



V61: Der HeNe-Laser

Felix Geyer

Rune Dominik $felix.geyer@tu-dortmund.de \qquad rune.dominik@tu-dortmund.de \\$

> Durchführung: 17. Dezember 2018 Abgabe: 30. November 2018

TU Dortmund - Fakultät Physik

1 Theorie

In diesem Versuch wird ein Helium-Neon-Laser (kurz: HeNe-Laser) untersucht. Laser an sich zeichnen sich dadurch aus, dass sie monochromatisches Licht mit hoher Intensität und vor allem hoher Kohärenz aussenden. Zu diesem Zweck besteht der Laser aus drei Komponenten: einem Lasermedium, einer Pumpquelle und einem Resonator. Mit der Pumpquelle wird eine Besetzungsinversion erzeugt und durch Resonator und Lasermedium wird ein selbsterregender Oszillator geschaffen. Durch das Lasermedium wird ebenso das Strahlungsspektrum festgelegt.

Wird ein Zwei-Niveau System mit den Besetzungszahlen n_1 (Grundzustand) und n_2 (angeregter Zustand) betrachtet, dann wird unter Einfall eines Photons, dessen Energie genau der Differenz der beiden Niveaus entspricht, ein Atom angeregt und geht in den angeregten Zustand über. Aus diesem geht es entweder durch spontane oder induzierte Emission unter Aussenden eines Photons wieder in den Grundzustand über. Schematisch ist das in Abbildung 1 dargestellt. Falls das Übergang aus dem angeregten Zustand

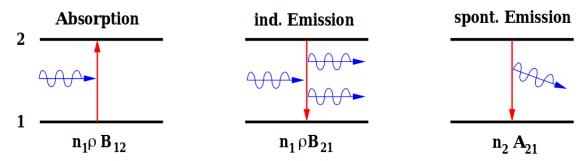


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Absorptionsvorgangs und der Emissionsvorgänge in einem zwei Niveau-System [1].

wieder in den Grundzustand durch ein einfallendes Photon stimuliert wird, dann hat das emittierte Photon die gleiche Energie, Phase und Ausbreitungsrichtung wie das Auslöser-Photon. Somit lässt sich festhalten, dass die Besetzungszahl n_2 durch Absorption erhöht und durch die beiden Emissionsarten verringert wird. Das lässt sich in Formeln gießen:

$$\begin{split} \dot{N}_A &= n_1 \, \rho(\nu) \, B_{12} & \text{Absorption} \\ \dot{N}_{IE} &= n_2 \, \rho(\nu) \, B_{21} & \text{induzierte Emission} \\ \dot{N}_E &= n_2 \, A_{21} & \text{spontane Emission} \end{split}$$

Dabei sind die \dot{N}_i die Anzahl der pro Sekunde und pro Volumeneinheit absorbierten bzw. emittierten Photonen, ρ die Energiedichte des Strahlungsfeldes und B_{12} , B_{21} und A_{21} Konstanten, die die Übergangwahrscheinlichkeiten angeben. Da im thermischen Gleichgewicht der Grundzustand stärker besetzt ist als der angeregte Zustand. Um eine dauerhafte Verstärkung des Strahlungsfeldes zu erreichen, muss die induzierte Emission gegenüber der spontanen Emission überwiegen, indem eine Besetzungsinversion durchgeführt wird. Diese Verstärkung steigt exponentiell mit der Länge des Lichtlaufweges

an. Um diese Länge zu maximieren, wird der Resonator verwendet, der den Laserstrahl mehrfach durch das aktive Medium schickt. Dazu werden zwei Spiegel verwendet, einer totalreflexiv und einer teildurchlässig, damit der Laserstrahl das Gehäuse des Laser verlassen kann. Da Verluste der Resonatorspiegeln minimiert werden müssen, werden oft konfokale Spiegeln verwendet. Ein wichtiger Begriff in diesem Zusammenhang ist die optische Stabilität. Diese ist gegeben, wenn die Verluste im Resonator kleiner sind als die Verstärkung durch die induzierte Emission. Mit den Resonatorparametern $g_i = 1 - \frac{L}{r_i}$ folgt optische Stabilität, falls

$$0 \le g_1 \cdot g_2 < 1 \tag{1}$$

erfüllt ist, wobei L die Länge des Resonators und r_i der jeweilige Krümmungsradius des Spiegels ist.

Viele Wellenlängen können stehende Wellen im Resonator bilden, da im Allgemeinen die Resonatorlänge sehr viel größer ist als die Wellenlänge des Lasers. Die Anzahl q der verschiedenen Wellenlängen im Resonator heißt longitudinale Mode. Da der Resonator nicht perfekt ist, gibt es auch transversale Moden. Allgemein werden die Eigenschwingungen des Resonators TEM_{lpq} genannt, mit l bzw. p als Knoten in x- und y- Richtung. Allgemein haben höhere Moden größere Verluste als niedrige Moden mit höherer Symmetrie. Die Mode mit der höchsten Symmetrie und den niedrigsten Verlusten ist die TEM_{00} Grundmode, die keine Knoten in transversaler Richtung hat. Die Intensität dieser Grundmode wird durch eine Gaußverteilung

$$I(r) = I_0 \exp \frac{-2r^2}{w^2} \tag{2}$$

dargestellt, mit I_0 als Maximalintensität, r als Abstand zur optischen Achse und 2w als Strahldurchmesser. Für den Radius des Strahles gilt

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\theta z}{w_0}\right)^2} \tag{3}$$

mit z als Abstand von der minimalen Strahltaille w_0 und $\theta=\frac{\lambda}{\pi}\,w_0$ als Strahldivergenz.

Bei dem hier vorliegenden HeNe-Laser wird Helium als Pumpgas und Neon als Lasermedium verwendet, bei einem Atomverhältnis von 5 zu 1. Mit einem Brewster-Fenster am Ende des Laserrohrs wird ein möglichst verlustfreier Durchgang von Licht ermöglicht.

2 Durchführung

2.1 Versuchsaufbau

In Abbildung 2 ist ein Foto des experimentellen Aufbaus zu sehen. Darauf ist ein Justier-

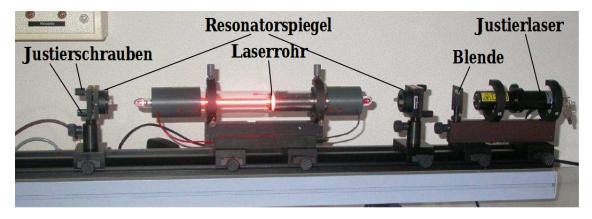


Abbildung 2: Foto des experimentellen Aufbaus.

laser zu sehen, mit welchem vorjustiert wird. Das Laserrohr ist mit einem Helium-Neon-Gemisch gefüllt und mit Elektroden versehen. Mit diesen wird durch elektrische Entladungen die Besetzungsinversion herbeigeführt. Aus vier verschiedenen Spiegeln kann ausgewählt werden, um einen optischen Resonator aufzubauen. Außerdem stehen verschiedene optische Geräte zur Verfügung, um die verschiedenen Eigenschaften des Lasers zu vermessen.

2.2 Versuchsdurchführung

Als erstes wird der Lasers mit dem Justierlaser, zwei Schirmen und zwei Blenden so justiert, dass die Beugungsringe genau auf den auf den Schirmen aufgemalten Fadenkreuzen liegen. Dies wird jedes Mal überprüft, falls ein neues optisches Element eingesetzt wird. Als nächstes wird bei maximaler Laserleistung und wechselnden Resonatorabständen die Stabilitätsbedingung überprüft und die Frequenzen der longitudinalen Moden gemessen. Außerdem werden mit einem Wolfram-Draht die TEM-Moden vermessen. Als letztes werden die Polarisation und die Wellenlänge bestimmt.

3 Auswertung

Alle im folgenden durchgeführten Ausgleichsrechnungen werden mit der Funktion curve_fit aus der Python[2]-Bibliothek scipy.optimize[3] ausgeführt. Fehlerrechnungen werden durch die Bibliothek uncertainties[4] automatisiert, Mittelwerte werden durch die Funktion numpy.mean[5], Fehler des Mittelwertes durch sem aus scipy.stats. Grafiken werden durch die Bibliothek matplotlib[6].

3.1 Überprüfung der Stabilitätsbedingung

Es werden zwei Resonatorkonfigurationen überprüft, diese haben die folgenden Spiegelanordnungen:

 $1: 1400\,\mathrm{mm\,/\,flat\,HR} \\ 2: \mathrm{flat\,/\,flat\,HR} \\ + 1400\,\mathrm{mm\,/\,flat\,OC} \\ + 1400\,\mathrm{mm\,/\,flat\,OC}.$

Theoretisch ergeben sich für g_1g_2 mit $g_i=1-\frac{L}{r_i}$ die in Abbildung 3 dargestellten Kurven. Für beide Spiegelkonfigurationen ist für eine Resonatorlänge von 1400 mm die Stabilitätsbedingung (1) verletzt. Im Experiment zeigt sich ein Aussetzen der Lasingtätigkeit für eine Resonatorlänge von

 $1:1382\,\mathrm{mm}$ $2:1387\,\mathrm{mm}.$

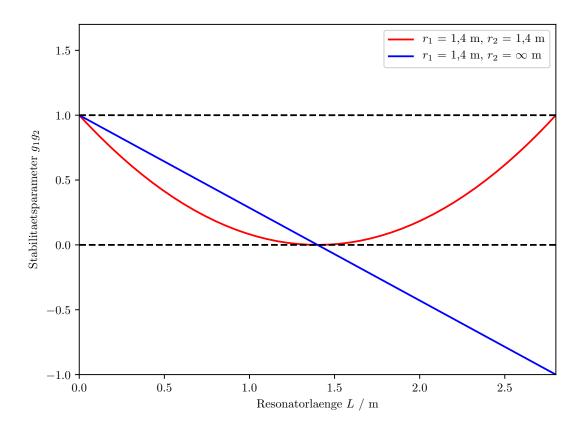


Abbildung 3: Abhängigkeit des Produktes g_1g_2 von der Resonatorlänge mit eingetragenen Grenzen der Stabilitätsbedingung.

3.2 Vermessung der TEM Moden

Die Intensitätsverteilung der TEM Moden T_{00} und T_{01} folgt den Verteilungen

$$\begin{split} I_{00}(x) &= I_0 \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{\sigma^2}\right) \text{ und} \\ I_{01}(x) &= I_0 (x-x_0)^2 \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{\sigma^2}\right), \end{split}$$

wobei x_0 eine kontinuierliche Verschiebung der Funktionen auf der x-Achse, I_0 die Maximalintensität und σ die Standartabweichung der Verteilungen darstellt. Die nach den oben angegebenen Funktionen durchgeführten Ausgleichsrechnungen durch die in Tabelle 1 und Tabelle 2 gegebenen Daten finden sich in Abbildung 4 und Abbildung 5. Für die 00-Mode ergeben sich die Parameter

$$\begin{split} I_0 &= (205 \pm 4) \, \text{nA} \\ x_0 &= (10.76 \pm 0.21) \, \text{mm} \\ \sigma &= (17.0 \pm 0.5) \, \text{mm}^{-2} \end{split}$$

und für die 01-Mode die Parameter

$$\begin{split} I_0 &= (0.626 \pm 0.024) \, \text{nA} \\ x_0 &= (14.16 \pm 0.11) \, \text{mm} \\ \sigma &= (-10.75 \pm 0.17) \, \text{mm}^{-2}. \end{split}$$

3.3 Untersuchung der Polarisation

Nach dem Gesetz von Malus verhält sich die Intensität linear polarisierten Lichts mit Eingangsintensität I_0 nach Durchgang durch den Polarisator in Stellung φ wie

$$I(\varphi) = I_0 \cos \varphi^2. \tag{4}$$

Aufgrund der Verwendung von Brewsterfenstern ist von einer anfänglichen Polarisation des Laserstrahls auszugehen. Der am Brewsterfenster reflektierte Strahl ist rein s-polarisiert, während der transmittierte Teil sowohl s- als auch p-Polarisation aufweist. Mit jedem Durchgang durch das Fenster erleidet der s-polarisierte Teil große Verluste, wodurch schnell die zweite Stabilitätsbedingung an den Laser verletzt wird, nähmlich dass der Energieverlust den Energiegewinn nicht übersteigen darf. Das den Laser verlassende Licht ist somit quasi perfekt linear polarisiert.

Werden die in Tabelle 3 gezeigten Daten mit einer modifizierten Version von (4)

$$I(\varphi) = I_0 \cos \varphi + {\varphi_0}^2,$$

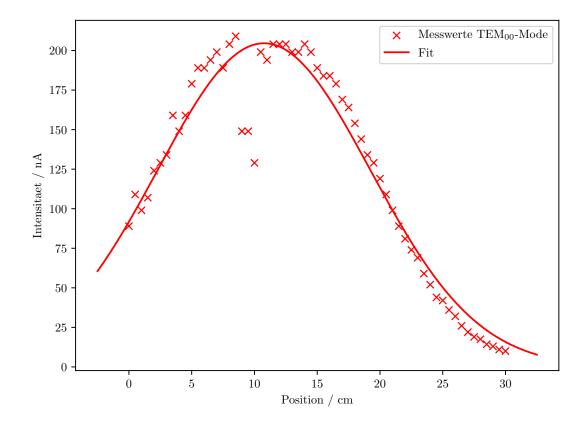


Abbildung 4: Vermessung der 00-Mode mit Ausgleichsrechnung.

welche die unbekannte, interne Verschiebung φ_0 des Polarisators berücksichtigt, gefittet, ergibt sich der in Abbildung 6 gezeigte Verlauf. Die freien Parameter der Ausgleichsrechnung bestimmen sich zu

$$I_0 = (25.4 \pm 1.6) \,\mu\text{A}$$

 $\varphi_0 = (72.2 \pm 3.1)^{\circ}.$

3.4 Wellenlängenbestimmung

Zur Wellenlängenbestimmung wird der Laserstrahl an einem Gitter mit Gitterkonstante $g=0.01\,\mathrm{mm^{-1}}$ gebeugt, das im Abstand $L=13.6\,\mathrm{cm}$ vor einer Photodiode steht. Die Messwerte finden sich in Tabelle 5, diese sind mit den durch die scipy-Funktion find_peaks gefundenen Maxima in Abbildung 7 abgebildet. Für die Maxima und die resultierenden Wellenlängen folgen die in Tabelle 6 zu findenden Werte, die Abstände zum Maximum wurden dabei über

$$\alpha = \tan\left(\frac{\Delta x}{L}\right)^{-1} \tag{5}$$

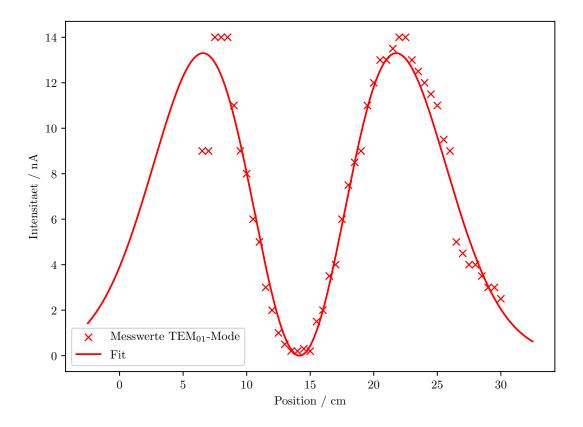


Abbildung 5: Vermessung der 01-Mode mit Ausgleichsrechnung.

in einen Winkel und da es sich um Maxima erster Ordnung handelt über

$$\lambda = d\sin\left(\alpha\right) \tag{6}$$

in eine Wellenlänge umgerechnet. Im Mittel ergibt sich eine Wellenlänge von $(642,\!05\pm18,\!27)\,\mathrm{nm}.$

3.5 Vermesung der Longitudinalen Moden

Die gemessenen Peaks des Spektrums finden sich in Tabelle 6, zusammen mit den gemittelten Peakabständen. Bei einer Temperatur $T=300\,\mathrm{K}$ folgt nach der Boltzman-Verteilung mit Boltzman-Konstante k und Neon-Atomgewicht $M=20,18\,\mathrm{u}[7]$ eine mittlere Teilchengeschwindigkeit von

$$< v> = \sqrt{\frac{2kT}{M}} = 497,\!20\,{\rm km\,s^{-1}}$$

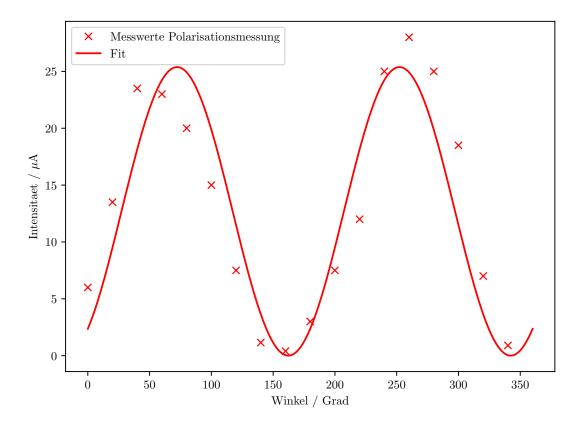
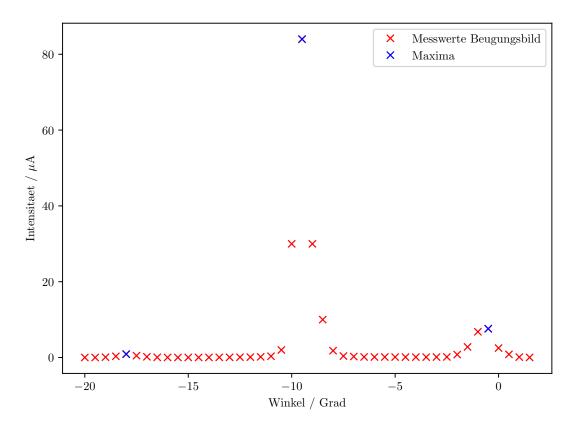


Abbildung 6: Polarisationsmessung mit Ausgleichsfunktion.

und damit bei Vakuumlichtgeschwindigkeit c eine Dopplerverschiebung von

$$2(f_{\rm Ruhe} - \frac{c + < v >}{c - < v >} f_{\rm Ruhe}) = 3{,}14\,{\rm GHz}.$$



 ${\bf Abbildung}$ 7: Beugungsbild mit eingezeichneten Maxima zur Wellenlängenbestimmung.

Tabelle 1: Messwerte für die $T_{00}\text{-}\mathrm{Mode}.$

| x / mm | <i>I</i> / μA | x / mm | <i>I</i> / μA | | |
|--------|---------------|--------|---------------|--|--|
| 0.0 | 90.0 | 15.0 | 190.0 | | |
| 0.5 | 110.0 | 15.5 | 185.0 | | |
| 1.0 | 100.0 | 16.0 | 185.0 | | |
| 1.5 | 108.0 | 16.5 | 180.0 | | |
| 2.0 | 125.0 | 17.0 | 170.0 | | |
| 2.5 | 130.0 | 17.5 | 165.0 | | |
| 3.0 | 135.0 | 18.0 | 155.0 | | |
| 3.5 | 160.0 | 18.5 | 145.0 | | |
| 4.0 | 150.0 | 19.0 | 135.0 | | |
| 4.5 | 160.0 | 19.5 | 130.0 | | |
| 5.0 | 180.0 | 20.0 | 120.0 | | |
| 5.5 | 190.0 | 20.5 | 110.0 | | |
| 6.0 | 190.0 | 21.0 | 100.0 | | |
| 6.5 | 195.0 | 21.5 | 90.0 | | |
| 7.0 | 200.0 | 22.0 | 82.0 | | |
| 7.5 | 190.0 | 22.5 | 75.0 | | |
| 8.0 | 205.0 | 23.0 | 70.0 | | |
| 8.5 | 210.0 | 23.5 | 60.0 | | |
| 9.0 | 150.0 | 24.0 | 53.0 | | |
| 9.5 | 150.0 | 24.5 | 45.0 | | |
| 10.0 | 130.0 | 25.0 | 43.0 | | |
| 10.5 | 200.0 | 25.5 | 37.0 | | |
| 11.0 | 195.0 | 26.0 | 33.0 | | |
| 11.5 | 205.0 | 26.5 | 27.0 | | |
| 12.0 | 205.0 | 27.0 | 23.0 | | |
| 12.5 | 205.0 | 27.5 | 20.0 | | |
| 13.0 | 200.0 | 28.0 | 18.5 | | |
| 13.5 | 200.0 | 28.5 | 15.3 | | |
| 14.0 | 205.0 | 29.0 | 14.0 | | |
| 14.5 | 200.0 | 29.5 | 12.0 | | |

 Tabelle 2: Messwerte für die $T_{01}\text{-}\mathrm{Mode}.$

| x / mm | I / μA | x / mm | <i>I</i> / μA | |
|--------|---------------|--------|---------------|--|
| 6.5 | 10.0 | 18.5 | 9.5 | |
| 7.0 | 10.0 | 19.0 | 10.0 | |
| 7.5 | 15.0 | 19.5 | 12.0 | |
| 8.0 | 15.0 | 20.0 | 13.0 | |
| 8.5 | 15.0 | 20.5 | 14.0 | |
| 9.0 | 12.0 | 21.0 | 14.0 | |
| 9.5 | 10.0 | 21.5 | 14.5 | |
| 10.0 | 9.0 | 22.0 | 15.0 | |
| 10.5 | 7.0 | 22.5 | 15.0 | |
| 11.0 | 6.0 | 23.0 | 14.0 | |
| 11.5 | 4.0 | 23.5 | 13.5 | |
| 12.0 | 3.0 | 24.0 | 13.0 | |
| 12.5 | 2.0 | 24.5 | 12.5 | |
| 13.0 | 1.5 | 25.0 | 12.0 | |
| 13.5 | 1.2 | 25.5 | 10.5 | |
| 14.0 | 1.2 | 26.0 | 10.0 | |
| 14.5 | 1.3 | 26.5 | 6.0 | |
| 15.0 | 1.2 | 27.0 | 5.5 | |
| 15.5 | 2.5 | 27.5 | 5.0 | |
| 16.0 | 3.0 | 28.0 | 5.0 | |
| 16.5 | 4.5 | 28.5 | 4.5 | |
| 17.0 | 5.0 | 29.0 | 4.0 | |
| 17.5 | 7.0 | 29.5 | 4.0 | |
| 18.0 | 8.5 | 30.0 | 3.5 | |

Tabelle 3: Messwerte der Polarisationsbestimmung.

| φ/° | Ι / μΑ |
|-----|--------|
| 0 | 6.00 |
| 20 | 13.50 |
| 40 | 23.50 |
| 60 | 23.00 |
| 80 | 20.00 |
| 100 | 15.00 |
| 120 | 7.50 |
| 140 | 1.15 |
| 160 | 0.40 |
| 180 | 3.00 |
| 200 | 7.50 |
| 220 | 12.00 |
| 240 | 25.00 |
| 260 | 28.00 |
| 280 | 25.00 |
| 300 | 18.50 |
| 320 | 7.00 |
| 340 | 0.90 |

Tabelle 4: Werte der Maxima.

| x / mm | Δx / mm | α / ° | λ / nm |
|--------|-----------------|--------------|----------------|
| -0.5 | 9.0 | 0.0661 | 660.32 |
| 0 | 0 | 0 | - |
| -18 | 8.5 | 0.0624 | 623.78 |

Tabelle 5: Messwerte für die Wellenlängenbestimmung.

| x / mm | <i>I</i> / μA | x / mm | <i>I</i> / μA | | |
|--------|---------------|--------|---------------|--|--|
| 1.5 | 0.035 | -9.5 | 84.000 | | |
| 1.0 | 0.120 | -10.0 | 30.000 | | |
| 0.5 | 0.850 | -10.5 | 2.000 | | |
| 0.0 | 2.500 | -11.0 | 0.350 | | |
| -0.5 | 7.600 | -11.5 | 0.175 | | |
| -1.0 | 6.800 | -12.0 | 0.115 | | |
| -1.5 | 2.800 | -12.5 | 0.090 | | |
| -2.0 | 0.780 | -13.0 | 0.065 | | |
| -2.5 | 0.160 | -13.5 | 0.050 | | |
| -3.0 | 0.130 | -14.0 | 0.040 | | |
| -3.5 | 0.110 | -14.5 | 0.033 | | |
| -4.0 | 0.110 | -15.0 | 0.033 | | |
| -4.5 | 0.115 | -15.5 | 0.026 | | |
| -5.0 | 0.130 | -16.0 | 0.030 | | |
| -5.5 | 0.140 | -16.5 | 0.050 | | |
| -6.0 | 0.140 | -17.0 | 0.200 | | |
| -6.5 | 0.150 | -17.5 | 0.500 | | |
| -7.0 | 0.270 | -18.0 | 0.900 | | |
| -7.5 | 0.400 | -18.5 | 0.330 | | |
| -8.0 | 1.800 | -19.0 | 0.090 | | |
| -8.5 | 10.000 | -19.5 | 0.011 | | |
| -9.0 | 30.000 | -20.0 | 0.017 | | |

Tabelle 6: Peakpositionen für 3 Resonatorlängen, die Positionen sind in MHz angegeben.

| L / cm | | | | | | | | | | | | $\Delta \nu$ / MHz |
|--------|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|------|------|------|--------------------|
| 68,35 | 229 | 462 | 691 | 924 | 1153 | 1382 | - | - | - | - | - | $230,6 \pm 1,0$ |
| 129,5 | 118 | 233 | 351 | 470 | 584 | 703 | 817 | 936 | 1054 | 1169 | 1287 | $116,9 \pm 0,7$ |
| 137,5 | 110 | 221 | 331 | 442 | 553 | 663 | 774 | 884 | 995 | 1102 | 1212 | $110,2 \pm 0,4$ |

4 Diskussion

4.1 Überprüfung der Resonatorlänge

Für beide Konfigurationen konnte der theoretische Wert annähernd erreicht werden. Aufgrund der Empfindlichkeit des Versuchsaufbaus gegenüber kleinster Verrückungen senkrecht zur Bewegungsrichtung des Resonatorspiegels bei großen Resonatorlängen sollten diese Ergebnisse jedoch mit einem stabileren Aufbau erneut überprüft werden. Da die theoretischen Werte bei Durchführung des Versuchs bekannt waren und die Lasingtätigkeit des Lasers während der Verrückung aufgrund leichter Wackelbewegungen immer wieder aussetzt, verbleibt die Möglichkeit, dass ein Aussetzen des Lasens durch Wackeln fälschlicher Weise als Messwert gewertet wurde. Insbesondere die erste untersuchte Konfiguration berührt im optimalen Falle am untersuchten Punkt lediglich den 0-Wert sodass eventuelle Unterschreitungen von kleinen Justageabweichungen herrühren und bei guter Justage nur auf einem kleinen Intervall auftreten.

4.2 Vermessung der TEM Moden

Beide Kurven lassen sich mit kleinen Fehlern auf die Theoriekurve anpassen, sodass die Vermessung der Moden allgemein als erfolgreich angenommen werden kann. Lediglich die Vermessung der 01-Mode gestaltete sich dahingehend als schwierig, dass durch einen schiefen Draht, der als Modenblende genutzt wurde, eine Schiefstellung des aufgenommenen Bildes resultierte. Da diese durch die zur Aufnahme genutzten Photodiode nicht kompensiert werden konnte, konnten bei kleinen Werten auf der x-Achse keine brauchbaren Messdaten aufgenommen werden. Für eine statistisch besser unterlegte Ausgleichsrechnung ist die Messung mit einer besseren Modenblende zu wiederholen. Weiterhin als problematisch zeigten sich Flukturationen in der Laserintensität durch leichte Vibrationen des Aufbaus sowie das Umschalten des Messbereiches des Amperemeters, weshalb systematische Fehler zu erwarten sind.

4.3 Untersuchung der Polarisation

Auch die Polarisationsmesswerte folgen in guter Näherung der zu erwartenden Form nach dem Gesetz von Malus. Die lineare Polarisation des Laserlichts kann damit als bestätigt angesehen werden. Auch hier sind jedoch wie bei der Vermessung der TEM Moden systematische Fehler durch Flukturationen und Umschaltvorgänge zu erwarten.

4.4 Wellenlängenbestimmung

Mit einer bestimmten Wellenlänge von $(642,05\pm18,27)$ nm befindet sich die theoretische Wellenlänge von $632,8\,\mathrm{nm}[1]$ im Bereich der Fehlertoleranz. Diese ist jedoch, da lediglich zwei Nebenmaxima vermessen wurden, sehr hoch. Die Vermessung eines breiteren Teiles des Beugungsbildes würde weitere Messwerte bieten und damit die Messung der Wellenlänge genauer machen.

4.5 Vermessung der Longitudinalen Moden

Für jede der vermessenen Resonatorlängen liegt der Abstand zwischen zwei Moden weit unterhalb der Aufweitung des Ruheübergangs des Lasers durch den Dopplereffekt. Der Laser läuft daher im Multimodenbetrieb und die longitudinalen Moden treten als Schwebung auf.

Literatur

- [1] Physikalisches Praktikum der TU Dortmund. V61: Der HeNe-Laser. Abgerufen am 11. Dezember 2018. URL: http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/V61.pdf.
- [2] Python Software Foundation. "Python". Version 3.6.3. In: (2017). URL: http://python.org/.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: http://www.scipy.org/.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/.
- [5] Travis E. Oliphant. "NumPy: Python for Scientific Computing". Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10-20. URL: http://www.numpy.org/.
- [6] John D. Hunter. "Matplotlib: A 2D Graphics Environment". Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: http://matplotlib.org/.
- [7] Periodensystem online. *Neon.* Abgerufen am 19. Dezember 2018. URL: http://www.periodensystem.info/elemente/neon/.