Lorenzo Bocola, Federico Salonico

RELAZIONE DELL'ESPERIENZA DI LABORATORIO SULLA CARICA DI CONDENSATORI

Introduzione

L'obiettivo di questo esperimento è l'osservazione del fenomeno di caria di un condensatore tramite la misurazione della differenza di potenziale tra le armature di quest'ultimo durante la fase di carica.

Materiali e strumenti

Materiali

- Condensatori e resistori ¹
- Breadboard e cavi per collegamenti
- Interruttore a due vie
- Alimentatore cc da banco (precisione 5 mV)

Strumenti

Tabella 1: Strumenti utilizzati

Strumento	Sensibilità	Portata
Oscilloscopio (tensione)	0.17 <i>V</i>	200 <i>V</i>
Oscilloscopio (tempo)	40 μs	_
Mutimetro (resistenza) ²	1Ω	$60M\Omega$
Mutimetro (capacità) ²	3 μ <i>F</i>	60 <i>mF</i>

Tabella 2: componenti utilizzati

Nome	Valore
R_1	$998\Omega\pm1\Omega$
R_2	$1974\Omega\pm1\Omega$
R_3	$2980\Omega\pm1\Omega$
C_1	$115\mu F \pm 3\mu F$
C_2	$48\mu F \pm 1\mu F$
C_3	$36 \mu F \pm 1 \mu F$

¹ Vedi tabella 2

 $^{^2}$ La tolleranza dello strumento è pari a 0.5% ma come sensibilità è stata considerata la semidispersione maggiore tra le misurazioni dei componenti della tabella 2

Descrizione dell'esperimento

Si misurano le resistenze e le capacità dei vari componenti con un multimetro digitale e si annotano i valori reali, successivamente si realizza il circuito in figura³ 1 con l'ausilio di Breadboard e cavi.

Dopo aver impostato l'alimentatore in modo che eroghi 10V in corrente continua si collega l'oscilloscopio ai due poli del condensatore per misurare la differenza di potenziale tra le sue armature. Successivamente si accende l'alimentatore e si inverte l'interruttore in modo tale da caricare il condensatore mentre si registrano i valori di tensione misurati dall'oscilloscopio. Si ripete l'esperimento per ogni coppia di resistore e condensatore della tabbella 2 per un totale di 9 misurazioni.

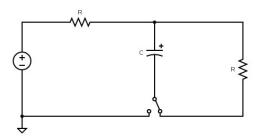


Figura 1: circuito

Dati

Poiché il numero di dati per misurazione ⁴ è troppo elevato verranno riportati solamente i grafici della differenza di potenziale tra le armature del condensatore al tempo t durante le fase di carica di quest'ultimo.

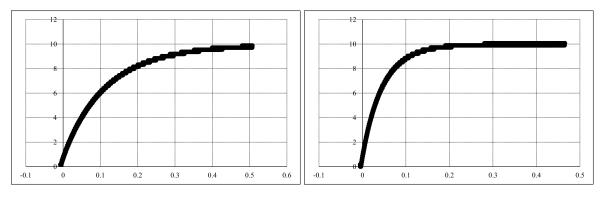
Tabella 3: coppie di resistore condensatore utilizzate nei grafici

-	R_1	R_2	R_3
C_1	1	4	_5
C_2	2	5	8
C_3	3	6	9

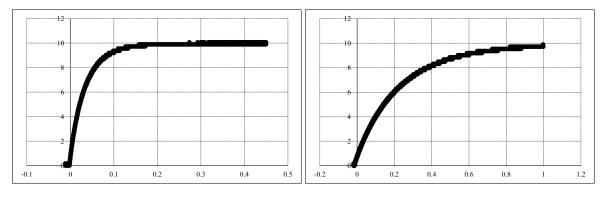
³Il resistore il parallelo al condensatore ha lo scopo di scaricare quest'ultimo quando l'interruttore è posizionato come in figura

⁴Circa 10,000 per misurazione

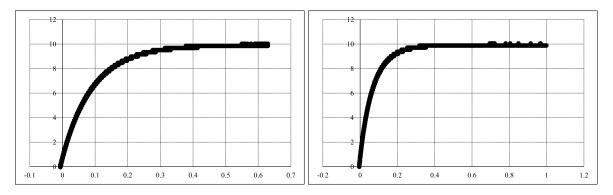
⁵I dati della misurazione sono assenti a causa di un errore con il salvataggio di essi



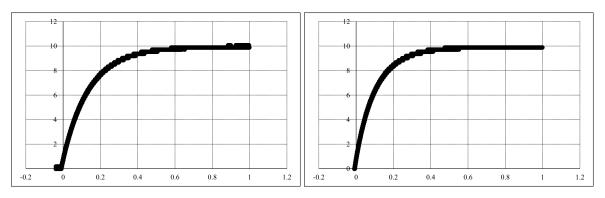
Grafici 1 e 2



Grafici 3 e 4



Grafici 5 e 6



Grafici 8 e 9

Elaborazione matematica

Per ottenere la tensione tra le aramture del condensatore in funzone del tempo si seguono i passaggi qui riportati: Applicando la legge delle tensioni di Kirchoff sul circuito in figura 1 otteniamo

$$-f + Ri + \frac{Q}{C} = 0 \tag{1}$$

Poichè il condensatore è in serie con il resistore la corrente che scorre nei due componenti è uguale e in particolare $\dot{Q} = i$, si può quindi riscrivere [1] come:

$$\dot{Q} = -\frac{Q}{RC} + \frac{f}{R} \tag{2}$$

Sapendo che la carica iniziale Q(0) è nulla si può impostare il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{Q} = -\frac{Q}{RC} + \frac{f}{R} \\ Q(0) = 0 \end{cases}$$
 [3]

Poiché l'equazione [2] è nella forma y' = a(t)y + b(t) si applica la formula risolutiva per equazioni differenziali di primo ordine lineri.

Si avranno quindi

$$\begin{cases} y(t) = Q(t) \\ Q(0) = 0 \\ a(w) = -\frac{1}{RC} \\ b(t) = \frac{f}{R} \\ A(t) = \int_{t_0}^t a(w) dw = \int_{t_0}^t -\frac{1}{RC} dw = -\frac{t}{RC} \\ y(t) = e^{A(t)} \left(y(x_0) + \int_{t_0}^t b(w) e^{-A(w)} dw \right) \end{cases}$$

$$[4]$$

e quindi

$$Q(t) = e^{-\frac{t}{RC}} \int_{t_0}^{t} \frac{f}{R} e^{\frac{t}{RC}} dw = Cf \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$
 [5]

che, sapendo che Q = VC per ogni condensatore, si può riscrivere come:

$$V(t) = f\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \tag{6}$$

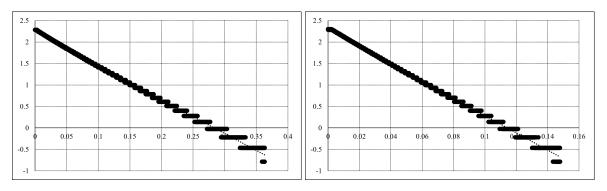
che si può riscrivere come

$$V(t) - f = -fe^{-\frac{t}{RC}} \tag{7}$$

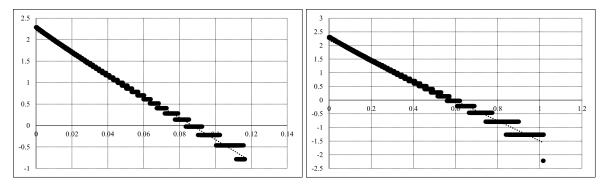
si ha quindi

$$\ln\left(f - V(t)\right) = \ln f - t \frac{1}{RC} \tag{8}$$

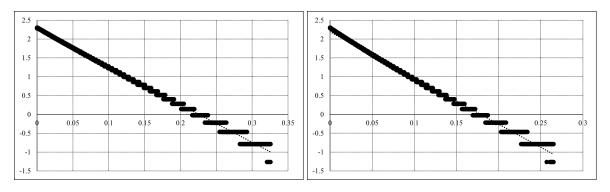
trovandosi questa equazione nella forma Y = mX + q si può calcolare il valore di $^{-1}/RC$ tramite regressione lineare.



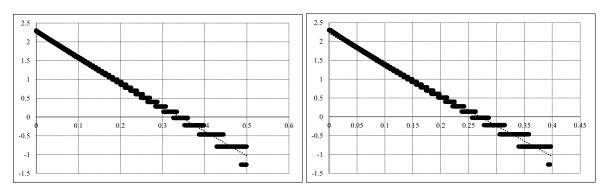
Grafici 1 e 2



Grafici 3 e 4



Grafici 5 e 6



Grafici 8 e 9

Tabella 4: Valori di C_1 calcolati tramite le rette di regressione dei grafici 1 e 4

Grafico	Valore
1	$120\mu F \pm 10\mu F$
4	$140\mu F \pm 10\mu F$

Tabella 5: Valori di C_2 calcolati tramite le rette di regressione dei grafici 2, 5 e 8

Grafico	Valore
2	$50 \mu F \pm 5 \mu F$
5	$51 \mu F \pm 5 \mu F$
8	$52 \mu F \pm 5 \mu F$

Tabella 6: Valori di C₃ calcolati tramite le rette di regressione dei grafici 3, 6 e 9

Grafico	Valore
3	$40\mu F \pm 5\mu F$
6	$42\mu F \pm 5\mu F$
9	$42\mu F \pm 5\mu F$

Conclusioni

Le medie dei valori delle capacità dei condensatori rientrano nell'errore della misurazione effettuata con il multimetro come si può notare nelle tabelle 4, 5 e 6 che riportano valori comparabili con quelli misurati direttamente pari rispettivamente a $115\,\mu F \pm 3\,\mu F$, $48\,\mu F \pm 1\,\mu F$ e $36\,\mu F \pm 1\,\mu F$.