

Relazione elaborato AI: Modellazione di un CSP

Nocentini Federico

8 febbraio 2019

1 Introduzione

In questa relazione andremo a spiegare il lavoro svolto nella modellizzazione di un CSP attraverso l'ambiente sviluppo MiniZinc. Lo scenario è il seguente: determinare i turni di servizio di un insieme di n infermieri che lavorano in un ipotetico reparto ospedaliero. Ciascun infermiere deve garantire almeno k ore settimanali per non più di h ore al giorno, comprendendo nelle k ore un turno notturno di 8 ore. Chi effettua il turno notturno ha diritto al riposo per i due giorni successivi. In ogni momento del giorno devono essere presenti in reparto almeno D infermieri ed in ogni momento della notte ne devono essere presenti almeno N .

2 Interpretazione

Il modello è stato pensato per un orario settimanale in cui il numero di turni diurni nell'arco delle 16h del giorno è definito nel seguente modo:

$$nTurni = \begin{cases} 2 & \text{se } h \geq 8 \\ 3 & \text{se } h < 8 \end{cases}$$

Questo tipo di definizione è dovuta al fatto che se le ore lavorative massime in un giorno sono < 8 per coprire le 16h ci vogliono 3 turni altrimenti ne bastano 2. Quindi se ci sono 2 turni diurni saranno: MATTINA e SERA, se i turni diurni sono 3 saranno: MATTINA, POMERIGGIO e SERA. Il numero di turni notturni settimanali è 1 e il numero di turni di riposo settimanali è 2. Il modello genera in output una tabella che rappresenta i turni di servizio.

3 Modellizzazione

I dati sono:

- Numero di infermieri: n ;
- Numero minimo infermieri per turno diurno: D ;
- Numero minimo infermieri per turno notturno: N ;
- Numero minimo di ore settimanali: k ;
- Numero massimo di ore per giorno: h ;
- Numero di giorni: $nGiorni=7$;
- Numero di turni in cui sono divise le 16h del giorno: $nTurni$;

Le variabili sono memorizzate in una matrice $T \in M(nx7)$ e hanno un dominio che dipende dal numero di turni:

$$D = \begin{cases} \{1, 2, 3, 4\} & \text{se } nTurni = 2 \text{ (NOTTE, RIPOSO, MATTINA, SERA)} \\ \{1, 2, 3, 4, 5\} & \text{se } nTurni = 3 \text{ (NOTTE, RIPOSO, MATTINA, SERA, POMERIGGIO)} \end{cases}$$

Per definire i vincoli ho bisogno di definire un intervallo di valori E che dipende dal numero dei turni:

$$E = \begin{cases} [3, 4] & \text{se } nTurni = 2 \\ [3, 4, 5] & \text{se } nTurni = 3 \end{cases};$$

Che serve per ciclare su i tipi di turno nell'arco delle 16h diurne che possono essere MATTINA e SERA oppure MATTINA, SERA e POMERIGGIO. Il solver deve costruire la matrice dei turni rispettando i seguenti vincoli:

1. $h * 4 + 8 \geq k$
Per garantire almeno k ore settimanali e non sforare le h ore per giorno.
2. $(16/nturni) * 4 + 8 \geq k$
Per garantire almeno k ore settimanali.
3. $\forall k \in [1, n] (\sum_{i=1}^7 1 \{T_{k,i} = 1\} = 1)$
In una settimana un infermiere deve fare solo un turno notturno.
4. $\forall k \in [1, n] (\sum_{i=1}^7 1 \{T_{k,i} = 2\} = 2)$
In una settimana un infermiere deve fare 2 giorni di riposo.
5. $\forall j \in E (\forall k \in [1, n] (\sum_{i=1}^7 1 \{T_{k,i} = j\} \geq 1))$
In una settimana un infermiere deve fare 4 turni diurni. Ogni tipo di turno deve essere effettuato almeno una volta
6. $\forall k \in [1, n] \forall i \in [1, 5] (T_{k,i} = 1 \Rightarrow T_{k,i+1} = 2)$
Dopo un turno notturno primo giorno di riposo. (Per i primi 5 giorni della settimana)
7. $\forall k \in [1, n] \forall i \in [1, 5] (T_{k,i} = 1 \Rightarrow T_{k,i+2} = 2)$
Dopo un turno notturno secondo giorno di riposo. (Per i primi 5 giorni della settimana)
8. $\forall k \in [1, n] (T_{k,7} = 1 \Rightarrow T_{k,1} = 2)$
9. $\forall k \in [1, n] (T_{k,7} = 1 \Rightarrow T_{k,2} = 2)$
10. $\forall k \in [1, n] (T_{k,6} = 1 \Rightarrow T_{k,7} = 2)$
11. $\forall k \in [1, n] (T_{k,6} = 1 \Rightarrow T_{k,1} = 2)$
Dopo un turno di notte 2 giorni di riposo. (Per sabato e domenica)
12. $\forall i \in [1, 7] (\sum_{k=1}^n 1 \{T_{k,i} = 1\} \geq N)$
Per ogni giorno ci devono essere almeno N infermieri che fanno il turno di notte.
13. $\forall i \in [1, 7] (\sum_{k=1}^n 1 \{T_{k,i} = 2\} \geq N * 2)$
Per ogni giorno ci devono essere almeno N*2 infermieri che riposano, questo é dovuto al fatto che dopo una notte 2 giorni di riposo.
14. $\forall j \in E (\forall i \in [1, 7] (\sum_{k=1}^n 1 \{T_{k,i} = j\} \geq D))$
Per ogni tipo di turno diurno ci devono essere almeno D infermieri che lavorano.

4 Implementazione

La matrice T sopra definita é stata implementata come un array 2d e chiamata *tabella*. Ai valori del dominio delle variabili sono stati attribuiti dei nomi per rendere piú semplice la lettura e l'implementazione:

- notte=1;
- riposo=2;
- mattina=3;
- sera=4;
- pomeriggio=5;

Per l'implementazione sono stati usati:

- INFERMIERI: set di interi che mi rappresenta gli infermieri;
- GIORNI: set di interi che mi rappresenta i giorni;
- EFFETTIVI: rappresenta l'intervallo E, é stato implementato come un set di interi;

Per l'implementazione dei vincoli sopra citati in MiniZinc sono stati usati i seguenti comandi:

- *bool2int(x)* che é definito nel seguente modo: $bool2int(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \text{ TRUE} \\ 0 & \text{se } x \text{ FALSE} \end{cases}$
- *forall(1..n)* che serve per ciclare;
- *sum(1..k)* che serve per fare le sommatorie;

L' implementazione dei vincoli, in ordine rispetto alla formulazione matematica, é la seguente:

1. *constraint* $h * 4 + 8 \geq k$;
2. *constraint* $(16/nturni) * 4 + 8 \geq k$;
3. *constraint* forall(k in INFERMIERI)(sum(i in GIORNI)(bool2int(tabella[k,i]==notte))=1);
4. *constraint* forall(k in INFERMIERI)(sum(i in GIORNI)(bool2int(tabella[k,i]==riposo))=2);
5. *constraint* forall(j in EFFETTIVI)(forall(k in INFERMIERI)(sum(i in GIORNI)(bool2int(tabella[k,i]==j))>=1));
6. *constraint* forall(k in INFERMIERI)(forall(i in GIORNI diff nGiorni-1..nGiorni)(tabella[k,i]=notte \Rightarrow tabella[k,i+1]=riposo));
7. *constraint* forall(k in INFERMIERI)(forall(i in GIORNI diff nGiorni-1..nGiorni)(tabella[k,i]=notte \Rightarrow tabella[k,i+2]=riposo));
8. *constraint* forall(k in INFERMIERI)((tabella[k,7]=notte \Rightarrow tabella[k,1]=riposo));
9. *constraint* forall(k in INFERMIERI)((tabella[k,7]=notte \Rightarrow tabella[k,2]=riposo));
10. *constraint* forall(k in INFERMIERI)((tabella[k,6]=notte \Rightarrow tabella[k,7]=riposo));

11. *constraint* forall(k in INFERMIERI)((tabella[k,6]=notte⇒tabella[k,1]=riposo));
12. *constraint* forall(i in GIORNI)(sum(k in INFERMIERI)(bool2int(tabella[k,i]==notte))>=N);
13. *constraint* forall(i in GIORNI)(sum(k in INFERMIERI)(bool2int(tabella[k,i]==riposo))>=N*2);
14. *constraint* forall(j in EFFETTIVI)(forall(i in GIORNI)(sum(k in INFERMIERI)(bool2int(tabella[k,i]==j))>=D)));

5 Output

Per rendere la tabella dei turni leggibile si é utilizzato il comando *fix* che invece di stampare i numeri nella tabella stampa delle stringhe memorizzate in un array, in particolare invece di stampare il numero *i* stampa l'*i*-esima stringa dell'array. Per esempio se in una determinata cella della tabella si trova il numero 2 allora *fix* ci sostituisce RIPOSO. Nella tabella le colonne rappresentano i giorni, le righe rappresentano gli infermieri. Si può scegliere il tipo di rappresentazione della tabella commentando rispettivamente la riga 21 o la riga 22.