

**ARGOMENTI DELL'ESAME ORALE  
DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA  
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, A.A. 2017/18**

---

**DEFINIZIONI e CONCETTI BASE:** È RICHiesto DI CONOSCERE IL SIGNIFICATO DEI SEGUENTI CONCETTI TRAMITE UNA DEFINIZIONE PRECISA. OVVIAMENTE DOVETE SAPERE PURE IL SIGNIFICATO DEI CONCETTI CHE USATE NELLA DEFINIZIONE.

- (1) **Numeri complessi:** parte reale ed immaginaria, rappresentazione cartesiana, trigonometrica ed esponenziale.
- (2) Operazioni sui numeri complessi nelle loro diverse rappresentazioni.
- (3) Rappresentazione sul piano complesso di somma e prodotto di numeri complessi.
- (4) Coniugato, norma,  $\text{Arg}(z)$  e  $\arg(z)$  di un numero complesso e rappresentazioni di queste quantità sul piano complesso.
- (5) Radice  $n$ -esima di un numero complesso con formula di de Moivre e rappresentazione sul piano complesso delle radici dell'unità.
- (6) **Struttura di  $\mathbb{R}$ :** maggioranti e minoranti di  $A \subset \mathbb{R}$ , insieme limitato, superiormente, inferiormente.
- (7) Massimo/minimo e relazione tra estremo  $\inf / \sup$  e  $\min / \max$ .
- (8) Caratterizzazione dell'estremo superiore/inferiore con  $\varepsilon$ .
- (9) Principio d'induzione matematica: come si può dimostrare  $P(n)$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  (o per ogni  $n \geq n_0$ )?
- (10) **Funzioni:** dominio, codominio, immagine e controimmagine (sia di punti, sia di sottoinsiemi del dominio), grafico.
- (11) Iniettività, suriettività, biunivocità, restrizioni, funzione inversa e suo grafico.
- (12) Composizione e dominio della funzione composta,  $f \circ f^{-1}$  e  $f^{-1} \circ f$  come identità.
- (13) **Cardinalità:** Equipollenza di insiemi e cardinalità di insiemi infiniti.
- (14) **Funzioni monotone:** funzioni crescenti, decrescenti, stretta monotonia.
- (15) Funzione periodica e suo periodo.
- (16) **Successioni** e loro sottosuccessioni.
- (17) Limite finito ed infinito di una successione.
- (18) Successione monotona (crescente o decrescente), strettamente monotona, definitivamente monotona e limitate.
- (19) Relazione tra successione e sue sottosuccessioni in relazione alla convergenza/divergenza/non regolarità (senza dim.).
- (20) Notazione O-grande di Landau e condizione sufficiente: esistenza del limite del rapporto  $\geq 0$  (senza dim.).
- (21) **Intervalli:** aperti, chiusi, semi-aperti, limitati, illimitati.
- (22) Sistema degli intorni di un punto (anche  $dx$  e  $sx$ ) e di  $\pm\infty$ .
- (23) **Limiti di variabile reale:** definizioni con o senza sistema degli intorni (a scelta).
- (24) Limite per eccesso e per difetto.
- (25) **Continuità** (da  $dx$ , da  $sx$ ) in un punto; funzione continua su un intervallo e sulla sua chiusura.
- (26)  $\inf / \sup$ ,  $\min / \max$  di una funzione su un insieme.
- (27) **Derivabilità:** def. di rapporto incrementale e di funzione derivabile (a  $dx$ , a  $sx$ ) in un punto.
- (28)  $\min / \max$  locale di una funzione e punto di  $\min / \max$  locale.

- (29)  $C^1(I)$ , derivate successive e  $C^k(I)$  per  $I$  intervallo aperto.
- (30) Polinomio di Taylor centrato in un punto con interpretazione geometrica.
- (31) **Funzioni convesse:** insiemi convessi nel piano, epigrafico e def. di funzione convessa/concava. Condizione sul grafico.
- (32) Condizioni sulla deriva seconda per le funzioni convesse (senza dim.).
- (33) **Integrale indefinito:** primitiva, integrale indefinito.
- (34) **Integrale definito:** suddivisione di un intervallo e relazione di “finezza” tra le suddivisioni.
- (35) Somma inferiore/superiore subordinata ad una partizione.
- (36) Integrabilità secondo Riemann (una delle due definizioni a scelta).
- (37) Proprietà dell’integrale: linearità e monotonia rispetto alla funzione integranda (senza dim.).
- (38) Media integrale.
- (39) Funzione integrale di una funzione continua.

**ENUNCIATI:** È RICHIESTA LA FORMA PRECISA DEI SEGUENTI ENUNCIATI.

- (1) Disuguaglianza di Bernoulli.
- (2) Criterio del rapporto, della radice
- (3) Criterio rapporto-radice per successioni.
- (4) Regolarità delle successioni monotone.
- (5) Teo. dei Carabinieri per funzioni.
- (6) Teorema dell’esistenza degli zeri per funzioni continue.
- (7) Teorema dei valori intermedi per funzioni.
- (8) Teorema di Weierstrass per funzioni continue, e controesempi quando non valgono le ipotesi.
- (9) Teorema di Fermat (derivata prima si annulla in un punto di max / min locale, interno e di derivabilità).
- (10) Teorema di Rolle.
- (11) Teorema di Lagrange.
- (12) Teoremi di de L’Hopital.
- (13) Corollario di de L’Hopital: se esistono limiti destro e sinistro della derivata, la funzione derivabile nel punto.
- (14) Teorema della media integrale.
- (15) Teorema fondamentale del calcolo integrale.
- (16) Teorema di Torricelli e suo corollario (relazione tra integrale definito ed indefinito).

**DIMOSTRAZIONI:** QUANDO NON VALE IL VICEVERSA, O QUANDO ESPLICITAMENTE RICHIESTO (“ESSENZIALITÀ DELLE IPOTESI”), È NECESSARIO AVERE IN MENTE L’ESEMPIO ADEGUATO A PROVARE TALE AFFERMAZIONE.

- (1) Disuguaglianza di Bernoulli.
- (2) Il massimo/minimo di  $A \subset \mathbb{R}$ , se esiste, è unico.
- (3) L’estremo superiore/inferiore di un insieme limitato superiormente/inferiormente esiste ed è unico (dall’assioma di Completezza).
- (4)  $\mathbb{Q}$  è numerabile (procedimento diagonale/dovetailing).
- (5) Teo. di permanenza del segno per le successioni.
- (6) Teo: una successione monotona è regolare.
- (7) Teo. (dei Carabinieri) per successioni convergenti.
- (8) Teo.: una successione limitata ha una sottosuccessione convergente (solo idea della dimo - bisezione, senza dettagli).

- (9) Se  $a_n \rightarrow \ell_1$  e  $b_n \rightarrow \ell_2$ ,  $\ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}$ , allora  $c_n = a_n + b_n \rightarrow \ell_1 + \ell_2$ .
- (10) Limiti di  $\sin(a_n)/a_n$  e  $[1 - \cos(a_n)]/a_n^2$  quando  $a_n \rightarrow 0$ .
- (11) Limite  $\log n/n \rightarrow 0$ .
- (12) Teorema dell'esistenza degli zeri per funzioni continue (una delle due dimostrazioni, a scelta) con essenzialità delle ipotesi.
- (13) Teorema di Fermat con essenzialità delle ipotesi.
- (14) Teorema di Rolle con essenzialità delle ipotesi.
- (15) Una funzione con derivata nulla è costante.
- (16) Una funzione con derivata con segno è monotona.
- (17) Una funzione derivabile in un punto è ivi continua.
- (18) Derivate di  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$  in  $x = 0$ .
- (19) Due primitive della stessa funzione su un intervallo differiscono per una costante.
- (20) Integrabilità delle funzioni monotone.
- (21) Teorema della media integrale.
- (22) Teorema fondamentale del calcolo integrale.
- (23) Teorema di Torricelli e suo corollario (relazione tra integrale definito ed indefinito).