ESERCIZI PER IL CORSO DI ANALISI MATEMATICA

CORSO DI LAURA IN INFORMATICA, A.A. 2017/18

DISPENSA DI PREPARAZIONE AL COMPITINO
FUNZIONE DI UNA VARIABILE REALE

- Date f, g ed eventualmente h come segue, scrivete $(f \circ g)(x)$/$(h \circ f \circ g)(x)$ ed indicatene il dominio X_0, spiegando il ragionamento fatto.

$$
\begin{aligned}
&h(t) = \sqrt{t}, \qquad f(y) = \frac{1}{y}, \qquad g(x) = x^2 - 1;\\
&f(y) = e^{y+1}, \qquad g(x) = \cos(x+1);\\
&f(y) = \sin(y), \qquad g(x) = \tan(x+1);\\
&h(t) = \sqrt[4]{t-1}, \qquad f(y) = \log y, \qquad g(x) = \sqrt[3]{x};\\
&f(y) = \frac{y}{\log y}, \qquad g(x) = 2^{-x} - 1;\\
&f(y) = \tan y, \qquad g(x) = \frac{\pi}{2}\sin x;\\
&h(t) = \arctan(t), \qquad f(y) = \frac{2}{y^2}, \qquad g(x) = \frac{x+2}{x^2-1};\\
&f(y) = \sqrt{y}, \qquad g(x) = \frac{x}{x^3-1};\\
&h(t) = \log_{1/2}(t), \qquad f(y) = |y|, \qquad g(x) = \sin(x);\\
&f(y) = 1/\log(y), \qquad g(x) = \arcsin(y).
\end{aligned}
$$

- Trovare il "dominio naturale" delle seguenti funzioni, e trovate quelle pari e quelle dispari:

$$
\sqrt[3]{\frac{1}{\log(-x)}}, \qquad \sqrt{e^x - 1}, \qquad \sqrt{\frac{e^x-1}{e^x-e}}, \qquad \frac{e^x+e^{-x}}{2}, \qquad \frac{e^x-e^{-x}}{2},
$$

$$
\frac{e^x+e^{-x}}{\sin x}, \qquad \log_{1/2}(\sin x + 1), \qquad \tan(1/x), \qquad \log\left(x\sqrt{\frac{x-2}{x+1}}\right),
$$

$$
\log\left(x^2\sqrt{\frac{x^2-2}{x^2+1}}\right), \qquad \frac{3-\log x}{2+\log x}, \qquad \frac{\log(5-|x|)}{|x|+1}, \qquad \sqrt{3-4^{2x}},
$$

$$
\sqrt{\log_2(\log_{1/2}(x))}, \qquad \sqrt{\log_{1/2}(\log_2(2\sin^2 x - \cos x))}, \qquad \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right),
$$

$$
\frac{(1+2^x)^2}{2^x}, \qquad e^{\log(x)}, \qquad \log(e^x).
$$

- Si verifichi che le seguenti funzioni sono biiezioni dal loro dominio sulla loro immagine e si scriva la funzione inversa (per verificare la suriettività, dovete già scrivere la funzione inversa... Dato $y \in \mathbb{R}$, quando riesco a trovare x tale che l'immagine di x è y?), con il suo dominio e la sua immagine:

$$
e^{\arctan x}, \quad e^{\arctan(1/x)}, \quad 1 - 2^{-x}, \quad \frac{2}{10^x+1}, \quad \log\sqrt{x+1}, \quad \frac{x+1}{x-1}.
$$