DEPARTAMENTO DE COMPUTACION
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Guia 1

2do cuatrimestre 2024 — Algoritmos y Estructuras de Datos I

Integrante	LU	Correo electrónico
Federico Barberón	112/24	jfedericobarberonj@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - Pabellón I
Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Argentina
Tel/Fax: (54 11) 4576-3359
http://exactas.uba.ar

Índice

1. Guia 1

1.1. Ejercicio 1

Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones cuando el valor de verdad de a, b y c es *verdadero* y el de x e y es *falso*.

a) $(\neg x \vee b)$ True

b) $((c \vee (y \wedge a)) \vee b)$ True

c) $\neg(c \vee y)$ False

d) $\neg(y \vee c)$ False

e) $(\neg(c \vee y) \leftrightarrow (\neg c \wedge \neg y))$ True

f) $((c \vee y) \wedge (a \vee b))$ True

g) $(((c \vee y) \wedge (a \vee b)) \leftrightarrow (c \vee (y \wedge a) \vee b))$ True

h) $(\neg c \wedge \neg y)$ False

1.2. Ejercicio 2

Considere la siguiente oración: "Si es mi cumpleaños o hay torta, entonces hay torta".

- Escribir usando lógica proposicional y realizar la tabla de verdad

  $(p \vee q) \rightarrow q$

p	q	$(p \vee q)$	$(p \vee q) \rightarrow q$
T	T	T	T
T	F	T	F
F	T	T	T
F	F	F	T

- Asumiendo que la oración es verdadera y hay una torta, qué se puede concluir?

  Se concluye que puede o no ser su cumpleaños.

- Asumiendo que la oración es verdadera y no hay una torta, qué se puede concluir?

  Se concluye que NO es su cumpleaños.

- Suponiendo que la oración es mentira (es falsa), se puede concluir algo?

  Se concluye que es su cumpleaños pero no hay torta :(

1.3. Ejercicio 3

Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

a)
- $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- $\neg p \rightarrow (q \wedge r)$

$$
\begin{array}{rll|l}
(p \vee q) \wedge (p \vee r) & \leftrightarrow & p \vee (q \wedge r) & \text{Distributiva} \\
& \leftrightarrow & \neg(\neg p) \vee (q \wedge r) & \text{Doble negación} \\
& \leftrightarrow & \neg p \rightarrow (q \wedge r) & \text{Definición condicional}
\end{array}
$$

Las fórmulas son equivalentes.

b)
- $\neg(\neg p) \rightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q))$
- q

$$
\begin{array}{rll|l}
\neg(\neg p) \rightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q)) & \leftrightarrow & \neg(\neg p) \rightarrow (p \vee q) & \text{De Morgan} \\
& \leftrightarrow & p \rightarrow (p \vee q) & \text{Doble negación} \\
& \leftrightarrow & \neg p \vee (p \vee q) & \text{Definición condicional} \\
& \leftrightarrow & (\neg p \vee p) \vee q & \text{Asociatividad} \\
& \leftrightarrow & True \vee q & \\
& \leftrightarrow & True & \text{Conjunción } \mathit{True}
\end{array}
$$

Las fórmulas no son equivalentes.

c)
- $((True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False)) \rightarrow \neg(\neg p \wedge q)$
- $p \wedge \neg q$

$$
\begin{array}{ll|l}
 & ((True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False)) \rightarrow \neg(\neg p \wedge q) & \\
\leftrightarrow & (p \wedge \neg p) \rightarrow \neg(\neg p \vee q) & \text{Conjunción } \mathit{True} \text{ y disyunción } \mathit{False} \\
\leftrightarrow & False \rightarrow \neg(\neg p \vee q) & \text{Contradicción} \\
\leftrightarrow & True &
\end{array}
$$

Las fórmulas no son equivalentes.

d)
- $(p \vee (\neg p \wedge q))$
- $\neg p \rightarrow q$

$$
\begin{array}{rll|l}
(p \vee (\neg p \wedge q)) & \leftrightarrow & (p \vee \neg p) \wedge (p \vee q) & \text{Distributiva} \\
 & \leftrightarrow & True \wedge (p \vee q) & \\
 & \leftrightarrow & p \vee q & \\
 & \leftrightarrow & \neg(\neg p) \vee q & \text{Doble negación} \\
 & \leftrightarrow & \neg p \rightarrow q & \text{Definición condicional}
\end{array}
$$

Las fórmulas son equivalentes.

e)
- $p \rightarrow (q \wedge \neg(q \rightarrow r))$
- $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg r))$

$$
\begin{array}{rll|l}
p \rightarrow (q \wedge \neg(q \rightarrow r)) & \leftrightarrow & \neg(\neg p) \rightarrow (q \wedge \neg(\neg(\neg q) \rightarrow r)) & \text{Doble negación} \\
 & \leftrightarrow & \neg p \vee (q \wedge \neg(\neg q \vee r)) & \text{Definición condicional} \\
 & \leftrightarrow & \neg p \vee (q \wedge (q \wedge \neg r)) & \text{De Morgan} \\
 & \leftrightarrow & (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg r)) & \text{Distributiva}
\end{array}
$$

Las fórmulas son equivalentes.

1.4. Ejercicio 4

Determinar si las siguientes fórmulas son tautologías, contradicciones o contingencias.

a) $(p \vee \neg p)$ Tautología

p	$(p \vee \neg p)$
T	**T**
F	**T**

b) $(p \wedge \neg p)$ Contradicción

p	$(p \wedge \neg p)$
T	**F**
F	**F**

c) $((\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q))$ Tautología

p	q	$(\neg p \vee q)$	$(p \rightarrow q)$	$((\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q))$
T	T	T	T	**T**
T	F	F	F	**T**
F	T	T	T	**T**
F	F	T	T	**T**

d) $((p \wedge q) \rightarrow p)$ Tautología

p	q	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \rightarrow p)$
T	T	T	**T**
T	F	F	**T**
F	T	F	**T**
F	F	F	**T**

e) $((p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

p	q	r	$(q \vee r)$	$(p \wedge (q \vee r))$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge r)$	$((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$	Fórmula del enunciado
T	T	T	T	T	T	T	T	**T**
T	T	F	T	T	T	F	T	**T**
T	F	T	T	T	F	T	T	**T**
T	F	F	F	F	F	F	F	**T**
F	T	T	T	F	F	F	F	**T**
F	T	F	T	F	F	F	F	**T**
F	F	T	T	F	F	F	F	**T**
F	F	F	F	F	F	F	F	**T**

f) $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$ HACER!

1.5. Ejercicio 5

Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

a) $True, False$

$False$ es más fuerte que $True$.

b) $(p \wedge q), (p \vee q)$

$(p \wedge q)$ es más fuerte que $(p \vee q)$.

c) $p, (p \wedge q)$

$(p \wedge q)$ es más fuerte que p.

d) $p, (p \vee q)$

p es más fuerte que $(p \vee q)$.

e) p, q

No hay relación de fuerza.

f) $p, (p \rightarrow q)$

No hay relación de fuerza.

1.6. Ejercicio 6

Asumiendo que el valor de verdad de b y c es *verdadero*, el de a es *falso* y el de x e y es *indefinido*, indicar cuáles de los operadores deben ser operadores "luego"para que la expresión no se indefina nunca:

a) $(\neg x \vee b)$

Se indefine siempre.

b) $((c \vee (y \wedge a)) \vee b)$

$((c \vee_L (y \wedge a)) \vee b)$

c) $\neg(c \vee y)$

$\neg(c \vee_L y)$

d) $(\neg(c \vee y) \leftrightarrow (\neg c \wedge \neg y))$

   $(\neg(c \vee_L y) \leftrightarrow (\neg c \wedge_L \neg y))$

e) $((c \vee y) \wedge (a \vee b))$

   $((c \vee_L y) \wedge (a \vee b))$

f) $(((c \vee y) \wedge (a \vee b)) \leftrightarrow (c \vee (y \wedge a) \vee b))$

   $(((c \vee_L y) \wedge (a \vee b)) \leftrightarrow (c \vee_L (y \wedge a) \vee b))$

g) $(\neg c \wedge \neg y)$

   $(\neg c \wedge_L \neg y)$

1.7. Ejercicio 7

Sean p, q y r tres variables de las que se sabe que:

- p y q nunca esán indefinidas,
- r se indefine sii q es *verdadera*

Proponer una fórmula que nunca se indefina, utilizando siempre las tres variables y que sea verdadera si y solo si se cumple que:

a) Al menos una es verdadera.

   $(p \vee q) \vee_L r$

b) Ninguna es verdadera.

   $\neg(p \vee q) \wedge_L \neg r$

c) Exactamente una de las tres es verdadera. HACER!

d) Sólo p y q son verdaderas. HACER!

e) No todas al mismo tiempo son verdaderas. HACER!

f) r es verdadera. HACER!

1.8. Ejercicio 8

Determinar, para cada aparición de variables, si dicha aparición se encuentra libre o ligada. En cada caso de estar ligada, aclarar a qué cuantificador lo está. En los casso en que sea posible, proponer valores para las variables libres de modo tal que las expresiones sean verdaderas.

a) $(\forall x : \mathbb{Z})(0 \leq x < n \rightarrow x + y = z)$

   Ligadas: x al cuantificador $(\forall x : \mathbb{Z})$.

   Libres: n, y, z. Posibles valores: $n = 1, y = z = 5$.

b) $(\forall x : \mathbb{Z})((\forall y : \mathbb{Z})((0 \leq x < n \wedge 0 \leq y < m) \rightarrow x + y = z))$

   Ligadas: x al cuantificador $(\forall x : \mathbb{Z})$, y al cuantificador $(\forall y : \mathbb{Z})$.

   Libres: n, m, z. Posibles valores: $n = 1, m = 1, z = 0$.

c) $(\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < 10 \rightarrow j < 0)$

   Ligadas: j al cuantificador $(\forall j : \mathbb{Z})$.

   En este caso la expresión es siempre falsa.

d) $(\forall j : \mathbb{Z})(j \leq 0 \rightarrow P(j)) \wedge P(j)$

   Ligadas: j al cuantificador $(\forall j : \mathbb{Z})$.

   Libres: j.

   El valor de verdad depende de $P(j)$.