

## **V406: Beugung am Spalt**

Felix Geyer                      Rune Dominik  
felix.geyer@tu-dortmund.de    rune.dominik@tu-dortmund.de

Durchführung: 16. Mai 2017  
Abgabe: 23. Mai 2017

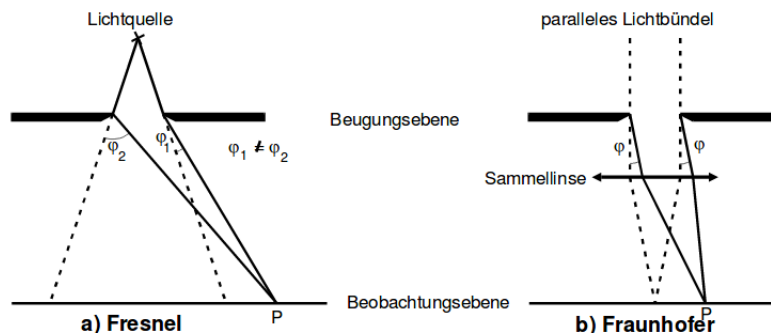
# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>1</b>
1.1	Berechnung der Beugungsbildes durch Interferenz . . . . .	1
1.2	Berechnung des Beugungsbildes durch Fourier-Transformation . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>3</b>
2.1	Versuchsaufbau . . . . .	3
2.2	Versuchsdurchführung . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>4</b>
3.1	Konstanten. . . . .	4
3.2	Beugung am Einzelspalt. . . . .	4
3.3	Beugung am ersten Doppelspalt. . . . .	5
3.4	Beugung am zweiten Doppelspalt. . . . .	5
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>6</b>
	<b>Literatur</b>	<b>7</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Berechnung der Beugungsbildes durch Interferenz

Ziel des Versuchs ist die Betrachtung der FRAUENHOFER-Lichtbeugung an Parallel- und Doppelspalten. Optische Beugung tritt immer dann auf, wenn Licht auf ein Objekt trifft, dessen Abmessungen kleiner sind, als der Durchmesser des Lichtstrahls selbst. Zur Erklärung von Beugungsphänomenen muss zuerst unterschieden werden, ob die Lichtquelle im endlichen liegt und der Lichtstrahl auseinander läuft, oder ob die Lichtquelle so weit von der Beugungsebene entfernt liegt, dass der Lichtstrahl als paralleles Bündel auftrifft. Es wird dann davon gesprochen, dass die Lichtquelle "ins Unendliche verschoben wurde". Der erste Fall wird als FRESNEL-Beugung bezeichnet, der Zweite als FRAUENHOFER-Beugung (siehe Abbildung 1). Die theoretisch einfacher zu erklärende



**Abbildung 1:** Veranschaulichung der FRESNEL- und FRAUENHOFER-Beugung [Dor17].

FRAUENHOFER-Beugung wird hier am Parallelschlitt diskutiert. Es gelten folgende Annahmen.

- Die Schlittbreite ist gering gegenüber der Schlittlänge, sodass der Strahl nur in seiner Breite begrenzt wird.
- Es werden nur Strahlen betrachtet, die unter dem selben Winkel gebeugt wurden. Um dies zu realisieren, muss der Abstand zwischen Beobachtungsebene groß im Vergleich mit der Schlittbreite sein. Dafür wird häufig eine Sammellinse in den Strahlengang nach der Beugungsebene gebracht.
- Es treffen ebene Wellen der Form

$$A(z, t) = A_0 \exp \left( i \left( \omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \quad (1)$$

mit Wellenlänge  $\lambda$  auf die Beugungsebene auf. Um dies zu realisieren ist kohärentes Licht notwendig, dass "aus dem Unendlichen" kommend auf den Schlitt trifft. Als Quelle solchen Lichtes werden beispielsweise Laser genutzt.

Alle Punkte der eintreffenden Wellenfront sind nun nach dem HUYGENSSchen Prinzip Ausgangspunkt einer sich kugelförmig ausbreitenden Elementarwelle. Trifft der Strahl

auf den Spalt führt dies dazu, dass der Lichtstrahlen in Teilstrahlen aufgeteilt wird, die untereinander interferieren, da es einen Gangunterschied  $s$  zwischen ihnen gibt (siehe Abbildung 2a) Aus diesem Gangunterschied lässt sich ein Phasenunterschied  $\delta$  bestimmen:

$$\delta = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi x \sin(\varphi)}{\lambda}. \quad (2)$$

Aus (1) und (2) lässt sich nun ein Ausdruck für die Amplitude  $B$  in Abhängigkeit des Winkels finden:

$$B(\varphi) = A_0 b \operatorname{sinc}(\eta) \quad (3)$$

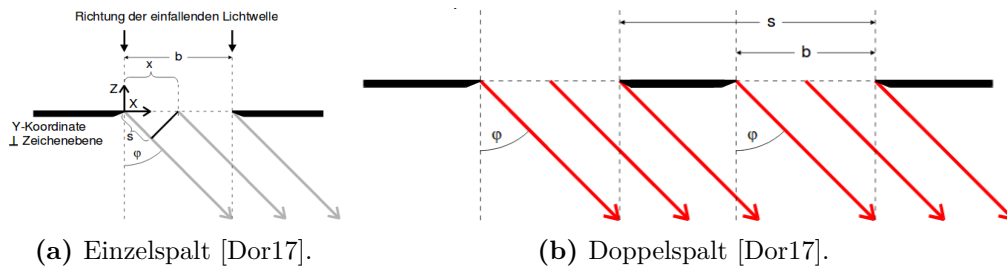
mit

$$\eta = \frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda}. \quad (4)$$

Die Amplitude ist jedoch nicht messbar, da die Frequenz des Lichtes extrem hoch und daher für Messgeräte nicht auflösbar ist. Messbar ist jedoch die Intensität, die dem Quadrat der Amplitudenfunktion entspricht:

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = A_0^2 b^2 \operatorname{sinc}^2(\eta). \quad (5)$$

Diese Funktion wird auch als Beugungsfigur bezeichnet. Wie für den Einzelspalt lässt



**Abbildung 2:** Veranschaulichung der Interferenzeffekte an Einzel- und Doppelspalt

sich eine Beugungsfigur auch für den Doppelspalt definieren. Hier muss jedoch der Gangunterschied  $s$  anders definiert werden (siehe Abbildung 2b). Man erhält:

$$B(\varphi)^2 = A_0 \cos^2 \left( \frac{\pi s \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \operatorname{sinc}^2(\eta). \quad (6)$$

Aufgrund der großen Abstände zwischen Photoelement und Beugungsebene lässt sich sowohl für den Einzel- als auch für den Doppelspalt der Winkel  $\varphi$  in guter Näherung durch

$$\varphi \approx \tan(\varphi) = \frac{x - x_0}{L} \quad (7)$$

bestimmen.  $L$  ist dabei der Abstand zwischen Spalt und Photoelementebene,  $x_0$  die Position des Maximums 0. Ordnung und  $\Delta x$  der Abstand zwischen  $x_0$  und dem betrachteten Punkt.

## 1.2 Berechnung des Beugungsbildes durch Fourier-Transformation

Die Intensitätsfunktion kann auch aus der Fourier-Transformierten der sogenannten Aperturfunktion, also jener Funktion die das Objekt, an dem gebeugt wird, beschreibt, bestimmt werden. Die Aperturfunktion ist dabei für alle  $x$  der beugenden Geometrie gleich der Amplitude  $A_0$  (also beispielsweise zwischen den Begrenzungen eines Spaltes), ansonsten ist sie null. Die Fourier-Transformationsformel

$$g(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(ix\xi) \quad (8)$$

liefert dann mit der Aperturfunktion  $f(x)$  das Beugungsbild. Rücktransformation liefert entsprechend die Geometrie des Objektes.

## 2 Durchführung

### 2.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau (siehe Abbildung 3) besteht aus einer optischen Bank auf der ein Laser, eine Halterung mit Spaltplatten und ein Photoelement befestigt werden. Das Photoelement ist dabei auf einer Schiene befestigt, auf der es über eine Milimeterschraube quer zur optischen Bank verschoben werden kann. Als Laser wird ein Helium-Neon-Laser mit einer Wellenlänge von  $\lambda \approx 633 \text{ nm}$  genutzt. Es stehen Spaltplatten mit verschiedenen Einzel- und Doppelspalten zur Auswahl. Das Photoelement ist an ein Amperemeter mit einem Messbereich in Größenordnungen zwischen  $10^{-3}$  und  $10^{-9} \text{ A}$  angeschlossen.

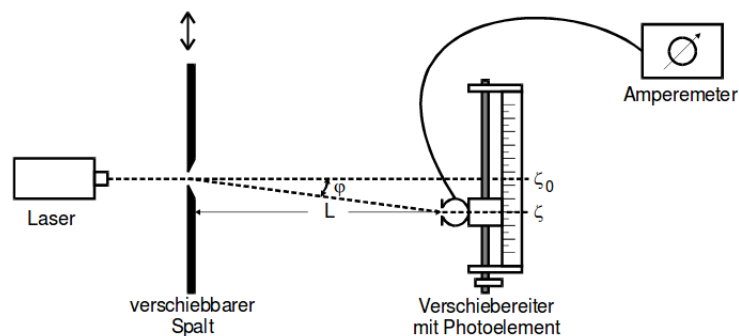


Abbildung 3: Versuchsaufbau [Dor17].

### 2.2 Versuchsdurchführung

In einem vorbereitenden Schritt muss der Dunkelstrom am Photoelement gemessen werden. Als Dunkelstrom bezeichnet man das durch das Restlicht des Abgedunkelten Raums auf das Photoelement einfallende Licht. Dann werden die Beugungsbilder eines Einzelspalts sowie zwei verschiedener Doppelspalte vermessen. Beim Einzelspalt werden neben

dem Hauptmaximum zusätzlich die Nebenmaxima 1. Ordnung gemessen, bei den Doppelspalten die Nebenmaxima bis zur 2. Ordnung. Der Messbereich des Amperemeters wird dabei nach Bedarf angepasst.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Konstanten.

Es wurde ein Helium-Neon-Laser mit einer Wellenlänge von 635 nm verwendet. Der Abstand zwischen Spalt und Photoelement beträgt 125 cm. Außerdem wurde ein Dunkelstrom von 2 nA gemessen, der von allen Intensitäten abgezogen wurde.

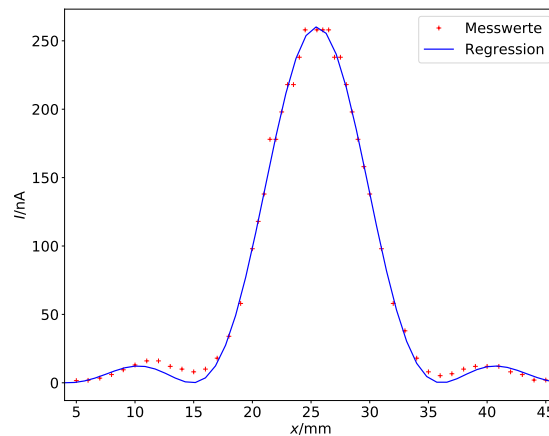
#### 3.2 Beugung am Einzelspalt.

Bei der Regression wird (5) mit Näherung (7) als Funktion zur Grunde gelegt. Die zu fittenden Parameter sind  $A_0$ ,  $b$  und  $c$ . Dabei ist  $A_0$  die maximale Intensität,  $b$  die Spaltbreite und  $c$  der x-Wert des Maximums. Es ergeben sich folgende Werte, die in Tabelle 1 dargestellt sind. In Abbildung 4 ist die Regression mit den Messwerten grafisch

	Werte aus der Regression	Erwartete Werte
$b$	$(0.0747 \pm 0.0006) \text{ mm}$	0.075 mm
$A_0$	$(216.1 \pm 1.5) \text{ nA}$	260 nA
$c$	$(25.494 \pm 0.031) \text{ mm}$	25 mm

**Tabelle 1:** Parameter aus der Regression zum Einzelspalt.

dargestellt.



**Abbildung 4:** Regression am Einzelspalt grafisch dargestellt.

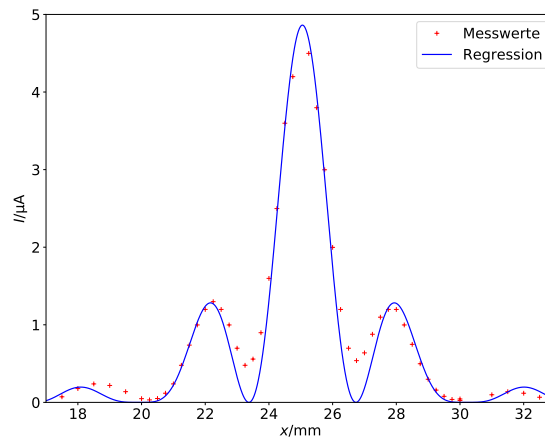
### 3.3 Beugung am ersten Doppelspalt.

Für die Regression am Doppelspalt wird (6) mit Näherung (7) verwendet. Die Fitparameter sind die gleichen wie in Kapitel 3.2. Diese werden noch erweitert durch die Gitterkonstante  $s$ . Die Ergebnisse der Regression sind in Tabelle 2 dargestellt. Die gra-

	Werte aus der Regression	Erwartete Werte
$b$	$(0.1518 \pm 0.0033) \text{ mm}$	0.15 mm
$A_0$	$(4.86 \pm 0.12) \text{ A}$	4.498 A
$c$	$(25.052 \pm 0.018) \text{ mm}$	25 mm
$s$	$(0.2361 \pm 0.0035) \text{ mm}$	0.25 mm

**Tabelle 2:** Fitparameter aus der Regression (6) für den ersten Doppelspalt mit den erwarteten Werten.

fische Darstellung ist in Abbildung (5) zu finden.



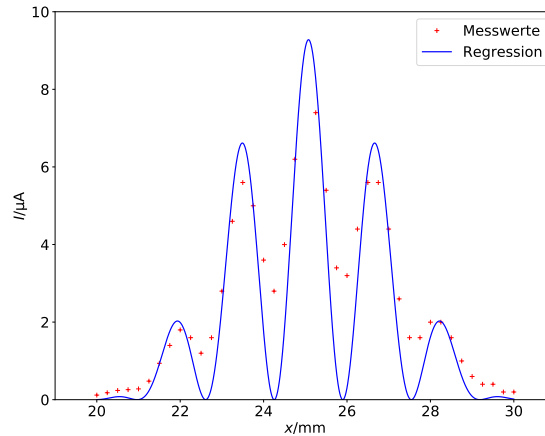
**Abbildung 5:** Grafische Darstellung der Regression am ersten Doppelspalt.

### 3.4 Beugung am zweiten Doppelspalt.

Die Vorgehensweise ist deckungsgleich mit der aus Kapitel 3.3. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 dargestellt. Die grafische Darstellung findet sich in Abbildung 6.

	Werte aus der Regression	Erwartete Werte
$b$	$(0.155 \pm 0.011) \text{ mm}$	0.15 mm
$A_0$	$(9.3 \pm 0.7) \text{ A}$	7.398 A
$c$	$(25.076 \pm 0.025) \text{ mm}$	25 mm
$s$	$(0.483 \pm 0.009) \text{ mm}$	0.5 mm

**Tabelle 3:** Fitparameter aus der Regression (6) für den zweiten Doppelspalt mit den erwarteten Werten.



**Abbildung 6:** Grafische Darstellung der Regression am zweiten Doppelspalt.

## 4 Diskussion

Zur Beugung am Einzelspalt lässt sich sagen, dass alle gefitteten Parameter in der Messungenauigkeit liegen (siehe Tabelle 1). An Abbildung 4 lässt sich erkennen, dass sich die Messwerte gut an die Regression anpassen. Abschließend lässt sich zu diesem Versuchsteil also sagen, dass die Methode gute Werte geliefert hat.

Die Beugung an den beiden Doppelspalten hat gute Ergebnisse geliefert (siehe Tabellen 2 und 3). Die erwartete Spaltbreite  $b$  beim ersten Doppelspalt liegt innerhalb der Messungenauigkeit, die anderen Parameter liegen in der gleichen Größenordnung und haben geringe relative Abweichungen, zum Beispiel 5,6% bei der ersten Gitterkonstante. Aus den Plots wird deutlich, dass der gefittete Wert von  $A_0$  gut zum tatsächlichen Maximum der Regression passt. Die Abweichung zum erwarteten Wert kommt daher, dass dieser lediglich das Maximum der Messwerte und nicht das globale Maximum darstellt. Außerdem wird ersichtlich, dass bei einer höheren Gitterkonstante mehr Nebenminima und engere und höhere Hauptmaxima auftreten. Weiterhin wird aus den Abbildungen 5 und 6 deutlich, dass vor allem bei den ersten beiden Nebenminima zu wenige Messwerte vorhanden sind, um die Regression gut anzunähern. Vor allem beim zweiten Doppelspalt würde man mit mehr Messwerten eine bessere Näherung erhalten.



## Literatur

- [Dor17] TU Dortmund. *V406: Beugung am Spalt*. 16. Mai 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf>.