Algoritmi e Strutture Dati

Strutture di dati

Alberto Montresor and Davide Rossi

Università di Bologna

24 ottobre 2024

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License.



Sommario

- Strutture dati astratte
 - Definizioni
 - Sequenza
 - Insiemi
 - Dizionari
 - Alberi e grafi
- 2 Implementazione strutture dati elementari
 - Lista
 - Pila
 - Coda

Introduzione

Dato

In un linguaggio di programmazione, un dato è un valore che una variabile può assumere

Tipo di dato astratto

Un modello matematico, dato da una collezione di valori e un insieme di operazioni ammesse su questi valori

Tipi di dato primitivi

- Forniti direttamente dal linguaggio
- Esempi: int (+,-,*,/, %), boolean (!, &&, ||)

Tipi di dati

"Specifica" e "implementazione" di un tipo di dato astratto

- Specifica: "manuale d'uso", nasconde i dettagli implementativi all'utilizzatore
- Implementazione: realizzazione vera e propria

Esempi

Specifica	Implementazione	
Numeri reali	IEEE-754	
Pile	Pile basate su vettori	
	Pile basate su puntatori	
Code	Code basate su vettori circolari	
	Code basate su puntatori	

Strutture di dati

Strutture di dati

Le strutture di dati sono collezioni di dati, caratterizzate più dall'organizzazione della collezione piuttosto che dal tipo dei dati contenuti.

Come caratterizzare le strutture dati

- un insieme di operatori che permettono di manipolare la struttura
- un modo sistematico di organizzare l'insieme dei dati

Alcune tipologie di strutture di dati

- Lineari / Non lineari (presenza di una sequenza)
- Statiche / Dinamiche (variazione di dimensione, contenuto)
- Omogenee / Disomogenee (dati contenuti)

Strutture di dati

Java	C++	Python
List, Queue, Deque	list, forward_list	list
${\tt LinkedList},$	vector	tuple
ArrayList, Stack,	stack	
ArrayDeque	queue, deque	
Set	set	set, frozenset
TreeSet, HashSet,	unordered_set	
LinkedHashSet		
Map	map	dict
${\tt HashTree},{\tt HashMap},$	unordered_map	
LinkedHashMap		
-	-	-
-	-	_
	List, Queue, Deque LinkedList, ArrayList, Stack, ArrayDeque Set TreeSet, HashSet, LinkedHashSet Map HashTree, HashMap, LinkedHashMap	List, Queue, Deque LinkedList, ArrayList, Stack, ArrayDeque Set TreeSet, HashSet, LinkedHashSet Map HashTree, HashMap, LinkedHashMap

Sequenza

Sequenza

Una struttura dati dinamica, lineare che rappresenta una sequenza di valori ordinati posizionalmente, che ammette occorrenze ripetute di uno stesso valore.

• L'ordine all'interno della sequenza è importante

Operazioni ammesse

- Data la posizione, è possibile aggiungere / togliere elementi
 - $s = s_1, s_2, \dots, s_n$
 - l'elemento s_i è in posizione pos_i
 - esistono le posizioni (fittizie) pos_0, pos_{n+1}
- È possibile accedere direttamente alla testa/coda
- È possibile accedere sequenzialmente a tutti gli altri elementi

Sequenza – Specifica

SEQUENCE

```
% Restituisce true se la sequenza è vuota boolean isEmpty()
% Restituisce true se p è uguale a pos_0 oppure a pos_{n+1} boolean finished(Pos p)
```

- % Restituisce la posizione del primo elemento Pos head()
- % Restituisce la posizione dell'ultimo elemento Pos tail()
- % Restituisce la posizione dell'elemento che segue p Pos next(Pos p)
- % Restituisce la posizione dell'elemento che precede p Pos prev(Pos p)

Sequenza – Specifica

Sequence (continua)

- % Inserisce l'elemento v di tipo ITEM nella posizione p.
- % Restituisce la posizione del nuovo elemento che diviene il predecessore di p POS insert(POS p, ITEM v)
- % Rimuove l'elemento contenuto nella posizione p.
- % Restituisce la posizione del successore di p,
- %che diviene successore del predecessore di p
- Pos remove(Pos p)
- % Legge l'elemento di tipo ITEM contenuto nella posizione p
- ITEM read(Pos p)
- % Scrive l'elemento v di tipo ITEM nella posizione p write(POS p, ITEM v)

Java

```
List<String> lista = new LinkedList<String>();
lista.add("two");
lista.addFirst("one");
lista.addLast("three");

Result: ['one', 'two', 'three']
```

C++

```
std::list<int> lista;
lista.push_front(2);
lista.push_front(1);
lista.push_back(3);
```

Result: [1,2,3]

Python

```
lista = ["one", "three"]
lista.insert(1, "two")
Result: [ 'one', 'two', 'three']
```

Insiemi

Insieme

Una struttura dati dinamica, non lineare che memorizza una collezione non ordinata di elementi senza valori ripetuti.

• L'ordinamento fra elementi è dato dall'eventuale relazione d'ordine definita sul tipo degli elementi stessi

Operazioni ammesse

- Operazioni base:
 - inserimento
 - cancellazione
 - verifica appartenenza
- Operazioni di ordinamento
 - Massimo
 - Minimo

- Operazioni insiemistiche:
 - unione
 - interesezione
 - differenza
- Iteratori:
 - for each $x \in S$ do

Insiemi – Specifica

```
Set
```

- % Restituisce la cardinalità dell'insieme int size()
- % Restituisce **true** se x è contenuto nell'insieme **boolean** contains(ITEM x)
- % Inserisce x nell'insieme, se non già presente insert(ITEM x)
- % Rimuove x dall'insieme, se presente remove(ITEM x)
- % Restituisce un nuovo insieme che è l'unione di A e B SET union(SET A, SET B)
- % Restituisce un nuovo insieme che è l'intersezione di A e B SET intersection(SET A, SET B)
- %Restituisce un nuovo insieme che è la differenza di Ae B SET difference(SET A, SET B)

Insiemi

C++

```
Java
Set<String> items = new TreeSet<>();
docenti.add("rock");
docenti.add("paper");
docenti.add("scissors");
Result: { "scissors", "paper", "rock" }
```

```
std::set<std::string> frutta;
frutta.insert("mele");
frutta.insert("pere");
frutta.insert("banane"):
frutta.insert("mele");
frutta.remove("mele")
Result: { "banane", "pere" }
```

Python

```
items = { "rock", "paper",
   "scissors", "rock" }
print(items)
print("Spock" in items)
print("lizard" not in items)
Result:
{ "rock", "paper", "scissors" }
```

Dizionari

Dizionario

Struttura dati che rappresenta il concetto matematico di relazione univoca $R: D \to C$, o associazione chiave-valore.

- Insieme D è il dominio (elementi detti chiavi)
- Insieme C è il codominio (elementi detti valori)

Operazioni ammesse

- Ottenere il valore associato ad una particolare chiave (se presente), o **nil** se assente
- Inserire una nuova associazione chiave-valore, cancellando eventuali associazioni precedenti per la stessa chiave
- Rimuovere un'associazione chiave-valore esistente

Dizionari – Specifica

DICTIONARY

% Restituisce il valore associato alla chiave k se presente, **nil** altrimenti

ITEM lookup(ITEM k)

% Associa il valore v alla chiave k insert(ITEM k, ITEM v)

% Rimuove l'associazione della chiave k remove(ITEM k)

Array associativi, mappe e dizionari

Java

```
Map<String, String> capoluoghi = new HashMap<>();
capoluoghi.put("Toscana", "Firenze");
capoluoghi.put("Lombardia", "Milano");
capoluoghi.put("Sardegna", "Cagliari");
```

```
std::map<std::string, int> wordcounts;
std::string s;
while (std::cin >> s && s != "end")
  ++wordcounts[s];
```

Python

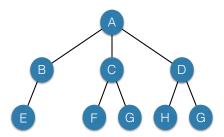
```
v = \{\}
v[10] = 5
v["alberto"] = 42
v[10]+v["alberto"]
```

Result: 47

Alberi e grafi

Alberi ordinati

- Un albero ordinato è dato da un insieme finito di elementi detti nodi
- Uno di questi nodi è designato come radice
- I rimanenti nodi, se esistono sono partizionati in insiemi ordinati e disgiunti, anch'essi alberi ordinati



Alberi e grafi

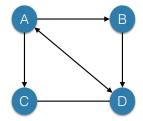


Alberi e grafi

Grafi

La struttura dati grafo è composta da:

- un insieme di elementi detti nodi o vertici
- un insieme di coppie (ordinate oppure no) di nodi detti archi



Operazioni

- Tutte le operazioni su alberi e grafi ruotano attorno alla possibilità di effettuare visite su di essi
- Specifica completa più avanti

Commenti

- Concetti di sequenza, insieme, dizionario sono collegati
 - Insieme delle chiavi / insieme dei valori
 - Scorrere la sequenza di tutte le chiavi
- Alcune realizzazioni sono "naturali"
 - Sequenza \leftrightarrow lista
 - \bullet Albero astratto \leftrightarrow albero basato su puntatori
- Esistono tuttavia realizzazioni alternative
 - Insieme come vettore booleano
 - Albero come vettore dei padri
- La scelta della struttura di dati ha riflessi sull'efficienza e sulle operazioni ammesse
 - Dizionario come hash table: lookup O(1), ricerca minimo O(n)
 - Dizionario come albero: lookup $O(\log n)$, ricerca minimo O(1)

Sommario

- Strutture dati astratte
 - Definizioni
 - Sequenza
 - Insiemi
 - Dizionari
 - Alberi e grafi
- 2 Implementazione strutture dati elementari
 - Lista
 - Pila
 - Coda

Lista

Lista (Linked List)

Una sequenza di nodi, contenenti dati arbitrari e 1-2 puntatori all'elemento successivo e/o precedente.

Note

- Tutte le operazioni hanno costo O(1)

Possibili implementazioni

- Bidirezionale / Monodirezionale
- Con sentinella / Senza sentinella
- Circolare / Non circolare

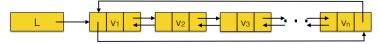
Lista



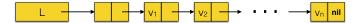
Monodirezionale



Bidirezionale



Bidirezionale circolare



Monodirezionale con sentinella

Lista bidirezionale con sentinella

```
List
List pred
                                         \% Predecessore boolean finished(Pos p)
LIST succ
                                           % Successore
                                                           | return (p = this)
ITEM value
                                            % Elemento
                                                           ITEM read(Pos p)
List List()
                                                              return p.value
   List t = new List
   t.pred = t
                                                           write(Pos p, Item v)
   t.succ = t
                                                           p.value = v
   return t
                                                           Pos insert(Pos p, Item v)
                                                              List t = List()
boolean isEmpty()
   return pred = succ = this
                                                              t.value = v
                                                              t.pred = p.pred
Pos head()
                                                              p.pred.succ = t
   return succ
                                                              t.succ = p
                                                              p.pred = t
Pos tail()
                                                              return t:
   return pred
                                                           Pos p
Pos next(Pos p)
                                                              p.pred.succ = p.succ
   return p.succ
                                                              p.succ.pred = p.pred
                                                              List t = p.succ
Pos prev(Pos p)
                                                              delete p
   return p.pred
                                                              return t:
```

List e Pos sono tipi equivalenti

```
class Pos {
  Pos succ;
                          /** Next element of the list */
                          /** Previous element of the list */
  Pos pred;
  Object v;
                          /** Value */
  Pos(Object v) {
    succ = pred = null;
    this.v = v;
```

```
public class List {
 private Pos head;
                       /** First element of the list */
                       /** Last element of the list */
 private Pos tail;
 public List() {
   head = tail = null;
                                   { return head; }
 public Pos head()
 public Pos tail()
                                   { return tail; }
 public boolean finished(Pos pos) { return pos == null; }
 public boolean isEmpty()
                             { return head == null; }
 public Object read(Pos p)
                                   { return p.v; }
 public void write(Pos p, Object v) { p.v = v; }
```

```
public Pos next(Pos pos) {
  return (pos != null ? pos.succ : null);
}
public Pos prev(Pos pos) {
 return (pos != null ? pos.pred : null);
}
public void remove(Pos pos) {
  if (pos.pred == null)
    head = pos.succ;
  else
    pos.pred.succ = pos.succ;
  if (pos.succ == null)
   tail = pos.pred;
  else
    pos.succ.pred = pos.pred;
}
```

```
public Pos insert(Pos pos, Object v) {
Pos t = new Pos(v);
  if (head == null) {
    head = tail = t; // Insert in a emtpy list
  } else if (pos == null) {
    t.pred = tail; // Insert at the end
    tail.succ = t;
    tail = t;
  } else {
    t.pred = pos.pred; // Insert in front of an existing position
    if (t.pred != null)
      t.pred.succ = t;
    else
      head = t;
      t.succ = pos;
      pos.pred = t;
  return t;
```

Liste

prev ->next = toDelete ->next;
delete toDelete;

//if only forgetting were
//this easy for me.









Pila

Pila (Stack)

Una struttura dati dinamica, lineare in cui l'elemento rimosso dall'operazione di cancellazione è predeterminato: "quello che per meno tempo è rimasto nell'insieme" (LIFO - Last-in, First-out)

Stack

- %Restituisce **true** se la pila è vuota
- boolean isEmpty()
- %Inserisce v in cima alla pila
- $\mathsf{push}(\operatorname{ITEM}\ v)$
- % Estrae l'elemento in cima alla pila e lo restituisce al chiamante
- ITEM pop()
- % Legge l'elemento in cima alla pila
- ITEM top()

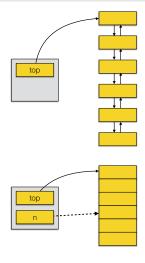
Pila

Possibili utilizzi

- Nei linguaggi con procedure:
 - gestione dei record di attivazione
- Nei linguaggi stack-oriented:
 - le operazioni prendono gli operandi dallo stack e inseriscono il risultato nello stack
 - Es: Postscript, Java bytecode

Possibili implementazioni

- Tramite liste bidirezionali
 - puntatore all'elemento top
- Tramite vettore
 - dimensione limitata, overhead più basso



Pila basata su vettore – Pseudocodice

```
Stack
ITEM[] A
                        % Elementi
                                       boolean isEmpty()
int n
                         % Cursore
                                          return n=0
int m
                  % Dim. massima
                                       ITEM pop()
STACK Stack(int dim)
                                          precondition: n > 0
   STACK t = \text{new STACK}
                                          Item t = A[n]
   t.A = \mathbf{new} \ \mathbf{int}[1 \dots dim]
                                          n = n - 1
   t.m = dim
                                          return t
   t.n = 0
   return t
                                       push(ITEM v)
                                          precondition: n < m
ITEM top()
   precondition: n > 0
   return A[n]
```

Pila basata su vettore – Java

```
public class VectorStack implements Stack {
  /** Vector containing the elements */
  private Object[] A;
  /** Number of elements in the stack */
  private int n;
  public VectorStack(int dim) {
   n = 0;
    A = new Object[dim];
  public boolean isEmpty() {
    return n==0;
  }
```

Pila basata su vettore – Java

```
public Object top() {
  if (n == 0)
   throw new IllegalStateException("Stack is empty");
 return A[n-1];
public Object pop() {
  if (n == 0)
   throw new IllegalStateException("Stack is empty");
 return A[--n];
}
public void push(Object o) {
  if (n == A.length)
   throw new IllegalStateException("Stack is full");
 A[n++] = o;
```

Coda



Coda (Queue)

Una struttura dati dinamica, lineare in cui l'elemento rimosso dall'operazione di cancellazione è predeterminato: "quello che per più tempo è rimasto nell'insieme" (FIFO - First-in, First-out)

QUEUE

% Restituisce **true** se la coda è vuota

boolean isEmpty()

% Inserisce v in fondo alla coda enqueue(ITEM v)

% Estrae l'elemento in testa alla coda e lo restituisce al chiamante ITEM dequeue()

% Legge l'elemento in testa alla coda ITEM top()

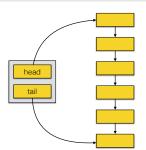
Coda

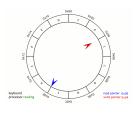
Possibili utilizzi

- Nei sistemi operativi, i processi in attesa di utilizzare una risorsa vengono gestiti tramite una coda
- La politica FIFO è fair

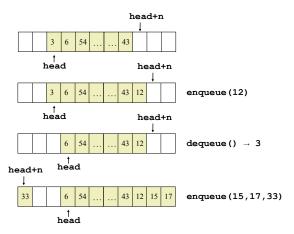
Possibili implementazioni

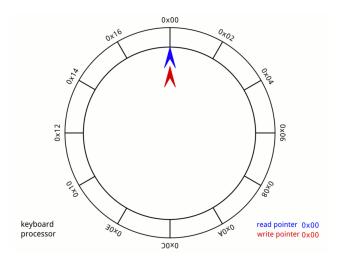
- Tramite liste monodirezionali
 - puntatore head, per estrazione
 - puntatore tail, per inserimento
- Tramite array circolari
 - dimensione limitata, overhead più basso

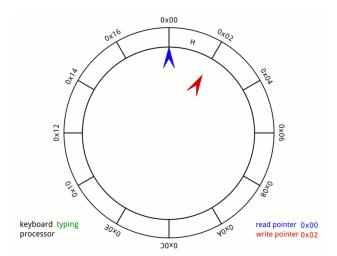


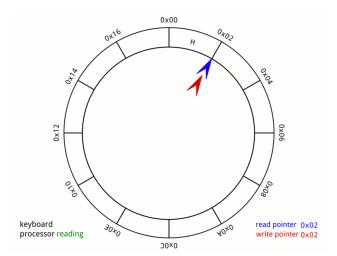


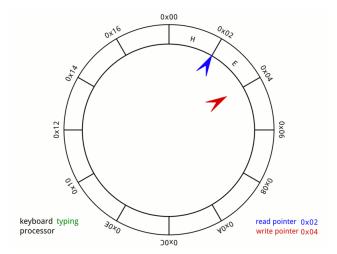
- La circolarità può essere implementata con l'operazione modulo
- Bisogna prestare attenzione ai problemi di overflow (buffer pieno)



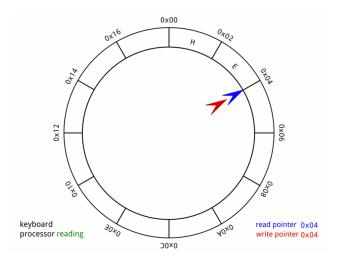




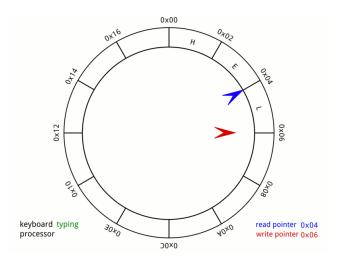


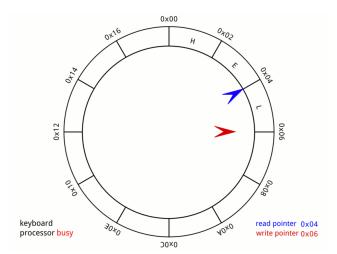


By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia

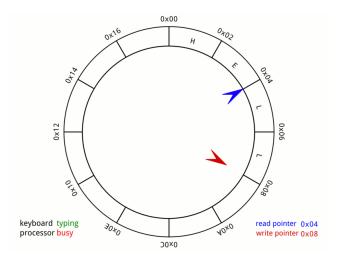


By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia

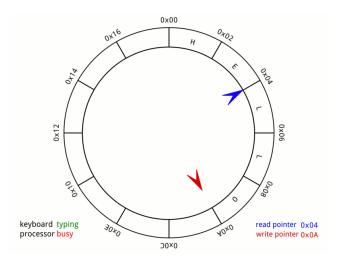




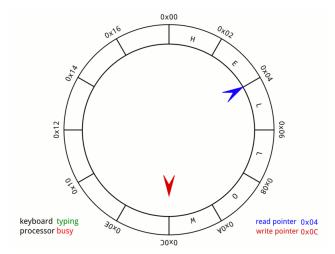
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



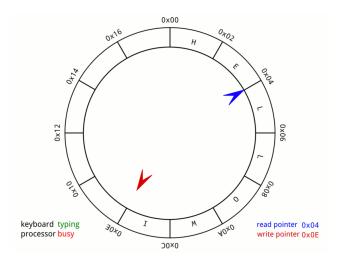
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia

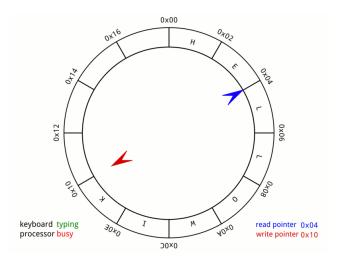


By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia

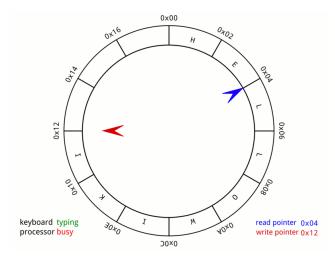


By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia

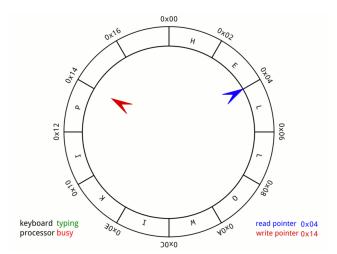




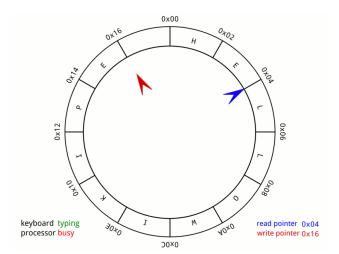
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



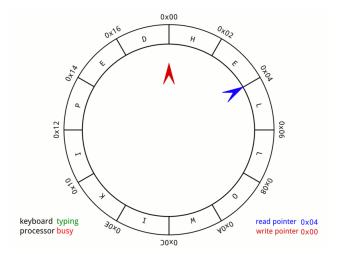
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



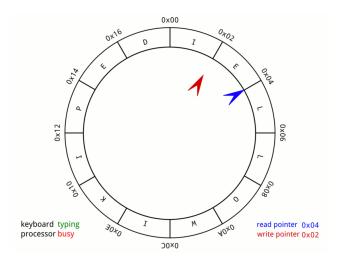
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



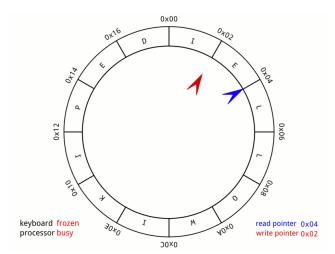
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



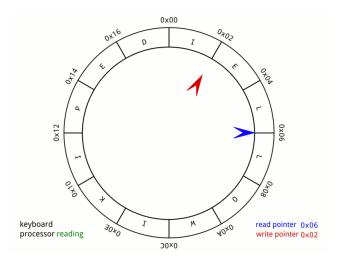
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



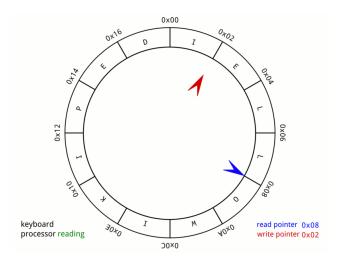
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



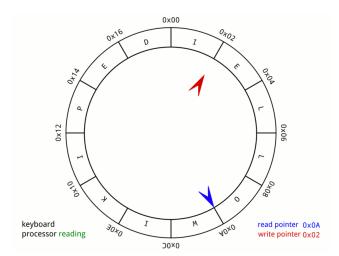
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



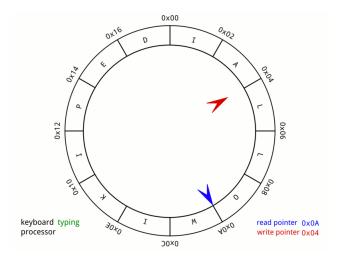
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



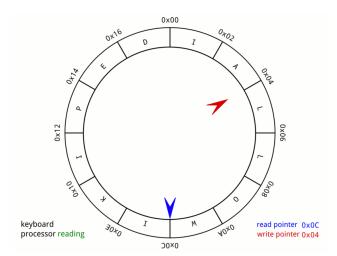
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



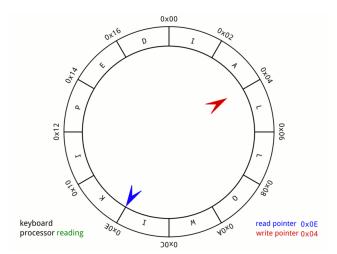
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



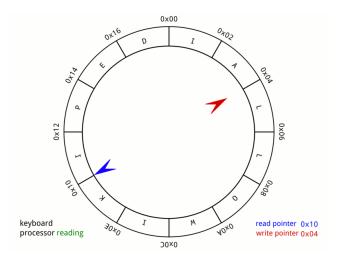
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



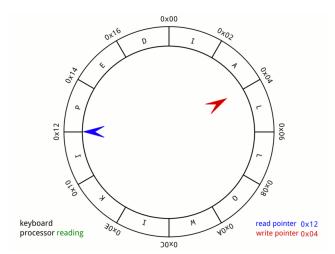
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



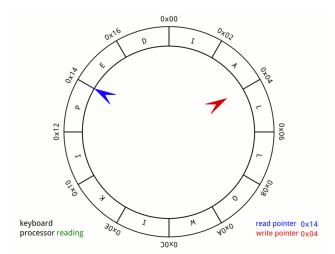
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



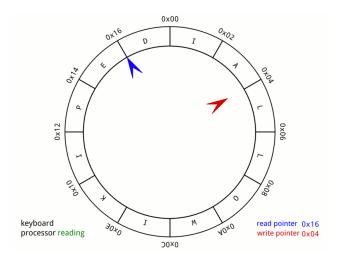
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



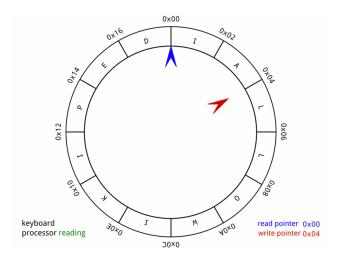
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



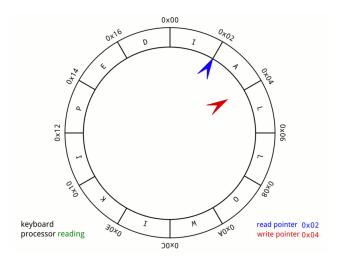
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



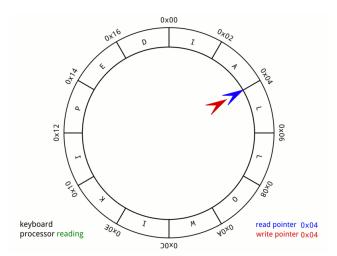
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



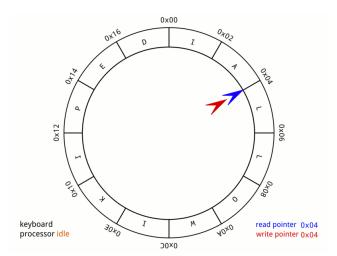
By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia



By MuhannadAjjan [CC BY-SA 4.0] (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0) via Wikimedia

Coda basata su vettore circolare – Pseudocodice

```
QUEUE
ITEM[] A
                            % Elementi
                                           boolean isEmpty()
                        % Dim. attuale
int n
                                             return n=0
int testa
                               % Testa
                                           ITEM dequeue()
int m
                      % Dim. massima
                                              precondition: n > 0
QUEUE Queue(int dim)
                                             Item t = A[testa]
   Queue t = \text{new} Queue
                                              testa = (testa + 1) \mod m
   t.A = \mathbf{new} \ \mathbf{int}[0...dim - 1]
                                             n = n - 1
   t.m = dim
                                             return t
   t.testa = 0
   t.n = 0
                                           enqueue(ITEM v)
   return t
                                             precondition: n < m
ITEM top()
                                             A[(testa + n) \bmod m] = v
                                             n = n + 1
   precondition: n > 0
   return A[testa]
```

```
public class VectorQueue implements Queue {
  /** Element vector */
  private Object[] A;
  /** Current number of elements in the queue */
  private int n;
  /** Top element of the queue */
  private int head;
  public VectorQueue(int dim) {
   n = 0;
    head = 0;
    A = new Object[dim];
  public boolean isEmpty() {
    return n==0;
```

```
public Object top() {
  if (n == 0)
    throw new IllegalStateException("Queue is empty");
  return A[head]:
public Object dequeue() {
  if (n == 0)
    throw new IllegalStateException("Queue is empty");
  Object t = A[head];
  head = (head+1) % A.length;
 n = n-1:
  return t;
public void enqueue(Object v) {
  if (n == A.length)
    throw new IllegalStateException("Queue is full");
  A[(head+n) % A.length] = v;
  n = n+1:
```