

ESERCIZI PER IL CORSO DI ANALISI MATEMATICA

CORSO DI LAURA IN INFORMATICA, A.A. 2017/18

DISPENSA SU STUDI DI FUNZIONE

Per le seguenti funzioni:

- trovate il dominio naturale;
- verificate l'eventuale parità/disparità;
- la funzione è periodica? Se sì, basta studiarla in un intervallo di periodicità;
- studiate la positività, cioè trovate gli $x \in \text{Dom}(f)$ tali che $f(x) \geq 0$;
- trovate le intersezioni con gli assi: gli $x \in \text{Dom}(f)$ tali che $f(x) = 0$ (ma l'avete praticamente già fatto sopra) e il valore che la funzione eventualmente assume per $x = 0$,
- studiate i limiti agli estremi del dominio, e in particolare individuate eventuali asintoti;
- studiate la derivabilità: calcolate la derivata e trovate eventuali punti in cui la funzione non sia derivabile;
- trovate gli intervalli di monotonia, cioè risolvete la disequazione $f'(x) \geq 0$;
- in base a tutte le informazioni precedentemente dedotte, tracciate un grafico approssimativo della funzione.

$$\begin{aligned} \frac{x^2+4}{x^2-4}, \quad \frac{x^3}{x^2-6x+9}, \quad \frac{x^3}{x^3-1}, \quad \sqrt{x^2+2x-2}, \quad \frac{1}{x \log(x)}, \\ x \log(x) - x, \quad \log(e^x - e), \quad \log(e - e^x), \quad \log(2x - x^2), \\ xe^{1/x}, \quad e^{\frac{x}{x^2-1}}, \quad e^{\frac{x^2}{x^2-1}}, \quad \sinh(x), \quad \cosh(x), \quad \tanh(x), \\ x^3 - 6x^2 + 9x - 1, \quad \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 1, \quad (x-1)^2(x-3)^2, \\ \arctan(e^{-1/x}), \quad \frac{1}{2} \log\left(\frac{x+1}{x-1}\right), \quad \log(x^2+1); \end{aligned}$$

(vedete le definizioni delle funzioni iperboliche nella dispensa delle derivate). Più difficili:

$$\begin{aligned} \frac{xe^x}{e^x-1}, \quad x|\log(x)|, \quad x \log(|x|), \quad \sqrt{x+1} + \sqrt{|x|}, \quad \frac{x}{2} + \cos(x), \\ x + \sin(x), \quad \arctan(x) + \arctan(1/x), \quad \frac{1}{e^{1/x} + e^{1/(x-1)}}, \quad x^{1/x}, \\ \log(\log(x)), \quad \arctan(\arctan(x)), \quad \log(x + \sqrt{x^2+1}), \quad \log(x + \sqrt{x^2-1}). \end{aligned}$$