencias relativas entre los distintos tipos de Hubble dependen fuertemente de la densidad del ambiente. La fracción de galaxias elípticas y lenticulares aumenta en ambientes más densos, mientras que las galaxias de campo suelen ser de tipo tardío. Por otro lado, la forma que tiene la FL específica $\phi_T(M)$ cambia de acuerdo al tipo morfológico, por lo tanto la forma de la FL general, que es la suma sobre todos los tipos, no será la misma si se calcula para una muestra de galaxias de un cúmulo que para un conjunto de galaxias de campo (Binggeli et al. 1988). No obstante, la FL general puede proveer de una función promediada sobre todos los tipos morfológicos para cierta densidad media y describir adecuadamente la muestra considerada.

1.4 Métodos para Calcular la Función de Luminosidad

En primer lugar, para calcular la FL es necesario tener una muestra de galaxias completa por flujo es decir que debe estar compuesta por todas las galaxias más brillantes que una cierta magnitud aparente límite dada en un filtro. La ventaja de una muestra completa por flujo, a diferencia de una completa por volumen, es que no es necesario descartar datos. La desventaja es que este tipo de muestras están sesgadas hacia galaxias más brillantes, un efecto conocido como el sesgo de Malmquist (Malmquist 1922). Como la magnitud aparente de las galaxias aumenta con la distancia, aquellas que sean intrínsecamente débiles superarán rápidamente el límite impuesto en la muestra, a medida que se consideren redshifts más grandes. Por lo tanto, es muy importante corregir este sesgo ya que de lo contrario se estaría subestimando la cantidad de galaxias con baja luminosidad debido a un problema observacional.

Para calcular la FL de una muestra completa por flujo, y teniendo en cuenta el sesgo de Malmquist, se utilizó en este trabajo el método clásico $1/V_{max}$ propuesto por (Schmidt 1968). Se trata de un estimador de máxima probabilidad y se basa en la suposición de una distribución espacial de galaxias uniforme localmente, es decir D(x, y, z) = C donde C es una constante, ver ec.(5). Entonces, para un dado volumen se cuenta el número total de galaxias N, con una magnitud absoluta M, y a cada una se le asocia un peso inversamente proporcional a su luminosidad $1/V_{max}$, obteniendo la FL diferencial, ver ec.(9), donde V_{max} es el volumen correspondiente a la máxima distancia a la que una galaxia "i" puede ser observada y aún así seguir perteneciendo a la muestra. De esta manera se puede compensar las galaxias con magnitudes aparentes débiles que no se pueden observar.

$$\phi(M) = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{V_{max}(i)}$$
 (9)

El volumen V_{max} , ec.(10), puede ser determinado teniendo en cuenta la distancia de luminosidad d_L , ver ec.(11).

$$V_{max} = \frac{c}{H_0} \int_{\Omega} \int_{z_{min}}^{z_{max}} \frac{d_L^2(z)}{(1+z)^2 \sqrt{\omega_{m,0}(1+z)^3 + \omega_{\Lambda,0}}} dz d\Omega$$
 (10)

$$d_L(z) = (1+z)\frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\omega_{m,0}(1+z')^3 + \omega_{\Lambda,0}}}$$
(11)

En un rango de magnitudes [M-dM/2, M+dM/2] la FL se puede calcular sumando las galaxias por intervalo de magnitud y de volumen, utilizando la ec.(12).

$$\phi(M) = \sum_{i=1}^{N} \frac{N(M - dM/2 \le M_i \le M + dM/2)}{V_{max}(i)}$$
(12)

Por otro lado, existen también otros métodos más sofisticados para calcular la FL en los cuales se intenta dejar de lado la suposición de una distribución espacial de galaxias uniforme localmente. Por ejemplo (Lynden-Bell 1971) desarrolló el método C, un método de máxima probabilidad en donde el estimador C no requiere suposiciones sobre la forma de la distribución de densidad ni de la FL, solo se asume que esta última mantiene la misma forma en todos los puntos a lo largo de la línea de la visual. Además requiere que la muestra esté ordenada por luminosidad (Willmer 1997).

Otros métodos, como el desarrollado por (Turner 1979) e independientemente por (Kirshner et al. 1979), se enfocan en eliminar los efectos causados por las inhomogeneidades de densidad. En este método se consideró la razón entre la función de luminosidad diferencial en cada intervalo de magnitud absoluta [M, M + dM] y el número total de galaxias más brillantes que M (Willmer 1997). Con esta técnica, la variación en la amplitud de la FL no afecta la determinación de su forma funcional, y la variación en la amplitud puede determinarse explícitamente sin suponer que la FL sigue alguna forma analítica particular, de esta forma se evitan fuentes de errores sistemáticos (Turner 1979).

Por último, otro método importante es el método STY descripto por (Sandage et al. 1979). En este caso se utiliza el estimador de máxima probabilidad STY para obtener los parámetros de la función que ajusta la FL. Este estimador también cancela la contribución de la distribución de densidad y permite incluir correcciones por la falta de galaxias u otros efectos (Willmer 1997). A diferencia del método C, en esta caso es necesario asumir que la FL está descrpita por cierta función analítica, por ejemplo la función de Schechter. Una vez que se asume una función analítica se desea encontrar el par de parámetros (M^*, α) que maximizan la función 'likelihood' $L(M^*, \alpha)$, de esta forma se explora el espacio de parámetros y se obtienen los valores que resultan en el mejor ajuste. El valor de normalización ϕ^* debe ser calculado aparte.

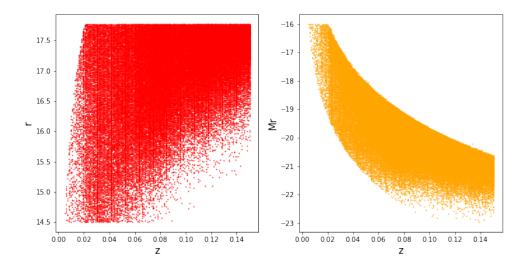


Figure 1: En el panel izquierdo (rojo), se observa el gráfico de la magnitud aparente, ${}^{0.1}r$, en función del redshift z. En el panel derecho (amarillo), se observa el gráfico de la magnitud absoluta en la banda r, M_r , en funcion del redshift z.

2 Datos

Para este trabajo se utilizó una muestra de 685035 galaxias del catálogo del SDSS DR7 (York et al. 2000). De esta muestra, se seleccionaron aquellas que tuvieran valores de redshift entre $0 \le z \le 0.15$, y tal que su magnitud petrosiana en la banda r corregida por extinción, tenga valores entre $14.5 \le r \le 17.77$, donde 17.77 es el límite en magnitud aparente del relevamiento espectroscópico del SDSS. De esta forma se obtuvo una muestra completa por flujo. Por otro lado, el corte en 14.5 fue realizado para evitar el efecto de colisión de fibras y descartar las galaxias más cercanas, estas tienen un tamaño angular grande que puede llegar a sobrepasar el diámetro de la fibra óptica del espectrógrafo, resultando en datos poco precisos.

Además, se restringió la muestra seleccionando aquellas galaxias cuyo radio petrosiano r_{50} en la banda r cumplieran con la condición $r_{50} > 1.5$ ". Esto también es de suma importancia ya que el relevamiento del SDSS presenta datos fotométricos obtenidos de imágenes que tengan un seeing menor o igual a 1.5" (York et al. 2000). Por lo tanto, no son confiables los datos de aquellos

objetos que tengan un tamaño menor que la presición con que fue hecha la observación, estos deben ser descartados.

Por último, se calculó la distancia de luminosidad d_L ver ec.(11), asumiendo la siguiente cosmología $H_0=100\frac{km}{s\,Mpc},\,\omega_{m,0}=0.3,\,\omega_{\Lambda,0}=0.7,\,\omega_{r,0}=0$ y $\omega_{k,0}=0$. Utilizando la d_L y la magnitud petrosiana r corregida por extinción y aplicando una corrección K para un restframe z=0.1, se obtuvo la magnitud absoluta en la banda r en el sistema AB para toda la muestra. Se optó por trabjar con aquellas galaxias que tuvieran magnitudes absolutas en la banda r entre $-23 \leq M_r \leq -16$. Después de aplicar las restricciones ya mencionadas se decidió seleccionar aleatoriamente el 20% de las galaxias para trabajar con una muestra de menor tamaño, resultando en una muestra final de 94411 galaxias.

En en el panel izquierdo de la Fig.(1) se graficó la magnitud aparente corregida por extinción $^{0.1}r$ en funcion del redshift z. Tal como es esperado, se observa que sólo las galaxias más cercanas, i.e las que estan a un redshift $z \le 0.08$, poseen magnitudes aparentes muy brillantes, i.e $^{0.1}r \le 16$. A medida que aumenta el redshift, incluso galaxias que pueden ser intrinsecamnete brillantes no logran llegar a magnitudes aparentes menores que 16 debido a su lejanía. Por esto hay cada vez menos galaxias detectadas con magnitudes $^{0.1}r < 16$ a alto redshift z > 0.08.

En el panel derecho de la Fig.(1) se graficó la magnitud absoluta en la banda r en funcion del redshift z. Se observa que efectivamente las galaxias intrínsecamnete débiles son detectadas a bajo redshift, mientras que para $z \geq 0.08$ sólo se observan galaxias muy luminosas, i.e con $M_r \leq -19$ debido al sesgo de Malmquist ya que se trata de una muestra completa por flujo.

Por último en las Fig.(2) y Fig.(3) se graficaron para las 5 bandas del SDSS las correcciones K a un restframe z=0 y z=0.1 en función del redshift. Se observa que la amplitud de las correcciones K a z=0.1 convergen a cero justamente para un redshift z=0.1, tal como fue estabelcido por (Blanton & Roweis 2007). Mientras que las correcciones K a z=0 tienen amplitudes cada vez más grandes a medida que aumenta el redshift. Por lo tanto, para el caso de una muestra del SDSS en la cual la mayoría de las galaxias se encuentran a z=0.1 tiene más sentido corregir hacia un restframe en z=0.1 porque entonces se aplicarán correcciones pequeñas a la mayor parte de la muestra, introduciendo menos incertidumbre en los datos. En cambio, si se aplican las correcciones K hacia un redshift z=0 eso implicaría hacer correcciones grandes e inciertas a la mayoría de las galaxias.

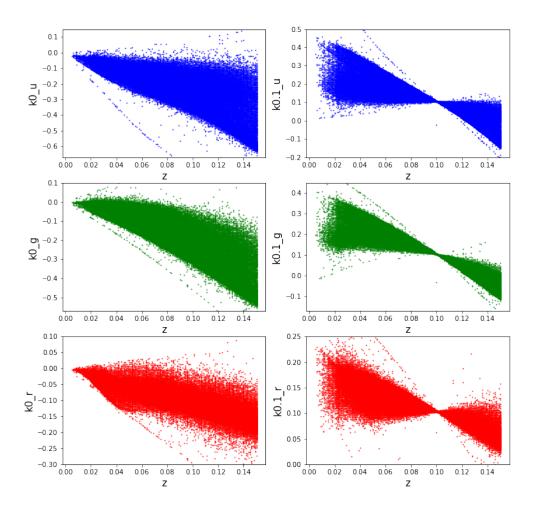


Figure 2: En los paneles de la izquierda se observa el gráfico de la corrección K a un restframe z=0 en función del redshift z para las bandas $^{0.0}u$ (azul), $^{0.0}g$ (verde) y $^{0.0}r$ (rojo). En los paneles de la derecha se grafica la corrección K a un restframe z=0.1 en función del redshift z para las bandas $^{0.1}u$ (azul), $^{0.1}g$ (verde) y $^{0.1}r$ (rojo).

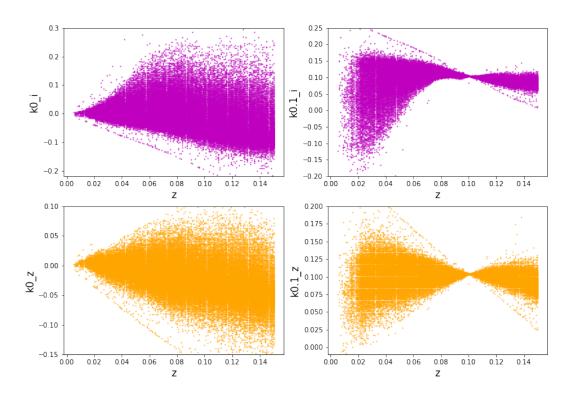


Figure 3: En los paneles de la izquierda se observa el gráfico de la corrección K a un restframe z=0 en función del redshift z para las bandas fotométricas $^{0.0}i$ (magenta) y $^{0.0}z$ (amarillo). En los paneles de la derecha se grafica la corrección K a un restframe z=0.1 en función del redshift z para las bandas fotométricas $^{0.1}i$ (magenta) y $^{0.1}z$ (amarillo).

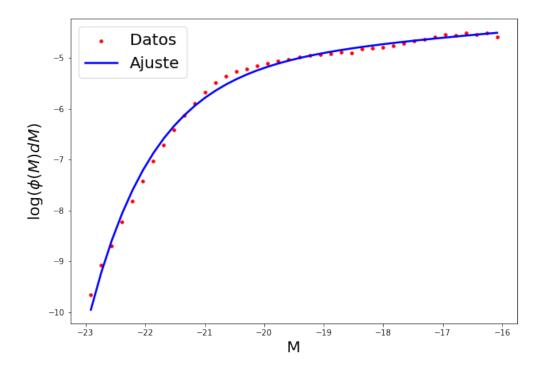


Figure 4: En rojo se muestra el gráfico del logaritmo de la FL empírica, $\log(\phi(M)dM)$, en función de la magnitud absoluta, M, en la banda r. En azul se muestra el ajuste de una función de Schechter con parámetros $\phi^* = 1.4*10^{-5}$, $M^* = -20.30$ y $\alpha = -1.24$.

3 Resultados

Para la muestra final de 94411 galaxias descripta en la sección anterior, se determinó la FL en la banda restframe $^{0.1}r$ utilizando el método $1/V_{max}$. En la Fig.(4) se grafica el logaritmo de la FL empírica obtenida, $\log(\phi(M)dM)$, en función de la magnitud absoluta en la banda r, M. Se observa que el comportamiento general de la FL es el esperado, es decir hay muchas más galaxias débiles que brillantes. Luego se ajustó una función de Schechter, ver ec.(8), a la FL empírica y se obtuvieron los siguientes valores para los parámetros

$$\phi^* = (1.4 \pm 0.1)10^{-5} h^3 Mpc^{-3}$$
$$M^* = -20.30 \pm 0.03$$
$$\alpha = -1.24 \pm 0.04$$

Los parámetros obtenidos concuerdan con los de literatura (Schechter 1976), excepto el valor de ϕ^* , esto puede ser debido a que ϕ^* es una constante de normalización que depende de cada muestra y por lo tanto no se puede comparar con el valor obtenido por otros autores. Por lo tanto, para magnitudes $M \geq M^* = -20.30$ el comportamiento de la FL deja de ser dominado por la función exponencial y pasa a comportarse como una ley de potencias. Nuevamente, se confirma que hay un número creciente de galaxias débiles, mientras que la probabilidad de encontrar galaxias muy brillantes, i.e con $M \leq M^* = -20.30$, disminuye exponencialmente a medida que disminuye la magnitud.

4 Conclusiones

En este trabajo se calculó la función de luminosidad para una muestra completa por flujo de 94411 galaxias con redshifts entre [0,0.15] y magnitudes aparentes desenrojecidas en la banda r entre [14.5,17.77]. Esta muestra fue obtenida a partir del catálogo DR17 del Sloan Digital Sky Survey. Además, la FL fue calculada utilizando el método clásico $1/V_{max}$ en un rango de magnitudes absolutas en la banda r entre [-23,-16].

Se analizaron las correcciones K(z) en cada filtro para un restframe z=0.0 y z=0.1. Tal como ha sido establecido previamente por otros autores, se verificó que es más conveniente aplicar las correcciones K(z) para un restframe z=0.1 ya que de esta forma se minimizan las incertidumbres introducidas en la magnitud aparente. Por lo tanto, se utilizaron los valores $^{0.1}r$ desenrojecidos, y la distancia de luminosidad para calcular la magnitud absoluta en la banda r de la muestra. Este paso es muy importante para obtener la FL con mayor presición.

Por útlimo, se ajustó una función de Schechter, ver ec.(8), y se obtuvieron los siguientes valores para los parámetros, $\phi^* = (1.4 \pm 0.1)10^{-5} h^3 Mpc^{-3}$, $M^* = -20.30 \pm 0.03$ y $\alpha = -1.24 \pm 0.04$, los cuales están de acuerdo con los

hallados en la literatura, exceptuando la constante de normalización ϕ^* . Por lo tanto, se verificaron los resultados ya obtenidos por otros autores sobre el comportamiento de la FL. Esta se caracteriza por ser una función creciente con la magnitud, es decir que para un dado volumen hay un creciente número de galaxias cada vez más débiles. En particular, para magnitudes absolutas entre [-23, -20.30] el número de galaxias con magnitudes entre [M, M+dM] aumenta exponencialmente a medida que aumenta M, mientras que para magnitudes absolutas entre [-20.30, -16] la FL crece con la magnitud siguiendo una ley de potencias.

References

Binggeli, B., Sandage, A., & Tammann, G. A. 1988, ARA&A, 26, 509

Blanton, M. R. & Roweis, S. 2007, AJ, 133, 734

Hogg, D. W., Baldry, I. K., Blanton, M. R., & Eisenstein, D. J. 2002, arXiv e-prints, astro

Kirshner, R. P., Oemler, A., J., & Schechter, P. L. 1979, AJ, 84, 951

Lynden-Bell, D. 1971, MNRAS, 155, 95

Malmquist, K. G. 1922, Meddelanden fran Lunds Astronomiska Observatorium Serie I, 100, 1

Mo, H. van den Bosch, F. & White, S. 2010, Galaxy Formation and Evolution (Cambridge University Press)

Sandage, A., Tammann, G. A., & Yahil, A. 1979, ApJ, 232, 352

Schechter, P. 1976, ApJ, 203, 297

Schmidt, M. 1968, ApJ, 151, 393

Turner, E. L. 1979, ApJ, 231, 645

Willmer, C. N. A. 1997, AJ, 114, 898

York, D. G., Adelman, J., Anderson, John E., J., et al. 2000, AJ, 120, 1579