

TRABAJO PRÁCTICO II

ECUACIONES DIFERENCIALES

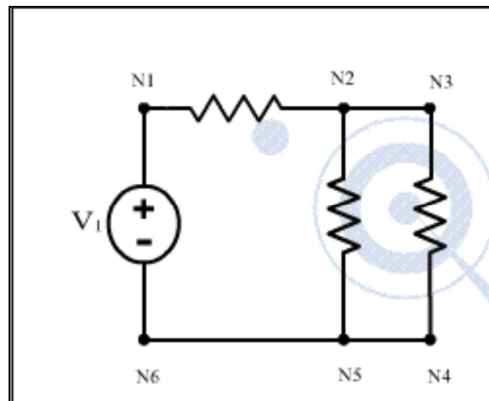
Segundo Cuat.
2014

ANÁLISIS NUMÉRICO I

Trabajo Práctico II Ecuaciones Diferenciales

Con la ley de Ohm se pueden encontrar los valores de voltaje y corriente para un elemento de un circuito, pero en general los circuitos están conformados por varios de ellos, interconectados en una red o malla, la cual utiliza conexiones ideales, que permiten fluir la corriente de un elemento a otro, sin acumular carga ni energía, en este caso la red recibe el nombre de circuito.

Los puntos donde se unen los diferentes elementos, que conforman el circuito en general, se denominan Nodos. Como el que aparece en la siguiente figura:

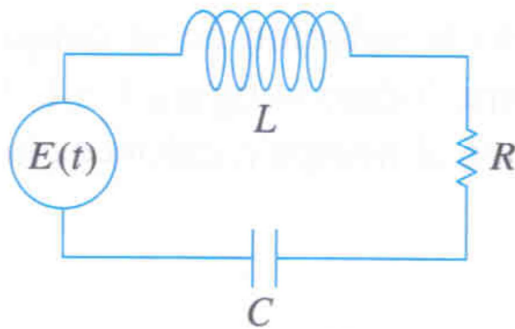


Para resolver circuitos que contengan más de una resistencia y una fuente de voltaje o corriente, en 1847 el físico alemán Gustav Kirchhoff (1824-1887), postulo dos leyes que llevan su nombre.

La primera ley de Kirchhoff se conoce como la ley de corrientes de Kirchhoff "La suma algebraica de las corrientes que entran o salen de un nodo es igual a cero en todo instante".

La segunda ley de Kirchhoff se conoce como la ley de voltajes de Kirchhoff "La suma algebraica de los voltajes alrededor de cualquier lazo (camino cerrado) en un circuito, es igual a cero en todo instante".

Consideramos un circuito en serie simple que tiene un inductor, un resistor y un capacitor como se muestra en la siguiente figura:



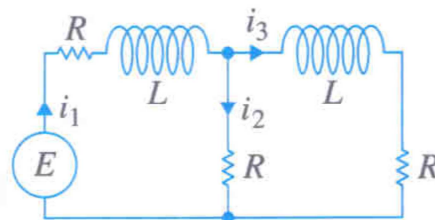
Denotamos:

- ❖ $i(t)$ a la corriente
- ❖ La carga en el capacitor al tiempo t se denota $q(t)$.
- ❖ R es la inductancia, R la resistencia y C la capacitancia, en general son constantes.

La segunda ley de Kirchhoff indica que el voltaje aplicado $E(t)$ a un circuito cerrado debe ser igual a la suma de las caídas respectivas de voltaje a través de un inductor, un capacitor y un resistor. Como la corriente $i(t)$ está relacionada con la carga $q(t)$ en el capacitor mediante: $i = \frac{dq}{dt}$ entonces se

obtiene la ecuación general: $L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = E(t)$.

Dado el circuito:



Cuando $E = 100V$, $R = 10\Omega$ y $L = 1h$ el sistema de ecuaciones diferenciales que lo caracteriza es:

$$\begin{pmatrix} di_1/dt \\ di_3/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20i_1 + 10i_3 + 100 \\ 10i_1 - 20i_3 \end{pmatrix}$$

Donde las condiciones iniciales son: $i_1(0) = 0$ e $i_3(0) = 0$

Se pide:

- 1) Hallar la solución analítica del sistema.

- 2) Diseñar un programa que implemente RK4 para obtener la solución numérica en el intervalo $[0, 3]$ con $h=0.1$.**
- 3) Obtener la gráfica de la solución numérica.**
- 4) Compare los gráficos de la solución analítica y la aproximada en el mismo intervalo temporal.**
- 5) Predecir el comportamiento de $i_1(t)$ e $i_3(t)$ conforme $t \rightarrow \infty$**
- 6) Realizar en el código del punto 2 la modificación necesaria para que el usuario ingrese el paso h dentro de un rango de factibilidad.**