

Esempio 7.1 Definire una MdT che riceve in input sul nastro un intero $n \geq 0$ espresso in notazione unaria; al termine della computazione, sul nastro deve essere presente il valore $n + 1$, sempre in notazione unaria. \square

Svolgimento. Per risolvere il problema definiamo una MdT con il seguente comportamento: la macchina viene fatta partire con la testina di lettura/scrittura posizionata sulla prima cifra a sinistra della sequenza di 1; la testina viene spostata ripetutamente a destra, senza modificare il contenuto del nastro, fino a quando incontra la prima cella vuota, sulla quale stampa 1 e si ferma. In altre parole, la macchina aggiunge una cifra 1 alla sequenza che rappresenta il valore n .

La tavola di istruzioni seguente realizza il comportamento appena descritto, usando l'alfabeto $\{1, \text{blank}\}$ e gli stati $\{q_0, \text{halt}\}$. Nella tavola di istruzioni omettiamo lo spostamento quando il nuovo stato è *halt*.

<i>Stato corrente</i>	<i>Simbolo corrente</i>	<i>Nuovo simbolo</i>	<i>Nuovo stato</i>	<i>Spostamento</i>
q_0	1	1	q_0	<i>right</i>
q_0	<i>blank</i>	1	<i>halt</i>	—

La prima riga indica che quando la macchina si trova nello stato q_0 e la cella sotto la testina contiene il simbolo 1, allora viene (ri)scritto 1, la macchina resta nello stato q_0 , e la testina viene spostata di una posizione a destra. La seconda riga indica che quando la macchina si trova nello stato q_0 e la cella sotto la testina è vuota, allora su tale cella viene scritto 1 e la computazione termina.

In Figura 7.4 viene mostrata la traccia di esecuzione della MdT. La traccia mostra il contenuto della porzione di nastro non vuoto durante l'esecuzione della computazione; il nome dello stato corrente è riportato sopra la cella su cui si trova il dispositivo di lettura/-scrittura. Nell'esempio la macchina viene fatta operare sul valore 3 (espresso in base uno) come parametro di input. Al termine della computazione il nastro contiene il valore 4 espresso in base uno.

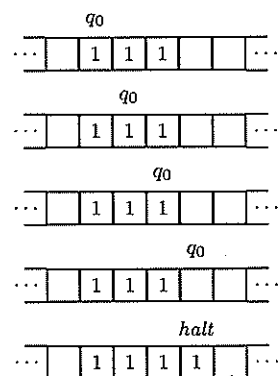


Figura 7.4: Traccia di esecuzione della MdT che incrementa di uno un numero unario

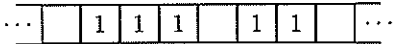
Esempio 7.2 Definire una MdT che risolva il seguente problema: dato un numero binario, la macchina deve calcolare il complemento a uno, cioè deve sostituire tutte le cifre 0 con 1 e viceversa. \square

Svolgimento. È possibile risolvere il problema mediante una MdT con alfabeto $\{0, 1, \text{blank}\}$, stati $\{q_0, \text{halt}\}$, e tavola di istruzioni:

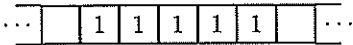
<i>Stato corrente</i>	<i>Simbolo corrente</i>	<i>Nuovo simbolo</i>	<i>Nuovo stato</i>	<i>Spostamento</i>
q_0	0	1	q_0	<i>right</i>
q_0	1	0	q_0	<i>right</i>
q_0	<i>blank</i>	<i>blank</i>	<i>halt</i>	—

Inizialmente il dispositivo di lettura/scrittura viene posizionata sulla prima cifra a sinistra del numero presente sul nastro. La MdT sovrascrive ciascun simbolo 0 con 1, e viceversa, spostandosi ogni volta a destra di una posizione; il procedimento termina quando si raggiunge una cella vuota. Un esempio di traccia di esecuzione della MdT è illustrato in Figura 7.5.

Esempio 7.3 Definire una MdT per calcolare la somma di due numeri in base uno scritti inizialmente sul nastro e separati da una cella vuota. Al termine dell'esecuzione, sul nastro deve essere presente il valore della somma, sempre espresso in base uno. Ad esempio, partendo dalla configurazione iniziale



il contenuto del nastro al termine della computazione deve essere

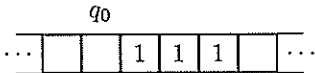


□

Svolgimento. Possiamo ottenere il risultato desiderato cancellando la prima cifra 1 a sinistra del primo addendo, e scrivendola nella cella vuota che separa i due numeri. L'alfabeto è composto dai simboli $\{1, blank\}$ e l'insieme degli stati è $\{q_0, q_1, halt\}$. Nello stato q_0 la macchina cancella la cifra 1 su cui si trova inizialmente, se presente, e passa nello stato q_1 . Nello stato q_1 la macchina muove la testina a destra lasciando inalterato il nastro, fino ad incontrare la prima cella vuota. Dopo aver scritto un 1 sulla cella vuota, la computazione termina.

Stato corrente	Simbolo corrente	Nuovo simbolo	Nuovo stato	Spostamento
q_0	1	blank	q_1	right
q_0	blank	blank	halt	–
q_1	1	1	q_1	right
q_1	blank	1	halt	–

La testina di lettura/scrittura viene inizialmente posizionata sulla prima cifra a sinistra del primo addendo. La Figura 7.6 mostra l'evoluzione della MdT applicata al calcolo della somma $3 + 2$. È utile analizzare il comportamento della MdT nel caso in cui uno dei due addendi sia zero. Il valore zero in notazione unaria si rappresenta con una sequenza vuota di cifre 1. Pertanto, per calcolare il risultato di $0 + 3$ la configurazione iniziale deve essere:



mentre la configurazione iniziale della macchina necessaria a calcolare $3 + 0$ è:

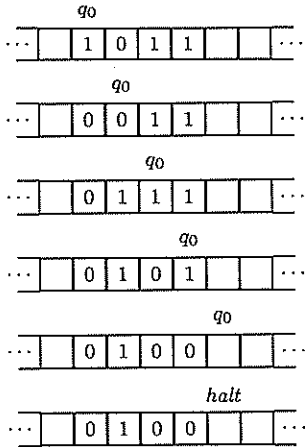


Figura 7.5: Traccia di esecuzione della MdT che calcola il complemento a uno di un numero binario.

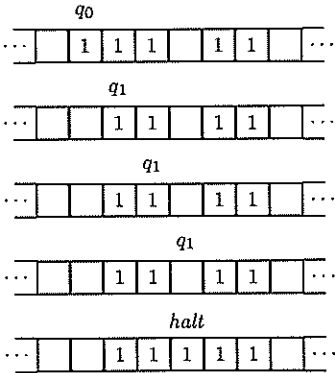


Figura 7.6: Evoluzione della MdT che calcola la somma $3 + 2$ in base 1

$$q_0$$

...		1	1	1			...
-----	--	---	---	---	--	--	-----

È facile verificare che la MdT proposta calcola il risultato corretto anche in questi casi, come pure nel caso $0 + 0$.