

# **V207: Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler**

Felix Geyer                      Rune Dominik  
felix.geyer@tu-dortmund.de    rune.dominik@tu-dortmund.de

29. November 2016

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>4</b>
3.1 Versuchsaufbau . . . . .	4
3.2 Versuchsdurchführung . . . . .	5
<b>4 Fehlerrechnung</b>	<b>5</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>5</b>
5.1 Bestimmung der Apperaturkonstante für die Große Kugel . . . . .	5
5.2 Bestimmung der Visositätsfunktion . . . . .	7
<b>6 Diskussion</b>	<b>9</b>
<b>Literatur</b>	<b>10</b>

## 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität von destilliertem Wasser mithilfe des Kugelfall-Viskosimeters nach Höppler.

## 2 Theorie

Bei Bewegung durch Flüssigkeiten erfahren Körper eine Reibungskraft, die von der Berührungsfläche  $A$  und der Geschwindigkeit  $v$  abhängt. Eine weitere wichtige Rolle spielt die **dynamische Viskosität**, eine Eigenschaft der Flüssigkeit, die temperaturabhängig ist. Mithilfe des **Kugelfall-Viskosimeters nach Höppler** lässt sich diese bestimmen. Wenn der Radius der Kugel sich nur marginal von dem der Röhre unterscheidet, sodass sich keine Turbulenzen bilden, dann gilt für die Stokessche Reibung

$$F_R = 6 \pi \eta v r . \quad (1)$$

$r$  ist hierbei der Radius der Kugel und  $\eta$  die dynamische Viskosität. Wenn die Kugel im Rohr hinabfällt, wirken neben der Reibungskraft auch die Schwerkraft und die Auftriebskraft. Da die Reibungskraft immer entgegen der Bewegungsrichtung wirkt und die Auftriebs- und Schwerkraft auch entgegengesetzt wirken, arbeiten also Auftriebs und Reibungskraft gegen die Schwerkraft. Es stellt sich nach einiger Zeit ein Kräftegleichgewicht ein, da die Reibungskraft von der Geschwindigkeit  $v$  abhängt. Somit fällt die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit. Bei einem senkrechten Fall würde die Kugel mit den Wänden der Röhre kollidieren und so Wirbel verursachen. Deswegen wird das Rohr um einige Grade geneigt, sodass die Kugel auf der Oberfläche gleiten kann.

Die Viskosität bestimmt sich nach folgender Formel

$$\eta = K(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t . \quad (2)$$

Hierbei ist  $t$  die Fallzeit der Kugel,  $\rho_K$  und  $\rho_{Fl}$  die Dichten der Kugel bzw. der Flüssigkeit. Die Apparaturkonstante  $K$  setzt sich unter anderem aus Fallhöhe und der Kugelgeometrie zusammen.

Da die Viskosität vieler Flüssigkeiten auch von der Temperatur abhängig ist, gibt die Andradesche Gleichung eine Abhängigkeit der Viskosität von der Temperatur an

$$\eta(T) = A \exp\left(\frac{B}{T}\right) . \quad (3)$$

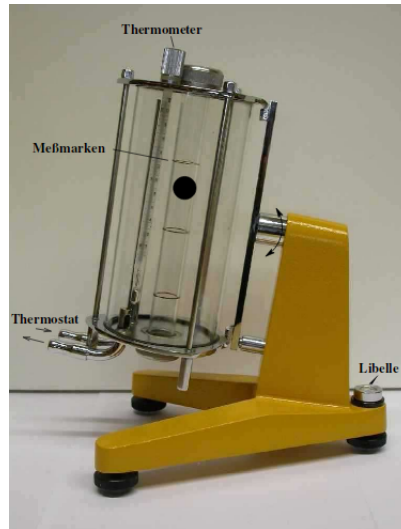
Mithilfe der Reynoldszahl [IG01, S. 99]

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} \quad (4)$$

lässt sich eine Aussage darüber treffen, ob eine Strömung laminar, also turbulenzfrei, ist oder ob sie Wirbel hat. Alle mit (4) errechneten Werte, die unter der kritischen Reynoldszahl liegen, sind laminare Strömungen, alle, die darüber liegen, sind es nicht.

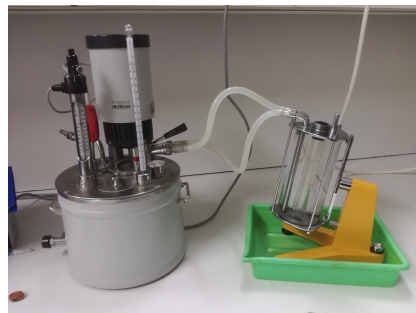
### 3 Durchführung

#### 3.1 Versuchsaufbau



**Abbildung 1:** Ein Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler.

In Abbildung 1 ist ein Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler zu sehen. Im Inneren befindet sich die erwähnte Röhre, die drei Messmarkierungen aufweist. Die Fallstrecke zwischen der obersten und der untersten beträgt 0,1 m. Das Rohr lässt sich von beiden Seiten mit der Flüssigkeit und einer Kugel befüllen. Um die Temperaturabhängigkeit zu beobachten, kann die Flüssigkeit im Rohr mit einem Wasserbad temperieren, siehe Abbildung 2. Mithilfe der Libelle lässt sich sicherstellen, dass das Viskosimeter gerade steht.



**Abbildung 2:** Versuchsaufbau im Foto.

## 3.2 Versuchsdurchführung

Als erstes wurde mithilfe eines Messschiebers die Durchmesser der zwei Kugeln fünfmal bestimmt. Ebenso oft wurden die Kugeln gewogen, um aus Volumen und Gewicht die Dichte  $\rho_K^1$  zu bestimmen. Nachdem sichergestellt wurde, dass das Viskosimeter gerade steht, wird das Röhrchen mit destilliertem Wasser befüllt, und dabei entstehende Luftblasen entfernt. Alsdann wird mit einer Stoppuhr die Fallzeit der Kugel auf der in Kapitel 3.1 beschriebenen Messstrecke bestimmt. Wenn die Kugel unten angekommen ist, wird das Viskosimeter um  $180^\circ$  gedreht und erneut die Fallzeit bestimmt. Dabei ist darauf zu achten, dass die Kugel vor dem Erreichen der ersten Messmarkierung eine konstante Geschwindigkeit erreicht hat. Für die zwei Kugeln werden jeweils zehn Messungen durchgeführt. Anschließend wird das Wasserbad und damit das destillierte Wasser in der Röhre auf  $70^\circ\text{C}$  geheizt. Im Zuge dessen wird ab  $25^\circ\text{C}$  in  $5^\circ\text{C}$  Schritten zweimal die Fallzeit der größeren Kugel bestimmt, bis die  $70^\circ\text{C}$  erreicht sind.

## 4 Fehlerrechnung

Es gibt:

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i \quad (5)$$

den Mittelwert und:

$$\sigma_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{T} - T_i)^2} \quad (6)$$

den Fehler des Mittelwertes. Falls zwei fehlerbehaftete Größen in einer Gleichung zur Bestimmung einer anderen Größe Verwendung finden, dann berechnet sich der Gesamtfehler nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{\left(\frac{df}{dx_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{df}{dx_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{df}{dx_n} \Delta x_n\right)^2}. \quad (7)$$

## 5 Auswertung

### 5.1 Bestimmung der Apperaturkonstante für die Große Kugel

Die gemessenen Werte für Durchmesser und Gewicht sind in Tabelle 1 aufgetragen. Aufgrund der in 1 dargestellten Werte, wird Kugel 1 im weiteren als "kleine Kugel" und Kugel 2 als "große Kugel" bezeichnet. Aus diesen Messwerten folgen nach (5) und (6) die in Tabelle 2 dargestellten Werte für Durchmesser  $d$  und Masse  $m$  der Kugeln, sowie die durch:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (8)$$

---

<sup>1</sup>siehe (2)

**Tabelle 1:** Durchmesser und Gewicht der Kugeln, 5 Messungen

Kugel 1		Kugel 2	
$d/\text{mm}$	$m/\text{g}$	$d/\text{mm}$	$m/\text{g}$
14,43	4,47	14,60	4,96
14,42	4,46	14,59	4,95
14,44	4,46	14,60	4,94
14,41	4,46	14,59	4,96
14,42	4,45	14,58	4,97

mit:

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3 \quad (9)$$

definierte Dichte. Es ergeben sich für die in Tabelle 3 dargestellten Messwerte Mittel-

**Tabelle 2:** Mittelwerte für Durchmesser, Masse und Dichte der Kugeln

	kleine Kugel	große Kugel
$d/\text{mm}$	$14,424 \pm 0,005$	$14,592 \pm 0,004$
$m/\text{g}$	$4,460 \pm 0,003$	$4,956 \pm 0,005$
$\rho/\text{kg m}^{-3}$	$2838 \pm 4$	$3046 \pm 4$

**Tabelle 3:** Fallzeiten bei Raumtemperatur

$t_k/\text{s}$	$t_g/\text{s}$
13,23	87,38
13,24	87,35
13,20	88
13,13	89,55
13,16	86,01
13,21	86,56
12,87	87,54
13,09	88,29
12,89	86,86
12,76	86,91

werte von:

$$\begin{aligned} \overline{t_k} &= (13,08 \pm 0,05) \text{ s} \\ \overline{t_g} &= (87,44 \pm 0,32) \text{ s} \end{aligned}$$

Aus den in Tabelle 3 dargestellten Messwerten für die Fallzeit bei Raumtemperatur folgt nach (2) bei einer Dichte von Wasser von  $\rho_{H_2O} = 997,05 \text{ kg m}^{-3}$  [Mag16, S. 1] bei

Raumtemperatur und mit gegebener Apperaturkonstante  $K_{kl} = 7,64 \cdot 10^{-8} \text{ Pa m}^3 \text{ kg}^{-1}$  [Dor16, S. 3] eine Viskosität von  $\eta = (1,839 \pm 0,009) \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$ . Durch einsetzen dieser Viskosität in der aus (2) folgenden Form:

$$K = \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t} \quad (10)$$

mit der Dichte der größeren Kugel folgt  $K_{gr} = (1,027 \pm 0,006) \cdot 10^{-8} \text{ Pa m}^3 \text{ kg}^{-1}$ .

## 5.2 Bestimmung der Visositätsfunktion

**Tabelle 4:** Fallzeiten bei verschiedenen Temperaturen, 2 Messungen

$T/\text{K}$	$t_1/\text{s}$	$t_1/\text{s}$	$\bar{t}/\text{s}$	$\eta(T)/10^{-3} \text{ Pa s}$	
				gemessene Werte für $\eta$	Literaturwerte für $\eta$
298,15	74,80	75,76	75,28	1,58	0,89
303,15	68,86	68,75	68,81	1,45	0,80
308,15	63,00	63,01	63,00	1,33	0,72
313,15	56,76	56,90	56,83	1,20	0,65
318,15	52,35	51,83	52,09	1,10	0,60
323,15	47,23	47,93	47,58	1,00	0,55
328,15	44,12	44,56	44,34	0,93	0,50
333,15	40,64	41,27	40,95	0,86	0,47
338,15	38,49	38,29	38,39	0,81	0,43
343,15	36,24	35,75	36,00	0,76	0,40

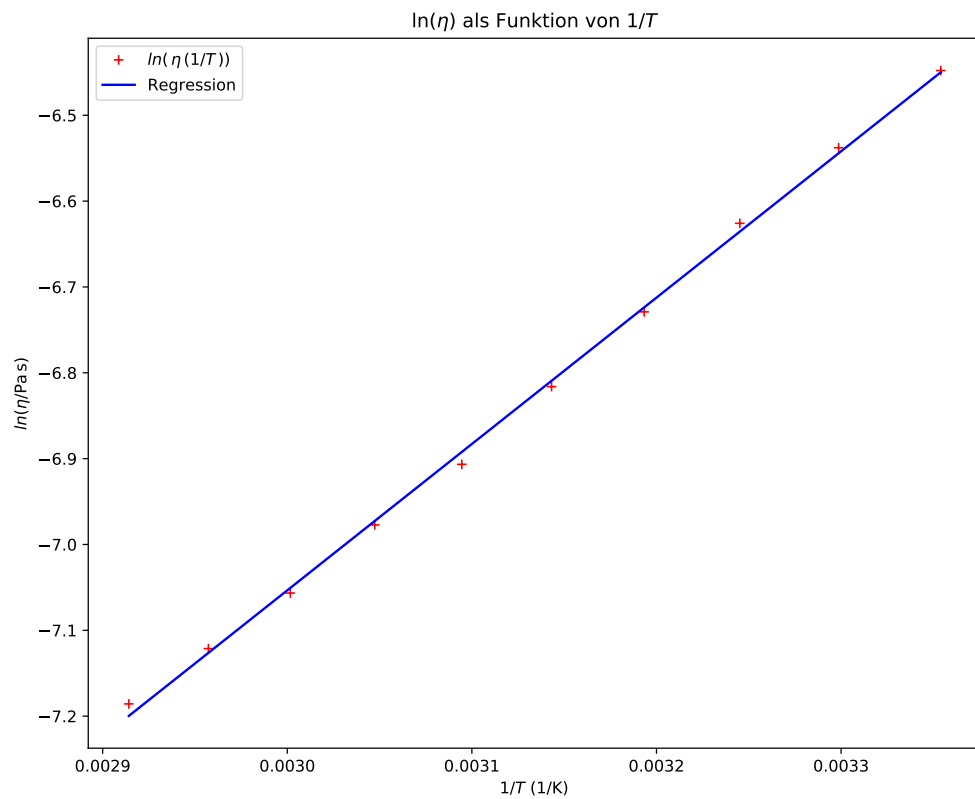
Die gemessenen Werte sowie der aus den jeweils zwei Messungen folgende Mittelwert und die mit den in Kapitel 5.1 bestimmten Konstanten aus (2) folgenden Viskositäten finden sich in Tabelle 4. Die Fehler der Viskositäten sind im Bereich von  $10^{-6}$  und damit zu Vernachlässigen. Werden die Werte der Viskositäten nun logarithmiert und gegen  $1/T$  aufgetragen, lassen sich die Koeffizienten aus (3) durch folgende Form ermitteln:

$$\ln(\eta(T)) = \ln(A) + B * \frac{1}{T} \quad (11)$$

Dazu wird ein linear Fit auf den Daten angewendet. Dies ist in Grafik 3 dargestellt. Es ergeben sich folgende Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \ln(A) &= -12,17 \pm 0,07 \\ B &= (1705 \pm 21) \text{ K} \end{aligned}$$

Nach (4) ergeben sich damit Reynoldszahlen zwischen  $33 \pm 3$  bei  $25^\circ\text{C}$  und  $149 \pm 13$  bei  $70^\circ\text{C}$ . Die kritische Reynoldszahl für Wasser, also die Reynoldszahl die den Übergangspunkt von laminarer zu turbolenter Strömung charakterisiert, beträgt 2000 [Kar16, S. 4]. Die erhaltenen Werte liegen alle weit unter diesem Wert, sodass davon ausgegangen werden kann, dass es sich bei allen Messungen um laminare Strömungen handelt. Gleiches



**Abbildung 3:**  $\ln(\eta)$   
als Funktion von  $1/T$  mit Regression

gilt für die Reynoldszahl für die kleine Kugel. Ebenfalls nach (4) ergibt sich hier ein Wert von  $170,2 \pm 1,4$  bei Raumtemperatur.



## 6 Diskussion

Beim Vergleich der gemessenen Viskositäten (siehe Tabelle 4) mit Literaturwerten ([Mag16, S. 1]) zeigen sich Abweichungen von ca. 55 %, die nicht im Bereich der Messungenauigkeit liegen. Mögliche systematische Fehlerquellen sind Luftblasen, die sich trotz des Versuches nie zu entfernen in der Apparatur gesammelt haben können. Unterstützt wird diese These von der Tatsache, dass sich eine sehr gute lineare Regression für die Viskosität finden lässt, deren Fehler sehr gering ist. Auch die Temperaturregelung zeigte sich als im besten Falle nur grob einzustellen, sodass die angegebenen Temperaturen nicht mit Sicherheit zu verifizieren sind. Desweiteren betrachten die verwendeten Formeln die, wenn auch geringe, Reibung der Kugel an den Seiten der Röhre nicht. Turbulente Strömungen sind hingegen als Fehlerquelle auszuschließen. Die Betrachtung der Reynoldszahl zeigt eindeutig, dass das Strömungsverhalten in der Röhre laminar war.

Zusammenfassend zeigen die gemessenen Werte untereinander schlüssige Zusammenhänge, die jedoch nicht mit der Literatur übereinstimmen. Es sind also weitere Messreihen nötig. Eine Möglichkeit, die Messung zu verbessern, läge sicherlicher darin, den Einschluss von Luft in der Apparatur zu verringern. Ein Befüllen im Vakuum wäre zwar technisch aufwendig, könnte die Messgüte jedoch steigern. Weiterhin wurden bei der Hauptmessreihe pro Temperatur lediglich jeweils zwei Messwerte genommen. Hier ließen sich durch mehrfache Messungen bessere Resultate erzielen.

## Literatur

- [Dor16] TU Dortmund. *V206: Die Wärmepumpe*. 21. Nov. 2016. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf>.
- [IG01] Waldemar Ilberg und Dieter Geschke. *Physikalisches Praktikum*. 12. Aufl. Stuttgart: Dieter Geschke, 2001.
- [Kar16] Universität Karlsruhe. *Strömungen in Rohrleitungen*. 2. Dez. 2016. URL: <http://hydro.ifh.uni-karlsruhe.de/download/Kap08ps.pdf>.
- [Mag16] Universität Magdeburg. *Stoffwerte - Flüssigkeiten*. 2. Dez. 2016. URL: <http://www.uni-magdeburg.de/isut/LSS/Lehre/Arbeitsheft/IV.pdf>.