Prof. Lic. Jonathan E. Maciel

Unidad 1

1. Resolución de problemas matemáticos

1.1 ¿Qué es un problema matemático?

Un problema matemático no es un mero ejercicio. Problema y ejercicio no son lo mismo:

Ejercicios

- Desde el principio sabes lo que te piden que hagas.
- Conoces de antemano un camino y no tienes más que aplicarlo para llegar a la solución.
- El objetivo principal es aplicar en una situación concreta, de forma más o menos mecánica, procedimientos y técnicas generales previamente ensayados.
- Proponen tareas perfectamente definidas.

Problemas

- Suele ser necesario leerlos con atención para entenderlos correctamente.
- Sabes, más o menos, a dónde quieres llegar, pero ignoras el camino.
- El objetivo es que organices y relaciones tus conocimientos de forma novedosa. Suponen una actitud mental positiva, abierta y creativa.
- En general, son cuestiones más abiertas y menos definidas que los ejercicios

Lindsay y Norman (1972) distingue tres tipos de operativos en resolución de problemas: hechos, algoritmos y heurísticos.

- **Hechos**: conformados por proposiciones básicas memorizadas. Al realizar 8 dividido 4, se responde con el resultado memorizado 2.

- **Algoritmos**: son una serie de reglas, anteriormente aprendidas, que aplicadas generan la resolución automática de un problema.
  Si quiero hallar el valor de x en la ecuación $2x + 8 = 10$ se aplica la propiedad uniforme que permite despejar la incógnita haciendo pasaje de término.

  Es muy importante destacar que un algoritmo no es la solución del problema sino el procedimiento hallado que permite alcanzar un resultado o resolver un problema.

- **Heurísticos**: conformados por procedimientos de tanteo en la búsqueda de soluciones, cuando no se conocen reglas para la resolución de un problema.

Si quiero resolver $\sqrt[3]{345}$ se comienza probando con 5, para luego probar con un número mayor o menor. Como $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ y $125 < 345$, tengo que tantear con un número mayor que 5. Continúo probando con 6 y 7. Así se obtiene que $7 \cdot 7 \cdot 7 = 345$.

Entonces $\sqrt[3]{345} = 7$

1.2 Etapas en la resolución de un problema matemático

a. *Comprender para realizar un buen planteo*: lectura comprensiva del problema propuesto. En ocasiones es necesario leer una vez todo el problema y luego realizar una lectura detenida más detallada.
De aquí pueden surgir algunas preguntas orientadoras que pueden ayudarte a realizar un *buen planteo*: ¿en qué consiste? ¿qué información tienes y qué no conoces? ¿qué condiciones hay?

b. *Elaborar un plan de acción*: Aquí es importante ubicar el *marco teórico de referencia* que te ayudará a resolver el problema ¿qué *tema o contenido* debo conocer?
A partir de este encuadre de referencia se puede elaborar una *estrategia* para abordar el problema.
Esta estrategia derivará en un *método de resolución*.

Algunas estrategias para elaborar un método de resolución adecuado:

- Buscar semejanza con otros problemas ¿a qué te recuerda la situación?
- Reducir lo complejo a simple: en ocasiones es necesario dividir un problema complejo en varios simples.
- Realizar esquemas o dibujos.
- Estudiar varias posibilidades.
- Elegir una notación que permita relacionar datos.
- Ensayo – error: a veces es necesario tomar el riesgo de elegir un procedimiento que se cree adecuado, observar qué pasa, y si no hallamos el resultado esperado, decidimos otras alternativas.

c. Llevar adelante el plan de acción y someter a revisión.

d. *Reflexiona sobre el método de resolución empleado*: *internalizar la experiencia* resulta importante para familiarizarse con la resolución de problemas.
Es necesario generar cierto *hábito intelectual* que permita afrontar problemas matemáticos de similares características u otros totalmente distintos. Por ello es importante recorrer el camino realizado, reconocer las fallas y aciertos, cuestionarse sobre otros métodos de resolución que podrían ayudarme a mejorar, etc.

2. Lenguaje algebraico

- El lenguaje algebraico permite estructurar un lenguaje que ayude a generalizar operaciones matemáticas.
- Consta de letras del alfabeto y algunos vocablos griegos.
- Por lo regular las letras X., Y y Z se utilizan como las incógnitas o variables de la función o expresión algebraica.

2.1 Las operaciones matemáticas fundamentales

Nombre de la Operación	Nombre de los elementos
Suma o adición	$\underbrace{4+5}_{\text{Sumandos}}=9$
Sustracción o diferencia	$8-3=5$ $8 \rightarrow$ Minuendo $3 \rightarrow$ Sustraendo
Producto o multiplicación	$\underbrace{7\cdot 5}_{\text{Factores}}=35$
Cociente	dividendo $17 \;\lfloor\; 5$ divisor resto $2 \quad 3$ cociente
Razón o cociente	$\frac{3}{5}$ $3 \rightarrow$ numerador $5 \rightarrow$ denominador
Potenciación	**Cuadrado**: 3^2 $2 \rightarrow$ Exponente $3 \rightarrow$ base

	Cubo: 3^3
Radicación	Indice $\sqrt[3]{8} = 2$ ← Raíz Radicando

2.2 Expresiones algebraicas

Una expresión nominal o un enunciado puede ser expresado de manera algebraica. A continuación, se presentan algunos casos:

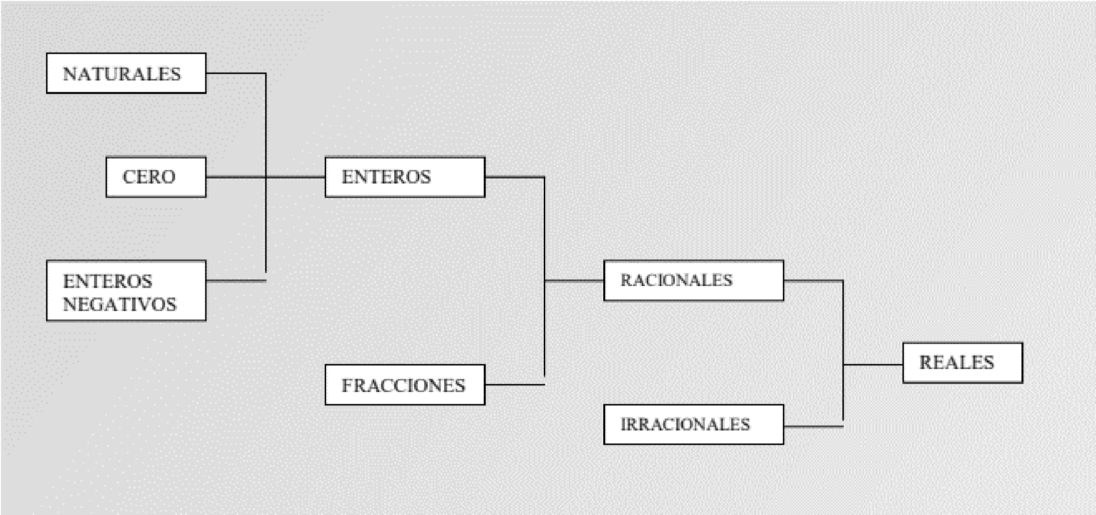
Expresión nominal	Expresión algebraica
"Un número cualquiera"	a, b, c…z / α, β, …
"La suma de dos números"	$a + b$ $x + y$
"La diferencia de dos números"	$a - b$
"El producto de dos números"	$a \cdot b$
"El cociente de dos números"	$\frac{x}{y}$
"El triple de un número"	$3 \cdot x$
"La mitad de un número"	$\frac{x}{2}$
"El cuadrado de un número"	x^2
"El doble de la suma de dos números"	$2\,(a + b)$
"El triple de la diferencia de dos números"	$3\,(a - b)$
"un número aumentado en 3"	$a + 3$
"El doble del producto de dos números"	$2\,(a \cdot b)$

"El triple del cociente de dos números"	$3\frac{x}{y}$
"El cuadrado de la suma de dos números"	$(a+b)^2$
"La suma del cuadrado de dos números"	a^2+b^2
"El sucesor de un número"	$x+1$
"Dos números consecutivos"	$x \qquad x+1$
"La suma de dos números es 6"	$x+y=6$

2.3 Simbología algebraica básica

Conjunto	$\{\ \}$
De manera que	$\mid$
Pertenece a	$\in$
No pertenece a	$\notin$
Contenido en	$\subset$
No contenido en	$\not\subset$
Y	$\wedge$
Ó	$\vee$
Para todo	$\forall$
Existe	$\exists$
Existe y es único	$\exists^*$
Implica que	$\Rightarrow$
Doble implicación	$\Leftrightarrow$

3. Conjuntos numéricos



3.1 Números naturales (*N*)

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6…. ∞

- Nacen por la necesidad de contar.
- Es un conjunto infinito, ordenado de menor a mayor
- Según los autores puede o no incluir el cero. Nosotros lo incluiremos.

- El conjunto de Números Naturales se denota con: **N**

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4...\}$$

Si se incluye el cero se escribe $\mathbf{N_0}$**:**

$$\mathbf{N_0} = \{0, 1, 2, 3, 4...\}$$

- Todos los números naturales tienen sucesor, pero no todos tienen antecesor. El 0 no tiene antecesor.
- No es denso, es discreto porque entre dos elementos cualesquiera existe un número finito de números naturales Este conjunto se puede representar en una recta numérica:

3.2 Números enteros (Z)

La sustracción o resta de dos números naturales existe si y sólo si el minuendo es mayor que el sustraendo. Para resolver el caso contrario, surgió el conjunto de los números enteros que se denota con Z. Este conjunto está formado por el conjunto de números naturales (o enteros positivos), el cero, y el conjunto de los enteros negativos, simbólicamente: $\boldsymbol{N} \subset \boldsymbol{N_0} \subset \boldsymbol{Z}$

- Es un conjunto infinito
- Cada número entero tiene un único antecesor y un único sucesor.
- Es un conjunto discreto, es decir entre dos números enteros existe un conjunto finito de números enteros.
- Cada número entero tiene opuesto (el opuesto de α es - α)

El valor absoluto de un número entero α , se indica como $|\boldsymbol{\alpha}|$, es por definición igual a α si α es un número entero positivo o cero.

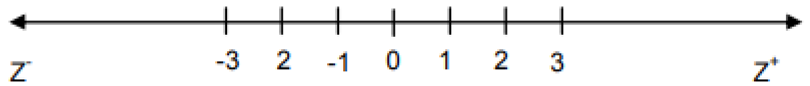
$$|\alpha| = \begin{cases} \alpha, \text{ si } \alpha \geq 0 \\ -\alpha, \text{ si } \alpha < 0 \end{cases}$$

También puede decirse que el valor absoluto de un entero α es la distancia al cero. La distancia es siempre un número positivo.

Por ejemplo $|8| = 8$

$|-6| = 6$

Representación gráfica y orden de los números enteros



- Dados dos números positivos, es mayor el de mayor valor
- Dados dos números negativos es mayor el de menor valor absoluto
- Todo número positivo es mayor que cero y todo número negativo es menor que cero.
  Puede observarse en la recta numérica que, por ejemplo, 2 >0; 1 < 2; -3 < -2; -1 < 0, etc.

Operaciones con números enteros

a. Suma

- *Igual signo*: 4 + 6 = 10; la suma de dos números enteros del mismo signo es otro número entero del mismo signo y su valor absoluto es igual a la suma de los valores absolutos de los sumandos.

- *Distinto signo*: 4 + (-6) = -2; la suma de dos números enteros de distinto signo es otro entero con el signo del número de mayor valor absoluto. Su valor absoluto es igual a la diferencia de los valores absolutos de los sumandos.

b. Producto

Mismo signo	$2 \cdot 3 = +6$	$(-4) \cdot (-3) = +12$
Distinto signo	$(-2) \cdot 3 = -6$	
Varios enteros	$1 \cdot (-3) \cdot (-2) = +6$ (número par de factores negativos)	$1 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-4) = -20$ (número impar de factores negativos)

Propiedades de la suma y el producto

Propiedad	Suma	Producto
Clausura	$\forall \alpha, \beta \in Z: \alpha + \beta \in Z$	$\forall \alpha, \beta \in Z: \alpha . \beta \in Z$
Conmutatividad	$\forall \alpha, \beta \in Z: (\alpha + \beta) = (\beta + \alpha)$	$\forall \alpha, \beta \in Z: (\alpha . \beta) = (\beta . \alpha)$
Asociatividad	$\forall \alpha, \beta, \gamma \in Z: \alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$	$\forall \alpha, \beta, \gamma \in Z: \alpha (\beta . \gamma) = (\alpha . \beta) \gamma$
Distributividad	$\forall \alpha, \beta, \gamma \in Z: \alpha (\beta + \gamma) = (\alpha . \beta) + (\alpha . \gamma)$	
Existencia de elemento neutro	$\forall \alpha \in Z: (\alpha + 0) = (0 + \alpha) = \alpha$	$\forall \alpha \in Z: (\alpha . 1) = (1 . \alpha) = \alpha$
Existencia de opuesto	$\forall \alpha \in Z, \exists -\alpha \in Z / \alpha + (-\alpha) = 0$	

c. Sustracción

La diferencia de dos números enteros se define como la suma del primer elemento más el opuesto del segundo elemento.
Es decir, calcular 6 – (– 8) = 6 + (– (– 8)) = 14
O calcular – 6 – (–4) = – 6 + (– (– 4)) = – 2

d. División

No siempre es posible realizar división exacta de números enteros, es decir, que el resto sea cero. Es necesario que el dividendo sea múltiplo del divisor.
Si se da este caso, entonces el resultado es otro número entero tal que su signo es positivo si los números tiene el mismo signo, es negativo si los números tienen distinto signo y el valor absoluto es el cociente de los valores absolutos de los números dados.

Por ejemplo: – 25 : (–5) = 5 y |5|

e. Potenciación

La potenciación es un caso particular de producto: todos los factores son iguales En general, la n-ésima potencia puede expresarse simbólicamente como:

$$\alpha^n = \underbrace{\alpha . \alpha . \alpha .... \alpha}_{\text{n veces}}$$

Alfa elevada a la *n*

La potencia de un número entero es negativa cuando la base es negativa y el exponente impar, en el resto de los casos es positiva.
Entonces, $(-2)^3 = -8$; $2^3 = 8$

<u>Propiedades:</u>

- La potencia no es conmutativa: 6^2 no es igual a 2^6
- No es distributiva con respecto a la suma y a la resta.
- Es distributiva con respecta al producto y al cociente.

  $[(-2) \cdot 3)]^3 = (-2)^3 \cdot 3^3 = -8 \cdot 27 = -216$

- <u>Producto de potencias de igual base</u>
  Se suman los exponentes:

$$\alpha^n . \alpha^m = \alpha^{m+n}$$
$$6^3 . 6^2 = 6^{3+2} = 6^5$$

  De igual modo si una de las bases tiene signo negativo, entonces: $(-6)^3 \cdot 6^2 = (-6)^{3+2} = (-6)^5$

- <u>Cociente de potencias de igual base</u>:

$$\alpha^n : \alpha^m = \alpha^{m-n}$$
$$3^4 : 3^2 = 3^{4-2} = 3^2$$

  De igual modo si una de las bases tiene signo negativo, entonces: $(-3)^4 \cdot 3^2 = (-3)^{4-2} = (-3)^2$

- Cualquier número elevado a la cero es igual a 1

f. Radicación

La radicación es la operación inversa a la potenciación.

Indice

$\sqrt[3]{8} = 2$ ← Raíz

Radicando

Si el índice de la raíz es impar, la raíz tiene el mismo signo que el radicando.	$\sqrt[3]{+27} = +3$ puesto que $(+3)^3 = 27$
Si el índice es par y el radicando es positivo, las raíces son dos números opuestos.	$\sqrt[4]{+16} = \pm 2$ puesto que $(+2)^4 = +16$ y $(-2)^4 = +16$
Si el índice es par y el radicando es negativo, la raíz no tiene solución en Z.	$\sqrt[par]{(-a)} = no\ tiene\ solución$

Propiedades

- No es conmutativa.
- No es distributiva con respecto a la suma y la resta.
- No es distributiva con respecto al producto y el cociente.
- La potencia de una raíz es igual a la raíz de la potencia del radicando.

$$\left(\sqrt[p]{\alpha}\right)^m = \sqrt[p]{\alpha^m}$$

$$\left(\sqrt[4]{24}\right)^3 = \sqrt[4]{24^3}$$

- La radicación de una raíz es igual a una raíz cuyo índice es igual al producto de los índices.

$$\sqrt[p]{\sqrt[q]{\alpha}} = \sqrt[p.q]{\alpha} = \sqrt[q]{\sqrt[p]{\alpha}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3.2]{64} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{64}}$$

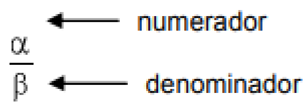
- Si el índice y el exponente del radicando son iguales:
  - la raíz es igual a la base de la potencia cuando el exponente es impar

- la raíz es igual al valor absoluto de la base de la potencia cuando el exponente es par.

$$\sqrt[3]{(2)^3} = \sqrt[3]{8} = 2 \qquad \sqrt{(-4)^2} = |-4| = +4$$

3.3 Números racionales (Q)

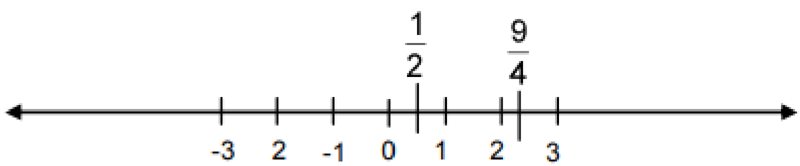
En el conjunto de los números enteros, si el dividendo no es múltiplo del divisor, la división no puede realizarse.
Para solucionar este problema surge el conjunto de los números racionales que se simboliza con Q.
Son números de la forma $\alpha/_{\beta}$ donde α y β son números enteros y β es distinto de 0.



El conjunto de números racionales posee las siguientes propiedades:

- Es un conjunto infinito
- Es un conjunto denso (no discreto), es decir entre dos números racionales existe un conjunto infinito de números racionales.
- Es un conjunto ordenado.

<u>Representación gráfica en la recta numérica</u>:



Clasificación de fracciones		
Equivalentes	Representan el mismo número en la recta numérica	$^2/_6$ *y* $^3/_9$
Irreductibles	Aquellas cuyo numerador y denominador no tienen divisores comunes (se dice son "coprimos")	$^8/_9$ y $^3/_{11}$
Aparentes	Aquellas cuyo numerador es múltiplo del denominador	$^8/_4$; $^{12}/_6$

<u>Orden de los números racionales</u>

Para comparar dos números racionales $\frac{\alpha}{\beta}$ y $\frac{\gamma}{\delta}$ se debe tener en cuenta lo siguiente:

$$\frac{\alpha}{\beta} < \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \alpha.\delta < \beta.\gamma$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \alpha.\delta = \beta.\gamma$$

$$\frac{\alpha}{\beta} > \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \alpha.\delta > \beta.\gamma$$

Operaciones con números racionales

a. **Suma y resta**

$$\frac{\alpha}{\beta} \pm \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha.\delta \pm \beta.\gamma}{\beta.\delta}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1.3 + 2.2}{2.3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$

b. **Producto**

$$\frac{\alpha}{\beta} . \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha.\gamma}{\beta.\delta}$$

$$\frac{1}{2} . \frac{2}{3} = \frac{1.2}{2.3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

c. **División**

El cociente entre dos fracciones es igual al producto entre el dividendo y el inverso multiplicativo del divisor.

$$\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} . \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^{-1} = \frac{\alpha}{\beta} . \frac{\delta}{\gamma} \text{ con } \beta, \gamma \neq 0$$

El inverso multiplicativo de la fracción $\frac{\gamma}{\delta}$ es la fracción $\left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^{-1}$, la cual multiplicada por la primera da como resultado 1.

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5} . \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{4}{5} . \frac{3}{2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

d. Potenciación

Se consideran los siguientes casos:

Potencia de exponente positivo	$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^n = \frac{\alpha^n}{\beta^n}$
Potencia de exponente negativo	$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-n} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^n \text{ con } \alpha \neq 0$
Potencia de exponente racional:	$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^p}$
Se cumplen las mismas propiedades que la potenciación de números naturales y enteros.	

e. Radicación

$$\sqrt[n]{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{x}{y} \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{\alpha}{\beta}$$

La regla de los signos es la misma que la enunciada para la radicación de números enteros

3.3.1 Expresiones decimales

Para obtener la expresión decimal de una fracción, se debe dividir el numerador entre el denominador. Los resultados pueden ser:

Decimal exacto	Número finito de cifras decimales	Los únicos divisores del denominador son 2 o 5
Periódico puro	La parte decimal se repite indefinidamente (periodo)	Los números 2 o 5 no son divisores del denominador
Periódico mixto	La parte decimal esta formada por una parte que no se repite (ante periodo) seguida del periodo	Los divisores del denominador son 2 o 5 y tiene además otros divisores

Decimal exacto:

$\frac{7}{2} = 3'5$

y al contrario:

$4{,}35 = \frac{435}{100} = \frac{87}{20}$

Periódico puro:

$\frac{1}{3} = 0'3333.... = 0'\widehat{3}$

y al contrario:

$4{,}\widehat{3} = \frac{43-4}{9} = \frac{39}{9} = \frac{13}{3}$

Periódico mixto:

$\frac{1}{6} = 0'1666.... = 0'1\widehat{6}$

y al contrario:

$4{,}11\widehat{3} = \frac{4113-411}{900} = \frac{3702}{900} = \frac{1234}{300}$

Todos estos números decimales pueden expresarse en forma de fracción.

3.4 Números irracionales (I)

Los números irracionales se denominan así por la imposibilidad de expresarlos como una fracción. Un número es irracional si su expresión decimal tiene infinitas cifras decimales no periódicas.

Se denota con **I** o Q' o Q^c

Algunos conocidos son:

1) $\pi = 3.1415926$
2) $e = 2.7182818$
3) $\sqrt{2} = 1.4142135$

* * *

La **notación científica** (o **notación índice estándar**) es una manera rápida de representar un número utilizando potencias de base diez. Esta notación se utiliza para poder expresar muy fácilmente números muy grandes o muy pequeños.
Los números se escriben como un producto:

$$a \times 10^n$$

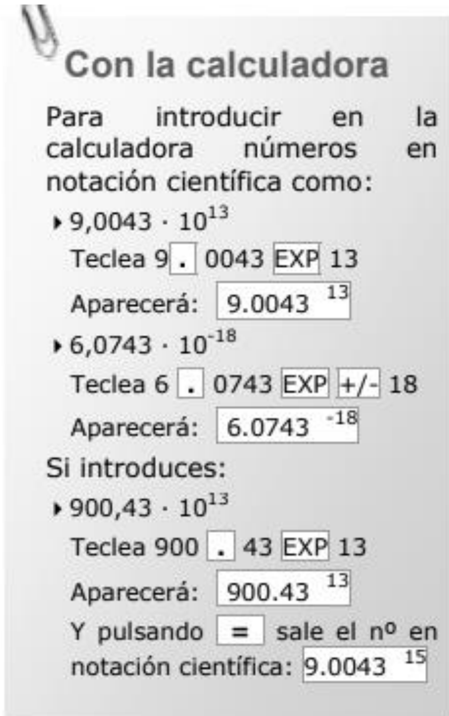
a: es un número entre 1 y 10. Se denomina "coeficiente"
n: es un número entero. Se denomina exponente u orden de magnitud.

$10^0 = 1$
$10^1 = 10$
$10^2 = 100$
$10^3 = 1\,000$
$10^4 = 10\,000$
$10^5 = 100\,000$

$10^{6} = 1\ 000\ 000$
$10^{7} = 10\ 000\ 000$
$10^{8} = 100\ 000\ 000$
$10^{9} = 1\ 000\ 000\ 000$
$10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$
$10^{20} = 100\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
$10^{30} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$

10 elevado a una potencia entera negativa –n es igual a $1/10^{n}$ o, equivalentemente 0, (n –1 ceros) 1:

$10^{-1} = 1/10 = 0{,}1$
$10^{-2} = 1/100 = 0{,}01$
$10^{-3} = 1/1\ 000 = 0{,}001$
$10^{-9} = 1/1\ 000\ 000\ 000 = 0{,}000\ 000\ 001$


Con la calculadora

Para introducir en la calculadora números en notación científica como:

- $9{,}0043 \cdot 10^{13}$
  Teclea 9 . 0043 EXP 13
  Aparecerá: 9.0043 13
- $6{,}0743 \cdot 10^{-18}$
  Teclea 6 . 0743 EXP +/- 18
  Aparecerá: 6.0743 -18

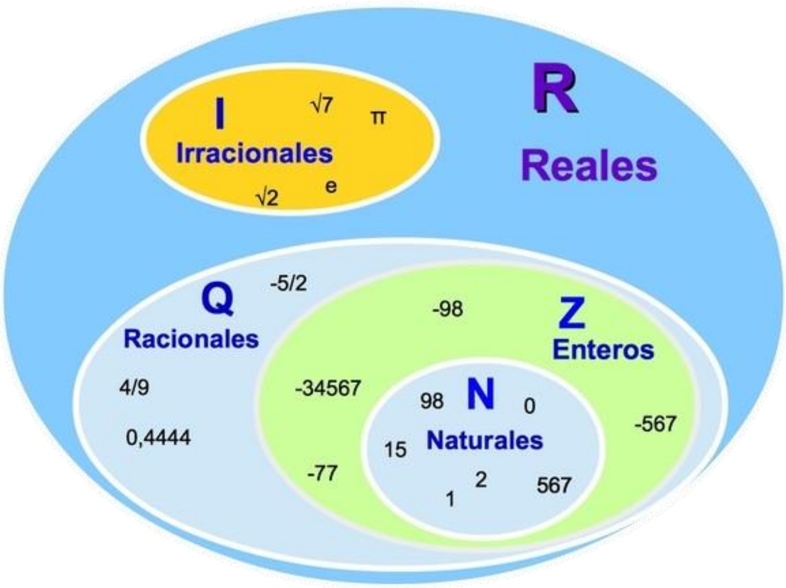
Si introduces:

- $900{,}43 \cdot 10^{13}$
  Teclea 900 . 43 EXP 13
  Aparecerá: 900.43 13
  Y pulsando = sale el nº en notación científica: 9.0043 15

Por tanto, un número como: 156 234 000 000 000 000 000 000 000 000 puede ser escrito como $1{,}56234 \times 10^{29}$.
Un número pequeño como 0, 000 000 000 87 puede ser escrito como $8{,}7 \times 10^{-10}$

3.5 Números reales (R)

La unión del conjunto de números irracionales, I, con el conjunto de los racionales Q da como resultado un nuevo conjunto que es el de los números reales. Este se denota con R.



Prof. Lic. Jonathan E. Maciel

I - Teorema de los números R (axiomas)

a. Teorema 1: Igualdad

Si a, b y c representan números reales y si a = b, entonces:

a) Suma $a + c = b + c$ y $a - c = b - c$

b) Multiplicación $a \times c = b \times c$ para toda c

c) División $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, $para\ toda\ c \neq 0$

d) Transitiva, si a = b, y b = c, entonces a = c

b. Teorema 2:

Para todo número real a, $a \times 0 = 0$

c. Teorema 3:

Si a y b son números reales, $a \times b = 0$, entonces: $a = 0$ ó $b = 0$

d. Teorema 4:

Para todo número real a, $a(-1) = -a$

e. Teorema 5:

Si a y b son números reales, entonces: $(-a)(-b) = ab$

f. Teorema 6:

Si a, b y c son números reales, $a \times b = c$ con $a \neq 0$, entonces:

$$b = \left(\frac{1}{a}\right) * c = \left(\frac{c}{a}\right)$$

g. Teorema 7

Si a, b y c son números reales, $a \times c = b \times c$, con $c \neq 0$, entonces: $a = b$

II – Casos especiales

- **Números decimales:** es el conjunto del 0 al 9. Nos sirven para contar.

$$\{0, 1, 2, 3 \ldots, 9\}$$

- **Números primos:** es el conjunto de números Reales que pueden dividirse entré sí mismo y la unidad y dan como resultado un número entero.

$$\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots, 67, 71, \ldots, 97, \ldots\}$$

- **Números denominado:** es el conjunto numérico que no se ajusta al sistema métrico decimal.
  Es el caso de los ángulos (380°), las medidas inglesas (1 yarda = 3 pies; 1 pie = 12 pulgadas).

- **Números pares:** es el conjunto de números enteros que es divisible por 2. Es decir: $\{\forall x \in Z \,/\, x = 2 \cdot b,\, b \in Z\}$

- **Números impares:** es el conjunto de los números enteros que no son pares. Es decir: $\{\forall x \in Z \,/\, x = 2 \cdot b + 1,\, b \in Z\}$

Trabajo práctico N° 1

Conjuntos numéricos y expresiones algebraicas

1- **Problemas**

a. En una granja avícola se han recogido 6500 huevos. En el control de calidad se retiran 260, Con el resto se preparan 120 cajas de dos docenas y los demás se reparten en cajas de una docena. ¿Cuántas cajas de una docena se preparan en total?
b. En un vivero se quieren plantar 529 cipreses en hileras, formando un cuadrado. ¿Cuántos cipreses hay que plantar en cada hilera?
c. La compra de reactivos de un laboratorio de análisis de suelos costó $ 4500.- Si un quinto del total corresponde a solventes orgánicos, dos tercios a reactivos sólidos y el resto a reactivos líquidos ¿Cuál es el monto en pesos de cada uno de estos insumos?
d. En un restaurante de Buenos Aires se pierden 3 vasos por semana ¿con qué expresión puedo representar el cambio en la cantidad de vasos?
e. Un frente frío avanzó sobre la ciudad la semana pasada. En 8 horas la temperatura descendió 24 grados ¿cuál fue el cambio promedio de temperatura?
f. Durante 8 días el nivel de agua del Río de La Plata descendió en 3 pulgadas por día. En el noveno día las tormentas subieron el nivel de agua en 6 pulgadas ¿cómo se puede expresar esta este cambio en el nivel del agua del Río durante los 9 días?
g. Un emperador romano vivió desde – 63 a. C hasta el 12 d. C ¿cuántos años vivió?
h. Para alimentar a su mascota Juan compra una bolsa de 30 kg de alimento. Al día siguiente gasta 2/5 de ella. Tres días después gasta 1/3 de lo que le quedaba ¿qué fracción del total quedó?
i. En un colegio de 1400 estudiantes ¼ usan lentes y 3/7 de los que usan lentes son mujeres ¿cuántos varones usan lentes? ¿qué fracción del total son las mujeres que usan lentes?
j. Un jugador de basquetbol ha realizado los 2/5 del número de puntos conseguidos por su equipo en un partido y otro la tercera parte del resto. Si los demás jugadores han conseguido 34 puntos, ¿cuántos puntos obtuvo el equipo en el partido?

2- Escribe algebraica y numéricamente los siguientes enunciados:

a. El triple del doble de un número es igual a la mitad del mismo número.
b. El duplo de un número es igual a la suma del cuadrado de 4 y el mismo número.
c. Añadiendo 5 unidades al doble de un número más los ¾ del mismo, da como resultado el doble de dicho número más 2.
d. Un número tal que si le quitan 10 unidades queda el doble que si de dicho número se quitan 80.
e. La suma de dos números consecutivos se identifica con el cuadrado de su antecesor.
f. La mitad del cuádruple del cociente de un número par y 6 es igual a 18.
g. El cubo del doble de un número da como resultado la raíz de ese número disminuido en 8 unidades.

h. La mitad del producto de un número por su opuesto es igual al doble de ese número aumentado en 5.

3- Escribe en **notación científica** o en notación decimal respectivamente:

a) $0{,}000000002145 = 2{,}145 \cdot 10^{-9}$ b) $3{,}589 \cdot 10^{9} = 3589000000$

b) $1523000000000 = 1{,}523 \cdot 10^{12}$ d) $5{,}267 \cdot 10^{-5} = 0{,}00005267$

4- Indica con (X) a qué conjunto o **conjuntos numéricos** pertenecen los siguientes números:

	$\frac{4}{6}$	-5	7	-2,888...	$\frac{30}{6}$	$\sqrt{2}$	8,23434...	1,020220222...	$-\frac{3}{4}$	-13,31
Naturales $\mathbb{N}$										
Enteros $\mathbb{Z}$										
Racionales $\mathbb{Q}$										
Irracionales I										
Reales $\mathbb{R}$										

5- Aplicar las **propiedades de la potencia**:

a. $8^{\frac{5}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{2}{3}} =$

b. $7^{\frac{3}{2}} : 7^{\frac{5}{2}} =$

c. $\left(\left(a^2 \cdot a^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{7}{2}}\right)^{\frac{6}{5}} =$

d. $(5 \cdot x)^2$:

e. $\left(\frac{a}{3}\right)^3 =$

6- **Resolver** los siguientes ejercicios:

a. $2 + 3 \cdot 4 - ((-3) \cdot 2 + 4 - 3 \cdot 5)$

b. $4(3-5) - 3^2 2^3 + 7\sqrt{25}$

c. $\frac{3+4\cdot3}{3} - 5\left(4 - 6 \cdot 3 - \sqrt[3]{27}\right)$

d. $\frac{10\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{5^2}}$

e. $\sqrt{112} - 2\sqrt{63} + \frac{3}{5}\sqrt{175}$

f. $\sqrt[6]{4^5} : \sqrt[6]{9^3}$