Intelligenza Artificiale I

Federico Falcone

October 26, 2025

1 Agenti

1.1 Agenti e ambienti

Un **agente** è qualsiasi cosa possa essere vista come un sistema che percepisce il suo **ambiente** attraverso i **sensori** e agisce su di esso mediante **attuatori**. Usiamo il termine **percezione** per indicare i dati che i sensori di un agente percepiscono. La **sequenzza percettiva** di un agente è la storia completa di tutto ciò che esso ha percepito nella sua esistenza. In generale, *la scelta dell'azione di un agente in un qualsiasi istante può dipendere dalla conoscenscena integrata in esso e dall'intera sequenza percettiva osservata fino a quel punto, ma non da qualcosa che l'agente non abbia percepito.* Il comportamento di un agente quindi è descritto dalla **funzione agente**, che descrive la corrispondenza tra una qualsiasi sequenza percettiva e una specifica azione.
Possiamo immaginare di rappresentare in forma di **tabella** la funzione agente che descrive un certo agente. La tabella è una descrizione **esterna** dell'agente. **Internamente**, la funzione agente di un agente artificiale sarà implementata da un **programma agente**, il quale è l'implementazione della funzione agente.

1.2 Comportarsi correttamente: il concetto di razionalità

Un **aagente razionale** è un agente che fa la cosa giusta.

1.2.1 Misure di prestazione

Valutiamo il comportamento di un agente considerandone le *conseguenze*. Ciò si chiama **consequenzialismo**. Quando un agente viene inserito in un ambiente, genera una sequenza di azioni in base alle percezioni che riceve. Questa sequenza di azioni porta l'ambiente ad attraversare una sequenza di **stati**: se tale sequenza è desiderabile, significa che l'agente si è comportato bene. Questa nozione di desiderabilità è catturata da una **misura di prestazione** che valuta una sequenza di stati dell'ambiente.

1.2.2 Razionalità

In un dato momento, ciò che è razionale dipende da quattro fattori:

- la misura di presazione che definisce il criterio di successo;
- la conoscenza pregressa del'ambiente da parte dell'agente;
- le azioni che l'agente può effettuare;
- la sequenza percettiva dell'agente fino all'istante corrente.

Questo porta alla definizione di **agente razionale**: Per ogni possibile sequenza di percezioni, un agente razionale dovrebbe scegliere un'azione che massimizzi il valore ateso della sua misura di prestazione, date le informazioni fornite dalla sequenza percettiva e da ogni ulteriore conoscenza dell'agente.

1.2.3 Onniscenza, apprendimento e autonomia

Un agente **onniscente** conosce il risultato *effettivo* delle sue azioni e può agire di conseguenza.
Intraprendere azioni mirate a modificare le percezioni future, chiamato **information gathering** è una perte importante della razionalità. Un esempio è formato dall'**esplorazione**.
Un agente razionale non si deve limitare solo a raccogliere informazioni, ma deve essere anche in grado id **apprendere** il più possibile sulla base delle proprie percezioni.

1.3 La natura degli ambienti

1.3.1 Proprietà degli ambienti operativi

Gli ambienti devono essere:

- **completamente osservabile/parzialmente osservabile**
- **Agente sigolo/multiagente**: gli ambienti multiagente possono essere **competitivi** oppure **cooperativi**.
- **deterministico/non deterministico (stocastico)**: è deterministico quando lo stato successivo dell'ambiente è completamente determinato dallo stato corrente e dall'azione eseguita dall'agente.
- **episodico/sequenziale** episodico significa che l'esperienza dell'agente è divisa in episodi atomici. In ogni episodio l'agente riceve una percezione e poi esegue una singola azione. Ogni episodio non dipende dalle azioni intraprese in quelli precedenti. In quelli sequenziali ogni decisione può influenzare tutte quelle successive.
- **statico/dinamico**: se l'ambiente può cambiare mentre un agente sta decidendo come agire è dinamico.
- **discreto/continuo**: la distinzione si applica allo stato dell'ambiente, al modo in cui è gestito il tempo, alle percezioni e azioni dell'agente.
- **noto/ignoto**: si riferisce allo stato di conoscenza dell'agente delle "leggi fisiche" dell'ambiente stesso.

1.4 La struttura degli agenti

Il compito dell'intelligenza artificiale è progettare il **programma agente** che implementa la funzione agente, che fa corrispondere la percezione alle azioni. Diamo per scontato che questo programma sarà eseguito da un dispositivo computazionale dotato di sensori e attuatori fisici; questa prende il nome di **architettura agente**:
agente=architettura + programma

1.4.1 Programmi agente

I programmi agente prendono come input la percezione corrente dei sensori e restituiscono un'azione agli attuatori.

1.4.2 Agenti reattivi semplici

Questi agenti scelgono le azioni sula base della percezione *corrente*, ignorando tutta la storia percettiva corrente.

1.4.3 Agenti reattivi basati su modello

Il modo più efficace di gestire l'osservabilità parziale, per un agente, è *tener traccia della parte del mondo che non può vedere nell'istnate corrente*. Questo significa che l'agente deve mantenere una sorta di **stato interno** che dipende dalla storia delle percezioni e che quindi riflette almeno una parte degli aspetti non ossevabili dello stato corrente.
Aggiornare l'informazione dello stato interno al passaggio del tempo richiede che il programma agente possieda due tipi di conoscenza. Prima di tutto, deve avere informazioni sull'evoluzione del mondo nel tempo, suddivisibili approssimativamente in due parti: gli effetti delle azioni dell'agente e le modalità di evoluzione del mondo indipendentemente dall'agente. Questa conoscenza sul "funzionamento del mondo", viene chiamata **modello di transizione** del mondo.
In seconod luogo, ci servono informazioni su come lo stato del mondo si rifletta nelle percezioni dell'agente. Questo tipo di conoscenza è chiamato **modello sensoriale**.
Il modello di transizione e il modello sensoriale, insieme, consentono a un agente di tenere traccia dello stato del mondo, per quanto possibile date le limitazioni dei sensori. Un agente che utilizza tali modelli prende il nome di **agesnete basato su modello**.

1.4.4 Agenti basati su obiettivi

Conoscere lo stato corrente dell'ambiente non sempre basta e decidere che cosa fare. Oltre che alla descrizione dello stato corrente l'agente ha bisogno di qualche tipo di informazione riguardante il suo **obiettivo** (goal), che descriva situazioni desiderabili.
Talvolta scegliere un'azione in base a un obiettivo è molto semplice, quando questo può essere raggiunto in un solo passo. Altre volte è più difficile. La **ricerca** e la **pianificazione** sono sottocampi dell'IA dedicati proprio a identificare le sequenze di azioni che permettono a un agente di raggiungere i propri obiettivi.
Benchè un agente basato su obiettivi sembri meno efficiente, d'altra parte è più **flessibile**, perchè la conoscenza che guida le sue decisioni è rappresentata esplicitamente e può essere modificata.

1.4.5 Agenti bassati sull'utilità

Gli obiettivi forniscono solamente una distinzione binaria tra stati "contenti" e "scontenti", laddove una misura di prestazione più generale dovrebbe permettere di confrontare stati del mondo differenti e misurare precisamente la contentezza che potrebbero portare all'agente. Per descrivere ciò utilizziamo il termine **utilità**. Una **funzione di utilità** di un agente è un'internalizzazione della misura di prestazione. Purchè la funzione di utilità interna e la misura di presazione esterna concordino, un agente che sceglie le zioni per massimizzare l'utilità sarà razionale in base alla misura di prestazione esterna.

2 Risolvere i problemi con la ricerca

Quando l'azione giusta da compiere non è subito evidente, un agente uò avere la necessità di *guardare avanti*, cioè considerare una **sequenza** di azioni che formano un cammino ch eporterà a uno stato obiettivo. Questo tipo di agente è chiamato **agente risolutore di problemi** e il processo computazionale che effettua è la **ricerca**.
Gli agenti risolutori di problemi utilizzano rappresentazioni **atomiche** in cui gli stati del mondo sono considerati come entità prive di una struttura interna visibile agli algoritmi per la risoluzione dei problemi. Gli agenti che utilizzano rappresentazioni di stati **fattorizzate** o **strutturate** sono solitamente chiamati **agenti pianificatori**.

2.1 Agenti risolutori di problemi

Se l'agente non ha informazioni sufficienti sull'ambiente, ovvero se l'ambiente è **ignoto**, non può fare altro che eseguire una delle azioni scelte a caso. Con tali informazioni a disposizione, l'agente può eseguire un processo di risoluzione del problema in quattro fasi:

- **Formulazione dell'obiettivo**;
- **Formulazione del problema**: l'agente elabora una descrizione degli stati e delle azioni necessarie per raggiungere ll'obiettivo, ovvero un modello astratto della parte del mondo interessata;
- **Ricerca**: prima di effettuare qualsiasi azione nel modno reale, l'agente simula nel suo modello sequenze di azioni, continuando a cercare finchè trova una sequenza che raggiunge l'obiettivo: tale sequenza si chiama **soluzione**;
- **Esecuzione**: l'agente ora può eseguire le azioni specificate nella soluzione, una per volta.

2.1.1 Problemi di ricerca e soluzioni

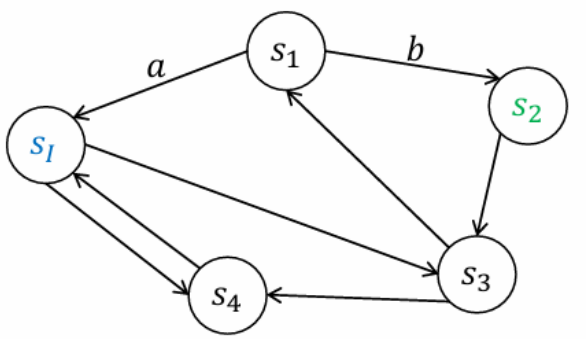
Un **problema** di ricerca può essere definito formalmente come segue:

- Un insieme di possibili **stati** in cui può trovarsi l'ambiente. Lo chiamiamo **spazio degli stati**.
- Lo **Stato iniziale** in cui si trova l'agente inizialmente.
- Un insieme di uno o pià **stati obiettivo**. A volte è unico, a volte è un piccolo insieme, a volte è definito da una proprietà che è soddisfatta da molti stati.
- Le **azioni** possibili dell'agente. Dato uno stato s, $AZIONI(s)$ restituisce un insieme finito di azioni che possono essere eseguite in s. Diciamo che ognuna di questa azioni è **applicabile** in s.

$$A(s) = \{a, b, c, ...\}$$

- Un **modello di transizione** che descrive ciò che fa ogni azione. Dato uno stato di partenza s_j e un'azione $a \in A(s_i)$, indica uno stato di arrivo $f(s_i, a)$: rappresenta la conseguenza dello svolgere l'azione a nello stato s.
- Una **funzione di costo dell'azione**, denotata da $c(s_j, a, f(s_i, a)$, restituisce il costo numerico di applicare l'azione a nello stato s_i per raggiungere lo stato s'

Una sequenza di azioni forma un **cammino**; una **soluzione** è un cammino che porta dallo stato iniziale a uno stato obiettivo. Assumiamo che i costi delle azioni siano additivi. Una **soluzione ottima** è quella che ha il costo minimo.
Lo spazio degli stati può essere rappresentato come un **grafo** in cui i vertici rappresentano gli stati e i collegamenti orientati tra di essi rappresentano le azioni.



2.1.2 La formulazione dei problemi

La formulazione del problema è un **modello**, ovvero una descrizione matematica astratta.
Il processo di rimozione dei dettagli da una rappresentazione prende il nome di **astrazione** Per una buona formulazione del problema serve il giusto livello di dettaglio.
Come faccio a specificare un problema di search?

- **Approccio esaustivo/esplicito** : fornire il grafo degli stati in modo completo specificando tutte le transizioni possibili. Il più delle volte questa non è un'opzione percorribile a casua della natura combinatoria dello spazio degli stati.
- **Approccio implicito**: possiamo specificare lo stato iniziale e la funzione di transizione in una forma **compatta**. Il grafo degli stati si "svela" man mano che le azioni vengono valutate.

Ci serve una procedura efficiente per ocntrollare se uno stato generato è il goal: **goal check**.

2.2 Algoritmi di ricerca

Un **algoritmo di ricerca** riceve in input un problema di ricerca e restituisce una soluzione o un'indicazione di fallimento. Considretiamo algoritmi ch esovrappongono un **albero di ricerca** al grafo dello spazio degli stati, formando vari cammini a partire dallo stato iniziale e carcando di trovarne uno che raggiunga uno stato obiettivo. Ciascun **nodo** nell'albero di ricerca corrisponde a uno stato nello spazio degli stati e i rami del'albero di ricerca corrispondo ad azioni. La radice dell'alvvero corrisponde allo stato iniziale del problema.
È importante comprendere la distinzione tra spazio degli stati e albero di ricerca. Lo spazio degli stati descrive l'insieme degli stati nel mondo e le azioni che consentono le transizioni da uno stato a un altro. L'albero di ricerca descrive i cammini tra questi stati per raggiungere l'obiettivo. Nell'albero di ricerca possono esserci più cammini per raggiungere qualsiasi stato, ma per ogni nodo dell'albero c'è un cammino univoco per tornare alla radice.

2.2.1 Obiettivi della ricerca

Un algoritmo di ricerca **esplora il grafo delgi stati fin quando non trova la soluzione desiderata**.
Nella versione di **fattibilità** quando viene visitato un nodo di goal viene restituito il percorso che ha portato a quel nodo. Nella versione di **ottimizzazione** quando viene visitato un nodo di goal, se quasiasi altro possibile percorso per quel nodo ha un costo maggiore, viene restituito il percorso che ha portato a quel nodo.
Non basta visitare un nodo di goal, l'algoritmo deve riscostruire il percorso che ha seguito per arrivarci: deve tenere traccia della sua ricerca. Tale traccia può essere mappata su un sotto-grafo di G, detto **albero** di ricerca.

2.2.2 Come si valuta un algoritmo di ricerca?

Possiamo valutare un algoritmo di ricerca lungo diverse dimensioni:

- Correttezza
- Completezza
- Complessità in termini di spazio
- Complessità in termini di tempo

2.2.3 Correttezza

Garanzia che se l'algoritmo restituisce una soluzione, questa è conforme alle caratteristiche specificate nella formulazione del problema.
L'algoritmo dice che c'è una soluzione. È vero? E la soluzione che l'algoritmo ha calcolato conduce veramente ad un goal?

2.2.4 Completezza

Garanzia che se una soluzione esiste allora l'algoritmo la trova **sempre**.
L'*algoritmo termina sempre? E se dice che non ci sono soluzioni, è vero?*
La completezza di solito si dimostra facendo vedere che la ricerca nello spazio degli stati + in grado di visitare tutti gli stati possibili, ap atto di concedere un temrpo arbitrariamente lungo.
Se lo spazio degli stati è infinito? Possiamo chiederci se la riceca è **sistematica**:

- se la risposta è *sì* l'algoritmo deve terminare;
- se la risposta è *no*, va bene se non termina ma tutti gli stati raggiungibili devono essere visitati nel limite: man mano che il tempo va all'infinito, tutti gli stati vengono visitati.

2.2.5 Complessità spaziale e temporale

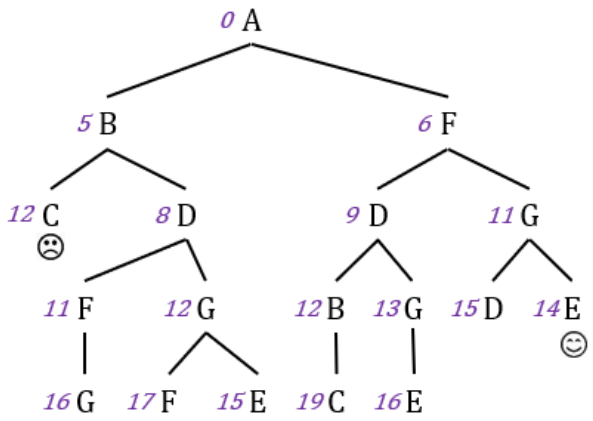
Complessità spaziale: come cresce la quantità di memoria richiesta dall'algoritmo di ricerca in funzione della dimensione del problema (caso peggiore)?
Complessità temporale: come cresce il tempo richiesto (numero di operazioni) dell'algoritmo di ricerca in funzione della dimensione del problema (caso peggiore)?
Trend asintotico:

- La complessità viene descritta con una funzione $f(n)$.
- Ai fini dell'analisi risulta conveniente adottare quella che si chiama la notazione "O-grande".
- n di solito codifica la dimensione di una istanza del problema.

3 Search: UCS e A*

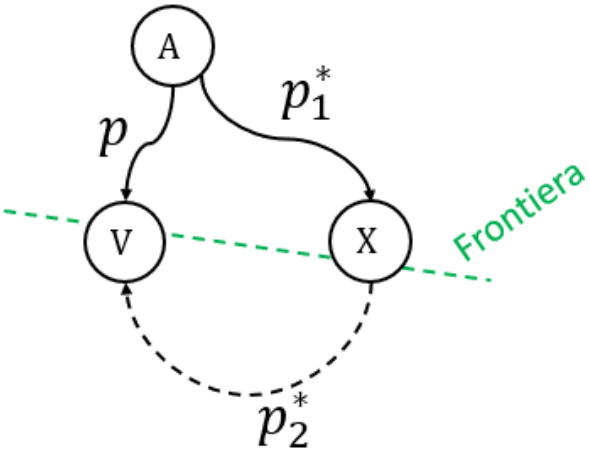
3.1 Uniform Cost Seatch (UCS)

Nell'albero di ricerca, teniamo traccia del nostro accumlato sul percorso dal nodo iniziale a ogni noto V: $g(V)$. Non consideriamo EQL.
L'UCS consiste nella selezione (espansione) del nodo con g minore ancora da espolare (sulla frontiera).
Goal check: se il **nodo selezionato per l'espandione** è un goal, mi fermo e restituisco la soluzione.
Ci si pone la domanda: abbiamo trovato il percorso ottimale per l'obiettivo? Per dare una risposta, possiamo ispezionare il grafico.



Come si nota dal grafico, sì, trova la soluzione ottimale.
Anzi possiamo affermare che: ogni volta che UCS **seleziona** per la prima volta un nodo per l'espansione, il percorso che, sull'albero di ricerca, porta a quel nodo ha un **costo minimo**.

3.1.1 Ottimalità di UCS

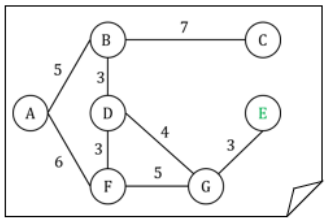


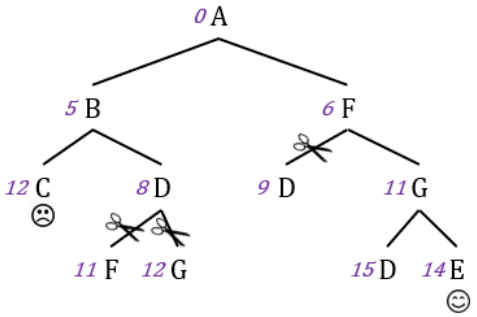
Overload della notazione: estendo la notazione di g rendendola applicabile anche ai path $g(X ß Y ß \dots ß Z) = g(Z)$).
Ipotesi:

1. UCS seleziona per la prima volta dalla frontiera un nodo V che è stato generato attraverso un percorso p;
2. il percorso p non è il percorso ottimo per raggiungere V: $p^* \neq p$;

Dato il secondo punto e la separation property della frontiera, sappiamo che deve esistere un nodo X sulla frontiera, generato attraverso un cammino $p_1^* + p_2^*$.
$p*$ è il **path ottimo**, quindi $g(p_1^*) < g(p_1*) + \Delta p_2^* < g(p)$.
I costi sono tutti positivi, quindi $g(p_1^*) < g(p_1*) + \Delta p_2^* < g(p) \Rightarrow g(p_1*) < g(p)$.
Questo implica che $g(X) < g(V)$, la prima ipotesi è violata.
Se quando selezioniamo per la prima volta un nodo scopriamo il percorso ottimo, non c'è motivo di selezionare lo stesso nodo una seconda volta, introduciamo quindi la lista dei **nodi espansi**: **EXL**.
Ogni volta che selezioniamo un odo per l'estensione:

- Se il nodo è già in EXL, lo **scartiamo**.
- Altrimenti lo estendiamo e lo insieriamo in EXL.





$EXL = \{\emptyset\}$

$EXL = \{A\}$

$EXL = \{A, B\}$

$EXL = \{A, B, F\}$

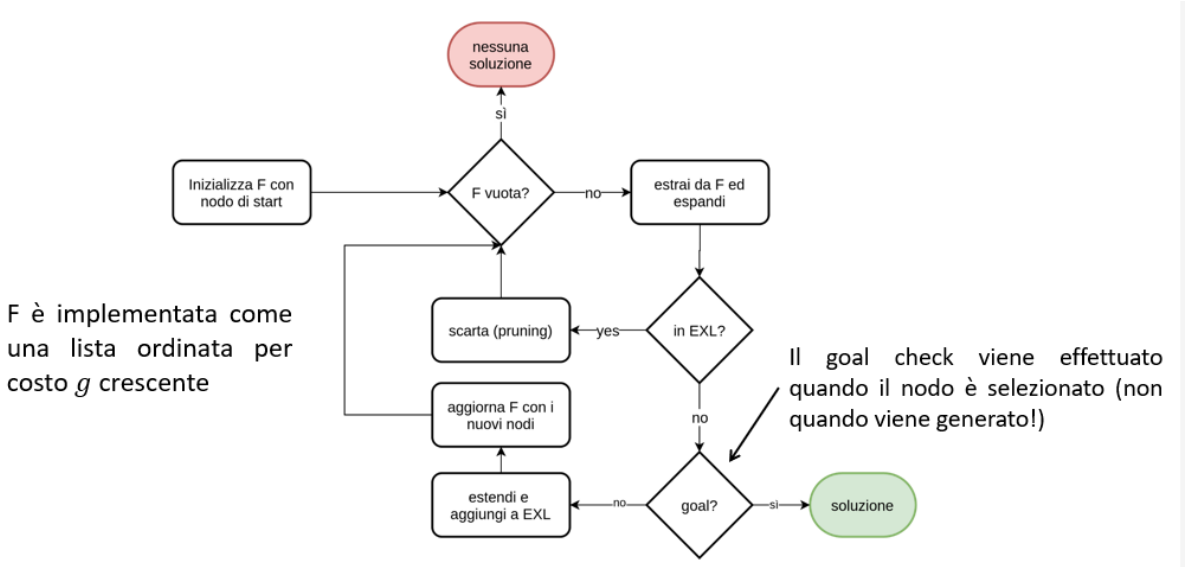
$EXL = \{A, B, F, D\}$

$EXL = \{A, B, F, D, G\}$

$EXL = \{A, B, F, D, G, C\}$

$EXL = \{A, B, F, D, G, C, E\}$

3.1.2 Implementazione



3.2 Ricerca informata

3.2.1 Ricerca non informata e non informata

Gli algoritmi di ricerca decidono quale nodo espandere attraverso delle regole che applicano in funzione della conoscenza del problema e del processo di ricerca svolto fino al tempo presente.
Una ricerca è **non informata** se utilizza solo la conoscenza del problema che è specificata nella sua definizione.
Una ricerca è **informata** va oltre alla definizione del problema sfruttando della conoscenza aggiuntiva: ciò che quel grafo, quelle connessioni e quei costi rappresentano nel mondo reale, oltre il formalismo agnostico che li esprime.
Dato un generico stato S, usando questa conoscenza, un algoritmo informato **stima** la bontà di S attraverso una funzione $f(S)$ e guida la ricerca usando f.
Approccio **best-first**: espandere prima gli stati che hanno una f migliore.
Esistono diversi algorimti di ricerca best-first, la differenza la fa il **come f è definita**.

3.3 A*

La forma più diffusa di ricerca best-first è la **ricerca A***. La valutazione dei nodi viene eseguita combinando $g(n)$, il costo per raggiungere il nodo, e $h(n)$ (**euristica**), il costo per andare da lì all'obiettivo:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

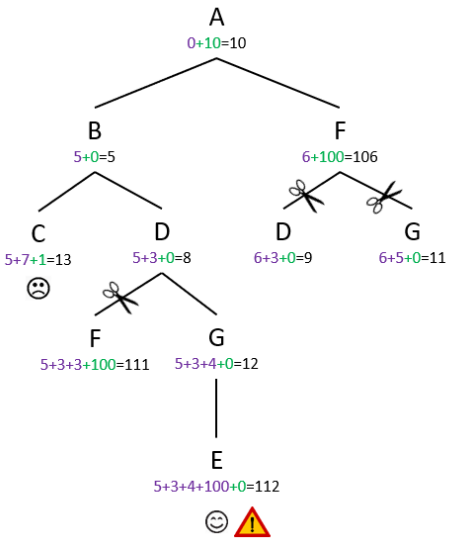
Dal momento che $g(n)$ fornisce il costo di cammino dal nodo iniziale al nodo n, e $h(n)$ rappresenta il costo stimato del cammino più conveniente da n all'obiettivo, risulta $f(n) =$ costo stimato della soluzione più

conveniente che passa per n. Se stiamo cercando di trovare la soluzione meno costosa, quindi una cosa ragionevole è provare per primo il nodo col valore più basso di $g(n)$ e $h(n)$. In effetti rilta che questa strategia è molto più che ragionevole, a patto che la funzione auristica $h(n)$ soddisfi certe condizioni, la ricerca A* è sia completa che ottima.

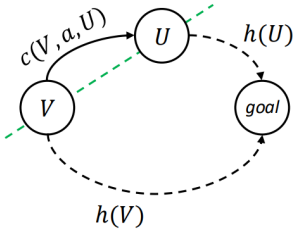
3.3.1 Ammisibilità di A*

A* è ottima se $h(n)$ è una **euristica ammissibile**, ovvero se $h(n)$ *non sopravvaluta* mai il costo reale di una soluzione che passa per il nodo n.

3.3.2 A* con EXL



Grazie all'ammisibilità manteniamo la stessa proprietà di ottimalità che abbiamo dimostrato con UCS: se non sovrastimiamo non possiamo scartare il path ottimo.
Se lavoriamo con EXL l'ammissibilità **non garantisce** l'ottimalità. Per risolvere ciò bisogna aggiungere all'euristica una proprietà più stringente: la **consistenza**.
Siano V e U due stati connessi da una azione a. Una euristica h è **consistente** se per ogni possibile coppia di V e U vale la seguente diseguaglianza: $h(V) \leq c(V, a, U) + h(U)$. (diseguaglianza triangolare)
Disuguaglianza triangolare Afferma che ogni lato del triangolo non può mai essere più lungo della somma degli altri due.

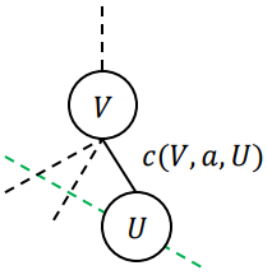


3.3.3 Ottimalità di A*

Se assumiamo che h sia consistente, possiamo costruire una dimostrazione per l'ottimalità di A*.
Cominciamo con il derivare una proprietà di f:

1. Consideriamo due stati V e U connessi da un'azione a che l'algoritmo ha generato uno dopo l'altro sull'albero di ricerca.
2. Per definizione $f(U) = g(U) + h(U)$.
3. Per definizione di g e nostra azzunzione in 1, $g(U) = g(V) + c(V, a, U)$.
4. Sostituiendo in 2: f(U)=g(V) + c(V,a,U)+h(U).

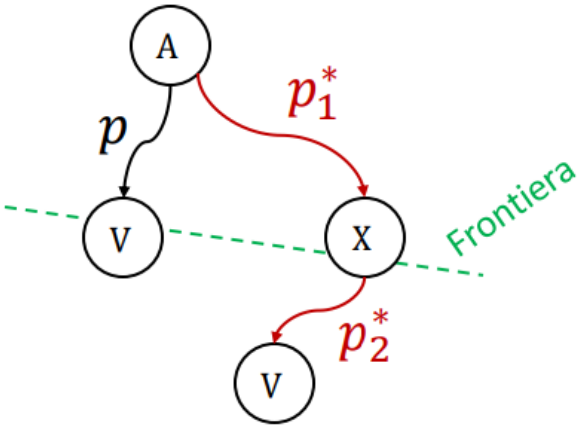
5. Per la proprietà di **consistenza** $c(V, a, U) + h(U) \geq h(V)$.
6. Sommando $g(V)$ a entrambi i termini: $g(V) + c(V, a, U) + h(U) \geq g(V) + h(V)$.
7. $f(U) \geq f(V) \Rightarrow$ **lungo ogni perorso nell'albero di ricerca la f è monotono non decrescente**.



Estendo la notazione di f esplicitando il path su cui si calcola il costo g: $f(p, n) = g(p) + h(n)$
Ipotesi:

1. A* seleziona per la prima vola dalla frontiera un nodo V che è stato generato attraverso un percorso p.
2. il percorso p non è il percorso ottimo per raggiungere V: $p^* \neq p$

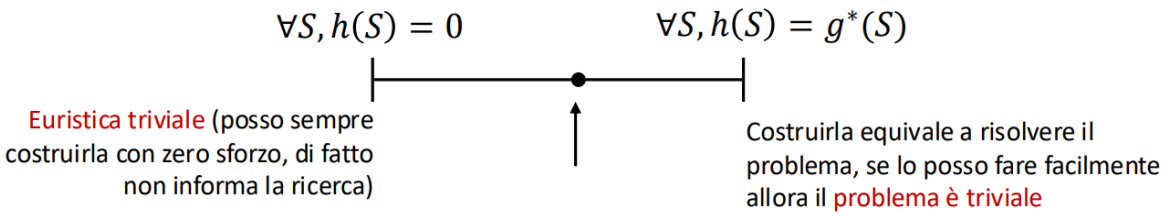
Dato 2 e la **separation property** della frontiera, sappiamo che deve esistere un nodo X sulla frontiera che si trova sul cammino ottimo $p^* = p_1^* + p_2^*$ verso V;



1. $g(p) > g(p^*)$ perch+ sia p^* che p sono path che portano a V, ma il primo è ottimo mentre il secondo no;
2. $f(p^*, V) \geq f(p_1^*, X)$ dalla consistenza di h (f monotona non decrescente);
3. $g(p) + h(V) > g(p^*, V) + h(V)$ sommando lo stesso termine ai membri di 1;
4. $f(p, V) > f(p^x, V) \geq f(p_1^x, X)$ mettedno insieme 3, 2 e la definizione di f;
5. $f(p, V) > f(p_1^*, X)$ quindi V non può essere stato scelto prima di X, l'ipotesi 1 è violata

3.4 Progettare un'eutistica

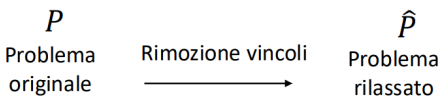
Per capire come trovare un metodo per costruire buone euristiche, cerchiamo prima di capire come si può valutare una euristia: ci sono euristiche che sono migliori di altre? E come si stabilisce?
Possiamo immaginare la nostra h come un punto in un intervallo limitato:



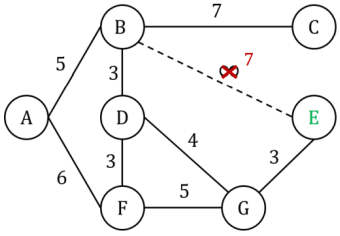
Vorrei spingere il più possibile a destra il punto, mantendendo però l'**efficienza** nel computare h. Perchè?
A* espande tutti gli stati S tali per cui $f(S) < g^*(goal)$ cioè tutti gli stati S tali per cui $h(S) < g^*(goal) - g(S)$. QUinsi se per ogni stato $S, h_1(S) \leq h_2(S)$ allora h_2 domina h_1 e A* con h_2 non espanderà ppiù nodi di A* con h_1 (sempre assumendo che entrambe le euristiche siano consistenti e calcolabili in tempo efficiente). É facile vedere che date due euristiche consistenti h_1 e h_2 dove nessuna domina l'altra, possiamo costruire una terza euristica che le domina entrambe: $h_3 = max\{h_1, h_2\}$
Il principio "euristiche più grandi sono migliori" ci permette di valutare le euristiche o di combinarle, ma come si costruisce una euristica da zero?
Tale compito sembra essere piuttosto complesso: l'euristica srutta la struttura di un problema e deve soddisfare una serie di vincoli.

3.5 Rilassamento di un problema

Dato un problema P, un **rilassamento di P** è una versione più semplice di P in cui alcuni vincoli sono stati rimossi.



I costi nel problema rilassato non sono mai maggiori dei costi nel problema originale
$\hat{c}(S, a, U) \leq c(S, a, U)$



Idea:

1. Costruire un rilassamento di P: $\hat{p}$.
2. Eseguire A* (o un qualsiasi altro algoritmo di ricerca) sul problema rilassato e trovare il costo ottimo da ogni nodo S per arrivare al goal: $\hat{h}^*(S)$.
3. Assegnare $h(S) = \hat{h}^*(S)$ ed eseguire A* con tale euristica.

Possiamo facilmente definire un problema di rilassamento, si tratta solo di rimuovere vincoli/riscrivere i costi. Ma cosa succede alle proprietà delle'euristica e all'ottimalità di A*?

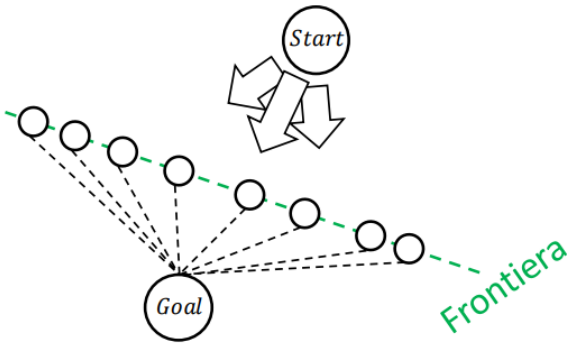
1. Nel problema rilassato risolvo per il costo ottimo da ogni stato $\hat{h}^*(S) \leq \hat{c}(S, a, U) + \hat{h}^*(U)$.
2. Dalla nostra idea $h(S) \leq \hat{c}(S, a, U) + h(U)$.
3. Dalla definizione di rilassamento $\hat{c}(S, a, U) \leq c(S, a, U)$.
4. **L'euristica h è consistente** $h(S) \leq c(S, a, U) + h(U)$.

4 Bounded Suboptimal Search e varianti di A*

4.1 Limiti di A*

L'uso di euristiche ammissibili costituisce un vantaggio perchè garantisce l'ottimalità. Può essere anche essere un grosso limite per mancanza di flessibilità.
Consideriamo, ad esempio, una situazione in cui in frontiera non ci sono un gran numero di nodi:

- ciascun nodo rappresenta un path verso il goal:
- ciascun path ha più o meno lo stesso costo, uno solo ha il costo minimo.



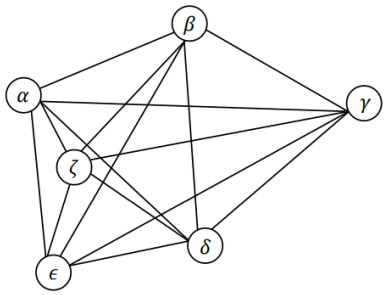
A* spenderà un sacco di tempo a distinguere il path ottimo tra tutti questi path che sostanzialmente sono equivalenti. NOn si accontenta di un path sub-ottimale, anche quando il suo costo dista di pochissimo dall'ottimo.
Come possiamo equipaggiare A* con un po' di flessibilità?.

4.2 Focal Search

Supponiamo di avere a disposizione una seconda euristica, **non ammissibile**, che chiamiamo $\hat{h}_F$.
$\hat{h}_F(n)$ è una stima del **costo computazionale** necessario per completare la ricerca del percorso ottimo verso il goal.
Ricordando che, in generale, in un problema di search le azioni **non** hanno costi uniformi, possiamo dire che dato un nodo n:

- $h(n)$ stima ottimisticamente il costo rimanente da spendere per arrivare al goal;
- $\hat{h}_F(n)$ stima il numero di azioni ancora da compiere per arrivare al goal, ovvero la lunghezza della parte di soluzione ancora da costruire.

Più è lunga la parte di soluzione da costruire, più lavoro dovrò fare per costruirla! Questa valutazione non è legata al costo rimanente.
Esempio: Traveling Salesman Problem

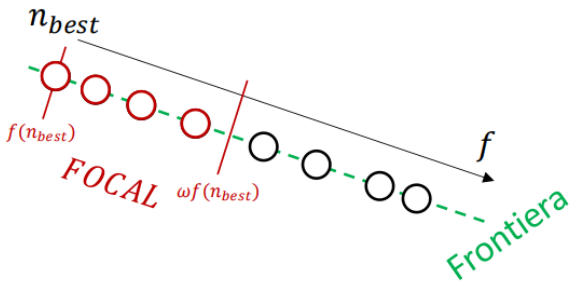


- Nodi → città
- Collegamenti → strade, ciascuna strada ha un costo diverso e positivo (grafo completo)
- Soluzione: ciclo Hamiltoniano di costo minimo ($\mathcal{NP}$-Hard)
- **Problema di search (?)**
  - Stato → percorso parziale (es. $n = \langle \alpha \to \zeta \to \delta \rangle$)
  - Costo → somma dei collegamenti percorsi
  - Azioni → spostamenti verso una città non precedentemente visitata
  - Se x è la città non ancora visitata più lontana dall'ultima città nel path (δ)
    $$h(n) = dist(\delta, x) + dist(x, \alpha)$$
  - $\hat{h}_F(n)$ numero di città rimanenti da visitare

- F: la lista di nodi in frontiera, quella usata da A*.
- $n_{best} = argmin_{n \in F} f(n)$

- $\omega \geq 1$, un parametro che scegliamo noi
- $FOCAL \subseteq F$ sotto-lista definita cosi:

$$FOCAL = \{n \in F | f(n) \leq \omega f(n_{best})\}$$



Regola di espansione: scegliere la $FOCAL$ il nodo che minimizza $\hat{h}_F, n_{next} = argmin_{n \in FOCAL} \hat{h}_F(n)$.
Tutto il resto resta uguale ad A*.
Perdiamo l'ottimalità! Quando l'algoritmo seleziona per l'espansione un nodo di goal e potrebbe non aver trovato il percorso ottimo (potremmo non aver scelto il nodo con f minima in frontiera e quindi potremmo aver saltato una linea di costo!)
La persita di ottimalità non è arbitrariamente grande, ma controllabile con il parametro ω.

4.2.1 Focal Search è una BSS

- e: il nodo di goal selezionato da FOCAL (fa terminare la ricerca)
- $n*$: il nodo che conduceva al goal su path ottimo, è in frontiera ma (assumiamo) non sia stato scelto
- OPT è il costo della soluzione ottima
- $f(n^*) \leq OPT$ perchè f usa un'euristica ammissibile
- $f(n_{best}) \leq f(n^*)$ per definizione di n_{best}
- $f(e) \leq \omega f(n_{best})$ per costruzione dell'algoritmo Focal Search
- Mettendo insieme le disuguaglianze di cui sopra otteniamo:

$$g(e) = f(e) \leq \omega f(n_{best}) \leq \omega f(n^*) \leq \omega OPT \Rightarrow g(e) \leq \omega OPT$$

Il costo della soluzione trovata da Focal Search può essere al più ω volte peggiore dell'ottimo
BSS: Bounded Subotimal Search

4.3 Problema del trashing

La funzione f può solo crescere. Questo implica, in $FOCAL$ search due effetti:

- in $FRONTIER$ il nodo n_{best} tenderà a stare a profondità bassa e quindi ad avere un valore alto di $\hat{h}_F$ (resta in FOCAL a lungo senza esser scelto)
- i nodi generati da una espansione tenderanno a non entrare in $FOCAL$ per molto tempo (fino a quando n_{best} non viene rimosso).

Effetto "fisarmonica": $FOCAL$ viene svuotata, nel momento in cui viene rimosso N_{best} viene riempita di nuovo, poi ancora svuotata, ...
Causa del problema: Focal Search usa f per riempire $FOCAL$, questo sembrerebbe l'unico modo per garantire il bound della subottimalità, **ma non lo è**.
Idea: usare f solo per garantire il bound e usare, in ordine, $\hat{h}_F$, e una euristica "aggressiva" $\hat{h}$ per scegliere il nodo da espandere, EES (Explicit EStimation Search, 2011)

4.4 Altri algoritmi di ricerca

I vari concetti che definiscono gli algoritmi di ricerca visti in precedenza, possono essere visti come il loro building blocks.
NUlla vieta di combinarli in modi alternativi per definire nuovi algoritmi di ricerca.

DFS, ma spareggio usando h	**Hill Climbing**
BFS, ma una volta che ho espanso tutti i nodi al livello k, mantengo nel livello $k+1$ solo i w nodi migliori secondo h	**Beam**
DFS limitando la profondità massima a 1, poi a 2, poi a 3 ...	**Iterative Deepening**
Iterative Deepening, ma anziché limitare la profondità uso f	**IDA***
A* dal nodo di goal cercando una strada verso quello iniziale	**D***
Come A* ma usando $f(n) = h(n)$	**Greedy Search**