

Лабораторная работа №5

Модель эпидемии (SIR)

Городянский Ф.Н.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Городянский Фёдор Николаевич
- студент
- Российский университет дружбы народов
- 1132226456@pfur.ru
- <https://Fedass.github.io/ru/>

Цель работы

Построить модель SIR в *xcos* и OpenModelica.

1. Реализовать модель SIR в в *xcos*;
2. Реализовать модель SIR с помощью блока Modelica в в *xcos*;
3. Реализовать модель SIR в OpenModelica;
4. Реализовать модель SIR с учётом процесса рождения / гибели особей в *xcos* (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica;
5. Построить графики эпидемического порога при различных значениях параметров модели (в частности изменяя параметр μ);
6. Сделать анализ полученных графиков в зависимости от выбранных значений параметров модели.

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t), \end{cases}$$

где β – скорость заражения, ν – скорость выздоровления.

Зафиксируем начальные данные:

$$\beta = 1, \nu = 0,3, s(0) = 0,999, i(0) = 0,001, r(0) = 0.$$

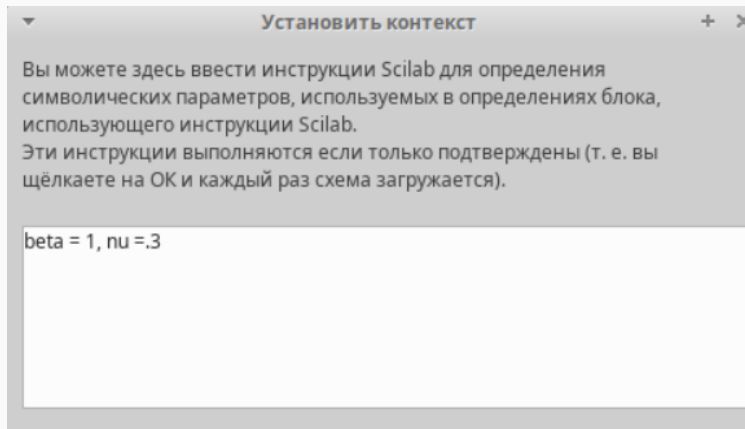


Рис. 1: Задание переменных окружения в xcos

Реализация модели в xcos

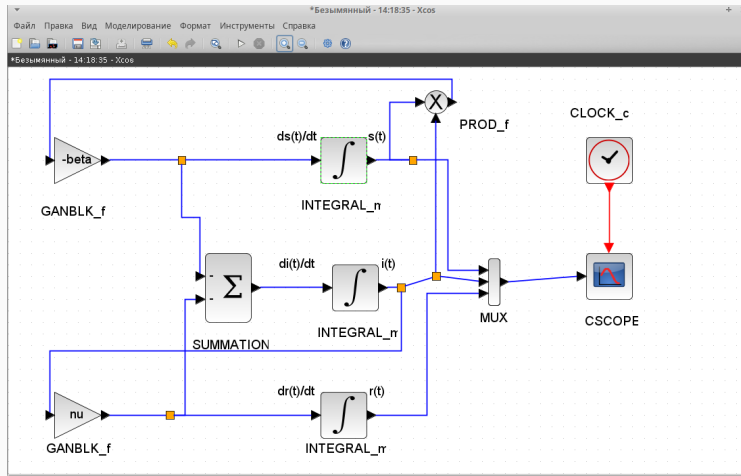


Рис. 2: Модель SIR в xcos

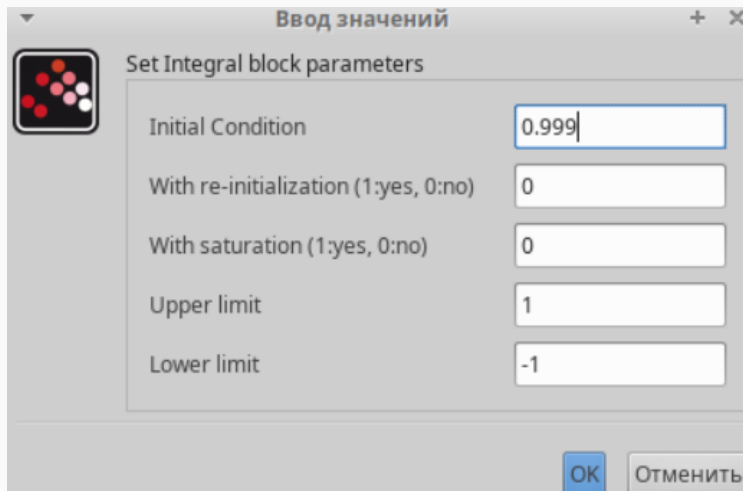


Рис. 3: Задание начальных значений в блоках интегрирования

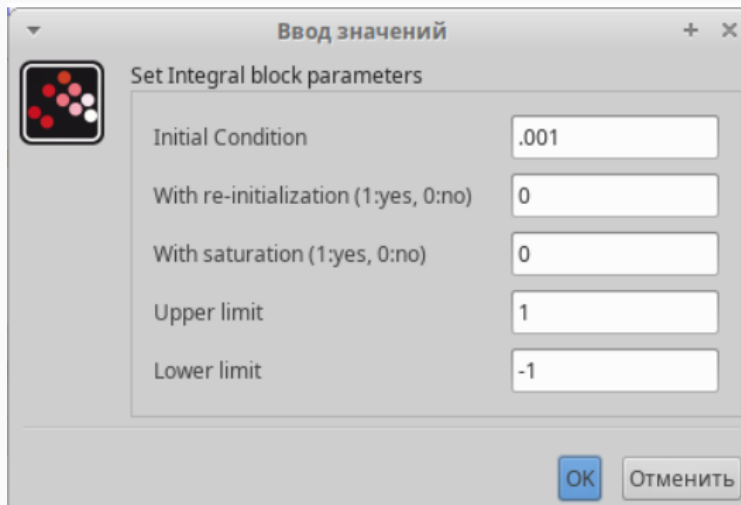


Рис. 4: Задание начальных значений в блоках интегрирования

Параметры моделирования

Конечное время интегрирования	3.0E01
Количество секунд в единице времени	0.0E00
Абсолютная погрешность интегрирования	1.0E-06
Относительная погрешность интегрирования	1.0E-06
Погрешность по времени	1.0E-10
Максимальный временной интервал интегрирования	1.0E05
Вид программы решения	Sundials/CVODE - BDF - NEWTON
Максимальный размер шага (0 означает "без ограничения")	0

Установить контекст

OK Отменить По умолчанию

Рис. 5: Задание конечного времени интегрирования в xcos

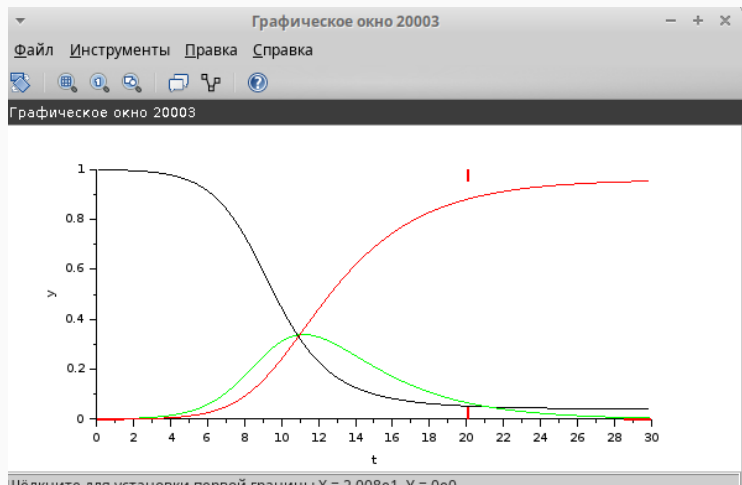
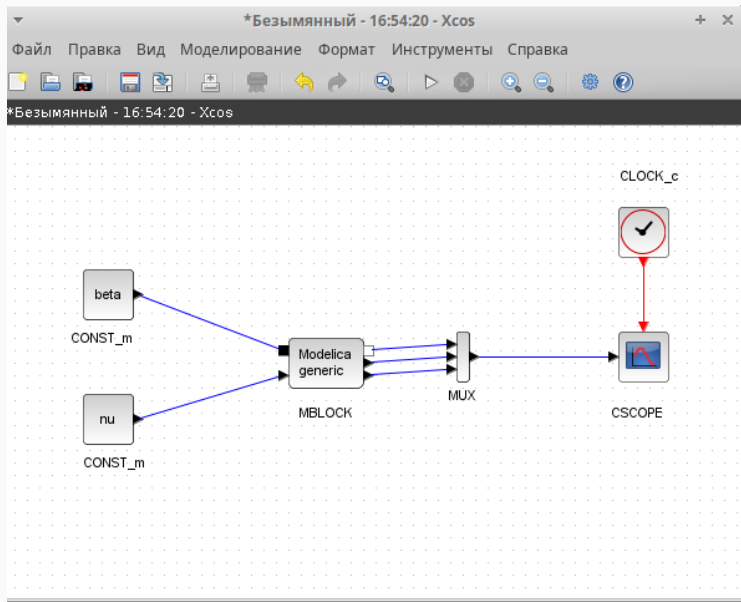


Рис. 6: Эпидемический порог модели SIR при $\beta = 1, \nu = 0.3$

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos



Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

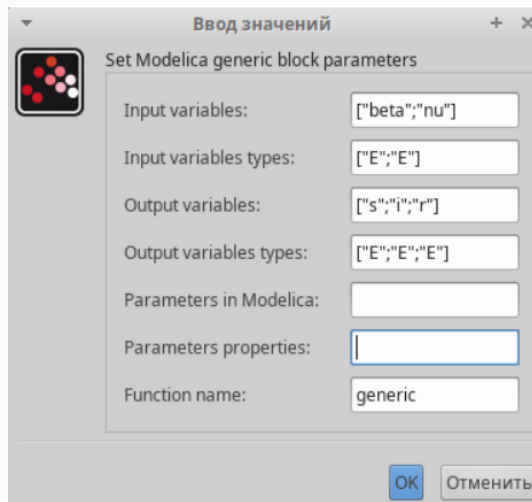


Рис. 8: Параметры блока Modelica для модели SIR

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

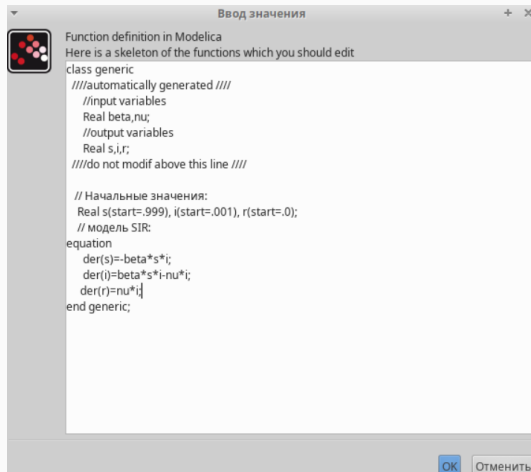


Рис. 9: Параметры блока Modelica для модели SIR

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

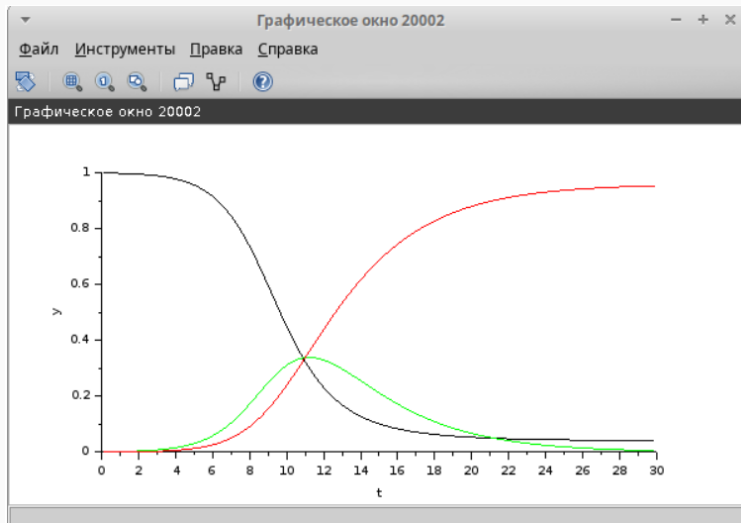


Рис. 10: Эпидемический порог модели SIR при $\beta = 1, \nu = 0.3$

Упражнение

```
parameter Real I_0 = 0.001;  
parameter Real R_0 = 0;  
parameter Real S_0 = 0.999;  
parameter Real beta = 1;  
parameter Real nu = 0.3;  
parameter Real mu = 0.5;  
Real s(start=S_0);  
Real i(start=I_0);  
Real r(start=R_0);
```

equation

```
der(s) = -beta*s*i;  
der(i) = beta*s*i - nu*i;  
der(r) = nu*i;
```

The screenshot shows the 'Simulation' tab of the OpenModelica GUI. The 'Interval Simulation' section has 'Start Time' set to 0, 'End Time' set to 30, 'Number of Intervals' set to 500 (selected with a radio button), and 'Interval' set to 0.002. The 'Integration' section has 'Method' set to 'dassl', 'Accuracy' set to '1e-6', and 'Jacobian' set to 'auto'. The 'Settings' section has 'Save experiment annotation inside model i.e., experiment annotation' (unchecked), 'Save translation flags inside model i.e., __OpenModelica_commandLineOptions annotation' (unchecked), 'Save simulation flags inside model i.e., __OpenModelica_simulationFlags annotation' (unchecked), and 'Simulate' (checked). The 'OK' and 'Отмена' buttons are at the bottom right.

Основное Интерактивная Симуляция Translation Flags Флаги Симуляции Вывести

Интервал Симуляции

Начальное Время: 0 secs

Конечное Время: 30 secs

☒ Число Интервалов: 500

☐ Interval: 0.002 secs

Интегрирование

Метод: dassl

Точность: 1e-6

Якобиан: auto

Настройки

☐ Save experiment annotation inside model i.e., experiment annotation

☐ Save translation flags inside model i.e., __OpenModelica_commandLineOptions annotation

☐ Save simulation flags inside model i.e., __OpenModelica_simulationFlags annotation

☒ Симулировать

OK Отмена

Рис. 11: Эпидемический порог модели SIR при $\beta = 1, \nu = 0.3$

Задание для самостоятельного выполнения

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t) + \mu(N - s(t)); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t) - \mu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t) - \mu r(t), \end{cases}$$

где μ — константа, которая равна коэффициенту смертности и рождаемости.

Задание для самостоятельного выполнения

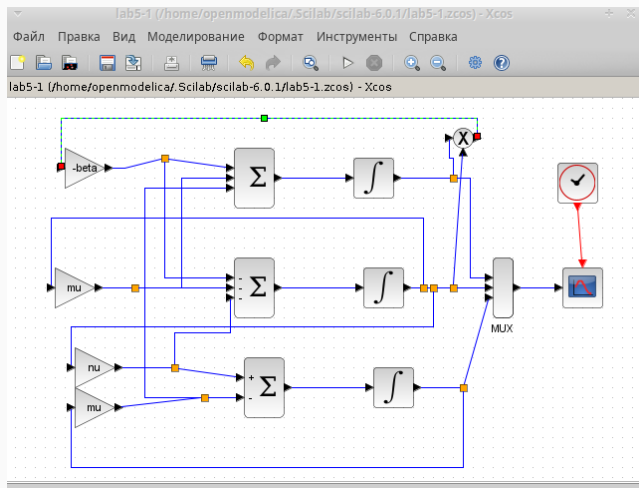


Рис. 12: Модель SIR с учетом демографических процессов в xcos

Задание для самостоятельного выполнения

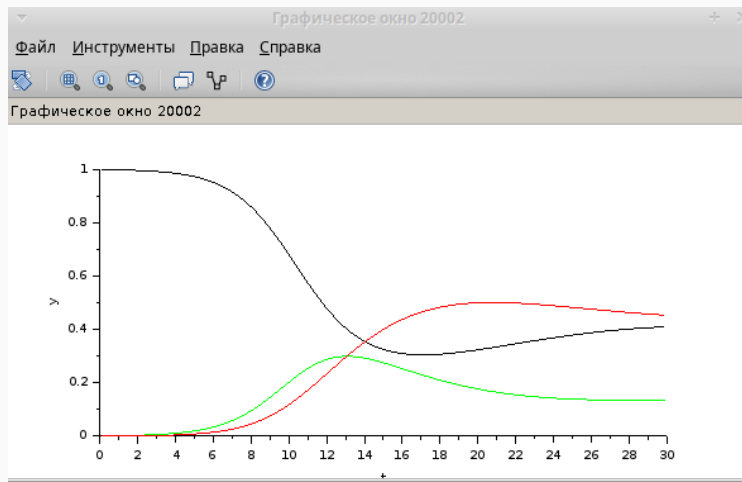
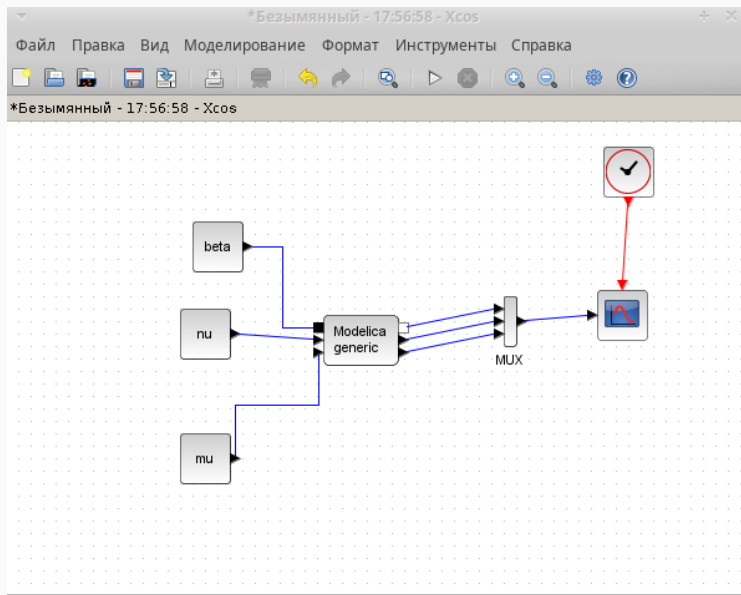
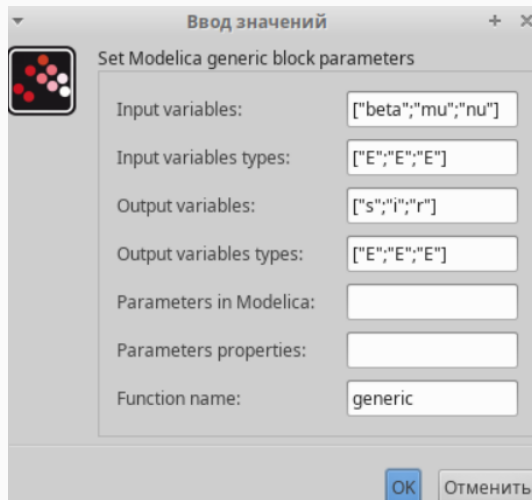


Рис. 13: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения



Задание для самостоятельного выполнения



Ввод значений

Set Modelica generic block parameters

Input variables: ["beta","mu","nu"]

Input variables types: ["E","E","E"]

Output variables: ["s","i","r"]

Output variables types: ["E","E","E"]

Parameters in Modelica:

Parameters properties:

Function name: generic

OK Отменить

Рис. 15: Параметры блока Modelica для модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

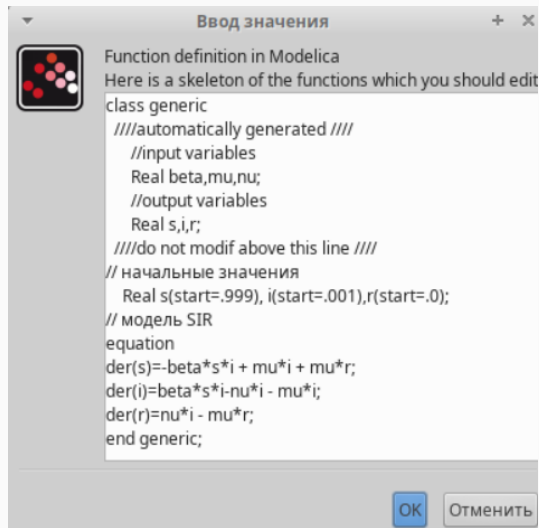


Рис. 16: Параметры блока Modelica для модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

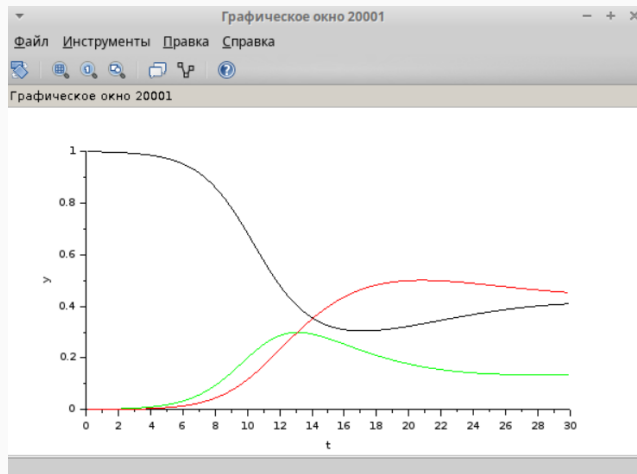


Рис. 17: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

```
parameter Real I_0 = 0.001;  
parameter Real R_0 = 0;  
parameter Real S_0 = 0.999;  
parameter Real beta = 1;  
parameter Real nu = 0.3;  
parameter Real mu = 0.5;  
Real s(start=S_0);  
Real i(start=I_0);  
Real r(start=R_0);
```

equation

```
der(s)=-beta*s*i + mu*i + mu*r;  
der(i)=beta*s*i-nu*i - mu*i;  
der(r)=nu*i - mu*r;
```

Задание для самостоятельного выполнения

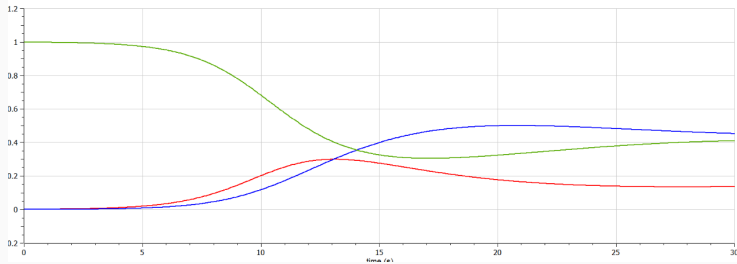


Рис. 18: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\beta = 1, \nu = 0.3, \mu = 0.1$$

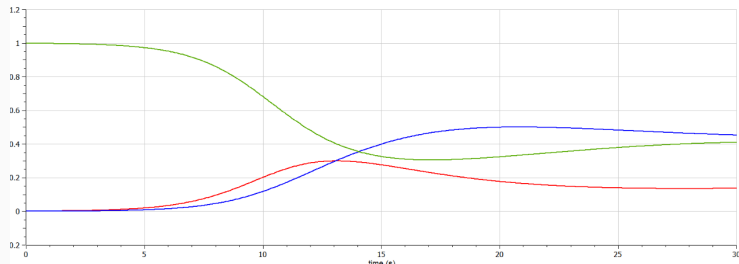


Рис. 19: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\mu = 0.3$$

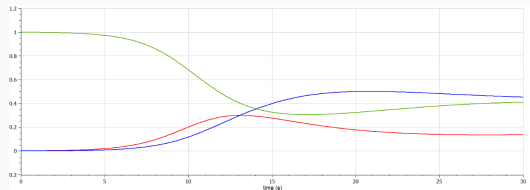


Рис. 20: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\mu = 0.9$$

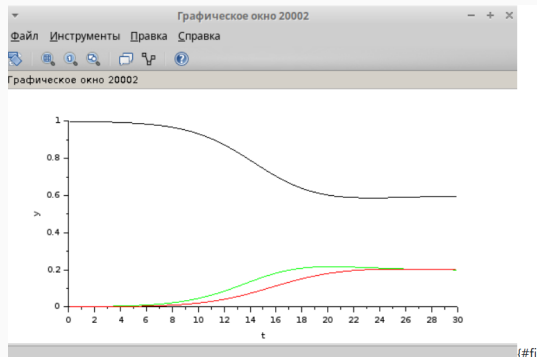


Рис. 21: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\beta = 1, \nu = 0.1, \mu = 0.1$$

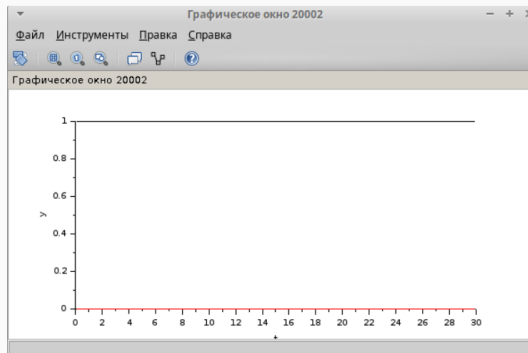


Рис. 22: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\mu = 0.9$$

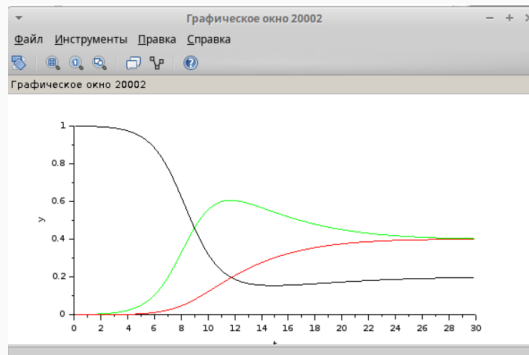


Рис. 23: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

$$\beta = 4, \nu = 0.3, \mu = 0.2$$

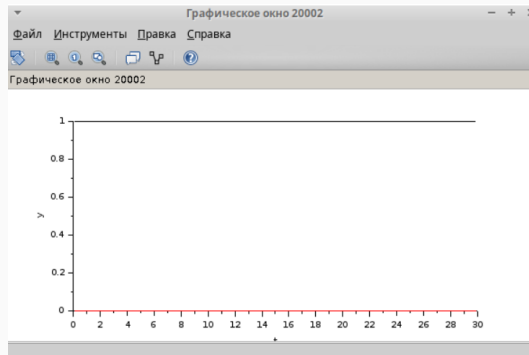


Рис. 24: График модели SIR с учетом демографических процессов

В процессе выполнения данной лабораторной работы была построена модель SIR в *xcos* и OpenModelica.