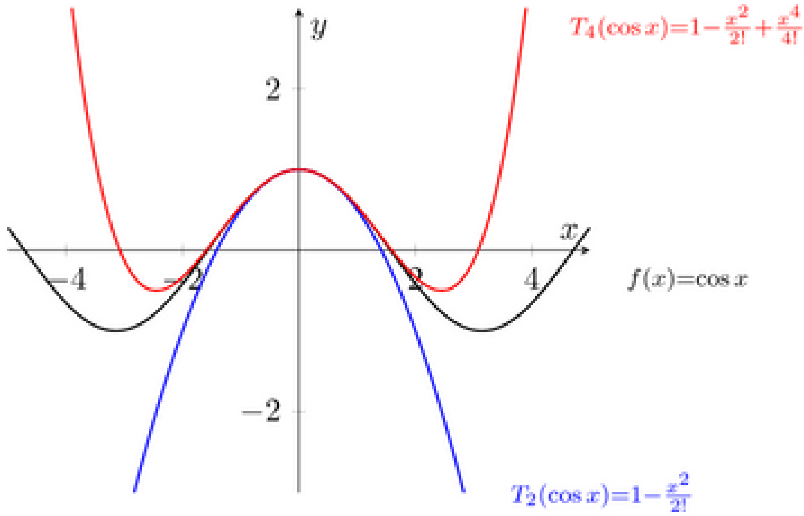


# Formulario Teoremi

Formulario in preparazione
del secondo (e ultimo) esonero di
Calcolo Differenziale

*author Valerio Fontana*

7 gennaio 2024

# Indice

# Capitolo 1

# Sezioni Compito

## 1.1 Avvertenze

Indipendentemente dal tipo di quesito, è utile avere a portata un formulario rispettivamente per le derivate (come ad esempio https://www.matematika.it/public/allegati/33/11_44_Derivate_2_3.pdf) e per i limiti notevoli (come ad esempio https://www.matematika.it/public/allegati/18/Limiti%20Notevoli.pdf , oppure il formulario che ho realizzato per l'esonero precedente).

## 1.2 Sezione 1 (V/F)

### 1.2.1 Teorema de l'Hopital

Dato il limite $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ il quale rientra nelle forme indeterminate $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$

- Se $f(x)$ e $g(x)$ risultano derivabili in un intorno di $x_0$ (eccetto eventualmente in $x_0$)
- Se $g'(x) \neq 0$ nell'intorno di $x_0$ (eccetto eventualmente in $x_0$)
- Se $\lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ esiste (finito o infinito che sia)

allora $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

## 1.3 Sezione 2 (V/F)

### 1.3.1 Teorema di Rolle

Sia $f(x) : [a, b] \to \mathbb{R}$

- Se $f$ è continua in $[a, b]$
- Se $f$ è derivabile in $(a, b)$
- Se $f(a) = f(b)$

allora $\exists\, x_0 \in (a, b) \,|\, f'(x_0) = 0$

### 1.3.2 Rapporto Incrementale

Per verificare se una funzione sia derivabile in un punto $x_0$ bisogna calcolare il limite del rapporto incrementale

$$\lim_{h \to x_0^-} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$\lim_{h \to x_0^+} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

se i due limiti sono uguali, allora la funzione è derivabile in $x_0$

### 1.3.3 Teorema di Lagrange

Sia $f(x) : [a, b] \to \mathbb{R}$

- Se $f$ è continua in $[a, b]$
- Se $f$ è derivabile in $(a, b)$

allora $\exists\, x_0 \in (a, b) \mid f'(x_0) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$

## 1.4 Sezione 3 (V/F)

### 1.4.1 Andamento di una Funzione

- Se $f'(x) > 0\, \forall x \in (a, b)$ allora $f$ è crescente in $(a, b)$
- Se $f'(x) < 0\, \forall x \in (a, b)$ allora $f$ è decrescente in $(a, b)$
- Se $f'(x) = 0\, \forall x \in (a, b)$ allora $f$ è costante in $(a, b)$

### 1.4.2 Tipi di Monotonie

- Monotona Crescente: cresce sempre
- Monotona Decrescente: decresce sempre
- Monotona non Decrescente: cresce o rimane costante
- Monotona non Crescente: decresce o rimane costante

### 1.4.3 Teorema dei Valori Intermedi

Sia $f(x) : I \subset \mathbb{R}$, (con $I$ intervallo generico), se $f(x)$ assume due valori distinti $f(x_1)$ e $f(x_2)$ (con $x_2 > x_1$),allora f(x) assume tutti i valori compresi tra $f(x_1)$ e $f(x_2)$

$$\forall\, y \in [f(x_1), f(x_2)]\, \exists\, x_0 \in I \mid f(x_0) = y$$

## 1.5 Sezione 4 (V/F)

### 1.5.1 Polinomio di Taylor e MacLaurin

Un formulario come `https://www.matematika.it/public/allegati/33/Sviluppo_serie_funzioni_elementari_1_6.pdf` può essere più che sufficente

## 1.6 Sezione 5 (domande aperte)

### 1.6.1 Teorema di Weierstrass

Una funzione $f(x)$ continua in un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$ ha un valore minimo $m = f(x_1)$ e massimo $M = f(x_2)$ tali che $f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2) \, \forall x \in [a, b]$

## 1.7 Sezione 6 (domande aperte)

### 1.7.1 Punti Stazionari

Per le funzioni di una variabile, un punto stazionario è un punto interno al dominio della funzione che annulla la sua derivata prima

$$\forall \, x_0 \in (a, b) \, | \, f'(x_0) = 0$$

### 1.7.2 Massimi e Minimi (Relativi e Assoluti)

Sia $y = f(x)$ una funzione con dominio $Dom(f)$

- viene definito $x_0 \in Dom(f)$ punto di massimo assoluto per la funzione se $f(x) \leq f(x_0) \, \forall x \in Dom(f)$
- viene definito $x_0 \in Dom(f)$ punto di minimo assoluto per la funzione se $f(x) \geq f(x_0) \, \forall x \in Dom(f)$
- viene definito $x_0 \in Dom(f)$ punto di massimo relativo per la funzione se dato un intorno $B(x_0, \delta)$ (con $\delta > 0$), risulta che $f(x) \leq f(x_0) \, \forall x \in B(x_0, \delta) \subset Dom(f)$
- viene definito $x_0 \in Dom(f)$ punto di minimo relativo per la funzione se dato un intorno $B(x_0, \delta)$ (con $\delta > 0$), risulta che $f(x) \geq f(x_0) \, \forall x \in B(x_0, \delta) \subset Dom(f)$