

Übungsblatt 5: Zahlen

Abgabe am 28.11.2018, 13:00.

Aufgabe 1: Multiplikation im Zweierkomplement (6P)

Zeigen Sie, dass für $n \in \mathbb{N}$ unter der Voraussetzung

$$a, b, a \cdot b \in [-2^{n-1}, \dots, 2^{n-1} - 1] \quad (1)$$

gilt, dass die Multiplikation im Zweierkomplement sich folgendermaßen darstellen lässt:

$$d_n(a \cdot b) = s_n(d_n(a) \cdot d_n(b)). \quad (2)$$

Dabei bezeichnen d_n und s_n die Zweierkomplementdarstellungs- und Abschneidefunktion aus der Vorlesung. *Hinweis:* Rekapitulieren Sie das vergleichbare Resultat zur Addition aus der Vorlesung.

Aufgabe 2: Zahlendarstellung (8P)

Bemerkung: Bitte verwenden Sie zur Lösung dieser Aufgabe nur den Header `fcpp.hh` und die in der Vorlesung vorgestellten Funktionen.

a) Die Determinante einer 2×2 -Matrix A berechnet man durch

$$\det(A) = \det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc.$$

Schreiben Sie eine C++-Funktion

```
float determinante(float a, float b, float c, float d)
```

die die Determinante berechnet. Berechnen Sie damit die Determinante $\det(A)$ der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 100 & 0.01 \\ -0.01 & 100 \end{pmatrix}.$$

Die exakte Lösung ist 10000.0001. Warum stimmt das Ergebnis nicht? Was passiert, wenn Sie anstatt des Datentyps `float` den Typ `double` verwenden?

Bemerkung: Der C++-Compiler rundet bei der Ausgabe von `float` und `double`-Zahlen normalerweise automatisch, um das Ergebnis lesbarer zu machen. Die Ausgabefunktion `print` aus dem von uns bereitgestellten Header `fcpp.hh` schaltet die Rundung ab und gibt alle Stellen aus.

b) Berechnen Sie mit einem C++-Programm $(a+b)+c$ und $a+(b+c)$ mit $a = 10^n$, $b = -10^n$ und $c = 10^{-n}$ und $n = 6, 7, 8, \dots, 14$. Für welches n ist die Addition auf Ihrem Computer nicht mehr assoziativ wenn Sie `float` verwenden? Warum passiert dies?

Aufgabe 3: Näherungswert für Pi (6P)

Bemerkung: Bitte verwenden Sie zur Lösung dieser Aufgabe nur den Header `fcpp.hh` und die in der Vorlesung vorgestellten Funktionen. Vermeiden Sie bitte außerdem Schleifen und beschränken sich auf funktionale Programmierung.

Es sei

$$A_n = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x^2 + y^2 \leq n^2\} . \quad (3)$$

Schreiben Sie eine Funktion

```
int imkreis( int n ),
```

die die Anzahl der Elemente der Menge A_n berechnet, also wieviele Punkte eines $(2n+1) \times (2n+1)$ -Gitters innerhalb oder auf der Kreislinie eines Kreises mit Radius n liegen.

Wie kann man über diese Anzahl eine Näherung von π berechnen?

