

# Pesquisa Carteira Multiativos

## Pesquisa — Tail-risk em Otimização de Carteiras (Mean-CVaR + Turnover)

### Resumo

A otimização de portfólios costuma lidar mal com **risco de cauda e erro de estimativa**. Em condições realistas, a otimização mean-variance (MV) pode ser subótima fora da amostra quando retornos e covariâncias são incertos. Estratégias simples como **1/N** e **Risk Parity** tendem a ser mais robustas ao erro de estimativa e podem superar MV. No estudo multiativos (69 ETFs globais), 1/N entregou Sharpe maior e desempenho similar ou melhor do que MV. Ainda assim, 1/N e afins não controlam explicitamente perdas extremas.

Ponto central: é possível controlar CVaR (tail-risk) sem abrir mão de “retorno demais”?

### Contexto e lacuna

A literatura cobre MV e CVaR em cenários idealizados, mas há menos evidência sob restrições operacionais realistas, como:

- custos de transação e fricções;
- limites de turnover e rebalanceamentos sequenciais;
- restrições de peso (box constraints) e (quando aplicável) cardinalidade.

No portfólio PRISM-R, incluir custos e penalidade de turnover tornou MV menos agressivo (mais estável), mas reduziu retorno. Mesmo com shrinkage e restrições, MV ainda violou a meta de CVaR (CVaR 95% anualizado ~20% vs. alvo 8%). Estratégias defensivas (ex.: min-variance) reduziram tail-risk, mas sacrificaram retorno — abrindo espaço para testar **mean-CVaR dentro de um framework realista**.

### Questão de pesquisa

Podemos formular uma otimização **mean-CVaR** com **custos** e **controle de turnover** que entregue melhor proteção de cauda (CVaR e drawdown) **sem degradar excessivamente o retorno**, quando comparada a MV, 1/N e Risk Parity?

### Objetivos

- **Principal:** melhorar métricas de cauda (CVaR e drawdown) mantendo retorno “aceitável” em termos ajustados ao risco.

- **Secundários:** (i) quantificar o trade-off retorno vs. cauda; (ii) medir operabilidade via turnover/custos; (iii) testar uma regra simples de regime-switching para reduzir o custo de oportunidade em bull markets.

## Critério de “degradação excessiva” (retorno ajustado ao risco)

Para evitar ambiguidade, desempenho não deve ser avaliado apenas por retorno absoluto. Aqui, “degradação excessiva” significa **queda de retorno sem ganho relevante em risco ajustado**.

Indicadores principais:

- **Calmar Ratio** = Retorno anualizado / Max Drawdown
- **Retorno/CVaR** = Retorno anualizado /  $|CVaR\ 95\%|$

Regra prática: se mean-CVaR tiver retorno absoluto menor, mas **Calmar  $\geq 1,5\times$**  ou **Retorno/CVaR  $\geq 1,5\times$**  vs. MV ou  $1/N$ , considerar “vitória econômica” (isto é, não houve degradação excessiva).

## Abordagem proposta: mean-CVaR com custos e turnover

Formulação (variante principal, CVaR como restrição):

```
max_w E[R_portfolio]
s.t. CVaR_95% <= τ
      ∑ w_i = 1
      0 <= w_i <= 10%
      |Δw| <= 20% por rebalance
      + penalidade L1 em Δw (opcional)
```

Implementação (pipeline):

- CVaR via formulação linear (LP), integrada ao pipeline do repo.
- Penalidade L1 e/ou restrição explícita de turnover para controlar custos e estabilidade.
- Reaproveitar `scripts/research/run_cvar_tail_experiment.py`.

Variantes a comparar:

- **CVaR como restrição** (maximiza retorno sob alvo  $\tau$ ).
- **CVaR no objetivo** (Lagrange/dual com peso ajustável).

## Modelos/benchmarks

- **1/N** (equal-weight)
- **Risk Parity (ERC)**
- **MV** com shrinkage e custos (baseline do repo)

- Mean-CVaR (proposto, com custos e turnover)

## Desenho experimental (backtest)

Walk-forward:

- Treino: 252 dias úteis; teste: 21 dias; com purge/embargo para evitar look-ahead.
- Rebalanceamento: mensal.

Restrições e fricções (condições realistas):

- 30 bps por round-trip
- limites 0–10% por ativo

Métricas a reportar:

- retorno anualizado, volatilidade, Sharpe
- CVaR 95%, max drawdown
- turnover e custos totais
- Calmar Ratio
- Retorno/CVaR

## Custos e sensibilidade ao turnover

CVaR tende a ser mais instável que variância e pode gerar grandes mudanças de pesos por causa de poucos dados na cauda. Para demonstrar operabilidade:

- incluir gráfico/análise de **sensibilidade do turnover ao alvo de CVaR** (varrer  $\tau$ );
- mostrar que (i)  $|\Delta w| \leq 20\%$  e (ii) penalidade L1 reduzem instabilidade de pesos sem destruir desempenho ajustado ao risco;
- reportar turnover médio e custos por regime (crise vs. normal).

## Hipóteses e expectativas

- A otimização CVaR deve reduzir perdas extremas, sobretudo em choques (COVID-19 em 2020 e estresse inflacionário de 2022), mas pode ficar atrás em bull markets.
- O período 2020–2025 concentra eventos de estresse e é uma janela natural para validar comportamento defensivo.
- Há trade-off claro: melhor tail-risk tende a reduzir retorno esperado.

## Diferencial: regime-switching simples e defensável

Para responder à crítica de que estratégias defensivas “perdem dinheiro” em bull markets, elevar regime-switching para o eixo central do artigo:

- **Regra simples (testável):** se  $VIX > 30$ , usar otimização mean-CVaR; caso contrário, usar MV (ou MV com maior tolerância a risco).
- **Alternativa sem VIX:** usar proxy interno de estresse (ex.: volatilidade anualizada acima de um limiar).

Objetivo: manter proteção de cauda em crises e capturar retorno em regimes normais, reduzindo o trade-off observado em portfólios puramente defensivos.

## Resultados preliminares (indicativos)

- Portfólio focado em risco (MV com penalidade e restrições fortes) atingiu CVaR 95% anualizado de  $\sim -0,34\%$ , muito melhor do que  $1/N$  e ERC em risco de cauda, mas com retorno anualizado  $\sim 15,5\%$  vs.  $\sim 36\text{--}38\%$  dos benchmarks.
- MV sem otimização de cauda chegou a max drawdown  $\sim 20,9\%$ ; um CVaR-constrained pode manter drawdown mais próximo de  $\sim 15\%$  por desenho.
- Turnover ainda pode ser alto ( $\sim 50\%$  por rebalance) se a penalidade for baixa, exigindo calibração de  $\eta$ .

## Conclusão

A pesquisa conecta teoria de tail-risk com restrições reais, medindo se uma estratégia mean-CVaR oferece proteção de cauda com custo aceitável de retorno **ajustado ao risco**. O regime-switching proposto fortalece a narrativa e ataca diretamente a crítica de desempenho em bull markets.

## Próximos passos (checklist)

- Confirmar convenção de sinal do CVaR (perdas vs. retornos) e unidade (diário vs. anualizado).
- Fixar universo e regras de filtragem (69 ETFs) e documentar fontes de dados.
- Implementar e comparar as duas variantes (CVaR como restrição vs. no objetivo) com custos e turnover.
- Rodar varredura de  $\tau$  e de penalidade ( $\eta/\lambda$ ), reportando turnover e custos por regime.
- Validar regime-switching ( $VIX > 30$  vs. proxy interno) e medir impacto em bull markets.
- Consolidar resultados e gerar as visualizações essenciais.

## Referências e artefatos

- Questão de Pesquisa Proposta para Carteira Multiativos.pdf
- docs/results/RESULTADOS\_FINALS.md
- docs/specs/PRD.md
- README.md

- `scripts/research/run_cvar_tail_experiment.py`

## Visualizações essenciais

- **Drawdown underwater (money chart)**: comparar profundidade e duração dos drawdowns em 2020 e 2022; evidenciar redução de ~25% para ~15% (se confirmada).
- **Curva de equity** com marcação de regimes (crise vs. normal).