Aufgabe 7: Temperaturverteilung Schlauch

-> 1D Modell -> Schlauch quasi gerade

-> Element.

gegeben: $l = 20 m$

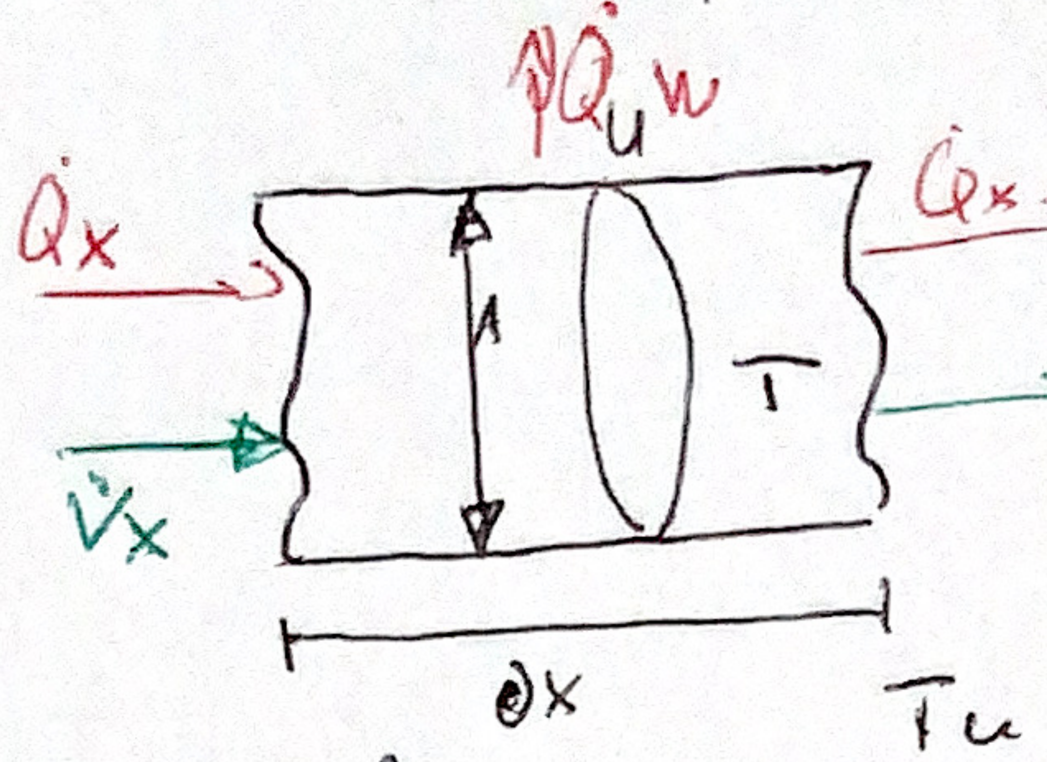
↳ laminare Strömung

$\rho = 1.000 \, kg/m^3$

$\lambda = 0.6 \, W/(m \cdot K)$

$c = 4.200 \, J/kg \cdot K$

$v = 0.1 \, m/s$



$\dot{Q}_{x+dx} = \dot{Q}_x + \frac{\dot{Q}_x}{\partial x} \cdot \partial x$

$\dot{V}_{x+dx} = \dot{V}_x + \frac{\dot{V}_x}{\partial x} \cdot \partial x$

↳ konvekt. Wärmet.

Energiebilanz aufstellen:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \dot{Q}_x + \dot{V}_x - \left[\dot{Q}_W + \dot{Q}_{x+dx} + \dot{V}_{x+dx} \right]$$

-> Einzelterme aufstellen

$\partial Q = \underbrace{\rho \cdot A \cdot dx}_{\text{Teil des Schlauchzylinders}} \cdot c \, dT$ ← Analog zur Vorlesung (Wärmerippe)

$\dot{Q}_x = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$ $\quad$ $\dot{Q}_W = \underbrace{\alpha \cdot U \cdot \partial x}_{\text{Rohrmantel}} (T - T_u)$

$\dot{Q}_{x+dx} = \dot{Q}_x + \frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x} \cdot \partial x = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} - \lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T^2}{\partial x^2} \cdot \partial x$ -> analog VL

$\dot{V}_x = \dot{m} \cdot c \cdot T = \underbrace{\rho \cdot A \cdot v}_{\text{↳ Massestrom durch Querschnittsfläche}} \cdot c \cdot T$

$\dot{V}_{x+dx} = \dot{V}_x + \frac{\dot{V}_x}{\partial x} \cdot \partial x = \rho \cdot A \cdot v \cdot c \cdot T + \rho \cdot A \cdot v \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \partial x$

} Konvektive Wärmebilanz

↳ $\frac{\partial Q}{\partial t} = \cancel{\dot{Q}_x} + \cancel{\dot{V}_x} - \dot{Q}_W - \cancel{\dot{Q}_x} - \frac{\dot{Q}_x}{\partial x} \cdot \partial x - \cancel{\dot{V}_x} - \frac{\dot{V}_x}{\partial x} \cdot \partial x$

$= -\dot{Q}_W - \frac{\dot{Q}_x}{\partial x} \cdot \partial x - \frac{\dot{V}_x}{\partial x} \cdot \partial x$ -> Obige Gleichungen einsetzen

$\Rightarrow \rho \cdot A \cdot c \cdot \cancel{\partial x} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -\alpha \cdot U \cdot \cancel{\partial x} (T - T_u) + \lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T^2}{\partial x^2} \cancel{\partial x} - \rho \cdot A \cdot v \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \cancel{\partial x}$

Umstellen:

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \underbrace{\frac{\lambda}{\rho \cdot c}}_{ca} \cdot \frac{\partial T^2}{\partial x^2} - \underbrace{\frac{\alpha \cdot U}{\rho \cdot A \cdot c}}_{cb} (T - T_u) - v \cdot \frac{\partial T}{\partial x}}$$

-> Im D: Zentraquotient -> Vektor T in Implementierung

$$T[i+1] = ca \cdot \Delta t \cdot \frac{T[i-1] + 2 \cdot T[i] + T[i+1]}{2 \cdot \Delta x} - cb \, (T[i] - Tu) \cdot \Delta t - vb \cdot \frac{T[i-1] - T[i]}{\Delta x} \cdot \Delta t + T[i]$$