ECA402 – Sistemas de Controle

Aula 06 – Controladores PID

O algoritmo de controle PID

· São incorporadas três ações de controle:

Proporcional , Integral e Derivativa

· O sinal de controle – *esforço de controle* – é expresso por

$$u(t) = K\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)\,d\tau + T_d\frac{de(t)}{dt}\right)$$

Ação Proporcional

Ação Integral

Ação Derivativa

Erro de controle: *e(t) = r(t) – y(t)*

O algoritmo de controle PID

· Os parâmetros de sintonia do controlador são:

Ganho *K*, tempo integral T_i e tempo derivativo T_d

Presente | Passado | Futuro

* **Ação proporcional: A lei de controle é dada por**

$$u(t) = K\,e(t) + u_b$$

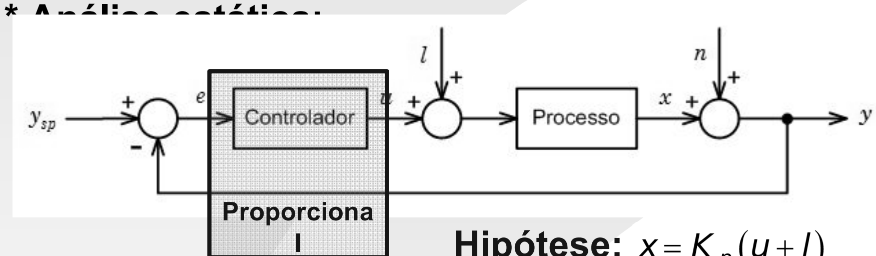
Polarização (bias) ou reset

$u_b = (u_{max} + u_{min})/2$

Em alguns casos, a polarização é ajustada manualmente para que o erro estacionário seja nulo em determinada referência

O algoritmo de controle PID

* * Análise estática:



Hipótese: $x = K_p(u + l)$

· **Tem-se:** $y = x + n$; $x = K_p(u + l)$; $u = K\left(y_{sp} - y\right) + u_b$

· **A saída do processo pode ser descrita por**

$$x = \frac{K K_p}{1 + \boxed{K K_p}}\left(y_{sp} - n\right) + \frac{K_p}{1 + \boxed{K K_p}}(l + u_b)$$

Ganho de malha

O algoritmo de controle PID

$$x = \frac{K K_p}{1 + K K_p}\left(y_{sp} - n\right) + \frac{K_p}{1 + K K_p}\left(l + u_b\right)$$

· ***n* = *u*$_b$ = *0* :** **Ganho de malha elevado implica em**

$x \cong y_{sp}$ e insensibilidade ao distúrbio de carga *l*

· ***n* ≠ *0* :** **O ruído de medição influencia a saída do processo de modo idêntico ao sinal de referência**

Para evitar que o sistema seja sensível ao ruído é aconselhável que o ganho de malha não seja muito elevado

O algoritmo de controle PID

$$x = \frac{K K_p}{1 + K K_p}\left(y_{sp} - n\right) + \frac{K_p}{1 + K K_p}\left(l + u_b\right)$$

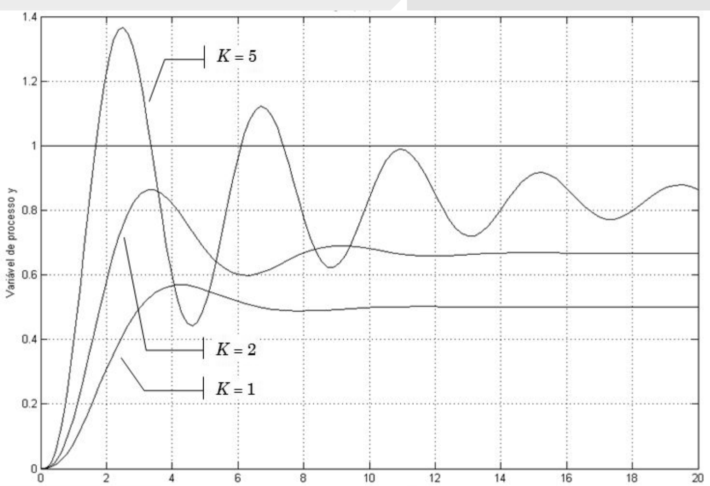
· **$u_b \neq 0$: A polarização influencia a saída do processo de modo idêntico ao distúrbio de carga**

A determinação do ganho de malha é uma solução de compromisso entre os diferentes objetivos de controle

· **O erro de controle só será nulo se $u = u_b$ em em estado estacionário**

O algoritmo de controle PID

**** Exemplo de controle proporcional: Assume-se que $u_b = n = l = 0$**



$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

Se K↑ ⇒
e_{ss}↓
estabilidade↓

O algoritmo de controle PID

*** Ação integral: O principal objetivo da ação integral é garantir que a saída do sistema seja idêntica ao sinal de referência em estado estacionário**

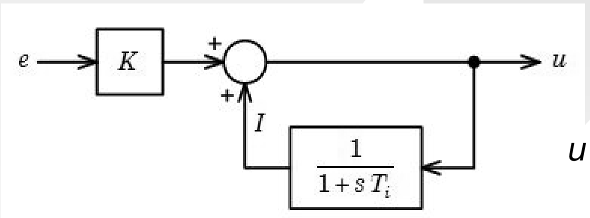
· Como? **Assuma que o sistema de controle apresente erro constante e_0 sob um sinal u_0 (estado estacionário) ...**

Tem-se: $u_0 = K\left(e_0 + \frac{e_0}{T_i}t\right)$

A expressão contraria a hipótese, a não ser que $e_0 = 0$

O algoritmo de controle PID

· A ação integral também pode ser entendida como um dispositivo que ajusta de forma automática a polarização de um controlador proporcional



Tem-se:

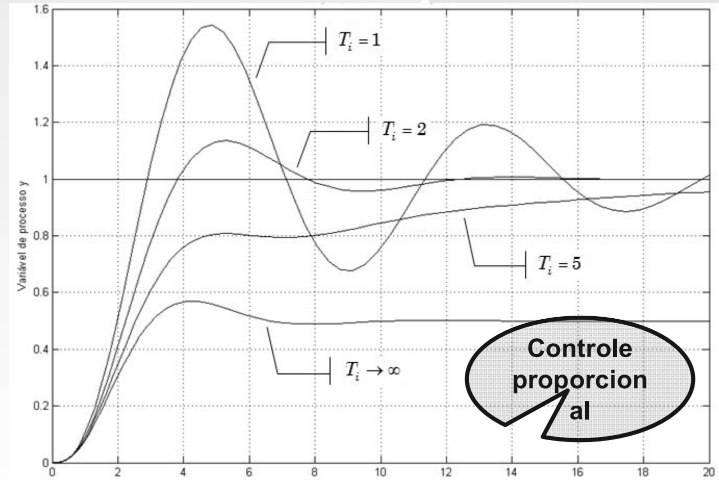
$$u = K\,e + I \quad ; \quad T_i \frac{dI}{dt} + I = u$$

Então: $$T_i \frac{dI}{dt} + I = K\,e + I \;\Rightarrow\; T_i \frac{dI}{dt} = K\,e$$

Controlador PI

O algoritmo de controle PID

**** Exemplo de controle proporcional e integral:**
Assume-se que $u_b = n = I = 0$ e $K = 1$



Controle proporcional

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

T_i finito ⇒ e_{ss} = 0

Se $T_i \downarrow$ ⇒ $T_r \downarrow$

estabilidade↓

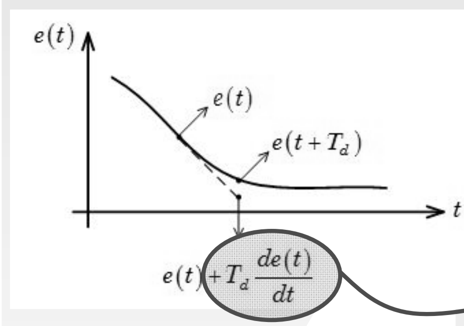
O algoritmo de controle PID

*** Ação derivativa: O principal objetivo da ação derivativa é aprimorar a estabilidade do sistema em malha fechada**

· Mecanismo da instabilidade: Em virtude da dinâmica do sistema, o controle atua com atraso nas correções do erro – existe a necessidade de promover correções fundamentadas em previsões futuras

O controlador proporcional e derivativo (PD) promove correção proporcional à *saída predita*

O algoritmo de controle PID



· A predição é feita a partir da *extrapolação linear* do erro de controle no ponto de interesse

O horizonte de predição é dado pelo tempo derivativo

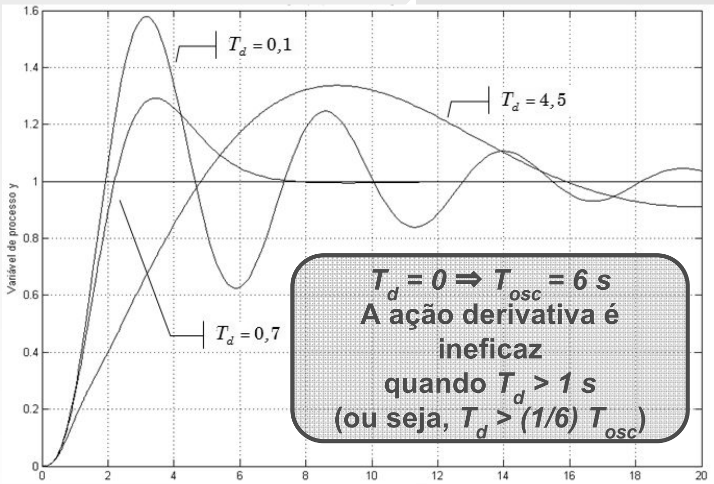
$$e(t+T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}$$

· Estrutura básica do controlador PD:

$$u(t) = K\left(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}\right)$$

O algoritmo de controle PID

**** Exemplo de controle proporcional, integral e derivativo: Assume-se que $u_b = n = l = 0$, $K = 3$ e $T_i = 2$**



$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

$T_d \uparrow \Rightarrow \zeta \uparrow$

Porém $\zeta\downarrow$ para

$T_d \uparrow\uparrow$

O algoritmo de controle PID

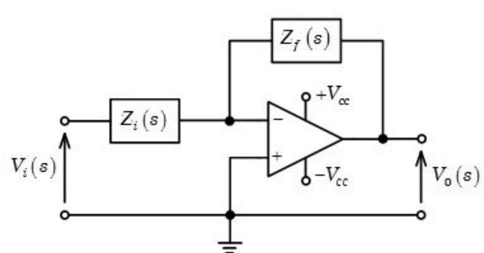
· O controlador PID apresentado constitui apenas uma das inúmeras versões do algoritmo PID

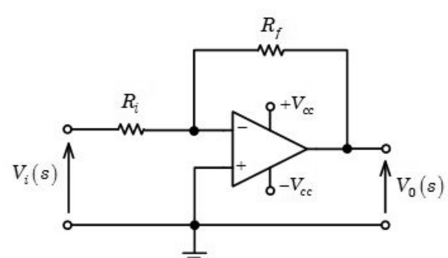
Um bom controlador PID também incorpora:

1. **Filtragem de ruído**
2. **Limitação do ganho em altas freqüências**
3. **Ponderação do sinal de referência**
4. **Efeito *windup***
5. **Técnicas de sintonia**
6. **Implementação computacional**

Implementação analógica

*** Circuitos básicos para implementação:**





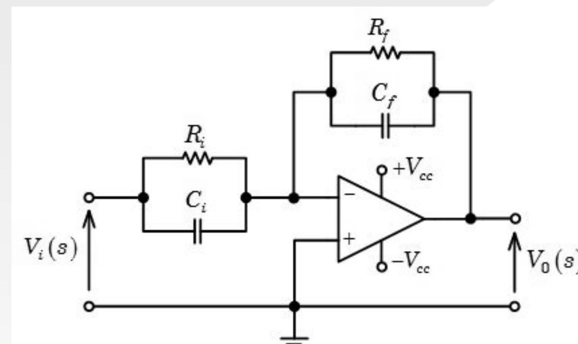
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{Z_f(s)}{Z_i(s)}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{R_f}{R_i}$$

· Para a associação em série: $\dfrac{V_2(s)}{V_1(s)} = \dfrac{R_f Z_f(s)}{R_i Z_i(s)}$

Implementação analógica

*** Controladores PI e PD:**



Impedância de um circuito RC paralelo:

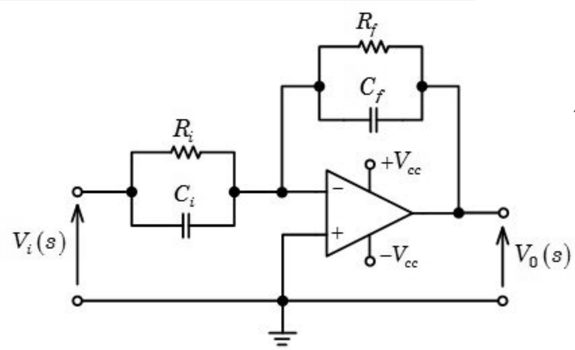
$$Z(s) = \frac{R/sC}{R + 1/sC} = \frac{R}{RCs+1}$$

· Aplicando o resultado no circuito:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{Z_f(s)}{Z_i(s)} = -\frac{R_f\left(R_iC_is+1\right)}{R_i\left(R_fC_fs+1\right)}$$

Implementação analógica

*** Controladores PI e PD:**



A escolha adequada dos componentes permite a construção de controladores PI e PD

· Pode-se reescrever a função de transferência:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{C_i\left(s+1/R_iC_i\right)}{C_f\left(s+1/R_fC_f\right)} = -\frac{K_c(s-z_0)}{s-p_0}$$

Implementação analógica

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{C_i\left(s+1/R_iC_i\right)}{C_f\left(s+1/R_fC_f\right)} = -\frac{K_c(s-z_0)}{s-p_0}$$

*** * Controlador PI: Obtido quando $R_f \to \infty$**

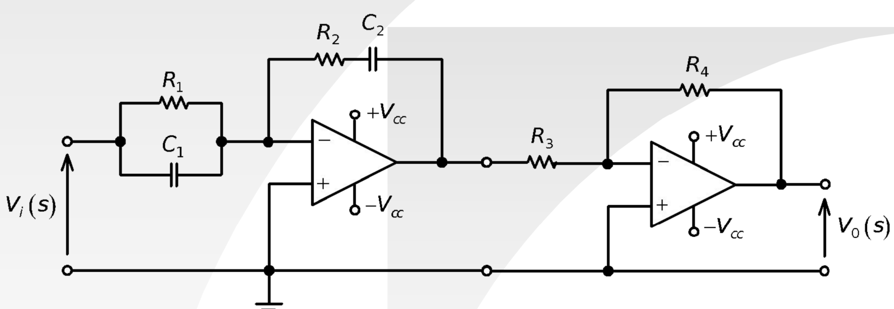
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{C_i}{C_f} - \frac{1/R_iC_f}{s} = -\left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)$$

*** * Controlador PD: Obtido quando $C_f = 0$**

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{R_f}{R_i} - R_fC_is = -\left(k_P + k_ds\right)$$

Implementação analógica

*** Controlador PID:**



Exercício: Mostrar que o circuito implementa as ações de controle proporcional, integral e derivativa

FIM