Trabajo Práctico

Probabilidad y Estadística B - Curso 22

octubre de 2016

1. Generación de datos

Desarrolle o baje del campus un código que, definida una cantidad de simulaciones n_{sim}, un coeficiente de correlación ρ, y dos vectores de randoms U_1, U_2 de longitud n_{sim} (números seudoaleatorios o aleatorios), repita para $i = 0 \dots (n_{sim} - 1)$ o $i = 1 \dots n_{sim}$ lo siguiente:

- Simular $(Z_{1,i}, Z_{2,i})$ normales estándar independientes mediante el método de Box-Muller. Almacenar los valores
- Tranformar $(Z_{1,i}, Z_{2,i})$ en $(X_{1,i}, X_{2,i})$ normales estándar correlacionadas mediante la descomposición de Cholesky de la matriz de covarianzas. Almacenar dichos valores.

Tome para ejecutar el código $n_{sim} = 10^4$ y $\rho = \frac{100+a}{200}$ donde a son las últimas dos cifras de su padrón. Si realizan el T.P. en grupo, elijan el padrón de uno de los integrantes, pero para el punto 4 (gráfico de los puntos (X_1, X_2)) presenten un gráfico por cada integrante con coeficiente ρ correspondiente.

2. Presentación de resultados

A partir de la simulación y de analizar los resultados:

1. Presente una tabla con las primeras 3 simulaciones mostrando el par de uniformes, el par de normales independientes y el par de normales correlacionadas:

i	$U_{1,i}$	$U_{2,i}$	$Z_{1,i}$	$Z_{2,i}$	$X_{1,i}$	$X_{2,i}$
1	0.47024	0.61467	-0.92308	-0.81050	-0.92308	-1.22477
2	...					
3	...					

   (por si no quedó claro, la tabla debe tener sólo 3 filas de datos).

2. Presente un gráfico con la función de distribución empírica de X_2. Estime $P(Z \leq 1)$. Compare con $\Phi(1)$.

3. Presente un gráfico con la función histograma de X_2. Use los siguientes valores límite:

$$-a_0, -3, -2, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 2, 3, a_{10}$$

Donde

$$a_0 = \text{mín}(-4.5, \text{mín}(X_1), \text{mín}(X_2))$$
$$a_{10} = \text{máx}(-4.5, \text{máx}(X_1) + 10^{-8}, \text{máx}(X_2) + 10^{-8})$$

4. Presente un gráfico marcando los puntos $(X_{1,i}, X_{2,i})$ en el plano. ¿Observa la tendencia esperada por la recta de regresión?

5. Estime a partir de los puntos $(X_{1,i}, X_{2,i})$ la probabilidad $P(X_1 \leq 1 \cap X_2 \leq 1)$. Compare con $(\Phi(1))^2$, ¿le parece lógica la diferencia?

6. Bonus (para ganar dados): corra la simulación con $n_{sim} = 10^6$ y estime la siguiente probabilidad $P(X_1 \leq 1 | 0.95 \leq X_2 < 1.05)$. Compare el resultado con el valor de $P(X_1 \leq 1 | X_2 = 1)$ usando la fórmula que calculó en el ejercicio 5.4

Referencias

- Facultad de Ingeniería, Uba. *Probabilidad y Estadística, Guía de ejercicios.* Versión 1.3. Buenos Aires: [digital], segundo cuatrimestre 2016. Ejercicios 3.22, 4.10, 4.18, 5.4.

- Box–Muller transform. (2016, August 7). In *Wikipedia, The Free Encyclopedia.* Retrieved 12:13, October 1, 2016, from `https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Box%E2%80%93Muller_transform&oldid=733324354`

- Multivariate normal distribution. (2016, September 27). In *Wikipedia, The Free Encyclopedia.* Retrieved 12:20, October 1, 2016, from `https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Multivariate_normal_distribution&oldid=741389664`

- Box, G. E. P.; Muller, Mervin E. *A Note on the Generation of Random Normal Deviates.* Ann. Math. Statist. 29 (1958), no. 2, 610–611. `http://projecteuclid.org/euclid.aoms/1177706645`

- Gentle, J. E. *Random Number Generation and Monte Carlo Mehtods.* 2nd Ed. EE.UU.: Springer, 2005.

- Grynberg, S. *Variables Aleatorias: Nociones básicas, Borradores Curso 23.* Buenos Aires: [digital], 20 de marzo de 2013