

Introduzione agli Algoritmi

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. Calamoneri, A. Monti
Sapienza Università di Roma
5 Luglio 2023

Esercizio 1 (10 punti): Si consideri la seguente funzione:

```
def Es1(n):  
    s = 0  
    if n > 4:  
        m = n//2  
        s = Es1(n//4) * Es1(m - n//4)  
        i = 1  
        while i * i <= n:  
            i += 1  
            s += i  
    return s
```

- Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione giustificando dettagliatamente l'equazione ottenuta.
- Qualora sia possibile, si risolva la ricorrenza utilizzando il teorema principale, dettagliando il caso del teorema ed i passaggi logici. Se il teorema principale non è applicabile spiegarne il motivo.

Esercizio 2 (10 punti):

In un array ordinato A di n interi compaiono tutti gli interi da 0 ad $n-2$. Esiste dunque nell'array un unico elemento duplicato.

Si progetti un algoritmo ITERATIVO che, dato A , in tempo $\Theta(\log n)$ restituisca l'elemento duplicato.

Ad esempio, per $A = [0, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7]$ l'algoritmo deve restituire 4.

Dell'algoritmo proposto:

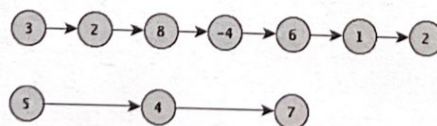
- si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- si giustifichi il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti): Data una lista puntata, diremo che i due record che occupano le posizioni $(2i - 1)$ -esima e $2i$ -esima ($i \geq 1$) vengono *accorpati* eliminando dalla lista quello in posizione pari, e trasformando la chiave del record in posizione dispari nella somma dei due elementi accorpati. Se lista ha un numero dispari di nodi, allora l'ultimo nodo, che non può accorparsi, viene semplicemente eliminato.

Sia dato il puntatore p al nodo di testa di una lista puntata memorizzata tramite puntatori a nodi a due campi: il campo *key* contenente il valore ed il campo *next* contenente il puntatore al nodo successivo (il campo *next* dell'ultimo nodo della lista vale *None*).

Si progetti un algoritmo RICORSIVO che, in tempo $\Theta(n)$, ne accorpi a coppie tutti i suoi nodi (il primo con il secondo, il terzo col quarto ecc.).

Ad esempio, la lista seguente va modificata come in figura.



Dell'algoritmo proposto:

- si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- si giustifichi il costo computazionale.

NOTA BENE: nello pseudocodice dell'algoritmo ricorsivo **non** si deve far uso di variabili globali.