

Misura di costanti fisiche fondamentali

Laboratorio di Metodi Computazionali e Statistici (2023/2024)

Roberta Cardinale, Fabrizio Parodi

Dipartimento di Fisica

4 Dicembre 2023

Misura di costanti fisiche fondamentali

- Misura di e (carica elettronico), h (costante di Planck), k (costante di Boltzmann) a partire da semplici misure elettriche
- Occasione per affrontare fit complessi (sfruttando tutto quello che state imparando su Likelihood e Chi-Square fits)
- Bonus: automazione di acquisizione dati in semplici esperimenti, lavoro di gruppo.

Misura di costanti fisiche fondamentali

- Organizzazione in gruppi
 - misura di e/h (caratterizzazione LED - 2 gruppi)
 - misura di e/k (caratterizzazione di un transistor - 2 gruppi)
 - misura di h/k (corpo nero - 3 gruppi)
- Nel primo pomeriggio di laboratorio: presa dati, comprensione dei risultati, abbozzo analisi dati
- Nel secondo pomeriggio di laboratorio:
 - messa a punto dell'analisi dati del proprio esperimento e condivisione dei risultati (su aulaweb, pagina dedicata)
 - analisi dei dati esperimento Millikan (da cui si ricava e)
- Compito a casa:
 - fit combinato (con tutti i dati del giorno) per estrarre e , h , k . Si minimizza:

Creare un χ^2 ad hoc
perché non posso prop
gli errori

$$\chi^2 = \left(\frac{e/h - (e/h)_{meas}}{\sigma(e/h)} \right)^2 + \left(\frac{h/k - (h/k)_{meas}}{\sigma(h/k)} \right)^2 + \left(\frac{e/k - (e/k)_{meas}}{\sigma(e/k)} \right)^2 + \left(\frac{e - (e)_{meas}}{\sigma(e)} \right)^2$$

- stesura di una breve relazione che sarà sottoposta alla revisione tra pari



Misure e trattazione dell'incertezza

Abbiamo introdotto strumenti avanzati di analisi dati e trattamento delle incertezze e, alcune di queste, risulteranno utili in questa esperienza.

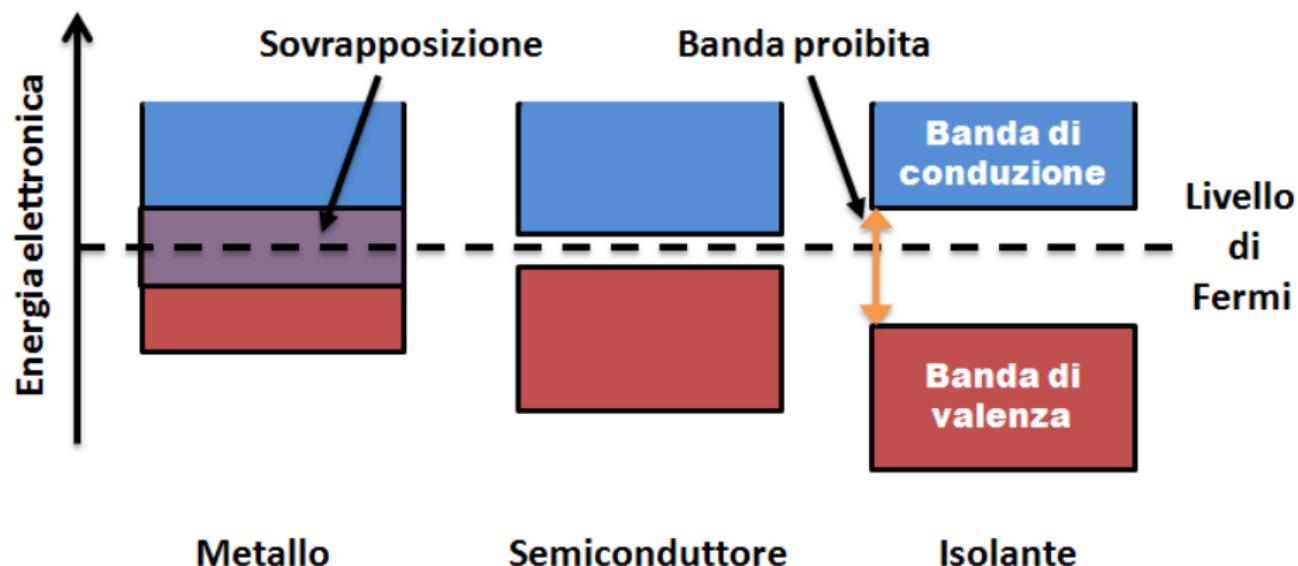
Tuttavia è importante (ancora di più quando si usano tecniche “raffinate”) avere una stima il più possibile realistica dell'incertezza di misura.

Ad esempio, dovete chiedervi:

- la misura è riproducibile (e stabile) ? Se no, valutare l'intervallo massimo di variazione.
- il metodo usato per l'estrazione di un valore introduce a sua volta una sorgente di errore ? Se sì come la valutate ?

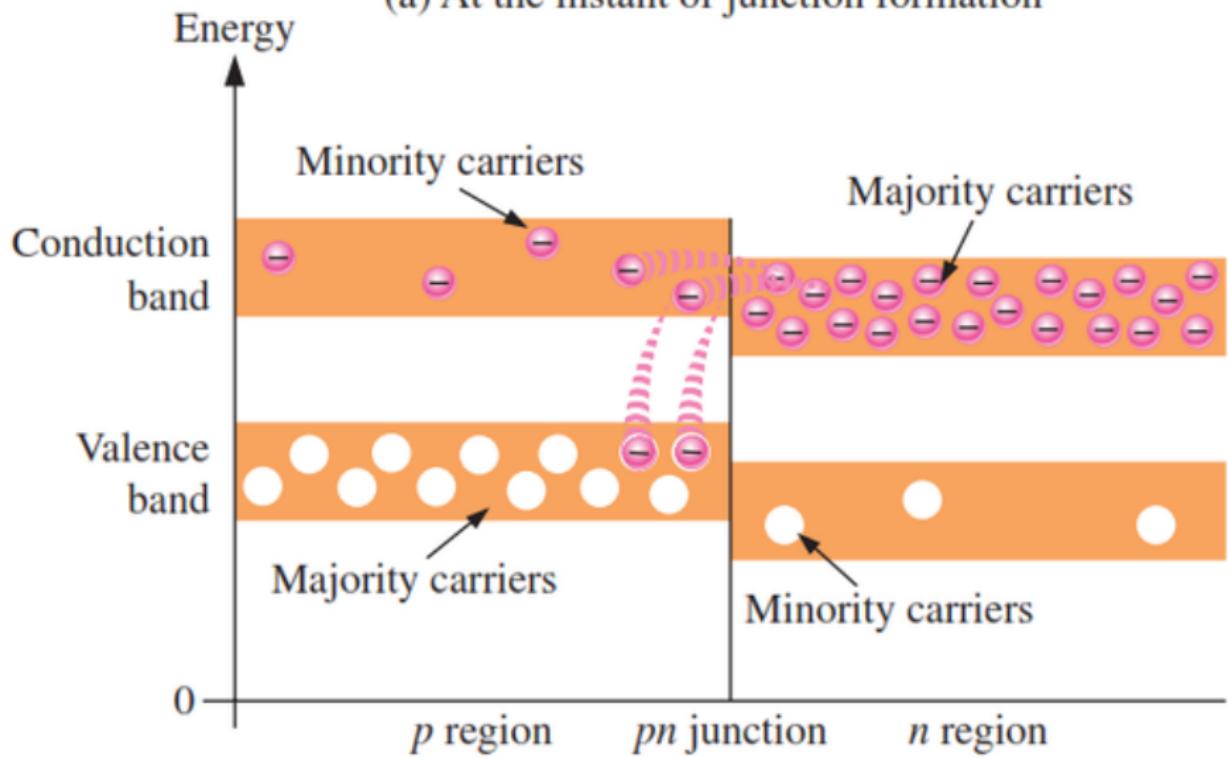
Conduttori, semiconduttori, isolanti

L'argomento è stato ampiamente trattato a Laboratorio 2.
Quindi ci limitiamo a riassumere i punti salienti per sommi capi.

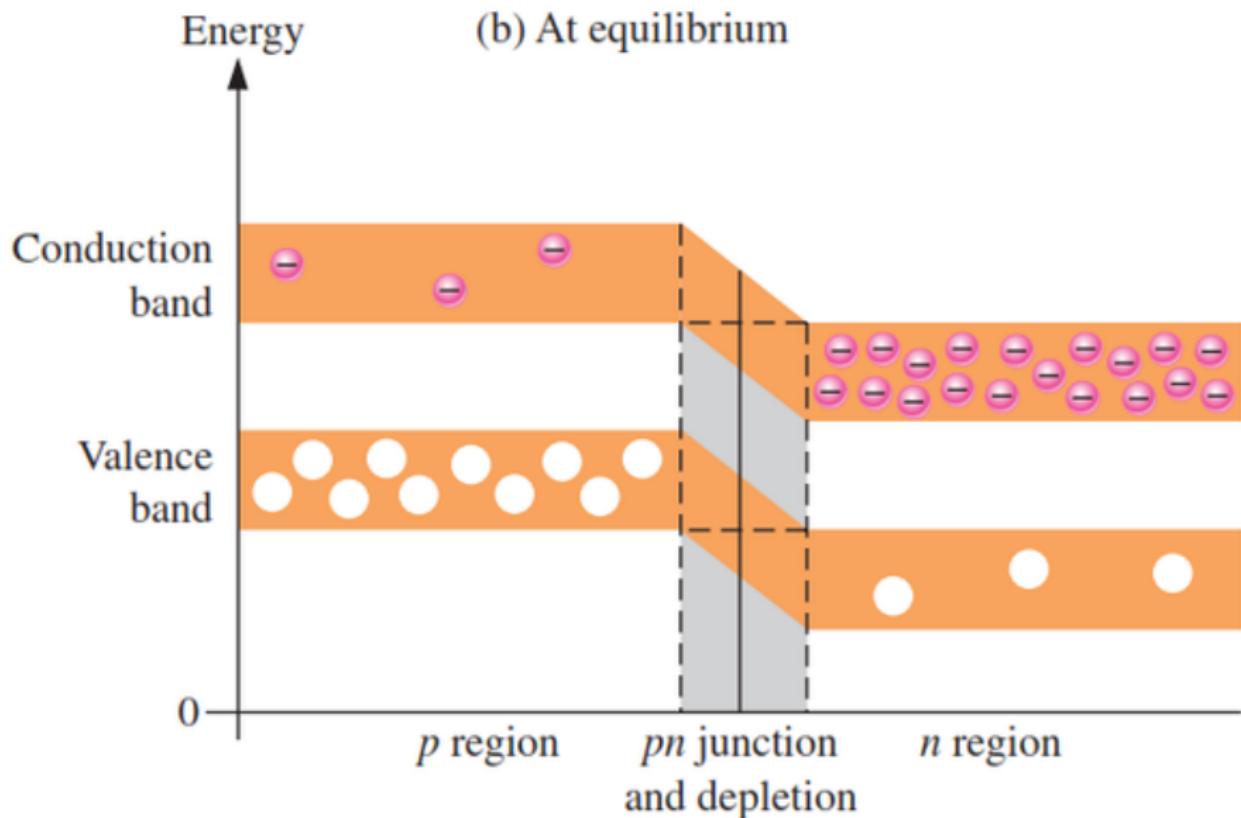


Semiconduttori p, n. Giunzione p-n

(a) At the instant of junction formation



Semiconduttori p, n. Giunzione p-n



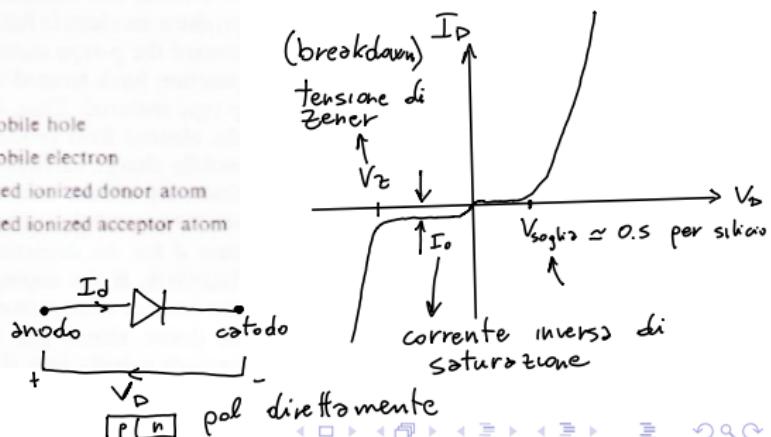
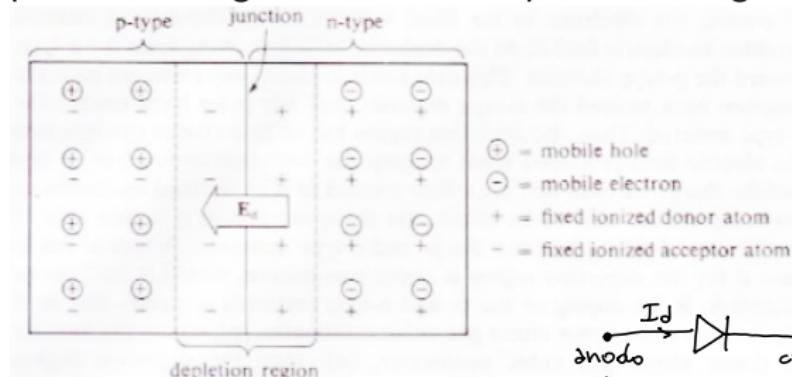
Curva I/V in un diodo

Quando la giunzione viene creata si instaura una corrente

$$I = A e^{\frac{-eV_0}{kT}}$$
$$V_T = \frac{k_B T}{e} = \frac{T}{11600} \uparrow_{25^\circ C} = 26 \text{ mV}$$

che, in assenza di tensione, esterna va a zero.

Se si instaura una tensione V che mantiene la giunzione p ad un potenziale positivo ed la giunzione n ad un potenziale negativo si instaura una corrente



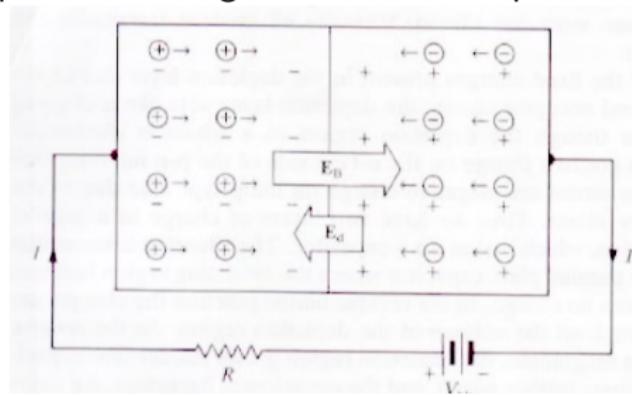
Curva I/V in un diodo

Quando la giunzione viene creata si instaura una corrente

$$I = A e^{\frac{-eV_0}{kT}}$$

che, in assenza di tensione, esterna va a zero.

Se si instaura una tensione V che mantiene la giunzione p ad un potenziale positivo ed la giunzione n ad un potenziale negativo si instaura una corrente



Curva I/V in un diodo

La corrente totale è data da:

$$I = A e^{\frac{-e(V_0 - V)}{kT}} - A e^{\frac{-eV_0}{kT}} = A e^{\frac{-eV_0}{kT}} \left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right) = I_0 \left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right)$$

corrente inversa di saturazione

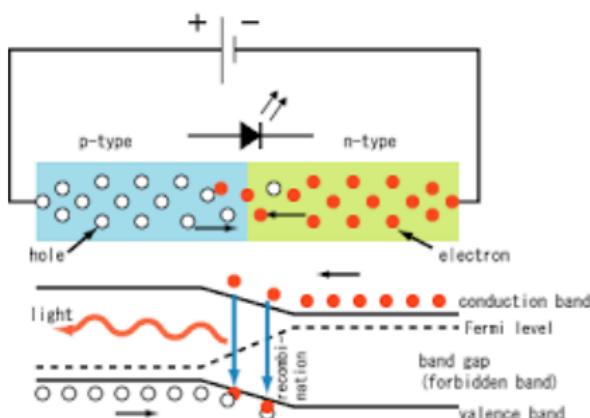
Tuttavia fattori di non idealità modificano, in alcuni materiali, l'equazione in

$$I = I_0 \left(e^{\frac{eV}{\eta kT}} - 1 \right)$$

dove η è un parametro che varia da giunzione a giunzione. $\begin{cases} \text{diodo} \\ \text{giunzioni PN} \\ \eta \sim 1 \end{cases}$

Led

I LED sono prodotti dalla giunzione di due materiali semiconduttori "drogati", uno dei quali ha un eccesso di elettroni (tipo n) e l'altro una mancanza di elettroni - indicati anche come fori (tipo p). Quando una corrente elettrica viene iniettata attraverso questa cosiddetta giunzione 'p-n', la ricombinazione di elettroni e buchi rilascia energia sotto forma di fotoni.



Typical LED Characteristics			
Semiconductor Material	Wavelength	Colour	$V_F @ 20mA$
GaAs	850-940nm	Infra-Red	1.2v
GaAsP	630-660nm	Red	1.8v
GaAsP	605-620nm	Amber	2.0v
GaAsP:N	585-595nm	Yellow	2.2v
AlGaP	550-570nm	Green	3.5v
SiC	430-505nm	Blue	3.6v
GaN	450nm	White	4.0v

L'energia dei fotoni emessi ($h\nu$) è fornita dal lavoro fatto dal campo elettrico applicato alla giunzione (eV_d , dove V_d è la tensione diretta applicata al diodo) e quindi ci deve essere una relazione lineare:

$$\frac{h}{e} = \frac{V_d}{\nu}$$

$$h\nu = eV_d \quad \begin{matrix} \nearrow \text{si riceve} \\ \text{direttamente} \end{matrix}$$

Curva I-V di un Led

Di solito si assume per V_d il valore al quale si osserva un "ginocchio" nel punto in cui il diodo comincia a condurre in maniera "apprezzabile".

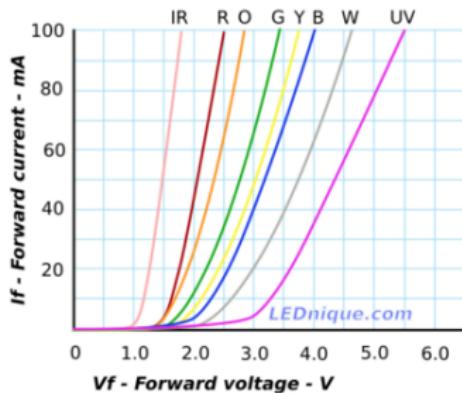
Questo "ginocchio" è difficile da misurare perché varia significativamente variando la porzione della curva caratteristica che si interpola.

In generale non è molto importante misurare V_d quanto una tensione V' che differisca da V_d per una costante data (potete provare altri approcci).

Acquisendo la curva I-V per LED di diversi colori si può fittare la relazione

$$V' = \frac{e}{h} \nu + \text{cost.}$$

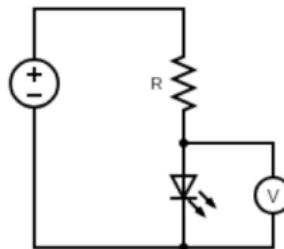
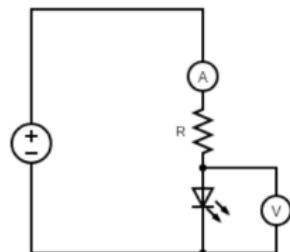
Sembra molto arbitrario, se c'è V_0 sbagliata di una costante non importa \Rightarrow stimo $V_0 + \text{cost.}$ Mi metto in regime lineare e vedo che intercetto zero x



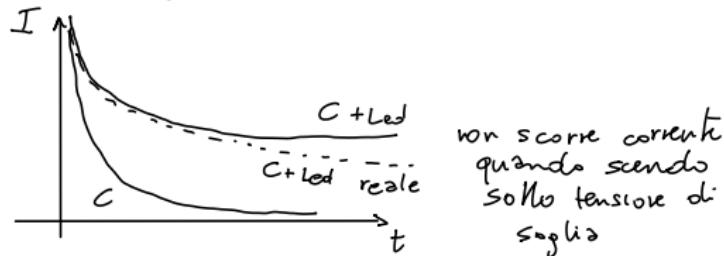
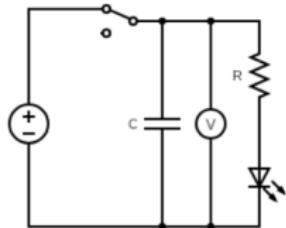
Due versioni per la caratterizzazione dei LED

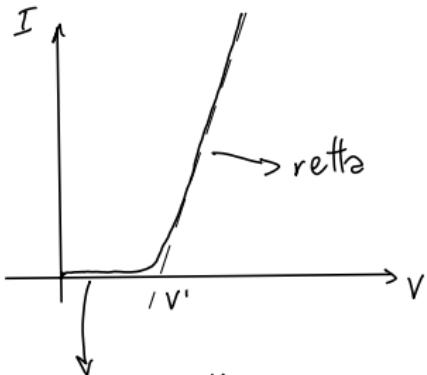
Vari metodi di misura sono possibili.

- misura diretta $I-V$ o solo V (assumendo la tensione fornita dal generatore)

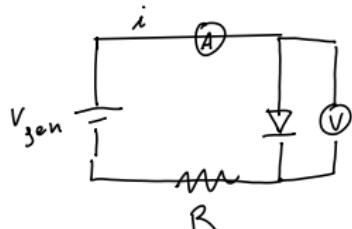


- misura indiretta tramite tensione residua dopo la scarica di condensatore





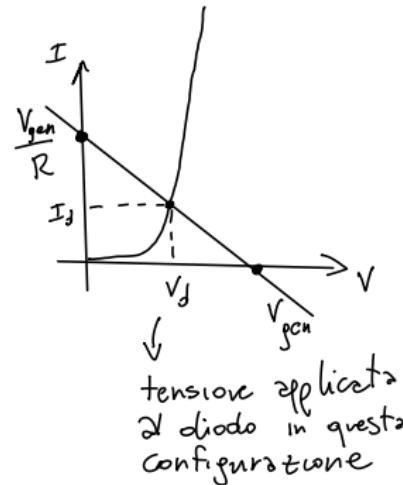
$$I = I_0 \left(e^{\frac{eV}{nk_B T}} - 1 \right)$$



$$\Rightarrow I = \frac{V_{\text{gen}} - V}{R}$$

$$V_{\text{gen}} = RI + V$$

$R = 0,388 \Omega \pm 0,002$



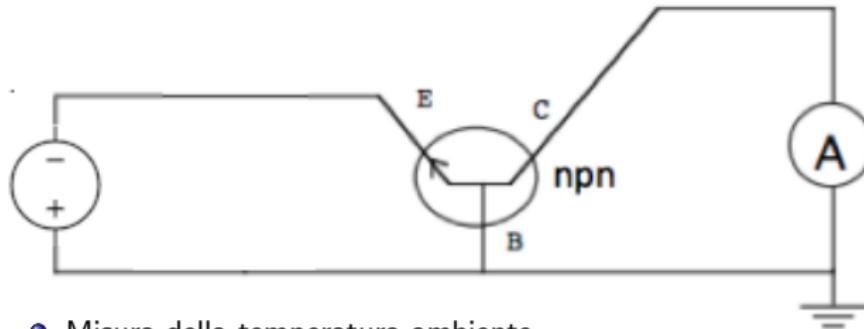
e/k dalla curva IV di un transistor

La curva IV del diodo è particolarmente semplice per un diodo *pn*, in questo caso il fattore η è, con ottima approssimazione, uguale a 1.

Consideriamo quindi un transistor in cui le giunzioni sono disposte nella sequenza *npn* (emettitore, base e collettore) e se si mantengono emettitore e base sono mantenuti allo stesso potenziale allora la corrente è descritta da:

$$I = I_0 \left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right)$$

Corrente bassa
altrimenti non funziona
relazione
frazioni di mA



- Misura della temperatura ambiente
- Misura con il metodo Volt-Amperometrico la curva I-V
- Fit I vs V determinando e/k

Non serve resistenza
di protezione xk
transistor resistenze

e/k dalla curva IV di un transistor

Misura su tutto il pomeriggio e medio, o tempo max variazione su tutto il pomeriggio

Il gruppo che si occupa di questa esperienza deve anche monitorare la temperatura e fornirla al gruppo che fa l'esperienza sul corpo nero.

A tale scopo usiamo una resistenza R tarata Pt100 (in modo che sia pari a 100 Ω a 0°). La conversione resistenza temperatura è:

$$R_T = R_0(1 + AT) \quad A = 3.9 \cdot 10^{-3} \text{ } K^{-1}, \quad R_0 = 100 \text{ } \Omega$$

In realtà la relazione è non lineare (cercate in rete).
Valutate gli effetti della non linearità.

Il corpo nero e la legge di Stefan-Boltzmann integrale

Un corpo nero è un oggetto che assorbe tutta la radiazione che riceve (cioè non riflette alcuna luce, né consente a nessuna luce di attraversarlo). L'energia assorbita dal corpo nero lo riscalda e causa l'emissione di radiazione.

La potenza assorbita o emessa come corpo nero dipende solo dalla temperatura

$$P \propto T^4$$

Una lampadina ad incandescenza è una buona approssimazione di corpo nero. Nel caso della lampadina (con filamento a temperatura T) il bilancio della potenza fornisce

$$P_{abs} + P_e = P_{em} + P_{cond}$$

$$AT_{amb}^4 + P = AT^4 + B(T - T_{amb})$$

$$P = A(T^4 - T_{amb}^4) + B(T - T_{amb})$$

dove T_{amb} è la temperatura ambiente.

Il corpo nero e la legge di Stefan-Boltzmann

Se si trascura il termine di conduzione ed il termine di assorbimento a temperatura ambiente si ha:

$$P = AT^4$$

Assumendo che la resistenza del materiale di cui è composta la lampadina sia

$$T = \beta R^\gamma$$

si può scrivere

$$P_{amb} = AT_{amb}^4 = \beta A R_{amb}^{4\gamma}$$

$$P = AT^4 = \beta A R^{4\gamma}$$

e dividendo membro a membro

$$T = \left(\frac{R}{R_{amb}} \right)^\gamma T_{amb}$$

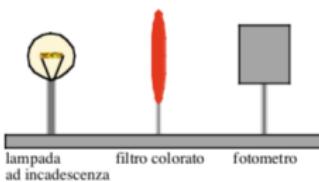
$$P = VI = A \left[\left(\frac{V}{IR_{amb}} \right)^\gamma T_{amb} \right]^4$$

Il corpo nero e la legge di Stefan-Boltzmann

Studio legge di Stefan-Boltzmann

- Presa dati della curva IV della lampadina, misura della temperatura ambiente
- Determinazione del fattore γ
- Verifica della rilevanza del termine di conduzione e di assorbimento a temperatura ambiente.

h/k dalla misura dell'intensità luminosa della lampadina



La lampada ad incandescenza è alimentata da un generatore, con il metodo volt-amperometrico si misurano V e I . Un fotodiodo misura l'intensità luminosa emessa ad una data frequenza (selezionata da un apposito filtro inserito tra lampadina e fotodiodo).

L'intensità luminosa emessa vale (legge di Planck)

$$I(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^2} (\exp(h\nu/kT) - 1)^{-1}$$

h/k dalla misura dell'intensità luminosa della lampadina

L'intensità luminosa è direttamente proporzionale alla tensione misurata ai capi del fotodiodo (V_{fd}).

Per cui:

$$V_{fd} = \alpha (\exp(h\nu/kT) - 1)^{-1}$$

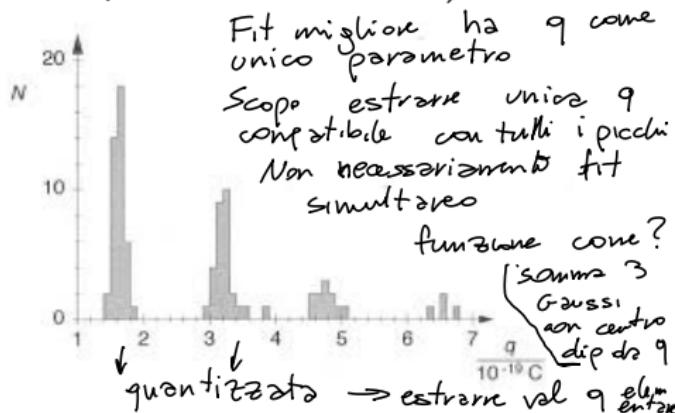
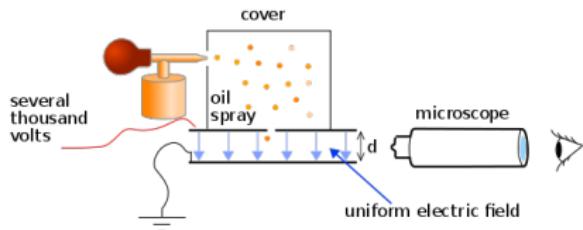
Traccia dell'esperimento:

- Per alcuni valori di V si misura I e la tensione del fotodiodo V_{fd} .
- Noto $R = V/I$ si calcola la temperatura T
- Si esegue un fit alla relazione di cui sopra determinando h/k

Esperimento di Millikan (solo analisi)

3 Gaussiane centrate nei picchi (altre non sono abbastanza piccole)
1 per e^- , l'altro è quanto largo è picco, = per tutte le gaussiane, incertezza
exp) fit unbinned o binned e extended.

Setup ed esempio di campione di dati (simile a quello che analizzerete)



- Estrazione di e (carica elementare) tramite fit a più gaussiane. Il valore di e è il parametro si separazione tra i picchi delle gaussiane.

Cadendo raggiungono velocità limite

Se accendo campo elettrico quelli carichi durante lo spruzzo hanno vel diversa. Confronto fra vel carico e vel gocca da che q è quantizz.

Acquisizione dati ASSICURARSI CHE DATI
VARINO CON VARIAZIONE SIS
stud02 account, creare cartella non prendere dati
troppo velocemente

Acquisiremo il/i multimetro/i e l'alimentatore in python

- l'acquisizione data si svolgerà in ambiente Windows (aprire il command line di Windows) con python3; createvi ad esempio una cartella

C:/Users/stud02/EsVI

(da questa cartella invierete lo script di acquisizione).

- l'editing dello script di acquisizione e analisi dati avverrà in ambiente WSL (lo stesso che avete sul vostro PC) nella cartella di cui sopra, accedendovi come:

/mnt/c/Users/stud02/EsVI

editing file con subsystem

Lettura del multimetero (modulo serial)

La seriale viene inizializzata con il metodo `Serial` del modulo `serial` a cui bisogna passare (almeno)

- il nome del device ("COMX" con X intero, lo trovare cercando i device su Windows)
- la velocità di comunicazione (in bits/sec)

I comandi vengono passati in python dal modulo con le chiamate

- `write(..)`
- `readline()`

entrambe vogliono in input bytes-array.

Quindi per `write` la stringa deve essere convertita con il metodo `encode` e il valore di ritorno di `readline` deve essere convertito in string con il metodo `decode`.

Lettura del multimetro (Tektronix DMM4020)



I comandi accettati (tra gli altri sono)

- `meas1?` effettua la misura (ritornando il valore e il tipo di misura (ADC/VDC/OHMS))
- `range1?` ritorna l'intervallo di misura (utile per stabilire l'errore)

Trovate il manuale [qui](#)

Modulo per il multmetro: dmm.py

Abbiamo creato un modulo dmm per facilitare la lettura del multmetro.

```
1 #!/usr/bin/python
2 import time
3 import serial
4 def reset(ser):
5     ser.reset_input_buffer()
6     ser.reset_output_buffer()
7 def command(ser, string):
8     string = string + '\r\n'
9     ser.write(string.encode())
10    time.sleep(1)
11 def dmmread(ser):
12     # Lettura del valore
13     command(ser, 'val1?')
14     line = ser.readline()
15     val = line.decode('ascii').split()
16     fval = float(val[0])
17     reset(ser)
18     # Lettura del range
19     command(ser, 'range1?')
20     line = ser.readline()
21     ival = line.decode('ascii').split()      do l'indice del range
22     reset(ser)
23     ind = int(ival[0])-1
24     #Calcolo Errore
25
26     return fval, error
```

Modulo per il multmetro: dmm.py (II)

Calcolo dell'errore (essenzialmente trascrittura del manuale dello strumento):
% del valore letto + % del range

```
1     error = 0
2     if val[1]== "ADC" :
3         range = [ 0.000200, 0.002000 , 0.020 , 0.200, 2 , 10 ]
4         rel = [ 0.03 , 0.02 , 0.04 , 0.03 , 0.08 , 0.20 ]
5         relr = [ 0.005 , 0.005 , 0.02 , 0.008, 0.02 , 0.01 ]
6         error = abs(fval*rel[ind]/100) + relr[ind]/100*range[ind]
7     elif val[1]== "VDC" :
8         range = [ 0.200, 2 , 20, 200 , 1000]
9         rel = [ 0.015 , 0.015 , 0.015 , 0.015 , 0.015]
10        relr = [ 0.004, 0.003, 0.004, 0.003, 0.003]
11        error = abs(fval*rel[ind])/100 + relr[ind]/100*range[ind]
12    elif val[1]== "OHMS" :
13        range = [ 200, 2e3 , 20e3 , 200e3 ]
14        rel = [ 0.03 , 0.02 , 0.02 , 0.02 ]
15        relr = [ 0.004, 0.003, 0.003, 0.003]
16        error = abs(fval*rel[ind])/100 + relr[ind]/100*range[ind] + 0.2
```

Lettura del multmetro (programma principale)

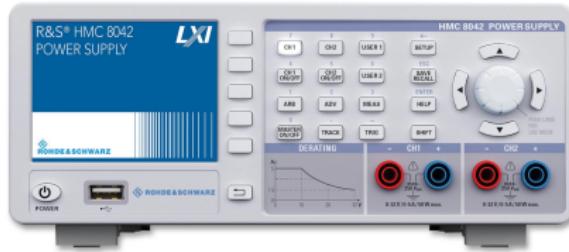
Esempio d'uso:

```
1 #!/usr/bin/python
2 import sys, serial
3 from dmm import *
4 ser      = serial.Serial("COM2", 9600)
5 val,err = dmmread(ser)
```

Da completare aggiungendo (eventuali) loop e output su file.

È anche possibile selezionare la modalità dello strumento (multimetro, amperometro)

Pilotare il generatore



Per configurare l'accesso occorre usare il modulo `ResourceManager` di `pyvisa`. Quindi i comandi da dare sono:

- "INST: NSEL N", seleziona il canale N (ce ne sono 2)
- "INST: OUTN", seleziona il canale N in output
- "OUTP ON", abilita l'output del generatore
- "APPLY V,maxA", setta il canale precedentemente selezionato alla tensione V con limite massimo di corrente pari maxA

L'unico comando da usare in python è `write` (poiché il generatore è molto stabile e preciso e quindi assumiamo il valore settato con errore trascurabile).

Tuttavia, siccome è pratico comporre la stringa con il valore di tensione che vogliamo, è utile sapere che per inserire un valore numerico in una stringa si usa il prefisso `f` (`float`):

```
f"Comando {valore}"
```

Modulo per il generatore: ps.py

```
1 #!/usr/bin/python
2
3 from pyvisa import ResourceManager
4
5 def init:
6     rm = ResourceManager()
7     instr = rm.open_resource("USB0::0x0AAD::0x0135::035375056::INSTR")
8     return instr
9
10 def sel(instr, ch):
11     instsel = f"INST: NSEL {ch}"
12     instout = f"INST OUT{ch}"
13     instr.write(instsel)
14     instr.write(instout)
15     instr.write("OUTP ON")
```

Indirizzo del generatore

Per trovare l'indirizzo del generatore basta:

- entrare nella shell di python3 (su Windows)
- inviare i comandi

```
from pyvisa import ResourceManager  
rm = ResourceManager()  
rm.list_resources()
```

Uso del modulo ps.py

```
1 #!/usr/bin/python
2
3 from ps import init,sel
4
5 instr = ps.init()
6 ps.sel(instr,1)
7 valV = 12
8 cmd = f"APPLY {valV},0.1"
9 instr.write(cmd)
```

Misura del tempo

La misura del tempo può rendersi necessaria (ad esempio nell'esperienza dei led con RC).

Il modulo time contiene un metodo `time` che serve allo scopo:

- `time()` ritorna il tempo (in secondi) da un'epoca fissata.

Su Linux/Unix/Windows l'epoca è il 1 Gennaio, 1970, 00:00:00.

Per praticità è utile calcolare i tempi come differenze di tempo rispetto ad un tempo iniziale.