

## **US3: Doppler - Sonographie**

Felix Geyer  
felix.geyer@tu-dortmund.de

Rune Dominik  
rune.dominik@tu-dortmund.de

Durchführung: 18. April 2017  
Abgabe: 25. April 2017

# 1 Theorie

Gegenstand des Versuchs ist die Untersuchung von Strömungen mithilfe des Impuls-Echo-Verfahrens der Ultraschalltechnik. Das Impuls-Echo-Verfahren beruht auf dem akustischen Dopplereffekt, also der Frequenzveränderung einer Schallwelle bei einer Relativbewegung zwischen Quelle und Sender. Benutzt wird dabei das als Ultraschall bezeichnete Frequenzband zwischen 20 kHz und 1 GHz. Unterschieden wird beim akustischen Dopplereffekt zwischen zwei Fällen:

1. **Bewegte Quelle - Ruhender Empfänger:** Bei Annäherung einer mit Geschwindigkeit  $v$  bewegten Quelle misst der Beobachter eine um den Faktor  $(1 - \frac{v}{c})^{-1}$  erhöhte gesendete Frequenz  $\nu_0$ , bewegt sich die Quelle in die andere Richtung, so sinkt  $\nu_0$  um den Faktor  $(1 + \frac{v}{c})^{-1}$ . Zusammenfassend ist die gemessene Frequenz also durch

$$\nu_{kl/gr} = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v}{c}} \quad (1)$$

gegeben.

2. **Bewegter Empfänger - Ruhende Quelle:** In diesem Fall bewirkt eine Annäherung eine Verschiebung von  $\nu_0$  um den Faktor  $(1 + \frac{v}{c})$ , im umgekehrten Fall tritt eine Verminderung um den  $(1 - \frac{v}{c})$ , allgemein also:

$$\nu_{h/n} = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v}{c}\right) \quad (2)$$

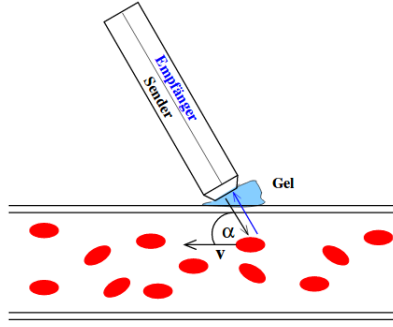
In der Doppler-Sonographie findet nun der zweite Fall Anwendung um unter anderem Strömungsgeschwindigkeiten zu bestimmen. Aus (2) folgt eine Frequenzverschiebung von

$$\Delta\nu = \nu_0 \frac{v}{c} (\cos \alpha + \cos \beta), \quad (3)$$

die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  sind dabei die zwischen dem Geschwindigkeitsvektor des beobachteten Teilchens und dem Normalenvektor der einlaufenden bzw. der am Objekt reflektierten auslaufenden Wellenfront eingeschlossenen Winkel. Beim Impuls-Echo-Verfahren sind Sender und Empfänger in einem Gerät zusammengefasst, sodass  $\alpha$  und  $\beta$  gleich sind und aus (3)

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \frac{v}{c} \cos \alpha \quad (4)$$

folgt. Das Verfahren ist in Abbildung 1 dargestellt. Erzeugt werden kann Ultraschall unter Zuhilfenahme des piezo-elektrischen Effekts. Ein piezoelektrischer Kristall, meist Quarze, wird durch ein sich periodisch änderndes elektrisches Feld zu Schwingungen angeregt und strahlt dadurch Ultraschallwellen ab. Stimmt die anregende Frequenz im Resonanzfall mit der Eigenfrequenz des Kristalls überein, erreichen die abgestrahlten Ultraschallwellen hohe Amplituden und damit auch hohe Energiedichten. Der piezoelektrische Effekt an Kristallen kann im umgekehrten Fall zur Konstruktion eines Empfängers genutzt werden. Einlaufende Schallwellen regen den Kristall dabei zu Schwingungen an.

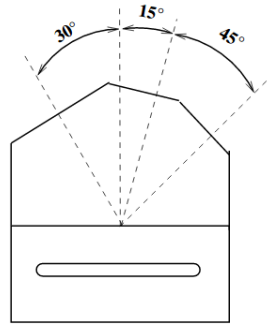


**Abbildung 1:** Schematische Skizze der Doppler-Sonographie [Dor17].

## 2 Durchführung

### 2.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Flüssigkeitskreislauf, in dem eine Zentrifugalpumpe eine Strömung erzeugt. Die Strömungsgeschwindigkeit lässt sich dabei stufenlos durch Veränderung der Pumpleistung regeln. In den Kreislauf integriert sind gerade Rohrstücke mit verschiedenen Durchmessern, auf die ein Dopplerprisma aus Acryl aufgesetzt wird, dessen Oberseite drei vordefinierte Einstrahlwinkel  $\theta$  ( $15^\circ$ ,  $30^\circ$  und  $60^\circ$ ) ermöglicht (siehe Abbildung 2). Alle Kontaktflächen werden mit einem Gel eingerieben,



**Abbildung 2:** Skizze eines Dopplerprismas mit eingezeichneten Einstrahlwinkeln [Dor17].

um die Übertragung der Ultraschallwellen zu optimieren. Den Einstrahlwinkeln wird mit der Schallgeschwindigkeiten der Flüssigkeit ( $c_L$ ) und des Prismas ( $c_P$ ) durch das Brechungsgesetz ein Dopplerwinkel

$$\alpha = 90^\circ - \arcsin\left(\sin \theta \cdot \frac{c_L}{c_P}\right) \quad (5)$$

zugeordnet. Genutzt wird eine Schallfrequenz  $\nu_0$  von 2 MHz. Die Messsonde ist währenddessen über einen Ultraschall Doppler-Generator mit einem Computer verbunden, auf dem ein Messprogramm installiert ist, welches das Auslesen der gemessenen Daten

ermöglicht. Die verwendete Flüssigkeit ist bezüglich ihrer akustischen Eigenschaften auf die verwendeten Frequenz angepasst.

## 2.2 Versuchsdurchführung

In einem ersten Teil wird die Strömungsgeschwindigkeit in einem Rohrstück aus den verschiedenen Einstrahlwinkeln des Doppler-Prismas bestimmt. Es werden für fünf verschiedene Pumpleistungen aus allen drei Einstrahlwinkeln die Frequenzverschiebung  $\Delta\nu$  gemessen. Daraus ergibt sich nach Formel (4) mit Formel (5) die Strömungsgeschwindigkeit. Die jeweiligen Verhältnisse  $\Delta\nu / \cos \alpha$  werden dann in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit in einem Diagramm aufgetragen.

In einer zweiten Messreihe wird das Strömungsprofil in einem 3/8-Zoll Rohr (ca. 10 mm) unter einem Einstrahlwinkel von  $15^\circ$  bestimmt. Gemessen wird bei einer Pumpleistung von 45 und 70 %. Der Ultraschall Doppler-Generator wird so eingestellt, dass er eine variable Messtiefe ermöglicht. Die Einstellung am Generator ist dabei in 0.5 s-Schritten möglich, die Umrechnung in mm ist materialabhängig. Es wird der komplette Rohrdurchmesser durchfahren und in 0.75 mm-Abständen sowohl Strömungsgeschwindigkeit als auch Streuintensitätswert gemessen. Die beiden Datenreihen werden in Abhängigkeit der Messtiefe in einem Diagramm aufgetragen.

## 3 Auswertung

Die im Folgenden ausgewerteten Versuchsteile wurden an einem Rohr mit einem Durchmesser von 0.01 m durchgeführt.

### 3.1 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit für die Dopplerwinkel.

Um die Strömungsgeschwindigkeit zu bestimmen, wird (4) umgeformt zu

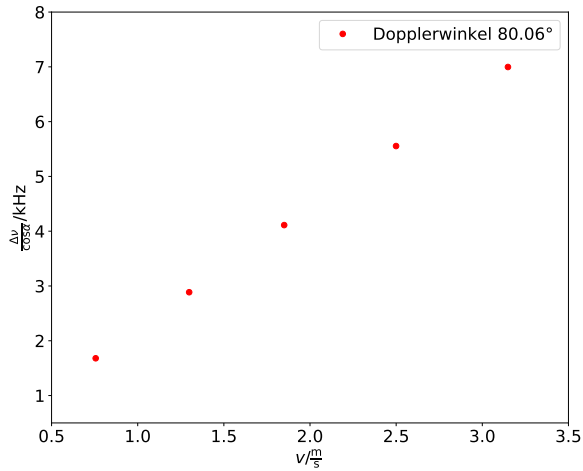
$$v = \frac{\Delta\nu \cdot c}{2\nu_0 \cos \alpha}. \quad (6)$$

Mit (5) folgt für die Dopplerwinkel  $\alpha$  aus (6) mit  $c_L = 1800 \text{ m/s}$  und  $c_P = 2700 \text{ m/s}$ .

$\theta$	$\alpha$
$15^\circ$	$80.06^\circ$
$30^\circ$	$70.53^\circ$
$60^\circ$	$54.74^\circ$

**Tabelle 1:** Dopplerwinkel  $\alpha$  zu den vordefinierten Einfallswinkeln  $\theta$ .

Damit folgen die Ergebnisse für die drei Dopplerwinkel mit  $\nu_0 = 2 \text{ MHz}$  und  $c = 1800 \text{ m/s}$  mit dem jeweils passendem Diagramm.

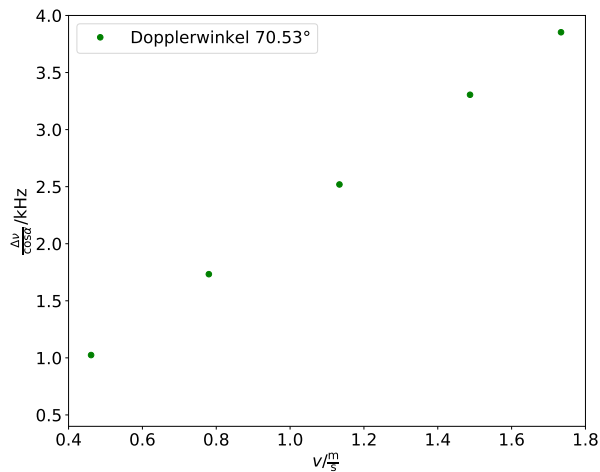


Pumpleistung / %	$\Delta\nu$ / Hz	$v$ / m/s
30	-85	0.76
40	-146	1.30
50	-208	1.85
60	-281	2.50
70	-354	3.15

(b) Die Pumpleistung, die Frequenzverschiebung (aus den Messungen) und die Geschwindigkeit aus (6) berechnet für einen Einfallswinkel von  $15^\circ$ .

(a) Die Frequenzverschiebung geteilt durch den cos des Dopplerwinkels  $80.06^\circ$  aufgetragen gegen die Geschwindigkeit.

**Abbildung 3:** Ergebnisse aus Aufgabenteil für den Dopplerwinkel  $80.06^\circ$ .

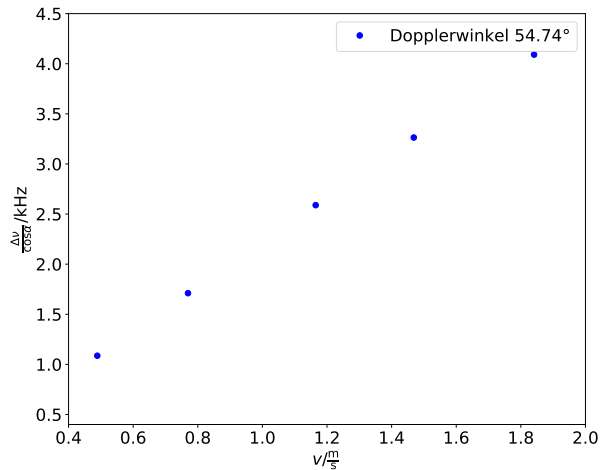


Pumpleistung / %	$\Delta\nu$ / Hz	$v$ / m/s
30	159	0.46
40	269	0.78
50	391	1.13
60	513	1.49
70	598	1.73

(b) Die Pumpleistung, die Frequenzverschiebung (aus den Messungen) und die Geschwindigkeit aus (6) berechnet für einen Einfallswinkel von  $30^\circ$ .

(a) Die Frequenzverschiebung geteilt durch den cos des Dopplerwinkels  $70.53^\circ$  aufgetragen gegen die Geschwindigkeit.

**Abbildung 4:** Ergebnisse aus Aufgabenteil 1 für den Dopplerwinkel  $70.53^\circ$ .



Pumpleistung / %	$\Delta\nu$ / Hz	$v$ / m/s
30	-256	0.49
40	-403	0.77
50	-610	1.16
60	-769	1.47
70	-964	1.84

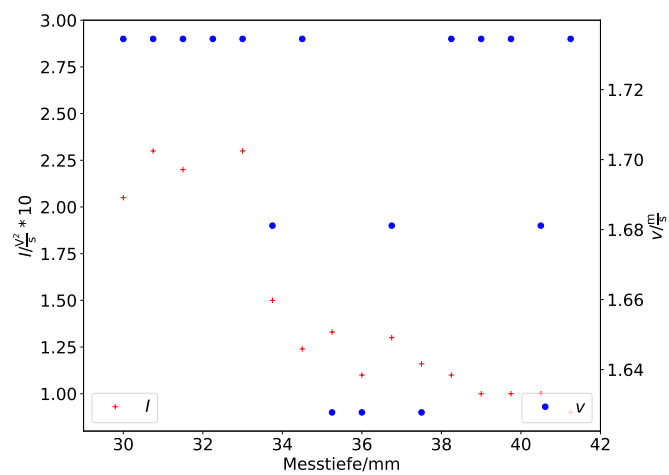
(b) Die Pumpleistung, die Frequenzverschiebung (aus den Messungen) und die Geschwindigkeit aus (6) berechnet für einen Einfallswinkel von  $60^\circ$ .

(a) Die Frequenzverschiebung geteilt durch den cos des Dopplerwinkels  $54.74^\circ$  aufgetragen gegen die Geschwindigkeit.

**Abbildung 5:** Ergebnisse aus Aufgabenteil 1 für den Dopplerwinkel  $54.74^\circ$ .

### 3.2 Bestimmung der Streuintensität und der Momentangeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Messtiefe

Zur Bestimmung der Momentangeschwindigkeit wird (6) genutzt mit  $\alpha = 80.06^\circ$  und dem gemessenen Wert für  $\Delta\nu$ . Für  $\nu_0$  wird 2 MHz (vgl. Kapitel 2.1) und für  $c$  1800 m/s verwendet. Für die Messtiefe wird die Umrechnung  $4 \mu\text{s} = 6 \text{ mm}$  verwendet. Im Folgenden sind die Ergebnisse als Tabelle und Diagramm aufgelistet.

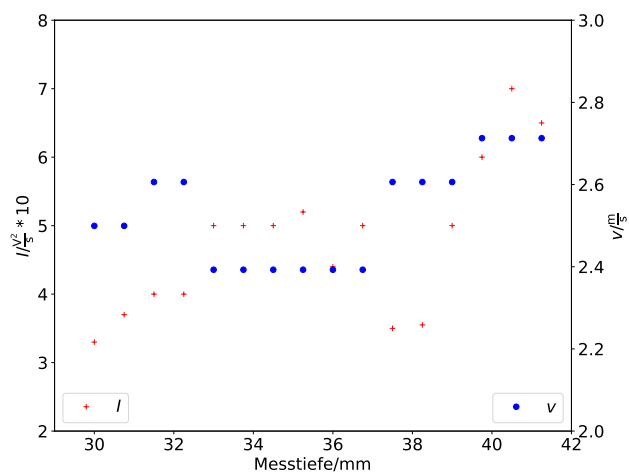


(a) Momentangeschwindigkeit und Streuintensität in Abhängigkeit von der Messtiefe aufgetragen.

Messtiefe / m m	$v$ / m/s	$I$ / $V^2/s \cdot 1000$
30	1.73	205
30.75	1.73	230
31.5	1.73	220
32.25	1.73	290
33	1.73	230
33.75	1.68	150
34.5	1.73	124
35.25	1.63	133
36	1.63	110
36.75	1.68	130
37.5	1.63	116
38.25	1.73	110
39	1.73	100
39.75	1.73	100
40.5	1.68	100
41.25	1.73	90

(b) Messtiefe, Momentangeschwindigkeit  $v$  aus (6) berechnet und Streuintensität  $I$ .

**Abbildung 6:** Ergebnisse aus Aufgabenteil 2 für 45 % Pumpleistung.



(a) Momentangeschwindigkeit und Streuintensität in Abhängigkeit von der Messtiefe aufgetragen.

Messtiefe / m m	$v$ / m/s	$I$ / $V^2/s \cdot 1000$
30	2.50	330
30.75	2.50	370
31.5	2.61	400
32.25	2.61	400
33	2.40	500
33.75	2.40	500
34.5	2.40	500
35.25	2.40	520
36	2.40	440
36.75	2.40	500
37.5	2.61	350
38.25	2.61	355
39	2.61	500
39.75	2.71	600
40.5	2.71	700
41.25	2.71	650

(b) Messtiefe, Momentangeschwindigkeit  $v$  aus (6) berechnet und Streuintensität  $I$ .

**Abbildung 7:** Ergebnisse aus Aufgabenteil 2 für 70 % Pumpleistung.



## 4 Diskussion

Aus den Diagrammen 3a bis 5a folgt, dass ein linearer Zusammenhang zwischen dem Verhältnis aus Frequenzverschiebung und dem Cosinus des Dopplerwinkels und der Strömungsgeschwindigkeit vorliegt. Außerdem stimmen die Strömungsgeschwindigkeiten bei den Einstrahlwinkeln  $30^\circ$  und  $60^\circ$  mit einer maximalen Abweichung von  $0.11 \text{ m/s}$  gut überein. Lediglich die Werte für den Einstrahlwinkel von  $15^\circ$  weichen stark ab. Hier liegt die maximale Abweichung bei  $1.42 \text{ m/s}$  im Vergleich zu der Messung bei  $30^\circ$  bzw. bei  $1.31 \text{ m/s}$  unter einem Winkel von  $60^\circ$ . Eine mögliche Erklärung ist, dass die Messung für diesen Winkel als erstes vorgenommen wurde, sodass noch Lufteinschlüsse in der Apparatur vorhanden waren, die nach einiger Pumpenlaufzeit zum Luftauslass transportiert wurden. Desweiteren konnte eine gute Fixierung des Doppler-Prismas auf dem Strömungsrohr anfangs nicht gewährleistet werden. Die Messung bei  $15^\circ$  sollte daher wiederholt werden.

Aus Abbildung 6a lässt sich erkennen, dass die Geschwindigkeit zum Rand des Rohrs hin konstant ist, während sie in der Mitte des Rohrs ein Minimum hat, was dem Modell widerspricht. Ähnliches gilt für Abbildung 7a, wobei bei 70% Pumpleistung die Strömungsgeschwindigkeit zum Rand hin weniger konstant ist, aber weiterhin ein Minimum zur Rohrmitte hin aufweist. Die Streuintensität schwankt ohne erkennbares Muster über den gesamten Querschnitt. Aufgrund dieser Ergebnisse sind systematische Messfehler zu vermuten, welche die Messung derart beeinflusst haben, dass keine Aussagen mehr möglich sind. Möglich ist hier eine Blockade des Flüssigkeitsstroms durch Knicke in den nicht starren Kurvenstücken. Dieser zweite Versuchsteil kann daher in der jetzigen Form keine Ergebnisse liefern und sollte zwecks Prüfung wiederholt werden.

Außerdem lässt sich sagen, dass sich das Ablesen der vom Computer angezeigten Werte bei beiden Versuchsteilen als schwierig gestaltet hat, da sich die Werte teilweise im Sekundenintervall änderten. Dadurch sind systematische Fehler nicht auszuschließen. Abschließend lässt sich feststellen, dass der erste Teil des Versuchs gute Ergebnisse geliefert hat, während der zweite Teil aufgrund der aufgenommenen Messwerte nicht zufriedenstellend ausgewertet werden kann.

## Literatur

- [Dor17] TU Dortmund. *US3: Doppler-Sonographie*. 19. Apr. 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/DopplerSonogr.pdf>.