

# Relazione sulla determinazione sperimentale del $\pi$

27 marzo 2024

## Introduzione

L'obiettivo di questo esperimento è quello di determinare il valore del  $\pi$ . In particolare si vuole determinare il valore di questa costante matematica attraverso la misurazione di circonferenza e diametro di figure circolari data la nota relazione  $c = d\pi$ .

## Materiali e strumenti

### Materiali

- Compasso
- Cartoncino
- Spago
- Oggetti circolari
- Forbici

### Strumenti

Strumento	Sensibilità	Portata
Righello	0.5 mm	30 cm
Metro	0.5 mm	500 cm

Tabella 1: Strumenti utilizzati

## Descrizione

Tracciare sul cartoncino circa dieci circonferenze utilizzando il compasso e circa cinque utilizzando oggetti circolari. Successivamente misurare il diametro di ogni circonferenza con righello o metro e annotare le misure rilevate. È preferibile misurare il diametro piuttosto che il raggio al fine di diminuire l'incertezza relativa della misurazione. Infine ritagliare le circonferenze tracciate e, con l'ausilio di uno spago, misurarne la circonferenza.

## Misure ed elaborazione dati

$i$	$d_i$ (diametro)	$c_i$ (circonferenza)
1	37.0 mm $\pm$ 0.5 mm	116 mm $\pm$ 1 mm
2	54.0 mm $\pm$ 0.5 mm	171 mm $\pm$ 1 mm
3	61.0 mm $\pm$ 0.5 mm	192 mm $\pm$ 1 mm
4	70.5 mm $\pm$ 0.5 mm	218 mm $\pm$ 1 mm
5	85.5 mm $\pm$ 0.5 mm	271 mm $\pm$ 1 mm
6	89.5 mm $\pm$ 0.5 mm	279 mm $\pm$ 1 mm
7	104.5 mm $\pm$ 0.5 mm	325 mm $\pm$ 1 mm
8	134.0 mm $\pm$ 0.5 mm	408 mm $\pm$ 1 mm
9	149.5 mm $\pm$ 0.5 mm	466 mm $\pm$ 1 mm
10	151.0 mm $\pm$ 0.5 mm	476 mm $\pm$ 1 mm
11	167.5 mm $\pm$ 0.5 mm	531 mm $\pm$ 1 mm
12	198.5 mm $\pm$ 0.5 mm	625 mm $\pm$ 1 mm
13	211.0 mm $\pm$ 0.5 mm	660 mm $\pm$ 1 mm
14	220.0 mm $\pm$ 0.5 mm	688 mm $\pm$ 1 mm
15	293.5 mm $\pm$ 0.5 mm	911 mm $\pm$ 1 mm

Tabella 2: Misure rilevate

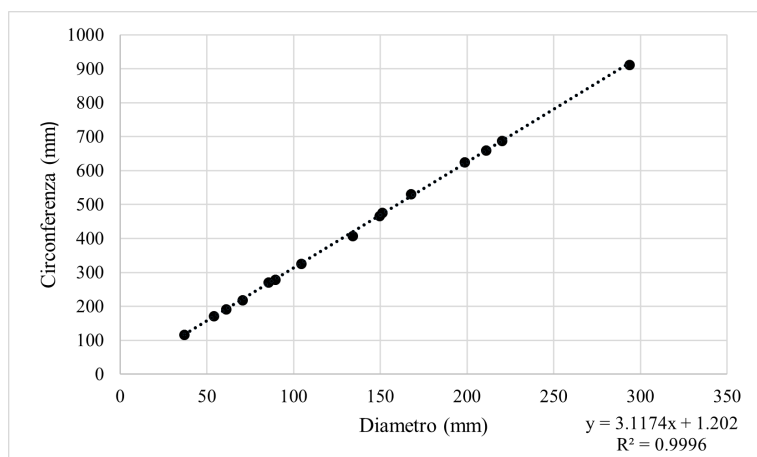


Grafico 1: Relazione tra circonferenza e diametro

Detto  $n = 15$  il numero di misurazioni effettuate si ha che:

$$\bar{\pi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{d_i} = 3.128$$

$$\text{Dati} \quad \bar{c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i = 422 \text{ mm} \quad \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = 135.1 \text{ mm}$$

si considera la funzione  $f(c, d) = \frac{c}{d}$ ; dunque, tramite analisi della propagazione dell'errore di misura, si ottiene:

$$\begin{aligned} \Delta\pi &= \sqrt{\left(\left|\frac{\partial f(c, d)}{\partial c}\right|_{\bar{c}, \bar{d}} \Delta c\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial f(c, d)}{\partial d}\right|_{\bar{c}, \bar{d}} \Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\left|\frac{\partial \frac{c}{d}}{\partial c}\right|_{\bar{c}, \bar{d}} \Delta c\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial \frac{c}{d}}{\partial d}\right|_{\bar{c}, \bar{d}} \Delta d\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{d}} \Delta c\right)^2 + \left(-\frac{\bar{c}}{(\bar{d})^2} \Delta d\right)^2} = 0.014 \end{aligned}$$

Si riportano anche i valori di semidispersione, deviazione standard e coefficiente di correlazione lineare quadratico:

$$\frac{\pi_{max} - \pi_{min}}{2} = 0.06$$

$$\sigma_{\pi} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{\pi} - \pi_i)^2} = 0.03$$

$$R^2 = 0.9996$$

## Conclusione

Dalle misurazioni effettuate segue che la costante matematica del  $\pi$  risulta essere pari a  $3.128 \pm 0.014$ .

Si nota che il valore esatto  $\pi \approx 3.14159 \dots$  rientra nell'intervallo  $(\bar{\pi} - \Delta\pi; \bar{\pi} + \Delta\pi)$ .

Infine si ipotizza che il valore misurato sia inferiore al valore esatto a causa di un errore sistematico nella misurazione della circonferenza dovuta all'approssimazione di brevi archi di circonferenza con corde.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Per questo motivo l'incertezza sulla misura della circonferenza risulta diversa rispetto all'incertezza sulla misura del diametro nonostante gli strumenti utilizzati per entrambe le misure siano i medesimi