

Notazione: $\sqrt{x} := \frac{1}{\sqrt{x}}$		Basi generalizzate			Esiti misure e probabilità (Principio 4)			Roba di Ehrenfest	
$ x\rangle = \xi_x(x) = \delta(x-x_0)$	$\langle x_0 x'_0\rangle = \delta(x_0-x'_0)$				$w(a_k) = \frac{ \langle a_k \psi\rangle ^2}{  \psi  ^2}$	$w(a_k) = \sum_{i=1}^{d_k} \frac{ \langle a_{k,i} \psi\rangle ^2}{  \psi  ^2}$	$\mathrm{d}w(a) = \rho(a)\mathrm{d}a = \frac{ \langle a \psi\rangle ^2}{  \psi  ^2}$	$[X,f(X,P)] = i\hbar\frac{\partial f}{\partial P}$	
$ p\rangle = v_p(x) = \sqrt{2\pi\hbar}e^{\frac{ipx}{\hbar}}$	$\langle p_0 p'_0\rangle = \delta(p_0-p'_0)$				$ \psi\rangle = \sum_{k=1}^N c_k a_k\rangle$	$ \psi\rangle = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{d_k} c_k^i a_k\rangle$	$ \psi\rangle = \int \mathrm{d}a\, c(a) a\rangle$	$[P,f(X,P)] = -i\hbar\frac{\partial f}{\partial X}$	
Principio 6	$ \psi\rangle \rightarrow  \psi'\rangle = \frac{P_{a_k} \psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi P_{a_k} \psi\rangle}}$				$w(a_k) = \frac{ c_k ^2}{  \psi  ^2}$	$w(a_k) = \sum_{i=1}^{d_k} \frac{ c_k^i ^2}{  \psi  ^2}$	$\rho(a) = \frac{ c(a) ^2}{  \psi  ^2}$	$P_{a_k} = \sum_{j=1}^{d_k} \left a_k^{(i)}\right\rangle \left\langle a_k^{(i)}\right $	$d_k$ degenerazione

Per trovare una base di autovettori comuni (sapendo già che gli operatori commutano, e se entrambi hanno degenerazioni):

- Trovo autovalori e autovettori di  $A$  e  $B$ ;
- Autovettori associati ad autovalori **non** degeneri sono automaticamente autovettori comuni;
- Per autovettori associati ad autovalori degeneri, faccio la prova (applico  $B$  a un autovettore degenerare di  $A$ );
- Se è anche autovettore di  $B$ , sono a posto (è autovettore comune);
- Se non lo è:
  - Definisco un nuovo vettore come combinazione lineare degli autovettori della base dell'autospazio degenerare in questione;
  - Impongo che questo nuovo vettore sia autovettore di  $B$ ;
  - Risolvero il sistema di equazioni trovando i coefficienti della combinazione lineare;
  - Per come è stato definito, questo vettore è autovettore sia di  $A$  che di  $B$ .

Per capire se un insieme di osservabili compatibili costituisce un ICOC:

- Se gli osservabili sono compatibili, esiste una base comune di autovettori;
- A ogni autovettore, associo una *label* costituita da una lista dei corrispondenti autovalori per ogni osservabile;
- Se **ogni** *label* è unica, l'insieme è un ICOC.

Equazione di Schrödinger	Visuale di Schrödinger	Equazione di Heisenberg	Visuale di Heisenberg	Sistema conservativo
$-i\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \psi(t)\rangle = H(t) \psi(t)\rangle$	$\begin{cases}  \psi(t)\rangle_S = U(\Delta t) \psi(t_0)\rangle_S \\ A_S(t) = A_S(t_0) \end{cases}$	$i\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}A_H(t) = [A_H, H_H]$	$\begin{cases}  \psi(t)\rangle_H =  \psi(t_0)\rangle_H \\ A_H(t) = U^\dagger(\Delta t)A_H(t_0)U(\Delta t) \end{cases}$	$U(t, t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar}H(t-t_0)}$
Matrice densità	Stato puro	Stato misto	Proprietà generali	$N n\rangle = n n\rangle$
$\rho(t) =  \psi(t)\rangle\langle\psi(t) $	$\rho^2(t) = \rho(t)$	$\rho(t) = \sum_k p_k \rho_k(t)$	$\rho^\dagger(t) = \rho(t)$	$a n\rangle = \sqrt{n} n-1\rangle$
$\rho_{pn}(t) = \langle u_p \rho(t) u_n\rangle = \bar{c}_n(t)c_p(t)$		Oscillatore armonico	$Tr(\rho(t)) = 1$	$a^\dagger n\rangle = \sqrt{n+1} n+1\rangle$
Condizioni al contorno buche di potenziale		$H = \hbar\omega\left(N + \frac{1}{2}\right)$	$\hat{X} := \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}X$	$[a, a^\dagger] = 1$
Continuità di $\psi$ nelle	Continuità di $\psi'$ nelle	$N = a^\dagger a$	$\hat{P} := \sqrt{m\hbar\omega}P$	$[N, a^\dagger] = a^\dagger$
discontinuità di V	discontinuità <b>finite</b> di V	$u_n(x) = \left[\frac{1}{n!2^n}\left(\frac{\hbar}{m\omega}\right)^n\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}}\left[\frac{m\omega}{\hbar}x - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right]^n e^{-\frac{m\omega}{\hbar}\frac{x^2}{2}}$	$a = \sqrt{2}(\hat{X} + i\hat{P})$	$[N, a] = -a$
Soluzioni buche di potenziale ( $A, B \in \mathbb{C}$ )		Metodo perturbativo	Caso degenerare: diagonalizzare $W_{ij} = \left\langle n_i^{(0)}\right W\left n_j^{(0)}\right\rangle$ (dà le correzioni al primo ordine del'autovalore degenerare)	
$E > V:$	$E = V$	$E < V$		
$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$	$\psi(x) = A + Bx$	$\psi(x) = Ae^{\rho x} + Be^{-\rho x}$		
$k := \sqrt{\frac{2m(E-V)}{\hbar^2}}$	$E_n = \frac{\hbar^2\pi^2n^2}{2ma^2}$	$\rho := \sqrt{\frac{2m(V-E)}{\hbar^2}}$	$E_n^{(1)} = \left\langle n^{(0)}\right \hat{W}\left n^{(0)}\right\rangle;$	$\left n^{(1)}\right\rangle = -\sum_{k\neq n}\frac{\left\langle k^{(0)}\right \hat{W}\left n^{(0)}\right\rangle}{E_k^{(0)}-E_n^{(0)}}\left k^{(0)}\right\rangle$
Momento angolare	$J_\pm kjm\rangle = N_\pm kjm\pm1\rangle;$	$N_\pm(j, m) = \hbar\sqrt{j(j+1)-m(m\pm1)}$	$E_n^{(2)} = \left\langle n^{(0)}\right \hat{W}\left n^{(1)}\right\rangle = -\sum_{k\neq n}\frac{\left \left\langle k^{(0)}\right \hat{W}\left n^{(0)}\right\rangle\right ^2}{E_k^{(0)}-E_n^{(0)}}$	
$J_\pm J_\mp = J^2 - J_z(J_z \mp \hbar)$	$J_z J_\pm = J_\pm(J_z \pm \hbar)$	Particelle identiche		
Simmetrico	Antisimmetrico			
$\psi(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{1}{\sqrt{2[1+\delta_{mn}(\sqrt{2}-1)]}}(\psi_m(\vec{x}_1)\psi_n(\vec{x}_2) + \psi_n(\vec{x}_1)\psi_m(\vec{x}_2))$	$\psi(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_m(\vec{x}_1)\psi_n(\vec{x}_2) - \psi_n(\vec{x}_1)\psi_m(\vec{x}_2))$			
Bosoni si trovano in stati simmetrici di spin	Fermioni si trovano in stati antisimmetrici di spin			

## Meccanica classica

Equazioni di Lagrange	Equazioni di Hamilton
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) = \frac{\partial L}{\partial q_i}$	$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i};\ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$

# Roba matematica

Error function	Integrale di Seno ( $n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}$ )		Commutatori cancri	Prodotto misto
$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt$	$I_n(a) = \int_0^\infty x^n e^{-ax^2}\mathrm{d}x = \begin{cases} \frac{(n-1)!!}{2^{\frac{n}{2}}}\sqrt{\frac{\pi}{a^{n+1}}} & \text{n pari} \\ \frac{(\frac{n-1}{2})!}{2a^{\frac{n+1}{2}}} & \text{n dispari} \end{cases}$		$[A,BC] = [A,B]C + B[A,C]$	$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a}) = \vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$
Polinomi di Hermite			$[AB,C] = A[B,C] + [A,C]B$	$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})$
$H_n(z) = (-)^ne^{z^2}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}e^{-z^2}$			$[AB,CD] = A[B,C]D + AC[B,D] + [A,C]DB + C[A,D]B$	$(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c} = \vec{b}(\vec{c}\cdot\vec{a}) - \vec{a}(\vec{b}\cdot\vec{c})$
Formule Eulero	Integrale di D'Eramo	Integrale utile ( $n,m\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}$ )		Goniometria marastoniana
$\sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$	$\int_{\mathbb{R}}\mathrm{d}x\,e^{-\alpha x^2+\beta x} = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}e^{\frac{\beta^2}{4\alpha}}$	$\int_0^1\mathrm{d}z\,\sin^2(n\pi z)\sin^2(m\pi z) = \frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{2}\delta_{mn}\right)$		$\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$
$\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$			$\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$	