

Statistica Numerica

Esercizi Probabilità

• Spazio dei campioni, eventi e probabilità

1. Generare lo spazio dei campioni del lancio di due dadi. Considerare i seguenti eventi e calcolarne la probabilità .

- a) $A = \{(6,6)\}$
- b) $A = \{\text{Escono due numeri minori di } 3\}$
- c) $A = \{\text{escono due numeri maggiori o uguali a } 3\}$
- d) $A = \{\text{Esce almeno un } 4\}$
- e) $A = \{\text{Esce un solo } 4\}$

2. Generare lo spazio dei campioni del lancio di una moneta tre volte (T=testa, C=croce). Calcolare le seguenti probabilità :

- a. $A = \{\text{Esce almeno una T}\}$;
- b. $A = \{\text{escono esattamente 2 C}\}$;
- c. $A = \{\text{Non esce T}\}$
- d. $A = \{\text{Escono tutte C}\}$

3. Estrazione di una carta da un mazzo. Calcolare le seguenti probabilità .

- a. $A = \{\text{La carta estratta è un asso oppure un re}\}$
- b. $A = \{\text{la carta estratta è un 5 oppure un 6 oppure un 7 di cuori}\}$
- c. $A = \{\text{la carta estratta è di cuori oppure di quadri}\}$

4. Lancio un dado 2 volte. Considerati i seguenti eventi:

- $A = \{\text{la somma dei risultati è almeno } 7\}$, $B = \{\text{il primo dado è } 5\}$
- $A = \{\text{i due numeri sono uguali}\}$, $B = \{\text{la somma dei numeri è almeno } 7\}$
- $A = \{\text{la differenza dei risultati è minore di } 3\}$, $B = \{\text{il secondo dado è } 6\}$

Calcolare in ognuno dei casi $P(A \cap B)$ e $P(B \cap A)$.

5. Lancio di una moneta tre volte. Considerare i seguenti eventi:

- $A = \{\text{esce almeno una T}\}$, $B = \{\text{esce almeno una C}\}$

esercizio 1.

$$S = \left\{ (1,1), (2,2), (1,3) \dots (2,1), (2,2) \dots \right. \\ \left. \dots \dots \dots (6,6) \right\}$$

$$\# S = 36$$

a) $A = \{ (6,6) \}$

$$P(A) = \frac{\# A}{\# S} = \frac{1}{36}$$

b) $A = \{ \text{escoio due numeri minori di 3} \}$

$$A = \{ (1,1), (1,2), (2,1), (2,2) \}$$

$$P(A) = \frac{\# A}{\# S} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

c) $A = \{ \text{esce almeno un 4} \}$

$$A = \left\{ (4,4), (1,4), (2,4), (3,4), (5,4) \right. \\ (6,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,5) \\ \left. (4,6) \right\}$$

$$P(A) = \frac{\# A}{\# S} = \frac{11}{36}$$

Exercício 2

Lançar moeda 3 vezes

$$S = \{ (TTT), (TTC), (TCT), (TCC), (CTC), (CTT), (CCT), (CCC) \}$$

$$\#S = 8$$

a) $A = \{ \text{exatamente 2 T} \}$

$$\#A = 3$$

$$P(A) = \frac{3}{8} = \frac{\#A}{\#S}$$

b) $A = \{ \text{exatamente 2 C} \}$

$$\#A = 3$$

$$P(A) = \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

Esercizio 3

$$S = \{ 1C, 1F, 1P, \dots \}$$

$$\# S = 52$$

a) $A = \{ \text{asso oppure re} \}$

$$A = \{ 1C, 1P, 1F, 1Q, KC, KP, KF, KQ \}$$

$$P(A) = \frac{8}{52}$$

c) $A = \{ \text{la carta è di cuori oppure quadri} \}$

$$\# A = 26$$

$$P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

Exercício 4

$$\# S = 36$$

a) $A = \{ \text{somma é número 7} \}$

$$B = \{ \text{o primeiro dado é 5} \}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$A = \{ (1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3), (3,6), (6,3), (4,4), (4,5), (5,4), (5,6), (6,4), (5,5), (6,5), (6,6) \}$$

$$\# A = 21$$

$$P(A) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

$$\# B = 6$$

$$P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$A \cap B = \{ (5,4), (5,5), (5,6), (5,2), (5,3) \}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{36}$$

- $A = \{\text{escono almeno due T}\}$, $B = \{\text{escono due T e una C}\}$

Calcolare in ognuno dei casi $P(A|B)$ e $P(B|A)$.

$$P(A|B) = P(B|A)$$

6. Distribuzioni discrete

7. Lancio di 5 dadi simultaneamente. Qual è la probabilità di avere il numero 1 ripetuto 3 volte.

8. Un particolare numero telefonico è usato per ricevere sia fax che chiamate vocali. Se il 10% delle chiamate è costituito da fax, e considerando 100 chiamate, qual è la probabilità che:

BINOMIALE

a - 15 chiamate siano fax

b - 12 chiamate siano chiamate vocali

9. Supponiamo che il 65% delle persone che devono acquistare una macchina la vogliano nuova e il restante 35% usata. Consideriamo 30 ordini.

23

a - Qual è la probabilità di avere 23 ordini di auto nuova?

b - Qual è la probabilità di avere 27 ordini di auto usata?

→ } - Qual è la media delle persone che vuole l'auto nuova? E usata?
- qual è la deviazione standard?

μ { distribut.
BINOMIALE

10. Simulare 500 nascite e usare le seguenti probabilità : maschi 50.5

- calcolare media, e varianza della distribuzione.

- Qual è la probabilità che ci siano esattamente 80 nascite di maschi?

- qual è la probabilità che ci siano meno di 100 nascite di femmine?

11. In una banca arrivano in media 20 clienti all'ora. Se $X = \{\text{numero di clienti che arrivano fra le 12 e le 13}\}$, qual è la probabilità che dalle 12 alle 13 arrivino 23 clienti? Qual è la probabilità che fra le 12 e le 12,30 arrivino 10 clienti?

POISSON

12. in un libro la media degli errori tipografici in una pagina è di 0.004. Qual è la probabilità che in 400 pagine esattamente due pagine contengano errori?

ci siano esattamente 2 errori

13. Se la media di persone con un gene portatore di una malattia rara è di 1 ogni 5000 persone. In una popolazione di 400000 persone qual è la probabilità che: esattamente 3 persone siano portatrici del gene.

POISSON

Esercizio 8

$$X: S \rightarrow \mathbb{R}$$

→ Q : $X = \{\text{numero di diaresi fax}\}$
 $P(X = 15) ?$

p = probabilità di successo di ogni
singolo processo di Bernoulli

$$p = 0.1$$

n = numero di processi di Bernoulli

$$n = 100$$

PMF \rightarrow probability mass function

$$f_X(x) = P(\underline{X = x})$$

$$f_X(15) = P(X = 15)$$

$$f_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$f(15) = \binom{100}{15} 0.1^{15} (1-0.1)^{100-15}$$

b. $X = \{ \text{numero di annate vocali} \}$

$$P(X=12)$$

$$p = 0.9$$

$$n = 100$$

$$f_x(12) = \binom{100}{12} 0.9^{12} (1-0.9)^{100-12}$$

Esercizio 9

a. $X = \{ \text{numero di clienti che vogliono
auto nuova} \}$

$$p = \underline{0.65}$$

$$n = \underline{30}$$

$$P(X=23)$$

$$f_x(23)$$

esercizio 11

POISSON

$X = \{ \text{numero di clienti che arrivano fra le 12 e le 13} \}$

$\lambda = \text{media dei clienti che arrivano in un'ora} = 20$

$$\lambda = 20$$

$$P(X = 23)$$

$$f_X(x) = P(X=x)$$

$$f_X(23) = P(X=23)$$

$$f_X(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$

$$f_X(23) = e^{-20} \frac{20^{23}}{23!}$$

b. $Y = \{ \text{numero di clienti fra le 12 e le 12,30} \}$

$$P(Y = 10)$$

$\lambda = 10$ media

clienti in mezz'ora

$$f_Y(10) = e^{-10} \cdot \frac{10^{10}}{10!}$$

Esercizio 10

- * Calcolare medie e varianza delle distribuzioni
 $n=500$ $p=0.505$

→ funzione
scipy.stats

binom.mean(500, 0.505)

- * probabilità 80 nascite maschi

$$P(X=80)?$$

binom.pmf(80, 500, 0.505)

- probabilità meno di 100 nascite di femmine

$$p=0.495 \quad n=500$$

$$P(X \leq 100)? \quad \text{CDF } P(X \leq t)$$

→ binom.cdf(100, 500, 0.495) ←

$$P(X \leq 99)$$

- binom.cdf(99, 500, 0.495) ←

Esercizio 12

$X \rightarrow \text{Poisson}$

$\lambda = 0.004$ (media errori
nell' "unità" pagina)

$P(X=2)$ in 400 pagine

$$\Rightarrow \lambda = 0.004 \times 400$$

scipy.stats. libreria

DISCRETE DISTRIBUZIONI.

binom binomiale

poisson poisson

CONTINUE

norm normale

expon esponenziale

.....

METODI

pdf(x) → funzione pdf

cdf(t) → funzione cdf(t)

rvs(n) → sample di n
elementi

mean() → media della
distribuzione

std() → dev. standard

var() → varianza

$pdf(q) \rightarrow$ quantile di indice q

$pdf(k) \rightarrow pdf$ (distribuzione discreta)