Algoritmos y Programación II TP1: Recursividad

Bourbon, Rodrigo Carreño Romano, Carlos Germán Sampayo, Sebastián Lucas

Primer Cuatrimestre de 2015



${\bf \acute{I}ndice}$

1.	Objetivos	1	
2.	Introducción	1	
3.	Standard de estilo	1	
4.	Diseño del programa	1	
5.	Opciones del programa	1	
	Métodos de la Transformada 6.1. FFT 6.1.1. Complejidad Temporal 6.2. DFT 6.2.1. Complejidad Temporal	2 2 2 4 4	
	Estructura de archivos	6	
8.	Compilación	6	
9.	Casos de prueba 9.1. Caso 1 9.2. Caso 2 9.3. Caso 3 9.4. Caso 4		
10	0.Código		
	10.1. Programa principal 10.1.1. main.cc 10.2. Parseo de opciones del programa 10.2.1. types.h 10.2.2. cmdline.h 10.2.3. cmdline.cc 10.2.4. arguments.h 10.2.5. arguments.cc 10.3. Clase Vector 10.3.1. vector.h 10.3.2. vector.cc 10.4. Clase Complejo 10.4.1. complex.h 10.4.2. complex.cc 10.5. Funciones utilitarias 10.5.1. utilities.h 10.5.2. utilities.cc 10.6. Métodos para Transformar	100 111 115 166 199 200 233 244 277 278 288 299	
	10.6.1. dft_methods.h	30	
L J.	.Enunciado	34	

1. Objetivos

Ejercitar técnicas de diseño, análisis, e implementación de algoritmos recursivos.

2. Introducción

Explicar un poco que es la FT, la DFT y la FFT.

3. Standard de estilo

Adoptamos la convención de estilo de código de Google para C++, salvando las siguientes excepciones:

- Streams: utilizamos flujos de entrada y salida
- Sobrecarga de operadores

https://google-styleguide.googlecode.com/svn/trunk/cppguide.html#Naming

4. Diseño del programa

Para resolver el problema, se optó por un diseño *top-down*, es decir, planteando el algoritmo de alto nivel con un diagrama en bloques. Luego se implementó cada bloque por separado para que cumpla con las necesidades de entrada y salida. Una vez hecho esto, los bloques se interconectan en el programa principal (*main*).

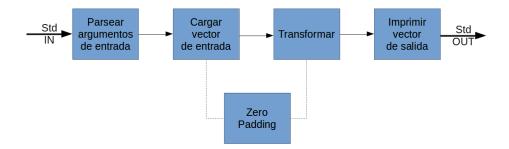


Figura 1: Diagrama en bloques del programa principal.

5. Opciones del programa

El programa se ejecuta en línea de comandos, y las opciones que admite (sin importar el orden de aparición) son las siguientes:

nombre largo (nombre corto): descripción

■ --input (-i):

En esta opción se indica un argumento que debe ser la ruta de un archivo del cual queramos leer o bien la opción por defecto "-" que utiliza el flujo de entrada estándar.

■ --output (-o):

En esta opción se indica un argumento que debe ser la ruta de un archivo en el cual queramos imprimir o bien la opción por defecto "-" que utiliza el flujo de salida estándar.

■ --method (-m):

En esta opción se indica la acción que se debe realizar sobre los datos de la entrada, estos pueden ser:

• Transformada discreta de Fourier (-dft).

- Transformada discreta inversa de Fourier (-idft).
- Transformada rápida de Fourier (-fft).
- Transformada rápida inversa de Fourier (-ifft).

Por defecto el programa se ejecuta con la transformada rápida de fourier.

6. Métodos de la Transformada

como fue implementado dft y fft, funciones genéricas, máscaras, complejidad temporal, espacial, etc.

6.1. FFT

6.1.1. Complejidad Temporal

Para estudiar el costo temporal de esta implementación -T(N)— se analizó cada línea de código de la función $calculate_fft_generic()$.

Al principio, todas las sentencias son de orden constante hasta que aparece el primer ciclo:

```
static Vector < Complex>
   calculate_fft_generic(Vector < Complex > const &x, bool inverse)
2
3
     size_t N;
     N = x. size();
6
     Vector < Complex > X(N);
     // Por defecto se calcula la FFT con estos parámetros:
9
     double factor = 1;
     int W_{phase\_sign} = -1;
11
     // En caso de tener que calcular la inversa,
13
     // modifico el factor de escala y el signo de la fase de W.
14
     if (inverse)
16
       factor = 1.0/N;
17
       W_{phase\_sign} = 1;
18
19
20
     if (N > 1)
21
       // Divido el problema en 2:
23
        / Suponemos que la entrada es par y potencia de 2
       Vector <Complex> p(N/2);
25
       Vector <Complex> q(N/2);
26
       Vector < Complex > P(N/2);
27
       Vector < Complex > Q(N/2);
28
```

Las únicas expresiones que ofrecen cierta duda de que su coste sea constante son las últimas —constructores de N/2 elementos. Sin embargo, al ver la implementación de dicho constructor no quedan dudas, ya que solo consiste en una comparación, una asignación, y una llamada a new:

```
template <typename T>
Vector<T>::Vector(int s)

if (s <= 0)

{
    exit(1);</pre>
```

```
else
8
9
        size_{-} = s;
        ptr_{-} = new T[size_{-}];
12
13
   Continuando con la función calculate_fft_generic():
        for (size_t i = 0; i < N/2; i++)
2
          p[i] = x[2*i];
3
          q[i] = x[2*i+1];
       P = calculate_fft(p);
       Q = calculate_fft(q);
9
        // Combino las soluciones:
        for (size_t k=0; k< N; k++)
          Complex W(\cos(k*(2*PI)/N),
13
                    W_{phase\_sign*sin}(k*(2*PI)/N));
14
          // Para que se repitan los elementos cíclicamente, se utiliza la función
             módulo
          size_t k2 = k \% (N/2);
17
          X[k] = factor * (P[k2] + W*Q[k2]);
18
19
20
21
     else
22
       X = x;
23
     return X;
26
```

Se tiene un ciclo de N/2 iteraciones cuyas operaciones en cada caso son de orden constante, con lo cual el orden de este ciclo es $\mathcal{O}(N/2)$.

A continuación encontramos las llamadas recursivas. Dado que el tamaño de la entrada se reduce a la mitad, tenemos 2 llamadas de coste T(N/2).

Finalmente, se tiene un ciclo de N iteraciones cuyas operaciones en cada caso son de orden constante, produciendo un coste de $\mathcal{O}(N)$. De esta forma, agrupando estos resultados parciales, se puede escribir la ecuación de recurrencia para este algoritmo:

$$T(N) = \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(N/2) + 2T(N/2) + \mathcal{O}(N)$$

 $T(N) = 1 + N + 2T(N/2)$

$$T(N) = 2T(N/2) + N$$

Como se puede ver, es posible aplicar el teorema maestro, definiendo:

$$a = 2 \ge 1$$
$$b = 2 > 1$$
$$f(N) = N$$

Utilizando el segundo caso del teorema:

$$\exists k \ge 0 \quad / \quad N \in \Theta(N^{\log_b(a)} \log^k(N))$$
$$\Rightarrow T(N) \in \Theta(N^{\log_b(a)} \log^{k+1}(N))$$

Es fácil ver que con k=0 dicha condición se cumple, por lo tanto el resultado final es:

$$T(N) \epsilon \Theta(N \log N)$$

Este resultado es coherente, ya que el algoritmo utiliza la técnica de "divide y vencerász la recurrencia es análoga al caso del conocido *MergeSort*.

6.2. DFT

6.2.1. Complejidad Temporal

Para estudiar el costo temporal de esta implementación -T(N)— se analizó cada línea de código de la función $calculate_dft_generic()$.

Al principio, todas las sentencias son de orden constante hasta que aparece el primer ciclo de N iteraciones. Dentro de este hay otro cilco de N iteraciones y 2 sentencias de orden constante, mientras que en el ciclo anidado hay una llamada a una funcion recursiva $(pow_Complex)$:

```
static Vector < Complex>
   calculate_dft_generic (Vector < Complex > const &x, bool inverse)
3
     Complex aux;
     size_t N;
6
     N = x \cdot size();
     // Por defecto se calcula la DFT con estos parámetros:
9
     double factor = 1;
10
     int W_{phase\_sign} = -1;
12
     // En caso de tener que calcular la inversa,
       / modifico el factor de escala y el signo de la fase de W.
14
     if (inverse)
16
       factor = 1.0/N;
17
       W_{phase\_sign} = 1;
18
19
     Vector < Complex > X(N);
21
22
     Complex W(\cos((2*PI)/N),
23
                 W_{phase_sign} * sin((2*PI)/N));
24
25
     for (size_t k=0; k< N; k++) {
26
       for (size_t n=0; n \le N; n++)
          aux += x[n] * pow_complex(W, n*k);
29
       X[k] = factor * aux;
30
       aux = 0;
31
32
     return X;
33
34
```

Analizamos el coste temporal $-T_p(p)$ — de la función $(pow_Complex)$:

```
Complex
   pow_complex (Complex const &z, size_t p)
2
3
     if (!p) return 1;
     if(p == 1){
       return z;
     else{
       Complex aux = pow_complex(z, p/2);
10
       if (!(p %2))
11
            return aux * aux;
          else
13
            return aux * aux * z;
14
16
```

Se observa que todas las operaciones son de orden constante $\mathcal{O}(1)$ y a continuación se tiene una llamada recursiva. Dado que el tamaño del problema se reduce a la mitad, tenemos 1 llamada de coste $T_p(p/2)$ Agrupando estos resultados, se puede escribir la ecuación de recurrencia para este algoritmo:

$$T_p(p) = \mathcal{O}(1) + T_p(p/2)$$

$$T_p(p) = T_p(p/2) + 1$$

Como se puede ver, es posible aplicar el teorema maestro, definiendo:

$$a = 1 \ge 1$$
$$b = 2 > 1$$
$$f(p) = 1$$

Utilizando el segundo caso del teorema:

$$\exists k \ge 0 \quad / \quad f(p) \ \epsilon \ \Theta(p^{\log_b(a)} \log^k(p))$$
$$\Rightarrow T_p(p) \ \epsilon \ \Theta(p^{\log_b(a)} \log^{k+1}(p))$$

Es fácil ver que con k=0 dicha condición se cumple, por lo tanto el resultado final es:

$$T_p(p) \in \Theta(\log p)$$

Una vez sabido el coste temporal de este algoritmo podemos calcular el de la función principal. Como se había planteado anteriormente, consta de 2 ciclos anidados de N iteraciones. El coste del segundo ciclo está dado por:

$$T(N) = (\mathcal{O}(1) + \Theta(\log N)) * N$$
$$\Rightarrow T(N) \epsilon \Theta(N \log N)$$

Entonces el coste total del primer ciclo es:

$$T(N) = (\mathcal{O}(1) + \Theta(N \log N)) * N$$
$$\Rightarrow T(N) \epsilon \Theta(N^2 \log N)$$

Juntando todos los resultados parciales tenemos que el coste total del algoritmo es:

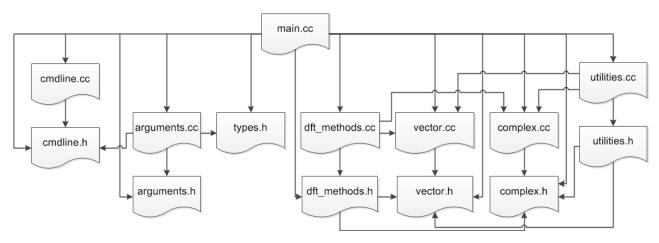
$$T(N) = \mathcal{O}(1) + \Theta(N^2 \log N)$$

$$\Rightarrow T(N) \epsilon \Theta(N^2 \log N)$$

En conclusión se puede ver que si la función $pow_Complex()$ fuera reemplazada por una expresión de orden constante (como por ejemplo la creación del número complejo W directamente en cada iteración, como se hizo en la implementación de la FFT), entonces se perdería la componente logarítmica de la complejidad, quedando el resultado final:

$$T(N) \in \Theta(N^2)$$

7. Estructura de archivos



8. Compilación

Como se compila

9. Casos de prueba

Se realizó un script para la ejecución de todos los casos de prueba.

```
#!/bin/bash
  # Script de tests automáticos para tp1.
  echo Casos de prueba según la especifiación del TP
  echo
  echo Caso 1
  echo "$ cat entrada.txt"
   cat entrada.txt
  echo "$ ./tp1 < entrada.txt"
   ./tp1 < entrada.txt
  echo "$ ./tp1 -m fft < entrada.txt"
  ./tp1 -m fft < entrada.txt
  echo "$ ./tp1 -m dft < entrada.txt"
  ./tp1 -m dft < entrada.txt
  echo
16
17
  echo Caso 2
18
  echo "$ cat entrada2.txt"
  cat entrada2.txt
  echo "$ ./tp1 < entrada2.txt"
  ./tp1 < entrada2.txt
```

```
^{23} echo "$ ./tp1 -m fft < entrada2.txt"
  ./tp1 -m fft < entrada2.txt
  echo "$ ./tp1 -m dft < entrada2.txt"
  ./tp1 -m dft < entrada2.txt
  echo
  echo Caso 4
29
  echo "$ cat entrada4.txt"
  cat entrada4.txt
  echo "$ ./tp1 -m ifft < entrada4.txt"
  ./tp1 -m ifft < entrada4.txt
33
echo "$ ./tp1 -m idft -o salida4.txt < entrada4.txt"
  ./tp1 -m idft -o salida4.txt < entrada4.txt
 echo "$ cat salida4.txt"
37 cat salida4.txt
38 echo
```

9.1. Caso 1

```
Caso 1
$ cat entrada.txt
1 1 1 1
$ ./tp1 < entrada.txt</pre>
(4, 0)
(-1.22461e-16, -1.22461e-16)
(0, -2.44921e-16)
(1.22461e-16, -1.22461e-16)
$ ./tp1 -m fft < entrada.txt
(4, 0)
(-1.22461e-16, -1.22461e-16)
(0, -2.44921e-16)
(1.22461e-16, -1.22461e-16)
$ ./tp1 -m dft < entrada.txt
(4, 0)
(-1.83691e-16, -2.22045e-16)
(0, -2.44921e-16)
(3.29028e-16, -3.33067e-16)
```

9.2. Caso 2

```
Caso 2
$ cat entrada2.txt
100000000
$ ./tp1 < entrada2.txt</pre>
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
$ ./tp1 -m fft < entrada2.txt
(1, 0)</pre>
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
$ ./tp1 -m dft < entrada2.txt</pre>
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
(1, 0)
```

9.3. Caso 3

9.4. Caso 4

```
Caso 4
$ cat entrada4.txt
0 0 4 0
$ ./tp1 -m ifft < entrada4.txt
(1, 0)
(-1, -1.22461e-16)
(1, 0)
(-1, -1.22461e-16)
$ ./tp1 -m idft -o salida4.txt < entrada4.txt
$ cat salida4.txt
(1, 0)
(-1, 1.22461e-16)
(-1, 3.67382e-16)
```

10. Código

10.1. Programa principal

10.1.1. main.cc

```
// Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
  // Algoritmos y Programación II
  // 1er Cuatrimestre de 2015
  // Trabajo Práctico 1: Recursividad
  // Cálculo de DFT
  // main.cc
   // Archivo principal donde se ejecuta el main.
  #include <iostream>
12
  #include <cstdlib>
  #include <sstream>
  #include "cmdline.h"
  #include "arguments.h"
  #include "complex.h"
  #include "vector.h"
19
   // En definitiva lo que calculamos en todos los casos es la DFT
  // (incluso en el caso de la fft, es un algorítmo para calcular la DFT)
  #include "dft_methods.h"
  #include "utilities.h"
  #include "types.h"
   using namespace std;
26
27
28
   // Coleccion de funciones para transformar con los distintos métodos
   Vector < Complex > (*transform[]) (Vector < Complex > const &) = {
30
31
       calculate_dft,
32
             calculate_idft,
       calculate_fft,
34
             calculate_ifft
35
       calculate_fft_iter,
36
       calculate_ifft_iter
37
38
39
   extern option_t options[];
41
   extern istream *iss;
42
   extern ostream *oss;
43
   extern method_option_t method_option;
44
45
   int main(int argc, char *argv[])
46
47
     Complex input_complex;
     Vector < Complex > input;
49
     Vector < Complex > output;
50
```

```
// Parsear argumentos de invocacion
52
     cmdline cmdl(options);
     cmdl.parse(argc, argv);
54
55
     // Mientras haya complejos a la entrada
56
     // Cargar vector de entrada
57
     while (*iss >> input_complex)
       input.push_back(input_complex);
60
61
62
     // Si el tamaño de la entrada no es potencia de 2 se completa con ceros
63
     //hasta llevarla a la potencia de 2 más cercana (Zero-Padding)
64
     set_up_input(input);
65
     // Transformar
     output = (transform[method_option])(input);
68
69
     // Imprimir por la salida estándar
     for (int i=0; i<output.size(); i++)
71
       *oss << output[i] << endl;
     return EXIT_SUCCESS;
77
78
  }
79
  10.2.
          Parseo de opciones del programa
  10.2.1. types.h
   // Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
  // Algoritmos y Programación II
  // 1° Cuatrimestre de 2015
  // Trabajo Práctico 1: Recursividad
  // Cálculo de DFT
  // types.h
  // Tipos definidos para el proposito de la aplicacion
      - Opciones posibles de métodos de transformada.
11
  #ifndef _TYPES_H_INCLUDED_
  #define _TYPES_H_INCLUDED_
  #include <iostream>
   typedef enum{
18
19
       METHOD_OPTION_DFT = 0.
20
       METHOD\_OPTION\_IDFT = 1,
21
       METHOD\_OPTION\_FFT = 2,
       METHOD\_OPTION\_IFFT = 3,
23
```

```
METHOD\_OPTION\_FFT\_ITER = 4,
       METHOD_OPTION_IFFT_ITER = 5
25
26
   } method_option_t;
  #endif
  10.2.2.
          cmdline.h
  #ifndef _CMDLINE_H_INCLUDED_
  #define _CMDLINE_H_INCLUDED_
  #include <string>
  #include <iostream>
  #define OPT_DEFAULT
  #define OPT_SEEN
  #define OPT_MANDATORY 2
   struct option_t {
11
           int has_arg;
           const char *short_name;
           const char *long_name;
           const char *def_value;
           void (*parse) (std::string const &); // Puntero a funcin de opciones
16
           int flags;
17
   };
18
19
   class cmdline {
20
           // Este atributo apunta a la tabla que describe todas
           // las opciones a procesar. Por el momento, slo puede
           // ser modificado mediante contructor, y debe finalizar
23
           // con un elemento nulo.
25
           option_t *option_table;
26
           // El constructor por defecto cmdline::cmdline(), es
28
           // privado, para evitar construir "parsers" (analizador
29
           // sintctico, recibe una palabra y lo interpreta en
           // una accin dependiendo su significado para el programa)
           // sin opciones. Es decir, objetos de esta clase sin opciones.
32
33
           cmdline();
35
           int do_long_opt(const char *, const char *);
36
           int do_short_opt(const char *, const char *);
   public:
           cmdline(option_t *);
39
           void parse(int, char * const []);
40
   };
41
43 #endif
  10.2.3. cmdline.cc
  // cmdline - procesamiento de opciones en la lnea de comando.
```

```
// $Date: 2012/09/14 13:08:33 $
4
  #include <string>
  #include <cstdlib>
  #include <iostream>
  #include "cmdline.h"
9
10
   using namespace std;
11
13
14
   cmdline :: cmdline ()
16
   cmdline::cmdline(option_t *table) : option_table(table)
19
20
21
           - Lo mismo que hacer:
23
           option_table = table;
           Siendo "option_table" un atributo de la clase cmdline
           y table un puntero a objeto o struct de "option_t".
28
           Se estara contruyendo una instancia de la clase cmdline
29
           cargandole los datos que se hayan en table (la table con
           las opciones, ver el cdigo en main.cc)
31
32
           */
35
36
   cmdline::parse(int argc, char * const argv[])
37
  #define END_OF_OPTIONS(p)
39
           ((p)-short_name = 0
40
           && (p)->long_name == 0
           && (p)->parse == 0)
42
43
           // Primer pasada por la secuencia de opciones: marcamos
44
           // todas las opciones, como no procesadas. Ver cdigo de
45
           // abajo.
47
           for (option_t *op = option_table; !END_OF_OPTIONS(op); ++op)
                   op—>flags &= ~OPT_SEEN;
50
           // Recorremos el arreglo argv. En cada paso, vemos
51
           // si se trata de una opcin corta, o larga. Luego,
52
           // llamamos a la funcin de parseo correspondiente.
           for (int i = 1; i < argc; ++i) {
                   // Todos los parmetros de este programa deben
                   // pasarse en forma de opciones. Encontrar un
                    // parmetro no-opcin es un error.
58
```

```
//
if (argv[i][0] != '-') {
60
                              cerr << "Invalid non-option argument: "</pre>
61
                                   << argv[i]
62
                                   \ll endl;
                              exit (1);
                     }
                       Usamos "--" para marcar el fin de las
                     // opciones; todo los argumentos que puedan
68
                     // estar a continuacin no son interpretados
69
                       como opciones.
70
                     if (argv[i][1] == '-'
                         && argv[i][2] == 0)
                              break;
                     // Finalmente, vemos si se trata o no de una
76
                        opcin larga; y llamamos al mtodo que se
                        encarga de cada caso.
                     if (argv[i][1] == '-')
                              i \leftarrow do_long_opt(\&argv[i][2], argv[i+1]);
                     else
                              i \leftarrow do\_short\_opt(\&argv[i][1], argv[i+1]);
83
84
85
            // Segunda pasada: procesamos aquellas opciones que,
            // (1) no hayan figurado explcitamente en la lnea
            // de comandos, y (2) tengan valor por defecto.
88
89
            for (option_t *op = option_table; !END_OF_OPTIONS(op); ++op) {
   #define OPTION_NAME(op)
91
            (op->short_name ? op->short_name : op->long_name)
92
                     if (op->flags & OPT_SEEN)
93
                              continue;
                     if (op->flags & OPTMANDATORY) {
95
                              cerr << "Option"
                                   << "-"<sup>*</sup>
                                   < OPTION_NAME(op)
98
                                   << " is mandatory."</pre>
99
                                   << "\n";
                              exit (1);
                     if (op \rightarrow def_value = 0)
                              continue:
104
                     op->parse(string(op->def_value));
107
108
   cmdline::do_long_opt(const_char *opt, const_char *arg)
110
            // Recorremos la tabla de opciones, y buscamos la
112
            // entrada larga que se corresponda con la opcin de
113
            // lnea de comandos. De no encontrarse, indicamos el
```

```
// error.
            for (option_t *op = option_table; op->long_name != 0; ++op) {
117
                     if (string(opt) = string(op->long_name)) {
118
                              // Marcamos esta opcin como usada en
                              // forma explcita, para evitar tener
120
                              // que inicializarla con el valor por
                              // defecto.
                              op \rightarrow flags = OPT\_SEEN;
125
                              if (op->has_arg) {
126
                                       // Como se trada de una opcin
127
                                       // con argumento, verificamos que
128
                                       // el mismo haya sido provisto.
129
                                       if (arg = 0) {
                                                cerr << "Option requires argument: "
                                                     << "--"
                                                     << opt
                                                     << "\n";
135
                                                exit (1);
136
137
                                       op->parse(string(arg));
                                       return 1;
139
                              } else {
140
                                       // Opcin sin argumento.
141
                                       op->parse(string(""));
143
                                       return 0;
144
                              }
145
                     }
147
148
               Error: opcin no reconocida. Imprimimos un mensaje
149
               de error, y finalizamos la ejecucin del programa.
            cerr << "Unknown option: "</pre>
                 << "--"
154
                 << opt
                 << "."
                 << endl;
156
            exit(1);
157
158
            // Algunos compiladores se quejan con funciones que
            // lgicamente no pueden terminar, y que no devuelven
160
            // un valor en esta ltima parte.
            return -1;
164
166
   cmdline::do_short_opt(const char *opt, const char *arg)
167
168
            option_t *op;
```

1 // -

```
// Recorremos la tabla de opciones, y buscamos la
            // entrada corta que se corresponda con la opcin de
            // lnea de comandos. De no encontrarse, indicamos el
173
            // error.
            for (op = option\_table; op \rightarrow short\_name != 0; ++op)
                      if (string(opt) = string(op->short_name)) {
                               // Marcamos esta opcin como usada en
                              // forma explcita, para evitar tener
179
                               // que inicializarla con el valor por
180
                               // defecto.
181
182
                              op \rightarrow flags = OPT\_SEEN;
184
                               if (op \rightarrow has_arg) {
185
                                        // Como se trata de una opcin
                                        // con argumento, verificamos que
187
                                        // el mismo haya sido provisto.
188
189
                                        if (arg = 0) {
                                                 cerr << "Option requires argument: "</pre>
191
                                                      << "-"
                                                      << opt
                                                      << "\n";
                                                 exit (1);
195
196
                                       op->parse(string(arg));
                                        return 1;
                               } else {
199
                                        // Opcin sin argumento.
200
201
                                       op->parse(string(""));
                                       return 0;
203
204
205
207
               Error: opcin no reconocida. Imprimimos un mensaje
208
            // de error, y finalizamos la ejecucin del programa.
210
            cerr << "Unknown option: "</pre>
211
                 << "-"
212
                  << opt
213
                  << "."
                  \ll endl:
215
            exit(1);
            // Algunos compiladores se quejan con funciones que
218
            // lgicamente no pueden terminar, y que no devuelven
219
            // un valor en esta ltima parte.
            return -1;
222
223
   10.2.4. arguments.h
```

```
// Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
  // Algoritmos y Programación II
  // 1er Cuatrimestre de 2015
  // Trabajo Práctico 1: Recursividad
  // Cálculo de DFT
  // arguments.h
  // Funciones a llamar para cada opcion posible de la aplicacion
   // Nombres de los argumentos de la opcion "--format"
11
  #ifndef _ARGUMENTS_H_INCLUDED_
  #define _ARGUMENTS_H_INCLUDED_
  #include <iostream>
16
  #define METHOD_OPTIONS 6
  #define METHOD_DFT "dft"
  #define METHOD_IDFT "idft"
  #define METHODFFT "fft"
  #define METHOD_IFFT "ifft"
  #define METHOD_FFT_ITER "fft-iter"
  #define METHOD_IFFT_ITER "ifft-iter"
   void opt_input(std::string const &);
26
   void opt_output(std::string const &);
27
   void opt_method(std::string const &);
28
30 #endif
  10.2.5. arguments.cc
  // Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
  // Algoritmos y Programación II
  // 1er Cuatrimestre de 2015
  // Trabajo Práctico 1: Recursividad
  // Cálculo de DFT
  // arguments.cc
  // Funciones a llamar para cada opción posible de la aplicación
  #include <iostream>
12
  #include <fstream>
  #include <sstream>
  #include <cstdlib>
  #include <cstring>
16
  #include "arguments.h"
  #include "cmdline.h"
19
  #include "types.h"
20
21
   using namespace std;
22
23
  // Opciones de argumentos de invocacion
```

```
27
28
29
           {0,},
  };
31
32
  // Nombres de los argumentos de la opcion "--method"
   string description_method_option[] = {
34
35
      METHOD DFT,
36
      METHOD LIDFT,
37
      METHOD_FFT,
      METHOD_IFFT.
39
      METHOD_FFT_ITER.
40
      METHOD_IFFT_ITER
41
   };
42
43
  istream *iss;
44
  ostream *oss;
  fstream ifs;
46
   fstream ofs;
47
  method_option_t method_option;
48
49
50
  opt_input(string const &arg)
51
52
           // Si el nombre del archivos es "-", usaremos la entrada
53
           // estándar. De lo contrario, abrimos un archivo en modo
54
           // de lectura.
55
           if (arg == "-") {
                                            // Establezco la entrada estandar cin
                   iss = \&cin;
                      como flujo de entrada
59
           else {
                   ifs.open(arg.c_str(), ios::in); // c_str(): Returns a pointer to
61
                       an array that contains a null-terminated
                                                                                         sequenc
                                                                                         o f
                                                                                         charact
                                                                                         0
                                                                                         a
                                                                                        \mathbf{C}
```

string

represe

current

value

οf

the

string

object

the

```
63
                     iss = \&ifs;
66
               Verificamos que el stream este OK.
67
68
            if (!iss->good()) {
                     cerr << "Cannot open "
70
                          << arg
                          << "."
                          << endl;
                     exit (1);
74
75
76
   void
78
   opt_output (string const &arg)
79
            // Si el nombre del archivos es "-", usaremos la salida
81
            // estándar. De lo contrario, abrimos un archivo en modo // de escritura.
82
83
            if (arg == "-") {
                                       // Establezco la salida estandar cout como flujo
                     oss = \&cout;
86
                         de salida
            } else {
                     ofs.open(arg.c_str(), ios::out);
88
                     oss = \&ofs;
89
90
               Verificamos que el stream este OK.
92
93
            if (!oss->good()) {
                    cerr << "Cannot open "
                          << arg
96
```

```
<< "."
                          << endl;
98
                     exit(1);
                                               // EXIT: Terminación del programa en su
99
                        totalidad
101
102
   void
   opt_method(string const &arg)
104
105
     size_t i;
106
     // Recorremos diccionario de argumentos hasta encontrar uno que coincida
107
     for (i=0; i < METHOD\_OPTIONS; i++) {
        if (arg == description_method_option[i]) {
          method_option = (method_option_t)i; // Casteo
          break;
112
     // Si recorrio todo el diccionario, el argumento no esta implementado
     if (i = METHOD_OPTIONS) {
        cerr << "Unknown format" << endl;</pre>
116
        exit(1);
117
118
119
           Clase Vector
   10.3.
   10.3.1. vector.h
   // Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
   // Algoritmos y Programación II
   // 1° Cuatrimestre de 2015
   // Trabajo Práctico 1: Recursividad
   // Cálculo de DFT
 6
   // vector.h
   // Interface de la clase Vector
 9
11
   #ifndef _VECTOR_H_
13
   #define _VECTOR_H_
   #include <iostream>
16
   #include <cstdlib>
17
   using namespace std;
20
   template <typename T>
21
   class Vector
22
23
     public:
24
        Vector();
25
        Vector (int);
26
        Vector (const Vector <T> &);
27
        ~ Vector ();
28
```

```
int size() const;
30
       const Vector <T > & operator = (const Vector <T > &); // operador asignacion
31
       const T &operator[](int) const;
32
       T & operator [] (int);
33
34
       void push_back(const T &); // Alta al final
35
       void pop_back(); // Baja al final
38
     private:
39
       int size_;
40
       T * ptr_{-};
41
   };
42
43
   // Se incluye el .cc que contiene la implementación para que pueda
   // compilar bien y se mantenga la separación de interface—implementación
   // en 2 archivos distintos. Esto se debe al uso de plantillas.
  #include "vector.cc"
  #endif // _VECTOR_H_
   10.3.2. vector.cc
   // Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
   // Algoritmos y Programación II
   // 1° Cuatrimestre de 2015
   // Trabajo Práctico 1: Recursividad
5
   // Cálculo de DFT
     vector.cc
      Implementación de la clase Vector
9
10
11
   //#include "vector.h"
13
   // Constructor por defecto
   template <typename T>
   Vector < T > :: Vector ()
16
17
     ptr_{-} = NULL;
18
     size_{-} = 0;
19
20
21
   // Constructor con argumento
   template <typename T>
   Vector < T > :: Vector (int s)
24
25
     if (s \ll 0)
27
       exit(1);
28
29
     else
30
31
       size_{-} = s;
32
       ptr_{-} = new T[size_{-}];
33
```

```
35
36
   // Constructor por copia
37
   template < class T>
   Vector<T>::Vector(const Vector<T> &v)
39
40
     size_{-} = v.size_{-};
41
     ptr_{-} = new T[size_{-}];
     for (int i=0; i < size_-; i++)
43
        ptr_{-}[i] = v.ptr_{-}[i];
44
45
46
47
   template <typename T>
48
   Vector <T>::~ Vector ()
49
50
     if (ptr_)
51
        delete [] ptr_;
53
54
   template <typename T>
56
   Vector < T > :: size() const
58
59
     return size_;
60
61
   }
62
63
   // Operador asignacion
   template <typename T>
   const Vector<T> &
66
   Vector<T>::operator=(const Vector<T> &rigth)
67
68
     if (this != &rigth)
70
        if (size_!= rigth.size_)
71
          T *aux;
73
          aux = new T[rigth.size_];
74
          delete [] ptr_; // si llegó acá es que obtuvo el espacio; libera el
75
              anterior espacio
76
          size_{-} = rigth.size_{-};
77
          ptr_{-} = aux;
          for (int i=0; i < size_-; i++)
            ptr_{-}[i] = rigth.ptr_{-}[i];
80
81
          return *this;
82
        else
84
85
          for (int i=0; i < size_-; i++)
86
            ptr_{-}[i] = rigth.ptr_{-}[i];
88
```

```
return *this;
90
91
      return *this;
92
93
94
95
      Operador Sub-índice que devuelve rvalue constante
    // En caso de pasar un sub-índice fuera de rango el programa finaliza con error
    template <typename T>
98
   const T &
99
    Vector <T>:: operator [] (int i) const
100
      if (i < 0 \mid \mid i >= size_{-})
        exit (1);
      return ptr_[i];
105
106
107
   // Operador Sub-índice que devuelve lvalue modificable
   // En caso de pasar un sub-índice fuera de rango el programa finaliza con error
109
   template <typename T>
   T &
    Vector<T>::operator[](int i)
113
      if (i < 0 \mid | i >= size_{-})
114
        exit (1);
115
      return ptr_[i];
117
   }
118
119
    // Alta al final
   template <typename T>
    Vector <T>::push_back (const T & data)
     T *aux;
127
      aux = new T[size_+ 1];
128
      for (int i=0; i < size_-; i++)
        aux[i] = ptr_{-}[i];
130
      aux[size_-] = data;
131
132
      delete [] ptr_;
133
      ptr_{-} = aux;
      size_++;
136
137
138
   // Baja al final
140
   template <typename T>
141
   void
142
    Vector < T > :: pop_back()
144
```

```
T *aux;
145
     aux = new T[size_- - 1];
146
     for (int i=0; i<(size_--1); i++)
147
       aux[i] = ptr_{-}[i];
148
     delete [] ptr_;
     ptr_{-} = aux;
151
     size_---;
           Clase Complejo
   10.4.
   10.4.1.
           complex.h
   #ifndef _COMPLEX_H_INCLUDED_
   #define _COMPLEX_H_INCLUDED_
   #include <iostream>
   class Complex
 6
     public:
 8
        Complex();
9
        Complex (double);
        Complex (double, double);
11
        Complex (const Complex &);
12
        Complex const & operator = (Complex const &);
13
        Complex const & operator *= (Complex const &);
        Complex const & operator += (Complex const &);
        Complex const & operator -= (Complex const &);
        Complex();
17
18
        double real() const;
19
        double imag() const;
20
        double abs() const:
        double abs2() const;
        double phase() const;
        Complex const &conjugate();
24
        Complex const conjugated () const;
25
        bool iszero() const;
26
27
        friend Complex const operator+(Complex const &, Complex const &);
28
        friend Complex const operator - (Complex const &, Complex const &);
29
        friend Complex const operator * (Complex const &, Complex const &);
        friend Complex const operator/(Complex const &, Complex const &);
        friend Complex const operator / (Complex const &, double);
32
33
        friend bool operator==(Complex const &, double);
        friend bool operator == (Complex const &, Complex const &);
35
36
        friend std::ostream & operator <<(std::ostream &, const Complex &);
        friend std::istream & operator >> (std::istream &, Complex &);
39
     private:
40
       double real_, imag_;
41
   }; // class Complex
42
43
```

53

```
44 #endif // _COMPLEX_H_INCLUDED_
   10.4.2. complex.cc
  #include <iostream>
  #include <cmath>
  #include "complex.h"
   using namespace std;
9
   Complex :: Complex () : real_(0), imag_(0)
11
12
13
   Complex::Complex(double r) : real_(r), imag_(0)
14
15
16
17
   Complex::Complex(double r, double i) : real_(r), imag_(i)
18
19
20
21
   Complex::Complex(Complex const &c): real_(c.real_), imag_(c.imag_)
22
23
24
25
   Complex const &
26
   Complex::operator=(Complex const &c)
28
            real_{-} = c.real_{-};
29
            imag_{-} = c.imag_{-};
            return *this;
31
32
33
   Complex const &
34
   Complex::operator*=(Complex const &c)
35
36
            double re = real_ * c.real_
37
                      -imag_* * c.imag_;
            double im = real_ * c.imag_
                      + imag_* * c.real_;
40
            real_{-} = re, imag_{-} = im;
41
            return *this;
43
44
   Complex const &
45
   Complex::operator+=(Complex const &c)
46
47
            double re = real_ + c.real_;
48
            double im = imag_+ + c.imag_-;
49
            real_{-} = re, imag_{-} = im;
            return *this;
51
52
```

```
Complex const &
   Complex::operator -= (Complex const &c)
55
56
             double re = real_ - c.real_;
57
             double im = imag_- - c.imag_-;
             real_{-} = re, imag_{-} = im;
59
             return *this;
60
61
   Complex: ~ Complex()
63
64
65
   double
67
   Complex::real() const
68
69
             return real_;
70
71
72
   double Complex::imag() const
74
             return imag_;
75
76
   double
78
   Complex::abs() const
79
80
             return std::sqrt(real_ * real_ + imag_ * imag_);
82
83
   double
   Complex::abs2() const
86
             return real_ * real_ + imag_ * imag_;
87
88
   double
90
   Complex::phase() const
91
      return atan2(imag_, real_);
93
94
95
   Complex const &
96
   Complex::conjugate()
97
98
            imag_* = -1;
99
             return *this;
101
102
   Complex const
103
   Complex::conjugated() const
105
             return Complex(real_, -imag_);
106
107
   bool
109
```

```
Complex::iszero() const
   #define ZERO(x) ((x) = +0.0 \&\& (x) = -0.0)
            return ZERO(real_) && ZERO(imag_) ? true : false;
113
   Complex const
   operator+(Complex const &x, Complex const &y)
117
118
            Complex z(x.real_+ y.real_-, x.imag_+ y.imag_-);
119
            return z;
120
121
   Complex const
   operator - (Complex const &x, Complex const &y)
            Complex r(x.real_ - y.real_, x.imag_ - y.imag_);
126
            return r;
128
   Complex const
130
   operator * (Complex const &x, Complex const &y)
131
            Complex r(x.real_* * y.real_ - x.imag_* * y.imag_*)
                       x.real_* * y.imag_+ x.imag_* * y.real_);
134
            return r;
135
136
137
   Complex const
138
   operator / (Complex const &x, Complex const &y)
139
140
            return x * y.conjugated() / y.abs2();
142
143
   Complex const
144
   operator/(Complex const &c, double f)
145
146
            return Complex(c.real_ / f, c.imag_ / f);
147
149
   bool
   operator == (Complex const &c, double f)
151
152
            bool b = (c.imag_! = 0 \mid | c.real_! = f)? false : true;
153
            return b;
154
   bool
   operator == (Complex const &x, Complex const &y)
158
159
            bool b = (x.real_ != y.real_ || x.imag_ != y.imag_) ? false : true;
            return b;
161
   ostream &
   operator << (ostream &os, const Complex &c)
```

```
return os << "("
167
                        << c.real_
168
                        << ", "
169
                        << c.imag_
                        << ")";
   istream &
174
   operator >> (istream &is, Complex &c)
175
176
             int good = false;
177
             int bad = false;
178
             double re = 0;
179
             double im = 0;
180
             char ch = 0;
182
             if (is \gg ch)
183
                 && ch = '(') {
184
                      if (is >> re
                          && is >> ch
186
                          && ch == ','
                          && is >> im
                          && is >> ch
                          && ch == ')')
190
                               good = true;
191
                      else
                               bad = true;
             } else if (is.good()) {
194
                      is.putback(ch);
195
                      if (is >> re)
                               good = true;
                      else
198
                               bad = true;
199
             }
             if (good)
202
                      c.real_{-} = re, c.imag_{-} = im;
             if (bad)
                      is.clear(ios::badbit);
205
206
             return is;
207
208
           Funciones utilitarias
   10.5.
```

10.5.1. utilities.h

```
// Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
// Algoritmos y Programación II
// 1° Cuatrimestre de 2015
// Trabajo Práctico 1: Recursividad
// Cálculo de DFT
//
// Utilities.h
// Funciones utilitarias para el propósito de la aplicación
```

```
#ifndef _UTILITIES_H_INCLUDED_
12
  #define _UTILITIES_H_INCLUDED_
  #include <iostream>
  #include "complex.h"
  #include "vector.h"
18
19
   void set_up_input (Vector<Complex> &);
20
   Complex pow_complex(Complex const &, size_t);
   size_t my_pow(size_t const &, size_t);
23
  #endif
  10.5.2.
          utilities.cc
  // Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
  // Algoritmos y Programación II
  // 1° Cuatrimestre de 2015
  // Trabajo Práctico 1: Recursividad
  // Cálculo de DFT
6
  // utilities.cc
   // Funciones utilitarias para el propósito de la aplicación
10
  #include <iostream>
  #include <fstream>
  #include <sstream>
  #include <cmath>
  #include "utilities.h"
17
  #include "complex.h"
18
19
   using namespace std;
20
21
22
23
   set_up_input (Vector < Complex > & input)
25
26
     size_t = input.size();
27
     if (\log 2(n) - (int) \log 2(n)) {
29
       size_t = (int) log 2(n) + 1;
30
       size_t = my_pow(2, 1) - input.size();
31
       for(size_t = 0; i < last; i++) {
         input.push_back(0);
33
34
35
     return;
   }
37
  Complex
```

```
pow_complex (Complex const &z, size_t p)
41
     if (!p) return 1;
42
43
     if(p == 1){
       return z;
45
46
     else{
       Complex aux = pow_complex(z, p/2);
        if (!(p%2))
49
            return aux * aux;
50
          else
51
52
            return aux * aux * z;
54
   size_t
56
   my_pow(size_t const &n, size_t p)
57
58
     if (!p) return 1;
59
60
     if(p == 1){
61
       return n;
62
63
64
     else{
        size_t = ux = my_pow(n, p/2);
65
        if (!(p %2))
66
67
            return aux * aux;
          else
68
            return aux * aux * n;
69
70
```

10.6. Métodos para Transformar

10.6.1. dft_methods.h

```
// Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
  // Algoritmos y Programación II
  // 1° Cuatrimestre de 2015
  // Trabajo Práctico 1: Recursividad
  // Cálculo de DFT
6
   // dft_methods.h
     Interfaces de los distintos métodos de la transformada.
9
  #ifndef _DFT_METHODS_H_
  #define _DFT_METHODS_H_
13
  #include <iostream>
15
  #include "complex.h"
17
  #include "vector.h"
 #define PI 3.14159265358979323846264338327950
```

```
Vector < Complex > calculate_dft (Vector < Complex > const &);
22
   Vector < Complex > calculate_idft (Vector < Complex > const &);
   Vector < Complex > calculate_fft (Vector < Complex > const &);
24
   Vector Complex calculate_ifft (Vector Complex const &);
25
26
   Vector < Complex > calculate_fft_iter (Vector < Complex > const &);
   Vector < Complex > calculate_ifft_iter (Vector < Complex > const &);
  #endif
   10.6.2.
          dft_methods.cc
   // Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
   // Algoritmos y Programación II
  // 1° Cuatrimestre de 2015
   // Trabajo Práctico 1: Recursividad
   // Cálculo de DFT
   // dft_methods.cc
8
   // Implementación de los distintos métodos de la transformada.
9
11
  #include <iostream>
  #include <cmath>
  #include "dft_methods.h"
15
  #include "complex.h"
  #include "vector.h"
  #include "utilities.h"
19
   using namespace std;
20
         ---- DFT --
22
   // Función genérica para calcular DFT o IDFT
23
   // Oculta al cliente.
24
   // Si el flag "inverse" es "true", se calcula la inversa (IDFT)
   // Caso contrario , la DFT
   // Algoritmo iterativo para calcular la DFT
   // Versión que utiliza función "pow" en cada iteración
   static Vector<Complex>
   calculate_dft_generic(Vector < Complex > const &x, bool inverse)
30
31
     Complex aux;
32
     size_t N;
34
     N = x \cdot size();
35
36
     // Por defecto se calcula la DFT con estos parámetros:
     double factor = 1;
38
     int W_{phase\_sign} = -1;
39
40
     // En caso de tener que calcular la inversa,
41
     // modifico el factor de escala y el signo de la fase de W.
42
     if (inverse)
43
44
```

```
factor = 1.0/N;
       W_{phase\_sign} = 1;
46
47
48
     Vector < Complex > X(N);
49
50
     Complex W(\cos((2*PI)/N),
51
                W_{phase\_sign*sin((2*PI)/N))};
     for (size_t k=0; k< N; k++)
54
       for (size_t n=0; n \le N; n++)
55
         aux += x[n] * pow_complex(W, n*k);
56
57
       X[k] = factor * aux;
58
       aux = 0;
59
60
     return X;
61
62
63
   // Máscara para la DFT
   // Llama a la función genérica en modo "directa"
65
   Vector < Complex>
   calculate_dft (Vector < Complex > const &x)
67
     bool inverse = false;
69
     return calculate_dft_generic(x, inverse);
70
71
72
   // Máscara para la IDFT
73
   // Llama a la función genérica en modo "inversa"
   Vector < Complex>
   calculate_idft (Vector < Complex > const &X)
76
77
     bool inverse = true;
78
     return calculate_dft_generic(X, inverse);
79
80
81
         ----- FFT --
   // Función genérica para calcular FFT o IFFT
   // Oculta al cliente.
84
   // Si el flag "inverse" es "true", se calcula la inversa (IFFT)
85
   // Caso contrario , la FFT
86
   // Algoritmo recursivo para calcular la DFT: FFT
   static Vector < Complex>
   calculate_fft_generic(Vector < Complex > const &x, bool inverse)
89
90
     size_t N;
     N = x. size();
92
93
     Vector < Complex > X(N);
94
95
     // Por defecto se calcula la FFT con estos parámetros:
96
     double factor = 1;
97
     int W_{phase\_sign} = -1;
     // En caso de tener que calcular la inversa,
```

```
// modifico el factor de escala y el signo de la fase de W.
      if (inverse)
        factor = 1.0/N;
104
        W_{phase\_sign} = 1;
106
      if (N > 1)
108
        // Divido el problema en 2:
        // Suponemos que la entrada es par y potencia de 2
111
        Vector < Complex> p(N/2);
112
        Vector <Complex> q(N/2);
113
        Vector < Complex > P(N/2);
114
        Vector < Complex > Q(N/2);
        for (size_t i = 0; i < N/2; i++)
117
          p[i] = x[2*i];
118
          q[i] = x[2*i+1];
119
        P = calculate_fft(p);
        Q = calculate_fft(q);
        // Combino las soluciones:
        for (size_t k=0; k< N; k++)
126
127
          Complex W(\cos(k*(2*PI)/N),
                    W_{phase\_sign*sin}(k*(2*PI)/N));
          // Para que se repitan los elementos cíclicamente, se utiliza la función
130
             módulo
          size_t k2 = k \% (N/2);
          X[k] = factor * (P[k2] + W*Q[k2]);
134
      else
       X = x;
139
140
      return X;
141
142
143
   // Máscara para la FFT
144
    // Llama a la función genérica en modo "directa"
145
   Vector < Complex>
   calculate_fft (Vector < Complex > const &x)
147
148
      bool inverse = false;
149
      return calculate_fft_generic(x, inverse);
151
   // Máscara para la IFFT
     / Llama a la función genérica en modo "inversa"
   Vector < Complex>
```

```
calculate_ifft (Vector < Complex > const &X)
     bool inverse = true;
158
     return calculate_fft_generic(X, inverse);
159
   // ---- FFT_iter -
162
   // Función genérica para calcular FFT o IFFT versiones iterativas
   // Oculta al cliente.
   // Si el flag "inverse" es "true", se calcula la inversa (IFFT)
165
   // Caso contrario , la FFT
   // Algoritmo recursivo para calcular la DFT: FFT
   static Vector < Complex>
   calculate_fft_iter_generic(Vector < Complex > const &x, bool inverse)
     size_t N;
     N = x. size();
172
173
     Vector < Complex > X(N);
174
     // Por defecto se calcula la FFT con estos parámetros:
     double factor = 1;
     int W_{phase\_sign} = -1;
     // En caso de tener que calcular la inversa,
180
      // modifico el factor de escala y el signo de la fase de W.
181
     if (inverse)
182
        factor = 1.0/N;
184
        W_{phase\_sign} = 1;
185
     if (N > 1)
188
189
        // Divido el problema en 2:
        // Suponemos que la entrada es par y potencia de 2
        Vector <Complex> p(N/2);
        Vector <Complex> q(N/2);
        Vector < Complex > P(N/2);
        Vector < Complex > Q(N/2);
195
        for (size_t i = 0; i < N/2; i++)
196
          p[i] = x[2*i];
198
          q[i] = x[2*i+1];
199
200
       P = calculate_fft_iter(p);
       Q = calculate_fft_iter(q);
203
204
        // Combino las soluciones:
205
        for (size_t k=0; k< N; k++)
207
          Complex W(\cos(k*(2*PI)/N),
                    W_{phase\_sign*sin}(k*(2*PI)/N));
          // Para que se repitan los elementos cíclicamente, se utiliza la función
             módulo
```

```
size_t k2 = k \% (N/2);
212
           X[k] = factor * (P[k2] + W*Q[k2]);
213
214
215
      else
216
217
        X = x;
218
219
220
      return X;
221
222
    Vector < Complex>
223
    calculate_fft_iter(Vector<Complex> const &x)
224
225
      bool inverse = false;
      return calculate_fft_iter_generic(x, inverse);
227
228
229
    {\tt Vector} {<\hspace{-0.07cm}} {\tt Complex} {\gt}
    calculate_ifft_iter(Vector<Complex> const &X)
231
232
      bool inverse = true;
233
      return calculate_fft_iter_generic(X, inverse);
234
235
```

11. Enunciado