

V204: Wärmeleitung von Metallen

Felix Geyer

felix.geyer@tu-dortmund.de

Rune Dominik

rune.dominik@tu-dortmund.de

15. November 2016

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	3
3.1 Versuchsaufbau	3
3.2 Versuchsdurchführung	4
4 Fehlerrechnung	5
5 Auswertung	5
5.1 Statische Methode	5
5.2 Dynamische Methode	6
6 Diskussion	9
Literatur	10

1 Zielsetzung

In diesem Versuch geht es um die Untersuchung der Wärmeleitung von Aluminium, Edelstahl und Messing und die Bestimmung des Wärmeleitkoeffizienten.

2 Theorie

Wärmeleitung ist eine von drei Methoden, um Wärme entlang eines Temperaturgefälles zu transportieren, welches durch eine Störung des Temperaturgleichgewichts entsteht. Neben Konvektion und Wärmestrahlung erfolgt die Wärmeleitung durch Phononen und frei bewegliche Elektronen. Durch einen Stab der Länge L und der Querschnittsfläche A , der aus einem Material mit Dichte ρ und spezifische Wärme c besteht, fließt in der Zeit dt bezüglich der Querschnittsfläche die Wärmemenge

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt. \quad (1)$$

Dabei ist κ die materialabhängige Wärmeleitfähigkeit. Mit Hilfe der Wärmestromdichte j_ω und Wärmeleitungsgleichung lässt sich die Temperaturwellengleichung schreiben als

$$T(x, t) = T_{max} e^{\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x} \cos \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x \right) \quad (2)$$

für einen mit Periode T abwechselnd erwärmten und abgekühlten sehr langen Stab. Die Phasengeschwindigkeit der Welle lautet

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}} = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}} \quad (3)$$

zur Bestimmung der Dämpfung nutzt man das Amplitudenverhältnis aus A_{nah} und A_{fern} an zwei Messstellen x_{nah} und x_{fern} . Für die Wärmeleitfähigkeit erhält man also

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln(A_{nah}/A_{fern})} \quad (4)$$

mit Δx als Abstand und Δt als Phasendifferenz der Temperaturwelle zwischen den beiden Messstellen.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Auf der Grundplatte sind vier rechteckige Probestäbe aus Aluminium, zweimal Messing und Edelstahl. Ein Peltierelement erhitzt bzw. kühlt die Probestäbe gleichzeitig. Mit einem Schalter lässt sich zwischen diesen beiden Betriebsarten umschalten, siehe 1.

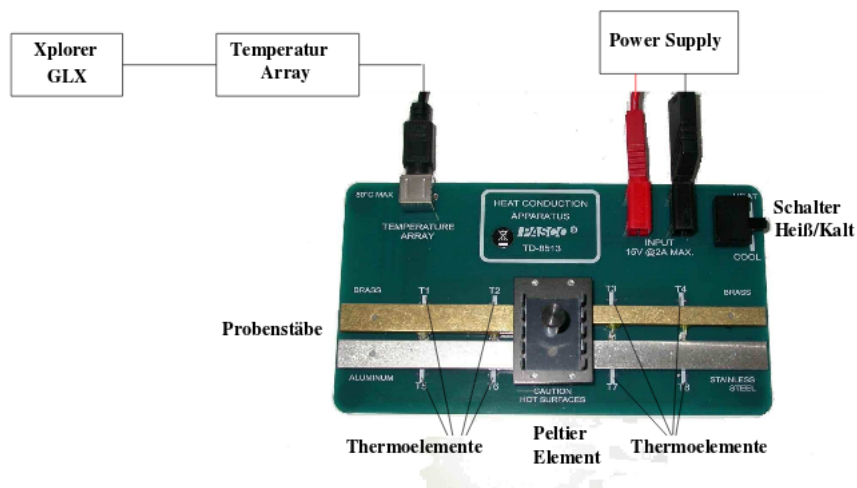


Abbildung 1: Grundplatte mit vier Probestäben, dem Peltier-Element und den nötigen Anschlüssen für Strom und Datenlogger.

Die Eingangsspannungen sind 5 V für die statische bzw. 8 V für die dynamische Methode ¹. Die Temperaturen werden an zwei Stellen eines Stabes abgegriffen und an einen Datenlogger (Xplorer GLX) weitergeleitet.



Abbildung 2: Darstellung eines Datenloggers Typ Xplorer GLX.

3.2 Versuchsdurchführung

Zu Beginn des Versuchs und nach jedem Abkühlvorgang isolieren wir die Metallstäbe, um den Wärmeaustausch mit der Umgebung so gering wie möglich zu halten. Es werden

¹Siehe 3.2

zwei verschiedene Messmethoden angewandt:

- **Statische Methode:** Über den zeitliche Temperaturverlauf wird die Wärmeleitfähigkeit bestimmt. Zu diesem Zweck werden an zwei Messstellen eines jeden Metallstabs die Temperatur als Funktion der Zeit dargestellt, was eine Gesamtanzahl von acht Sensoren bedeutet. Mit einer Abtastrate von 5 s und einer wie oben bereits erwähnten Spannung von 5 V wird die erste Messung durchgeführt, bis der siebte Sensor ungefähr 45 °C anzeigt. Nach Beendigung der Messung werden die Probestäbe abgekühlt.
- **Dynamische Methode:** Wir verwenden als dynamische Methode in diesem Versuch die Angström-Methode, die sich dadurch auszeichnet, dass der Stab periodisch erhitzt wird. In diesem Fall wird die Wärmeleitfähigkeit aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Temperaturwelle berechnet. Die Abtastrate bei dieser Methode beträgt 2 s und die Spannung 8 V. Wenn die Thermoelemente eine Temperatur von 30 °C oder niedriger erreicht haben, führt man die nächste Messung durch, indem man für eine Periode von 80 s eine Temperaturwelle erzeugt. Dies geschieht, wenn man nach 40 s heizen für wiederum 40 s mithilfe des Peltierelements die Probestäbe abkühlt. Nach zehn solcher Perioden ist die Messung beendet. Nachdem die Probestäbe wie bei der statischen Methode hinreichend abgekühlt sind, führt man noch eine Messung mit einer Periodendauer von 200 s für neun Perioden durch. Wenn eins der Thermoelemente 80 °C anzeigt, wird die Messung gestoppt. Die Messstäbe werden anschließend wieder gekühlt.

4 Fehlerrechnung

Es gibt:

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T^i \quad (5)$$

den Mittelwert und:

$$\sigma_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{T} - T_i)^2} \quad (6)$$

den Fehler des Mittelwertes.

5 Auswertung

5.1 Statische Methode

Alle Temperaturverläufe haben einen exponentiellen Verlauf. Die Betrachtung der Temperaturverläufe an den entfernt liegenden Thermoelementen zeigt, dass Aluminium die höchste Wärmeleitfähigkeit besitzt. Auf Aluminium folgen Messing und schließlich Edelstahl, welches die geringste Wärmeleitfähigkeit der betrachteten Metalle aufweist. Aus

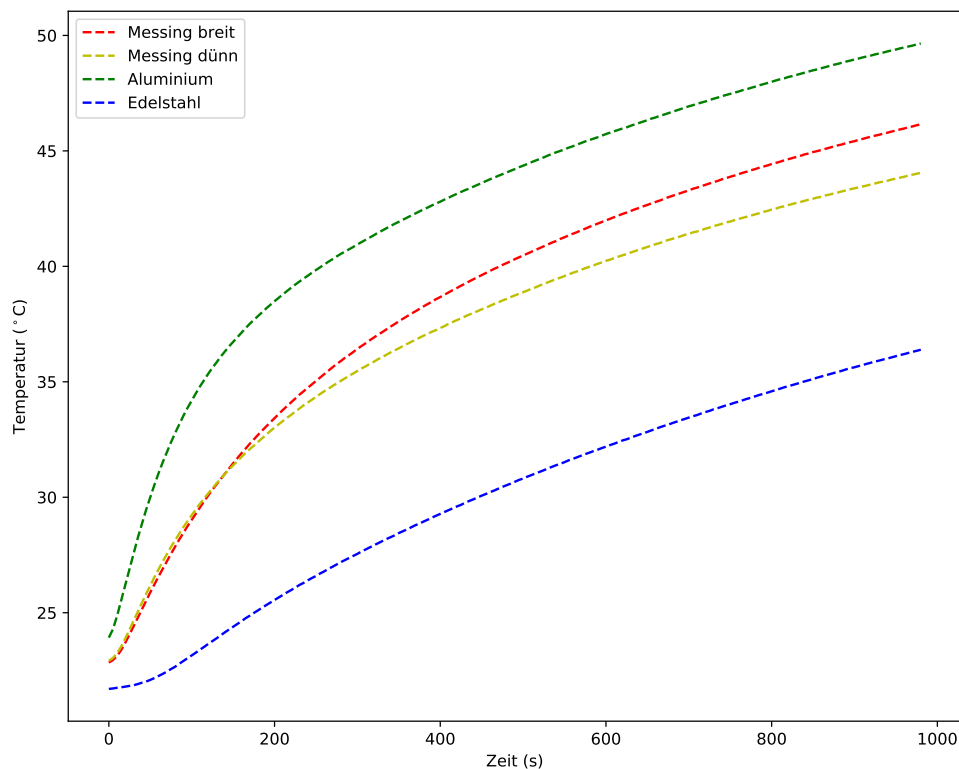


Abbildung 3: Temperaturverlauf der fernen Thermoelemente.

dem Verlauf der Temperaturkurven der beiden Messingstäbe folgt, dass aus einem höheren Querschnitt eine höhere Wärmeleitung folgt. Bei der Temperaturdifferenz zeigen sich Unterschiede zwischen Messing und Edelstahl. Zuerst steigen beide Kurven stark an. Nach dem Anstieg bleibt die Temperaturdifferenz des Edelstahls bis auf geringe Änderungen konstant. Beim Messing hingegen, fällt die Temperaturdifferenz nach einem schnell erreichten Maximum exponentiell ab, bis es sich einem Konstanten Wert annähert. Dies zeigt sich auch im Wärmestrom nach (1) bei einem Querschnitt von $A = 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ über eine Länge von 0,03 m: Der Wärmestrom zeigt auch noch einmal, dass in Edelstahl bei der gleichen Erhitzung über die gleiche Distanz bei gleichem Querschnitt ein betragsmäßig geringerer Wärmestrom fließt, Messing also besser Wärme leitet.

5.2 Dynamische Methode

Aus den Messungen folgen die in den Tabellen 3, 4 und 5 dargestellten Werte für die Amplituden sowie die Phasendifferenz. Tabelle 2 zeigt die Mittelwerte der Logarithmen

Tabelle 1: Temperaturdifferenzen

Edelstahl, $\kappa = 58 \text{ W K/m}$			Messing, $\kappa = 120 \text{ W K/m}$		
t in s	ΔT in K	$\Delta Q/\Delta t$ in W	t in s	ΔT in K	$\Delta Q/\Delta t$ in W
100	281,00	-26,08	50	277,28	-53,24
200	281,92	-26,16	100	277,05	-53,19
400	281,88	-26,16	150	276,62	-53,11
600	281,84	-26,16	400	275,93	-52,98
800	281,77	-26,15	600	275,82	-52,96

der Amplitudenverhältnisse, sowie der Phasendifferenzen. Die Werte berechnen sich nach (5) für den Mittelwert und (6) für den Fehler des Mittelwertes. Diese Werte geben nach (4) folgende Werte für κ :

$$\begin{aligned}\kappa_{Messing} &= (94 \pm 7) \text{ W/mK} \\ \kappa_{Aluminum} &= (166 \pm 14) \text{ W/mK} \\ \kappa_{Edelstahl} &= (14,7 \pm 1,0) \text{ W/mK}\end{aligned}$$

Im Vergleich mit Literaturwerten [Sch16]:

$$\begin{aligned}\kappa_{Messing} &= 81... 105 \text{ W/mK} \\ \kappa_{Aluminum} &= 220 \text{ W/mK} \\ \kappa_{Edelstahl} &= 15 \text{ W/mK}\end{aligned}$$

zeigt sich, dass die aus der Messung für Messing und Edelstahl folgenden Werte im Bereich der Messtoleranz liegen. Für Aluminium ist dies nicht der Fall.

Tabelle 2: Mittelwert der Logarithmen der Amplitudenverhältnisse sowie der Phasendifferenzen

Metall	$\overline{\ln(\frac{A_{nah}}{A_{fern}})}$	$\overline{\Delta t}$ in s
Messing	0.89 ± 0.04	17.6 ± 1.0
Aluminium	0.62 ± 0.04	10.2 ± 0.6
Edelstahl	1.64 ± 0.11	59.7 ± 1.6

Tabelle 3: Amplituden und Phasendifferenzen für Messing

A_{nah} in K	A_{fern} in K	Δt in s	$\ln(\frac{A_{nah}}{A_{fern}})$
13.64	7.48	21.75	0.60
12.32	5.72	21.75	0.77
11.88	5.28	21.75	0.81
11.44	4.84	17.40	0.86
11.00	4.40	17.40	0.92
11.00	4.40	17.40	0.92
11.00	4.40	17.40	0.92
10.56	3.96	15.22	0.98
10.12	3.52	13.05	1.06
10.12	3.52	13.05	1.06

Tabelle 4: Amplituden und Phasendifferenzen für Aluminium

A_{nah} in K	A_{fern} in K	Δt in s	$\ln(\frac{A_{nah}}{A_{fern}})$
19.24	13.32	11.10	0.37
16.65	10.36	8.88	0.47
15.91	8.88	8.88	0.58
15.54	8.14	11.10	0.65
14.80	7.77	6.66	0.64
14.80	7.77	13.32	0.64
14.43	7.40	8.88	0.67
14.43	7.03	11.10	0.72
14.43	7.03	11.10	0.72
14.06	7.03	11.10	0.69

Tabelle 5: Amplituden und Phasendifferenzen für Edelstahl

A_{nah} in K	A_{fern} in K	Δt in s	$\ln(\frac{A_{nah}}{A_{fern}})$
5.50	1.65	54.60	1.20
3.52	0.77	59.15	1.52
1.98	0.22	54.60	2.20
3.85	0.77	63.70	1.61
3.52	0.77	63.70	1.52
3.41	0.55	63.70	1.82
4.07	0.66	54.60	1.82
4.51	1.10	63.70	1.41

6 Diskussion

Zusammenfassend zeigen sich gute Ergebnisse, die großteils mit der Literatur übereinstimmen. Lediglich bei Aluminium ist die Abweichung groß. Fraglich ist an dieser Stelle, welche Legierung für Messing und Edelstahl verwendet wurden, sowie wie rein das Aluminium ist. Es kann somit keine absolut verlässliche Aussage getroffen werden, inwieweit die für die Metalle gefundenen Literaturwerte mit den verwendeten Materialien übereinstimmen. Insbesondere bei Messing wird in der Literatur ein Intervall angegeben, in dem sich auch der aus der Messung folgende Wert findet. Mögliche systematische Fehlerquellen können hier die Abschirmung der Stäbe sein. Da diese nicht perfekt ist, findet trotzdem ein Wärmeaustausch mit der Umgebung statt. Statistische Fehler können sich durch die Auswertungsmethode ergeben. Hier mussten mit Lineal die Amplituden und Phasendifferenzen aus Grafiken abgelesen werden. Die dabei zwangsläufig entstehenden Ablesefehler lassen sich nicht quantifizieren und finden sich am Ende trotz Bildung des Mittelwertes im Ergebnis wieder.

Generell lassen sich durch die digitale Datenerfassung aber viele Fehlerquellen ausschließen. Eine weitere Steigerung der Messgenauigkeit könnte durch eine komplett digitale Auswertung erreicht werden, wodurch die Ablesung mit Lineal wegfallen würde. Eine weitere Steigerung der Abschirmungsgüte lässt sich bei der geringen Größe der Petier-Elemente nur schwer erreichen. Hier könnten bessere Dämmaterialien eingesetzt werden.

Literatur

- [Dor16] TU Dortmund. *V204: Wärmeleitung von Metallen*. 21. Nov. 2016. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Waermeleitf.pdf>.
- [Pas16] Pasco. *Quelle Abbildung 1*. 21. Nov. 2016. URL: <https://www.pasco.com/GLX/>.
- [Sch16] Anton Schweizer. *Wärmeleitfähigkeit-Metalle*. 21. Nov. 2016. URL: http://www.schweizer-fn.de/stoff/wleit_metall/wleit_metall.php.