

Codificación de Listas

Taller de álgebra

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

El número de Gödel

Sea la lista $l = [a_1, \dots, a_n]$ con $a_i \in \mathbb{N}_0$. El **número de Gödel** que codifica la lista l se define como:

$$[a_1, \dots, a_n] = \prod_{i=1}^n p_i^{a_i}$$

en donde p_i es el i -ésimo primo.

Por ejemplo, el número de Gödel de la lista $[1, 3, 3, 2, 2]$ es

$$[1, 3, 3, 2, 2] = 2^1 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11^2 = 40020750$$

Asimismo podemos codificar una lista a partir de un número. Por ejemplo, el número 132, codifica la siguiente lista:

$$132 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 11^1 = [2, 1, 0, 0, 1]$$

Esto significa que podemos definir las operaciones de las listas para los naturales (longitud, i -ésimo, head, tail, etc).

Codificación de Listas

Ejercicios

- 1) Definir la función `longitud` que dado un número natural n , devuelve la longitud de la lista codificada por n . Por ejemplo: `longitud 132 = 5`. Notar que la lista no contiene ceros al final.
- 2) Definir la función `iésimo` que dados dos números naturales n e i , devuelve el i ésimo elemento de la lista que codifica n . Por ejemplo: `iesimo 132 2 = 1`. El primer elemento de la lista se corresponde con el índice 1. Si el índice está fuera de rango, el programa devuelve 0.
- 3) Definir la función `headN` que dado un número natural n , devuelve la cabeza de la lista codificada por n . Por ejemplo, `headN 132 = 2`.
- 4) Definir la función `tailN` que dado un número natural n , devuelve el número que codifica a la cola de la lista que codifica n . Por ejemplo: `tailN 132 = tailN $(2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^0 \cdot 7^0 \cdot 11^1)$ = $2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^0 \cdot 7^1$ = 14`
- 5) Definir la función `codificarALista` que dado un número natural n , devuelve la lista codificada por n .
- 6) Definir la función `godel` que dada una lista l , devuelve el número de Gödel de l .