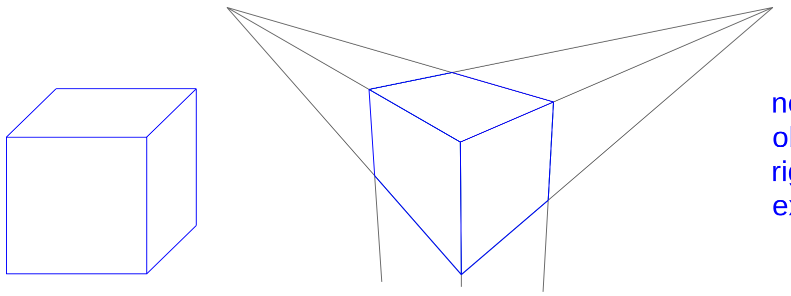
Generalidades

La geometría en sus comienzos era un conjunto de reglas y conocimientos empíricos para la medición de terrenos y el trazado de sus líneas divisorias. Actualmente trata de las propiedades geométricas de las figuras del plano o del espacio en 3 dimensiones.

Las propiedades gráficas referentes a la posición relativa de los distintos elementos es objeto de la geometría proyectiva.

Veamos por ejemplo la proyección de un cubo:



Esta forma de representación nos da una idea general del objeto, pero no su forma rigurosa, ni sus medidas exactas.

El constructor necesita un dibujo cuya lectura le permita determinar la forma precisa, la disposición de las partes y las medidas reales, de forma tal que sea materialmente posible su exacta construcción. He aquí el objeto de la Geometría Descriptiva: la representación en un plano de los elementos básicos (punto, recta y plano) y la combinación de aquellos, a fin de poder resolver todos los problemas que puedan presentarse con los elementos del espacio.

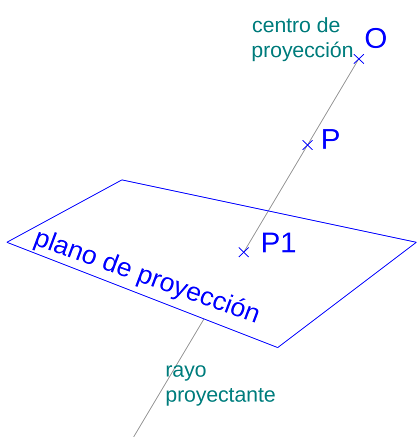
PROYECCIONES

Para representar un punto sobre un plano determinado se lo debe hacer desde otro punto llamado CENTRO DE PROYECCIÓN (O).

El plano donde quedará determinado el punto se llama PLANO DE PROYECCIÓN.

La recta que une el centro de proyección con el punto en el espacio se llamará RAYO PROYECTANTE.

De esta forma todos los puntos contenidos en este rayo tendrán la misma proyección.



SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

Los sistemas de proyección empleados son los siguientes:

1- Sistema diédrico, de doble proyección, o de MONGE (rayo proyectante forma un ángulo de 90° con los planos de proyección)
2- Sistema acotado
3- Sistema axonométrico
4- Sistema cónico o central.

En los tres primeros sistemas se utiliza la proyección ortogonal, mientras que en el cónico se emplea la proyección cónica o central.

La condición fundamental que debe reunir todo sistema de representación es la REVERSIBILIDAD, es decir, que así como de una figura dada en el espacio podemos obtener sus proyecciones en un plano, de la misma forma, dada una proyección podemos determinar la posición en el espacio.

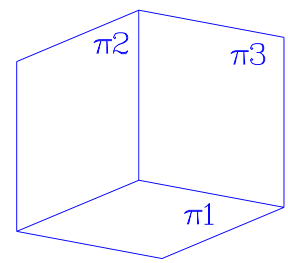
NOTACIONES

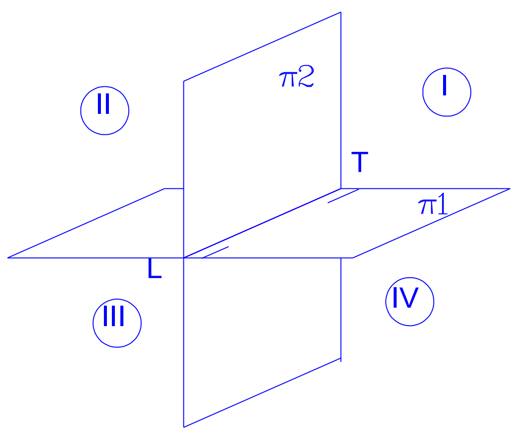
Para facilitar la lectura e interpretación de las diversas proyecciones en cualquier sistema, se adopta una notación que permite identificar y relacionar el elemento geométrico del espacio con sus proyecciones y a éstas, entre sí.

Por ser aplicable a todos los sistemas, resulta también más sencillo el paso de uno a otro.
La notación establecida es:
PUNTOS: se representarán con letras mayúsculas (A, B, C, etc)
RECTAS Y LÍNEAS: se representarán con letras minúsculas (a, b, c, r, s, etc.)
PLANOS: se representarán con letras griegas ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \pi$ etc.)

PLANOS DE PROYECCIÓN

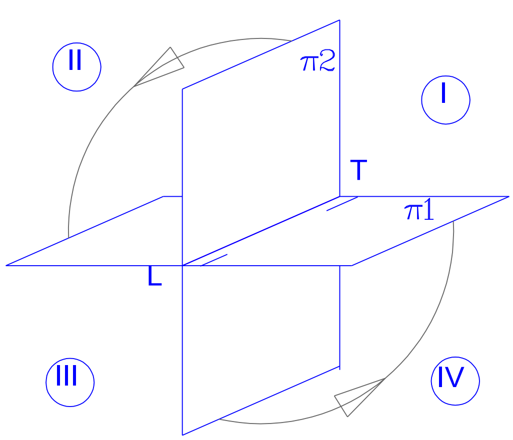
Son elementos fundamentales para proyectar los objetos del espacio.
Uno de ellos será horizontal y se lo denomina π1, y el otro será perpendicular a éste y se lo denomina π2. Existe un tercero que es perpendicular a estos dos y se lo denomina π3

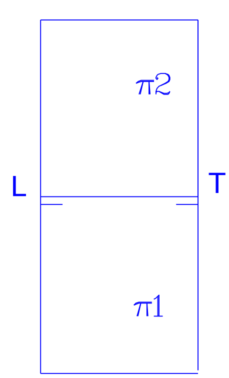




Los planos de proyección son infinitos, dividen al espacio en cuatro regiones o cuadrantes, señalados en la figura con los números I,II,III y IV, se denominarán Primero, Segundo, Tercero y Cuarto Cuadrante o Región.
La intersección de estos planos determina la LÍNEA DE TIERRA, y se representará o bien con L y T en cada extremo o con una rayita indicando la ubicación del plano π1.

Representación Monge:
Cualquier figura del espacio se la puede representar en estos planos, proyectando cada uno de sus puntos en forma ortogonal.
Para poder representar estas proyecciones sobre el plano del papel una vez obtenidas las proyecciones sobre los planos π1 y π2 se hace girar el plano vertical alrededor de la línea de tierra en sentido antihorario hasta hacerlo coincidir con el horizontal. De esta forma se obtiene un solo plano que es el del papel. La única línea de referencia será la LT.

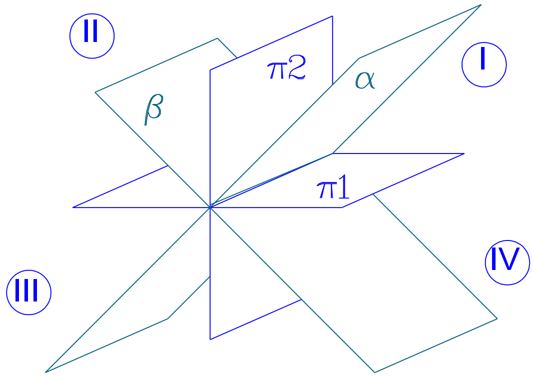




Se simplifica esta representación colocando como única línea de referencia la LT indicando los trazos en sus extremos la posición del plano π1.

PLANOS BISECTORES

Plano bisector de un diedro es el que, pasando por la arista de éste, lo divide en dos diedros iguales.



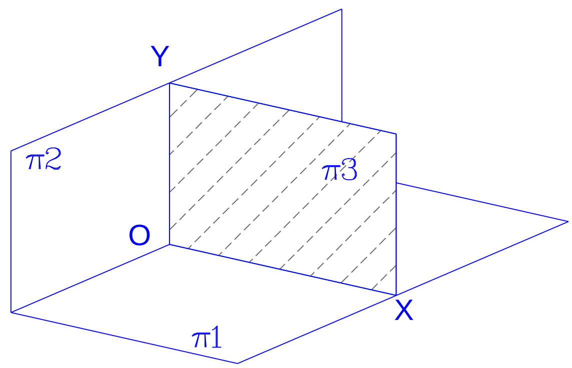
Las cuatro regiones determinadas por los planos de proyección dan lugar a dos planos bisectores. Uno para las regiones I y III, y otro para las regiones II y IV.

El primer bisector α atraviesa el primer y tercer cuadrante, y el segundo bisector β atraviesa el segundo y cuarto cuadrante.

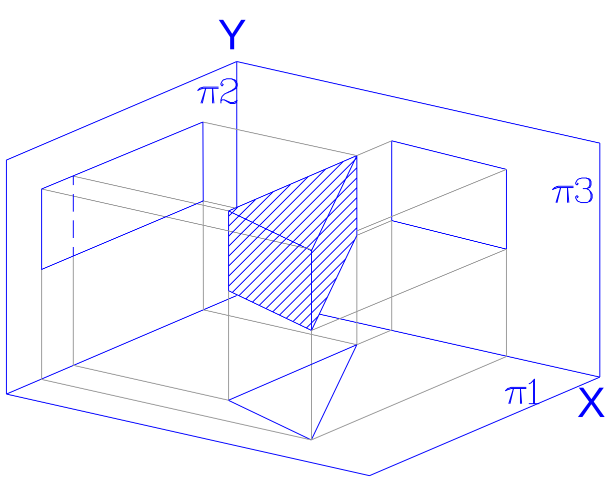
PLANO DE PERFIL

En general las proyecciones en los planos $\pi 1$ y $\pi 2$ son suficientes para estudiar las figuras del espacio.

En algunos casos es necesario recurrir a un tercer plano $\pi 3$, perpendicular a los dos primeros, este es el PLANO DE PERFIL o tercer plano de proyección.



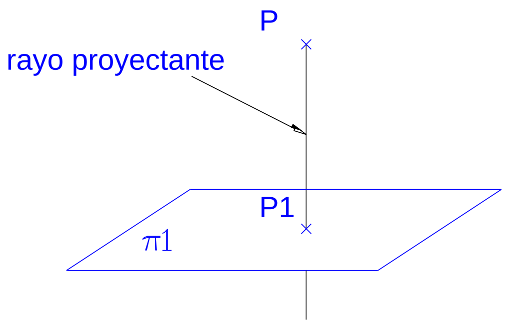
Los tres planos de proyección forman un triedro tri-rectangular y se cortan según tres rectas perpendiculares entre sí, que concurren en un punto O.



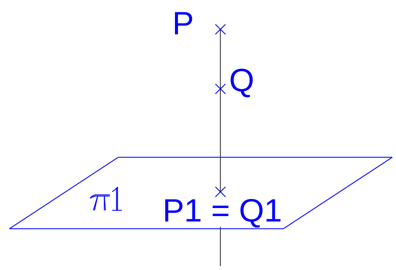
Para obtener la representación de la figura sobre $\pi 3$ se procede de la misma forma que se hizo en los otros planos. O sea se traslada cada uno de sus puntos de forma tal que la recta proyectante sea perpendicular al plano $\pi 3$.

Para obtener la representación sobre el papel se rebate este tercer plano sobre el vertical, haciéndolo girar sobre O-Y, o también se puede rebatir sobre el horizontal, haciéndolo girar alrededor de O-X.

El punto



Para proyectar un punto P cualquiera del espacio sobre el plano $\pi 1$, basta trazar desde ese punto la perpendicular al plano (rayo proyectante). La intersección de esta recta con el plano dará un punto que será la proyección de P. Para identificarlo se le pondrá como subíndice el número del plano sobre el que se proyecta. O sea que en este caso será P1.



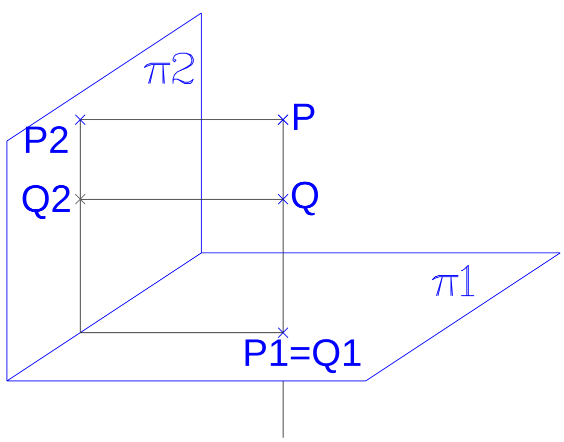
Se puede observar que cualquier otro punto situado sobre la recta proyectante, por ejemplo el Q, tendrá su proyección Q1 coincidente con P1.

O sea que el conocimiento de P1 no es suficiente para determinar el punto P del espacio. Lo único que se puede afirmar es que se encuentra sobre la perpendicular en P1 al plano $\pi 1$.

Si conocemos la longitud P1-P , el punto quedará perfectamente determinado. Esta medida se llama COTA del punto P.

Por lo tanto COTA de un punto es la distancia de éste al plano HORIZONTAL.

PROYECCIÓN DE UN PUNTO POR EL MÉTODO DE MONGE



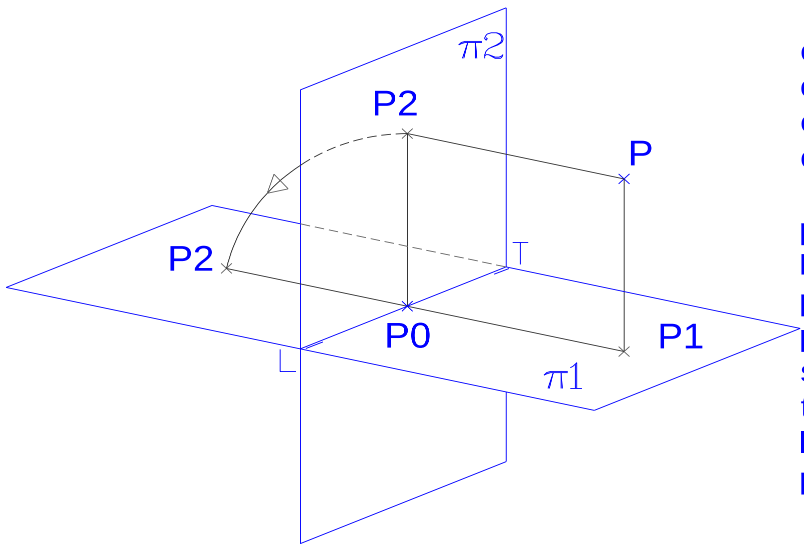
El método de Monge también es llamado Método de la doble proyección, porque si además de la proyección P1 se da también la proyección P2 del mismo punto P sobre otro plano perpendicular a $\pi 1$ ($\pi 2$), las proyecciones de P y Q ya no se confunden. El punto P queda perfectamente determinado por la intersección de las proyectantes correspondientes a P1 y P2.

La longitud P2-P se la llama ALEJAMIENTO. Por lo tanto el ALEJAMIENTO de un punto es su distancia al plano VERTICAL.

A la proyección sobre el plano vertical se la indicará con el subíndice de ese mismo plano, P2 será la proyección vertical de P.

Para indicar que un punto P tiene como proyecciones a P1 y a P2, se empleará P (P1,P2). O sea P (alejamiento, cota).

REPRESENTACIÓN DEL PUNTO

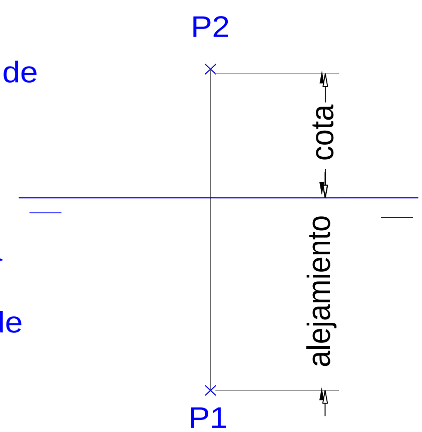


Sea P un punto cualquiera en el espacio, situado en el primer cuadrante. Para representarlo en este sistema, se lo proyecta ortogonalmente sobre el plano $\pi1$ y $\pi2$. Se obtienen así las proyecciones P1 y P2.
Por ser las proyectantes P-P1 y P-P2 perpendiculares a los planos de proyección, el plano que determinan será perpendicular a la línea de tierra. A la vez cortará a éstos según las rectas Po-P1 y Po-P2, que serán perpendiculares también a LT.

Al rebatir el plano $\pi2$ sobre $\pi1$, la proyección P2 describirá un arco de 90°, hasta situarse en la prolongación de Po-P1.

Las proyecciones P1 y P2 se denominan PROYECCIÓN HORIZONTAL y VERTICAL respectivamente.

I Cuadrante



La condición general que deben reunir las dos proyecciones de un punto es que el segmento que las une sea PERPENDICULAR A LA LINEA DE TIERRA.

La representación en Monge será entonces como muestra la figura.
Se puede observar también cual es la cota y el alejamiento de ese punto.

CONVENCIONES

Se adopta:

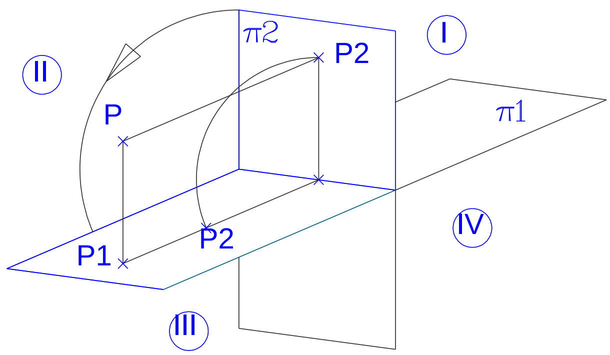
Tendrá cota + todo elemento que esté ubicado por encima del plano $\pi1$

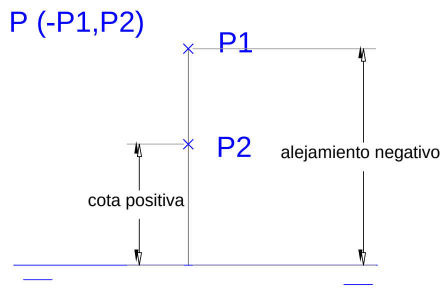
Tendrá cota - todo elemento que esté ubicado por debajo del plano $\pi1$

Tendrá alejamiento + todo elemento que esté ubicado por delante del plano $\pi2$

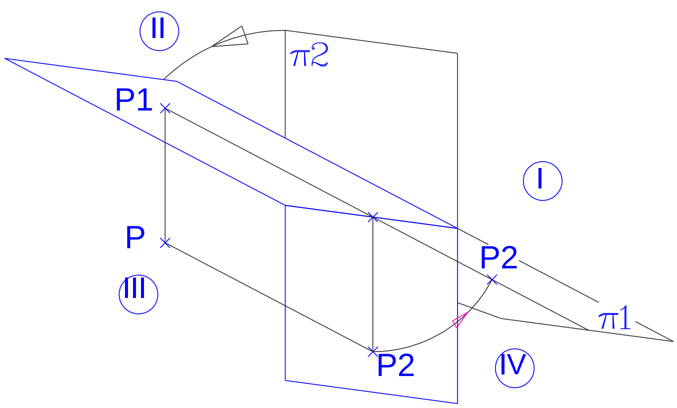
Tendrá alejamiento - todo elemento que esté ubicado por detrás del plano $\pi2$

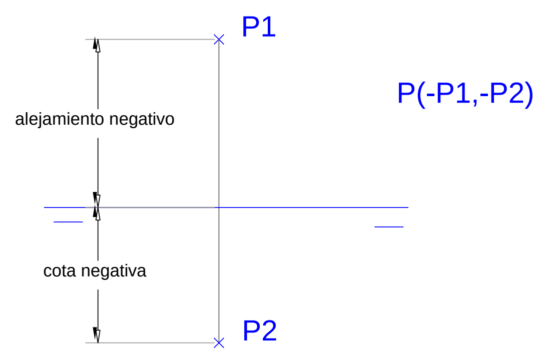
- Si el punto está ubicado en el II cuadrante



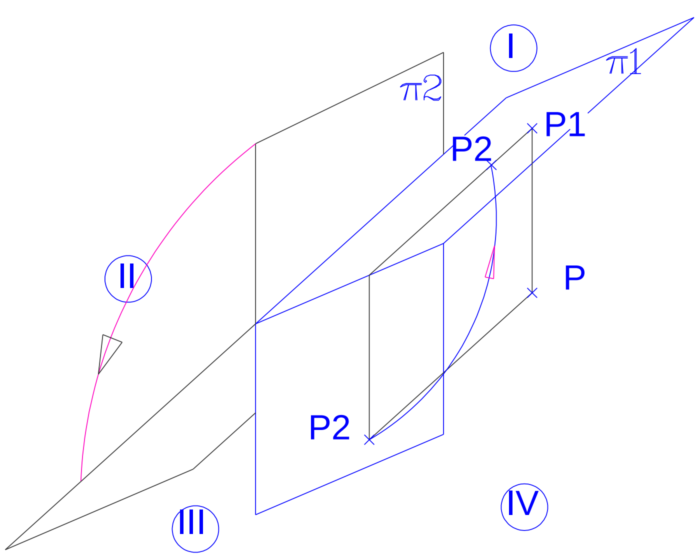


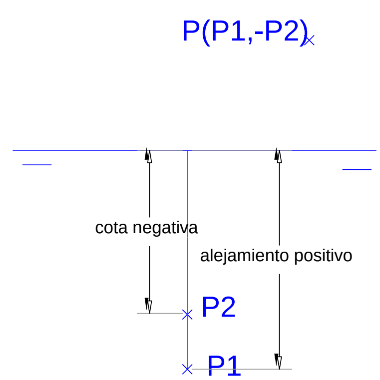
- Si el punto está ubicado en el III cuadrante





- Si el punto está ubicado en el IV cuadrante

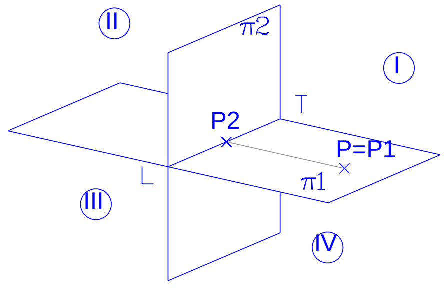


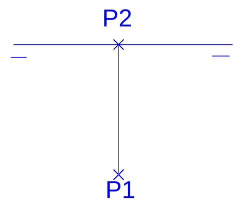


- CASOS PARTICULARES puntos situados en los planos de proyección

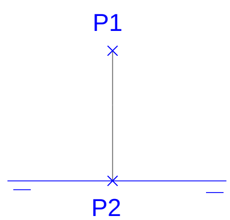
1- Punto situado en el plano de proyección HORIZONTAL $\pi 1$

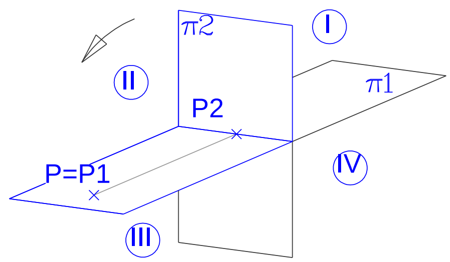
Puede encontrarse en la parte anterior del plano horizontal.





o en la parte posterior del plano horizontal.

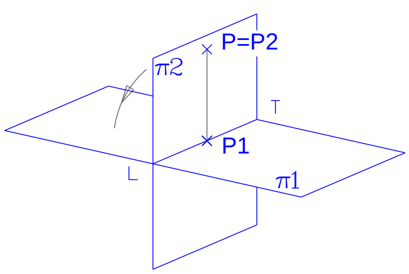


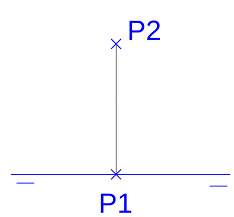


Obsérvese que la cota es nula, por lo tanto la proyección vertical se encuentra en LT.

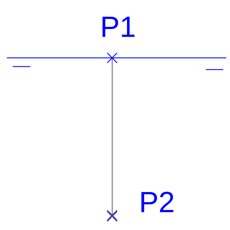
2- Punto situado en el plano de proyección VERTICAL $\pi 2$

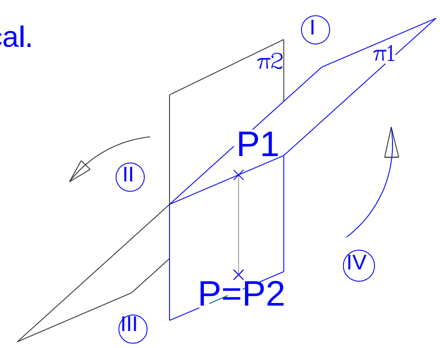
Puede encontrarse en la parte superior del plano vertical.





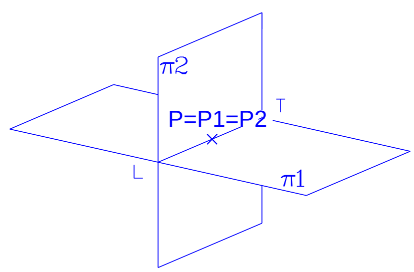
o en la parte inferior del plano vertical.

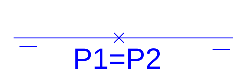




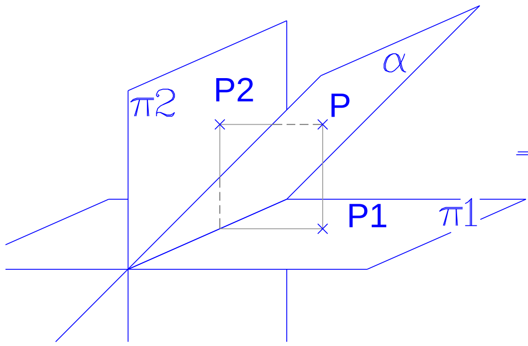
Siendo nulo el alejamiento, la proyección horizontal se halla en LT.

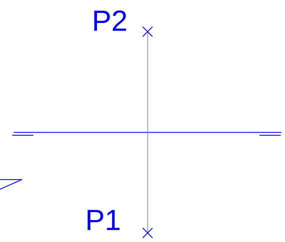
En el caso que muestra la figura el punto está en la línea de tierra, por eso que el punto se confunde con sus proyecciones.





3 - Punto situado en los planos bisectores

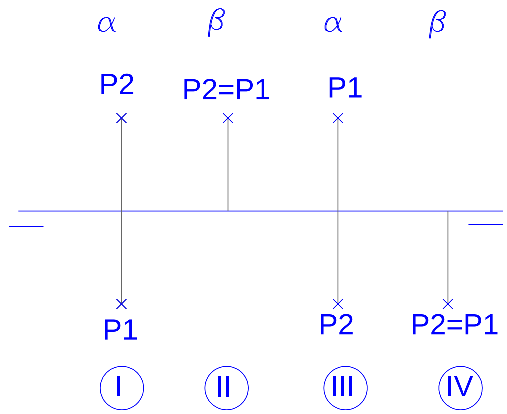




Todo punto perteneciente al bisector de un diedro equidista de las caras de éste, entonces los puntos situados en cualquiera de los bisectores tendrán su cota igual a su alejamiento.

Para puntos situados en los planos bisectores α y β, o sea de los diedros I, II, III y IV se obtienen las representaciones en Monge como muestra la figura adjunta.

Todo punto situado en uno de los bisectores tiene sus proyecciones equidistantes de la LT, estando una a cada lado de ella si pertenece al primer bisector (α), o confundida si pertenece al segundo bisector (β).



De lo visto hasta ahora se pueden deducir las siguientes REGLAS:

1- Si la proyección HORIZONTAL de un punto está situada:
   a) debajo de la LT, el punto se encuentra delante de π2, el alejamiento será positivo.
   b) en la LT, el punto se encuentra en π2
   c) encima de la LT, el punto se encuentra detrás de π2, alejamiento negativo.

2- Si la proyección VERTICAL de un punto está situada:
   a) encima de la LT, el punto se encuentra encima de π1, cota positiva.
   b) en la LT, el punto se encuentra en π1.
   c) debajo de la LT, el punto se encuentra debajo de π1, cota negativa.

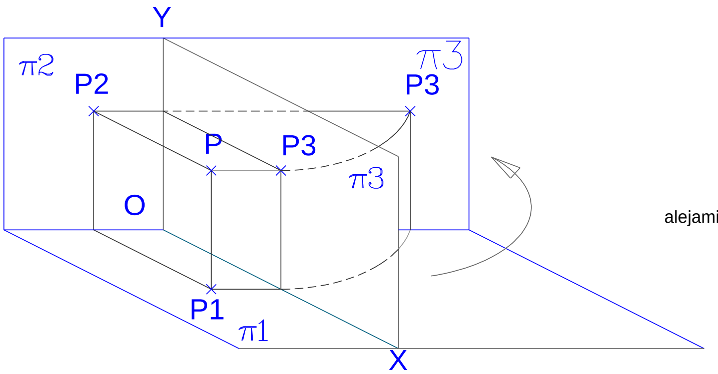
Las proyecciones de un punto las escribiremos una a continuación de la otra, separadas por una coma o por un guión, colocando en primer lugar la horizontal. Así será por ejemplo A (A1,A2) ó A (A1-A2)

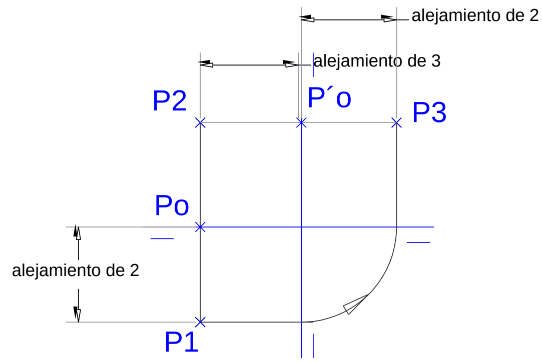
PROYECCIÓN DE UN PUNTO SOBRE EL PLANO DE PERFIL

Sea un punto P en el espacio, sus proyecciones horizontal y vertical son P1 y P2. Llevando desde P una perpendicular al plano de perfil π3, se obtiene la tercera proyección P3 de dicho punto.

Para llevarlo a Monge, se rebate el plano π3 sobre π2 haciéndolo girar alrededor de O-Y. Este eje será la recta intersección de los planos π2 y π3. La proyección P3 describe un cuarto de circunferencia.

I Cuadrante



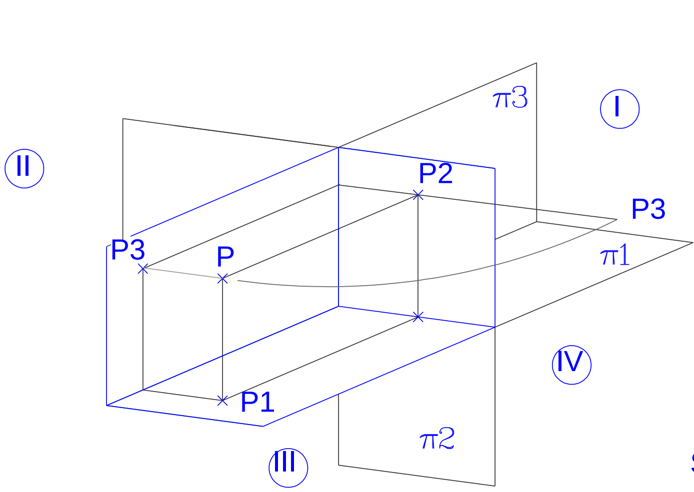


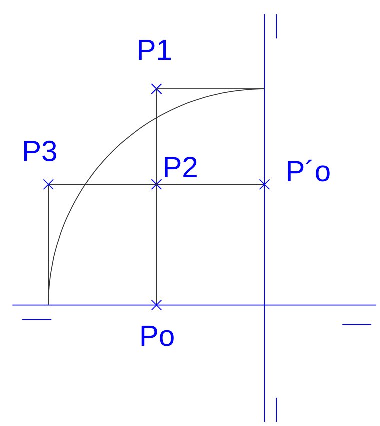
Obsérvese que al rebatir sobre π2, P2 queda alineado con P3.

La figura descriptiva (o en Monge) hace ver que el alejamiento Po-P1 ha sido llevado a P´o-P3 perpendicularmente a O-Y mediante la construcción que se muestra en la figura.

Veamos cómo se obtiene P3 cuando el punto P se encuentra en los otros cuadrantes.

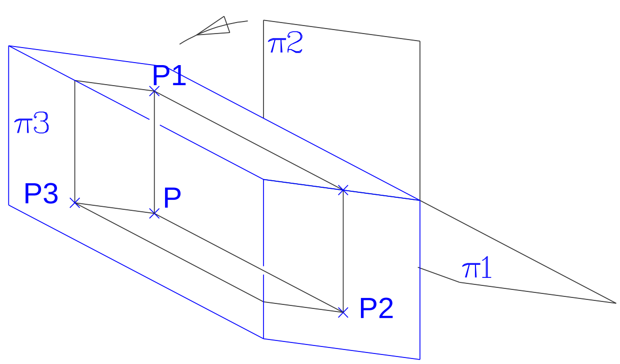
Obtención de P3 cuando el punto se encuentra en el II cuadrante

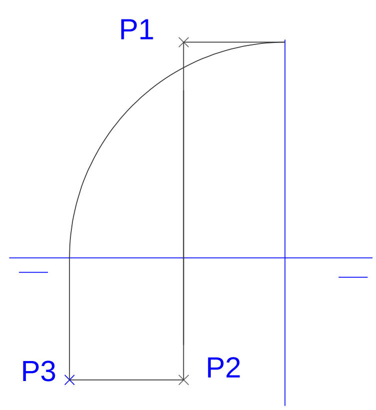




Se verifica que Po-P1 = P´o-P3

OBTENCIÓN DE P3 CUANDO EL PUNTO SE ENCUENTRA EN EL III CUADRANTE





Obtención de P3 cuando el punto se encuentra en el IV cuadrante