

## **V401: Das Michelson-Interferometer**

Felix Geyer                      Rune Dominik  
felix.geyer@tu-dortmund.de    rune.dominik@tu-dortmund.de

Durchführung: 23. Mai 2017  
Abgabe: 30. Mai 2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>3</b>
2.1	Versuchsaufbau . . . . .	3
2.2	Versuchsdurchführung . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>4</b>
3.1	Fehlerrechnung . . . . .	4
3.2	Wellenlänge eines Helium-Neon-Lasers . . . . .	4
3.3	Brechungsindex von Luft und CO <sub>2</sub> . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>6</b>
	<b>Literatur</b>	<b>7</b>

# 1 Theorie

Licht als elektromagnetische Welle breitet sich als ebene Welle nach der Gleichung

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta) \quad (1)$$

aus. Dabei ist  $E$  die elektrische Feldstärke,  $k$  die Wellenzahl,  $\omega$  die Kreisfrequenz und  $\delta$  der Phasenwinkel. Wenn für das Licht die Maxwell'schen Gleichungen und das Prinzip der linearen Superposition gilt, dann lässt sich die Überlagerung mehrerer Lichtwellen einfach aus der vektoriellen Addition der Felder bestimmen. Da es aber aufgrund der hohen Lichtfrequenz nicht möglich ist, diese experimentell zu bestimmen, wird stattdessen die Intensität betrachtet, die sich über die Beziehung

$$I \propto |\vec{E}|^2$$

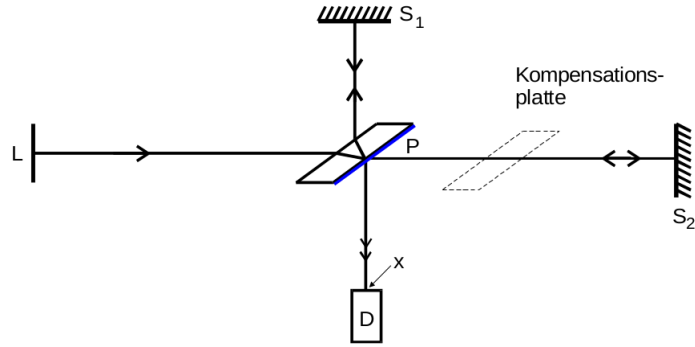
aus der elektrischen Feldstärke ergibt. Mit einigen Vereinfachungen folgt somit für die Intensität überlagerter Lichtwellen

$$I = 2 \cdot \text{const } \vec{E}_0^2 (\cos(\delta_2 - \delta_1) + 1) . \quad (2)$$

mit  $\cos(\delta_2 - \delta_1)$  als Interferenzterm. Somit ist die Intensität der überlagerten Welle abhängig von der Differenz der Phasenwinkel. Auch eine komplette Auslöschung ist möglich, falls die Differenz ungerade Vielfache von  $\pi$  ergibt.

Da die Phasenwinkel bei konventionellen Lichtquellen statistische Funktionen der Zeit sind, fällt der Interferenzterm bei Mittelung über einen großen Zeitraum weg. Deshalb ist es wichtig, sogenanntes kohärentes Licht zu benutzen. Diese Art des Lichts zeichnet sich dadurch aus, dass  $k$ ,  $\omega$  und  $\delta$  in (1) konstant sind. Erzeugen lässt es sich zum Beispiel, wenn Licht aus ein und derselben Lichtquelle mit sich selbst interferiert. In diesem Versuch wird jedoch stattdessen ein Laser verwendet. Diese sind zwar nicht im Unendlichen kohärent, doch für die im Experiment verwendeten Längenskalen ausreichend. Damit sind alle Voraussetzungen für die Interferenzfähigkeit des Lichtes vorhanden.

Der prinzipielle Aufbau des Michelson-Interferometers ist in Abbildung 1 dargestellt. Dabei ist L die Lichtquelle,  $S_1$  und  $S_2$  Spiegel, P ein semipermeabler Spiegel und D ein Photodetektor. Um Interferenzeffekte untersuchen zu können, wird der Lichtstrahl am semipermeablen Spiegel P in zwei Teilstrahlen aufgespalten. Einer setzt seinen Weg ohne Richtungsänderung fort, der andere senkrecht zur Einfallsrichtung. Nachdem beide Strahlen an  $S_1$  bzw.  $S_2$  gespiegelt worden sind, treffen sie erneut auf P und werden erneut wie oben beschrieben aufgespalten. Damit die beiden Teilstrahlen kohärent sind, werden die Abstände  $\overline{S_1 P}$  und  $\overline{S_2 P}$  annähernd gleich gewählt und eine Kompensationsplatte mit gleichem Brechungsindex und gleicher Dicke wie P zwischen P und  $S_2$  gebracht, da im Gegensatz zu dem von  $S_1$  kommenden Strahl der von  $S_2$  kommende Strahl P nur einmal statt dreimal durchläuft. Sind diese Voraussetzungen erfüllt, dann entsteht ein Gangunterschied von  $\lambda/2$  zwischen den beiden Teilstrahlen. Somit löschen sich die beiden Strahlen aus und der Photodetektor D erfasst an der Stelle x einen dunklen Fleck. Wird



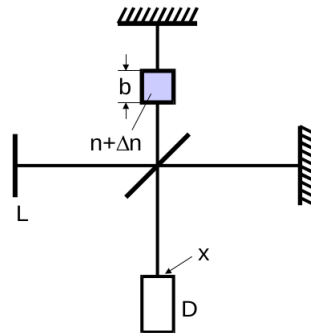
**Abbildung 1:** Prinzipieller Aufbau des Michelson-Interferometers. [Dor17]

einer der beiden Spiegel um ein Stück  $d$  verschoben, ergibt sich statt  $\lambda/2$  ein Wegunterschied von  $2 \cdot d$  und die am Photodetektor D erfasste Intensität ändert sich. Wenn man  $d$  kontinuierlich ändert, oszilliert die Intensität zwischen 0 (Auslöschung) und dem Maximalwert. Somit lässt sich der Aufbau zur Wellenlängenbestimmung nutzen und es ergibt sich

$$\Delta d = z \frac{\lambda}{2} \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \frac{2\Delta d}{z}. \quad (3)$$

Dabei ist  $z$  die Anzahl der Intensitätsmaxima.

Eine andere Nutzungsweise des Michelson-Interferometers ist die Bestimmung von Brechungsindizes. Der Aufbau ist in Abbildung 2 dargestellt. Das Medium der Dicke  $b$  soll



**Abbildung 2:** Aufbau des Michelson-Interferometers zur Bestimmung von Brechungsindizes. [Dor17]

den Brechungsindex  $n + \Delta n$  besitzen, an allen anderen Orten im Versuchsaufbau sei er  $n$ . Wird  $\Delta n$  langsam erhöht, erscheinen wieder wechselnde Intensitäten an der Stelle x. Dabei entspricht  $b \cdot \Delta n$  gerade  $\Delta d$  aus (3) und es ergibt sich

$$b \cdot \Delta n = \frac{z\lambda}{2}. \quad (4)$$

Um aus  $\Delta n$  den wirklichen Brechungsindex  $n$  des verwendeten Mediums zu bestimmen,

wird

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n \frac{T \cdot p_0}{T_0 \cdot (p - p')} . \quad (5)$$

genutzt. Dabei sind  $p_0$  und  $T_0$  Druck und Temperatur unter Normalbedingungen,  $T$  die Umgebungstemperatur  $p - p'$  die relative Änderung des Druckes, der zu wechselnden Intensitäten führt.

## 2 Durchführung

### 2.1 Versuchsaufbau

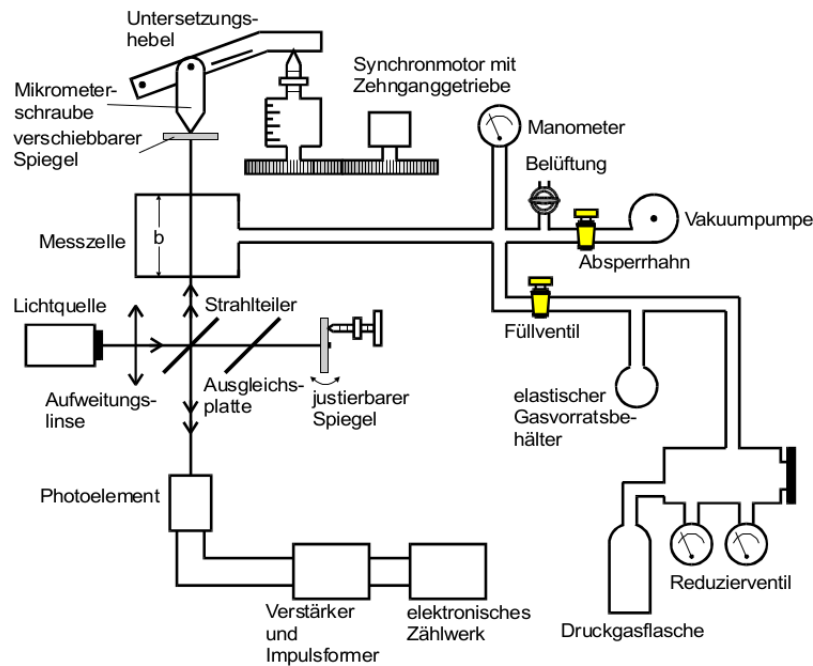


Abbildung 3: Aufbau der Messapparatur. [Dor17]

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 zu sehen. Der Synchronmotor realisiert die kontinuierliche Änderung von  $\Delta d$  und die Apparatur rechts davon mit Vakuumpumpe und der Druckgasflasche die Messung verschiedener Brechungsindizes.

### 2.2 Versuchsdurchführung

Zuerst wird der Motor eingestellt, sodass er mit einer möglichst geringen Geschwindigkeit  $\Delta d$  erhöht, damit das Photoelement alle Maxima erfassen kann. Nachdem Spiegel 1 um 2 mm verschoben wurde, wird die Anzahl der Maxima am elektronischen Zählwerk abgelesen. Dieser Vorgang wird zehnmal wiederholt, um mögliche statistische Fehler auszugleichen. Dann wird die Messzelle mithilfe der Vakuumpumpe evakuiert und die Luft

langsam wieder eingefüllt. Die dabei entstandenen Intensitätsmaxima werden wieder am elektronischen Zählwerk abgelesen. Auch diese Messung wird zehnmal durchgeführt. Anschließend wird die Messzelle erneut evakuiert und diesmal CO<sub>2</sub> eingefüllt. Auch diesmal werden die Intensitätsmaxima abgelesen und die Messung zehnmal wiederholt.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Fehlerrechnung

Für die Fehlerrechnung gibt:

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i \quad (6)$$

den Mittelwert, sowie:

$$\sigma_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{T} - T_i)^2} \quad (7)$$

den Fehler des Mittelwertes. In Fällen, in denen zwei fehlerbehaftete Größen in einer Gleichung zur Bestimmung einer anderen Größe Verwendung finden, wird der resultierende Fehler durch UNCERTAINTIES in PYTHON berechnet.

#### 3.2 Wellenlänge eines Helium-Neon-Lasers

**Tabelle 1:** Messwerte für die Messung an einem Helium-Neon-Laser sowie für jedes Wertepaar berechnete Wellenlänge.

$\Delta d$ / mm	$z$	$\lambda$
2	1286	619.98
2	1327	600.82
2	1284	620.94
2	1305	610.95
2	1340	594.99
2	1288	619.01
2	1326	601.27
2	1300	613.30
2	1330	599.47
2	1292	617.10

Die Messwerte finden sich in Tabelle 1. Ebenfalls in dieser Tabelle finden sich die nach (3) berechneten Wellenlängen. Die an der Millimeterschraube gemessenen Verschiebungen müssen durch die Hebelübersetzung von 5.017 geteilt werden, um die tatsächliche Verschiebung des Spiegels zu erhalten. Durch Mittelwertbildung erhält man einen Wert von:

$$\lambda = (609.8 \pm 3.1) \text{ nm.}$$

### 3.3 Brechungsindex von Luft und CO2

**Tabelle 2:** In Tabelle a sind die gemessenen Werte bei Füllung der Kammer mit Luft, in Tabelle b für CO2 eingetragen. Außerdem eingetragen ist der für jedes Wertepaar berechnete Brechungsindex  $n$ .

$P / \text{ bar}$	$z$	$n$	$P / \text{ bar}$	$z$	$n$
0.2132	46	1.000416	0.2132	52	1.000470
0.2132	33	1.000298	0.2132	50	1.000452
0.2132	47	1.000425	0.2132	50	1.000452
0.2132	32	1.000289	0.2132	51	1.000461
0.2132	37	1.000334	0.2132	53	1.000479
0.2132	35	1.000316	0.2132	52	1.000470
0.2132	33	1.000298	0.2132	50	1.000452
0.2132	50	1.000452	0.2132	50	1.000452
0.2132	34	1.000307	0.2132	52	1.000470
0.2132	33	1.000298	0.2132	52	1.000470

(a) Werte für Luft.

(b) Werte für CO2.

Zur Bestimmung der Brechungsindize der beiden Gase nach (5) (mit (4)) sind einige Werte notwendig. Diese sind wie folgt:

Normaldruck:  $p_0 = 1.0132 \text{ bar}$

Normaltemperatur:  $T_0 = 273.15 \text{ K}$

Umgebungstemperatur:  $T = 293.15 \text{ K}$

Durchmesser der Zelle:  $b = 50 \text{ mm}$

Wellenlänge Laser:  $\lambda = 635 \text{ nm}$ .

Weiter ist zu beachten, dass sich die Kammer in allen Fällen nur auf  $-0.8 \text{ bar}$  evakuieren ließ, sodass der verbleibende Kammerinnendruck bei  $0.2132 \text{ bar}$  lag. Der Nullpunkt der Skala des Manometers ist auf  $p_0$  geeicht. Die gemessenen Werte sowie die nach (5) bestimmten Brechungsindize sind in Tabelle 2 dargestellt. Der in den Rechnungen benötigte Wert  $\Delta n$  wird nach (4) bestimmt. Aufgrund der großen Abweichung zwischen dem auf dem Laser angegebenen und dem oben bestimmten Wert für  $\lambda$  wird ersterer in den Rechnungen genutzt. Es ergeben sich folgende Mittelwerte:

$$n_{\text{Luft}} = 1.000\,343 \pm 0.000\,020$$

$$n_{\text{CO}_2} = 1.000\,463 \pm 0.000\,003.$$

## 4 Diskussion

Im Vergleich mit dem auf dem Laser angegebenen Wert von 635 nm für die Wellenlänge zeigen sich Abweichungen, die nicht im Bereich der Messungenauigkeiten liegen. Es ist daher von einem systematischen Fehler auszugehen. Denkbar sind vor allem Fehlzählungen. Da die Apparatur extrem empfindlich gegenüber jeglichen Erschütterungen ist und diese nie vollständig ausgeschlossen werden können ist es möglich, dass einzelne Maxima aufgrunddessen mehrfach gezählt wurden.

Bei Vergleich zwischen den für die Brechungsindize gemessenen Werten mit Literaturwerten von 1.000 276 5 [Pol17a] für Luft und 1.000 447 6 [Pol17b] für CO<sub>2</sub> zeigen sich ebenfalls keine Übereinstimmungen im Fehlerintervall. Die relativen Abweichungen sind mit 14.4 und 2.7 % in den letzten Stellen jedoch bei der Messung von CO<sub>2</sub> weitaus geringer als bei der Messung von Luft. Auch hier sind Fehlzählungen das Wahrscheinlichste. Eine erneute Messung mit einem genaueren Messgerät sollte daher alle Werte verbessern können.



## Literatur

- [Dor17] TU Dortmund. V401: Das Michelson-Interferometer. 23. Mai 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V401.pdf>.
- [Pol17a] Mikhail Polyanskiy. Refractive index of Air. 23. Mai 2017. URL: <http://www.refractiveindex.info/?shelf=other&book=air&page=Peck>.
- [Pol17b] Mikhail Polyanskiy. Refractive index of CO<sub>2</sub>. 23. Mai 2017. URL: <http://www.refractiveindex.info/?shelf=main&book=co2&page=Bideau-Mehu>.