

# FISICA TECNICA - riassunto

Federico Mainetti Gambera

2 maggio 2020

## Indice

<b>1</b>	<b>L01-Introduzione</b>	<b>3</b>
1.1	Introduzione	3
1.1.1	Sistema termodinamico	3
1.1.2	Il sistema semplice	3
1.2	Stato di equilibrio	3
1.2.1	Variabili termodinamiche	3
1.2.2	Regola di Gibbs	4
1.3	Tipologie di sistemi termodinamici	4
1.4	Trasformazioni termodinamiche	5
1.5	Equazione di stato nelle coordinate $P, v, T$	5
1.5.1	Equazione di stato per i gas ideali	5
1.5.2	Equazione di stato per i gas reali	6
1.5.3	Equazione di stato per liquidi e solidi	6
<b>2</b>	<b>L02-Principi di conservazione</b>	<b>8</b>
2.1	Principi di conservazioni	8
2.2	Principio di conservazione della massa	8
2.3	Primo principio della termodinamica per sistemi chiusi	8
2.4	Secondo principio della termodinamica per sistemi chiusi	9
2.5	Osservazioni sul primo e secondo principio	9
<b>3</b>	<b>L03-Trasformazioni</b>	<b>10</b>
3.1	Il lavoro termodinamico	10
3.1.1	Il lavoro termodinamico nelle trasformazioni reversibili e irreversibile	10
3.1.2	Il lavoro termodinamico di un ciclo	11
3.2	Il calore	11
3.2.1	Calori specifici a volume costante $c_V$	11
3.2.2	Calori specifici a pressione costante $c_P$	12
3.2.3	$c_V$ e $c_P$ per i gas ideali	12
3.2.4	$c_V$ e $c_P$ per i gas perfetti	12
3.2.5	$c_V$ e $c_P$ per i liquidi (e solidi) incomprimibili ideali	13
3.2.6	$c_V$ e $c_P$ per i liquidi (e solidi) incomprimibili perfetti	13
3.3	Le trasformazioni politropiche	13
3.3.1	Trasformazione politropica per un gas ideale	13
3.3.2	Trasformazione politropica per un gas perfetto	13
3.3.3	Espressioni della politropica	13
3.3.4	Politropiche per trasformazioni elementari	14
3.3.5	Lavoro di una generica politropica	14
3.3.6	Politropiche nel diagramma T-S	14
3.4	Calcolo di grandezze termodinamiche ( $u, h, s, l, q$ )	15

<b>4</b>	<b>L04-Sistemi bifase</b>	<b>17</b>
4.1	Sistema eterogeneo . . . . .	17
4.1.1	Regola di gibs per sistemi eterogenei . . . . .	17
4.1.2	Transizione di fase . . . . .	17
4.1.3	Sistemi eterogenei monocomponente . . . . .	18
4.2	Diagramma di stato P-v-T . . . . .	18
4.2.1	terminologia . . . . .	18
4.2.2	Proiezione del diagramma P-v-T in un grafico P-T . . . . .	19
4.2.3	Gas . . . . .	19
4.2.4	Trasformazione isobara . . . . .	19
4.2.5	Traformazione isoterma . . . . .	20
4.2.6	Proiezione del diagramma P-v-T in un grafico P-s e P-h . . . . .	20
4.3	Proprietà termodinamiche dei sistemi eterogenei . . . . .	21
4.3.1	Entalpia di transizione di fase . . . . .	21
4.3.2	Titoli . . . . .	21
4.4	Tabelle termodinamiche . . . . .	21
4.4.1	Tabella di saturazione in pressione . . . . .	21
4.4.2	Tabella di saturazione in temperatura . . . . .	22
4.4.3	Tabella del vapore surriscaldato . . . . .	22
4.4.4	Interpolazione lineare . . . . .	23
4.4.5	interpolazione bilineare . . . . .	23
4.4.6	Formule per l'acqua sottoraffreddata . . . . .	23
4.5	Relazioni semplificate vicino al punto triplo per l'acqua . . . . .	25
4.5.1	Stato solido . . . . .	25
4.5.2	Stato liquido . . . . .	25
4.5.3	Stato vapore . . . . .	26
<b>5</b>	<b>L05-Macchine termodinamiche</b>	<b>27</b>
<b>6</b>	<b>L06-Sistemi aperti</b>	<b>28</b>
<b>7</b>	<b>L07-Cicli a gas</b>	<b>29</b>
<b>8</b>	<b>L08-Cicli a vapore</b>	<b>30</b>

# 1 L01-Introduzione

## 1.1 Introduzione

La **termodinamica** è la scienza che studia l'**energia**, la **materia** e le **leggi** che governano le loro interazioni (scambi).

### 1.1.1 Sistema termodinamico

Il sistema termodinamico è inteso come porzione di spazio limitata da un **contorno** che lo racchiude completamente (il contorno è costituito da una superficie reale o immaginaria, rigida o deformabile).

Tutto ciò che è esterno al sistema termodinamico è il **mondo esterno** e quando il mondo esterno è di massa infinita viene chiamato **ambiente**.

I termini **serbatoio**, **sorgente** o **pozzo** fanno riferimento ad ambienti che interagiscono con il sistema termodinamico.

Un **sistema composto** è un insieme di sistemi e sottosistemi a massa finita e/o infinita.

Il sistema può essere **monocomponente** (sostanza pura o miscela di sostanze pure in rapporto fisso, quale ad esempio l'aria) o **policomponente** cioè composto da più componenti.

Ogni sistema monocomponente può essere in diversi **stati di aggregazione** (solido, liquido, aeriforme). I sistemi saranno **monofase** o **polifase**.

### 1.1.2 Il sistema semplice

- Chimicamente e fisicamente omogeneo ed isotropo;
- non soggetto a campi gravitazionali, elettrici o magnetici;
- chimicamente inerte
- esente da effetti di superficie per via delle grandi dimensioni.

## 1.2 Stato di equilibrio

Lo **stato di equilibrio** è il particolare stato cui perviene spontaneamente il sistema isolato.

E' **riproducibile** e **descrivibile** da poche proprietà del sistema stesso.

### 1.2.1 Variabili termodinamiche

Il sistema all'equilibrio è compiutamente descritto attraverso un numero ristretto di **variabili termodinamiche** (anche dette grandezze o proprietà di stato, variabili o funzioni di stato).

Le grandezze si dividono in:

- **Grandezza intensiva**: valore **non dipende** dall'estensione del sistema (per esempio temperatura, pressione, densità). Ne consegue che lo stato interno del corpo non dipende dalla sua estensione.
- **Grandezza estensiva**: valore **dipende** dall'estensione del sistema (per esempio massa, volume). La grandezza estensiva è additiva e di conseguenza il suo valore riferito ad un sistema risulta somma dei valori relativi ai sottosistemi che lo compongono.
- **Grandezza estensiva specifica**: grandezza estensiva divisa per un'altra grandezza estensiva (tipicamente massa o numero di moli, per esempio  $v = \frac{V}{M}$ ).

Massa: 200 g	dividendo il sistema in 2	Massa: 100 g	Massa: 100 g
Volume: 2 L		Volume: 1 L	Volume: 1 L
Temperatura: 10 °C		Temperatura: 10 °C	Temperatura: 10 °C
Pressione: 1 bar		Pressione: 1 bar	Pressione: 1 bar

Le grandezze estensive specifiche ed intensive vengono normalmente usate per descrivere lo stato di equilibrio di un sistema termodinamico.

Indicheremo le grandezze estensive, riferite cioè all'intera massa, con le lettere maiuscole e le estensive specifiche con le lettere minuscole.

#### Leggedi Duhem:

«Nel caso di sistema monocomponente, il numero di parametri termodinamici intensivi o estensivi specifici indipendenti atti a descrivere compiutamente lo stato interno di equilibrio è due.»

### 1.2.2 Regola di Gibbs

La differenza di ruolo tra grandezza estensiva specifica ed intensiva è messa in evidenza dalla regola di Gibbs

$$V = C + 2 - F$$

$C$ : numero di componenti;

$F$ : numero di fasi;

$V$ : numero di variabili intensive indipendenti utilizzabili.

Concludendo la coppia intensiva-intensiva è sufficiente a descrivere il sistema monocomponente monofase, mentre per il sistema monocomponente bifase sarà necessaria la coppia intensiva-estensiva e per il sistema monocomponente trifase sarà necessaria una coppia estensiva-estensiva.

## 1.3 Tipologie di sistemi termodinamici

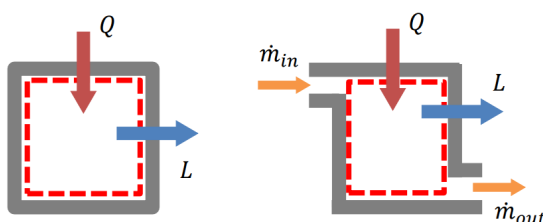
Tipologie di **contorni**:

CONTORNO	CALORE	LAVORO	MASSA
Adiabatico	NO		
Diatermano	SI		
Rigido		NO	
Deformabile		SI	
Impermeabile (chiuso)			NO
Permeabile (aperto)			SI
Sistema isolato	NO	NO	NO

Sistema **aperto** e **chiuso**:

Si parlerà di sistema chiuso se il contorno del sistema non consente scambi di massa con l'esterno; in tal caso la massa del sistema rimane costante mentre sono possibili scambi di energia sotto forma di lavoro e/o di calore con l'ambiente circostante. Un caso particolare di sistema chiuso è costituito dal sistema isolato il quale non ha scambi di energia con l'esterno.

Il sistema viene inoltre definito aperto se può scambiare con l'ambiente massa.



## 1.4 Trasformazioni termodinamiche

L'**insieme degli stati intermedi** successivi, tra lo stato iniziale e finale, a seguito di una variazione del sistema termodinamico, definisce la **trasformazione termodinamica**.

Le trasformazioni termodinamiche si dividono in:

- **Quasi-statica** o **internamente reversibile**: Costituita da una successione di stati di equilibrio; può non essere reversibile.
- **Reversibile**: Se percorsa in senso inverso, riporta il sistema e ambiente nello stato iniziale. Per trasformazione reversibile si intende spesso una trasformazione lenta.
  - Trasformazione **internamente reversibile**: nessuna irreversibilità si verifica all'interno del sistema.
  - Trasformazione **esternamente reversibile**: nessuna irreversibilità si verifica all'esterno del sistema.
  - Trasformazione **totalmente reversibile (o reversibile)**: non implica alcuna irreversibilità sia all'interno sia all'esterno del sistema.
- **Irreversibile**: Trasformazione in parte o per intero non reversibile. Non è rappresentabile su un diagramma di stato. Per trasformazione irreversibile si intende spesso una trasformazione veloce.
- **Chiusa** o **ciclica**: Gli estremi della trasformazione coincidono.
- **Elementare**: Se una delle grandezze di stato si mantiene costante durante la trasformazione.

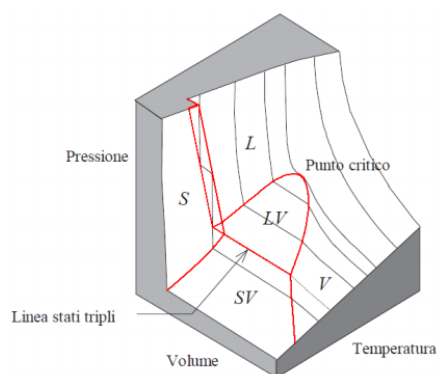
## 1.5 Equazione di stato nelle coordinate P,v,T

equazione di stato:

$$f(P, v, T) = 0$$

In molti casi, l'equazione di stato è ignota.

L'**equazione di stato** di un **sistema semplice** è rappresentata in uno spazio cartesiano tridimensionale da una superficie detta «**superficie di stato**», luogo dei punti rappresentativi di **tutti i possibili stati** termodinamici di **equilibrio**.



Lo stato termodinamico (punto appartenente alla superficie di stato) può anche essere geometricamente rappresentato da un punto su un piano cartesiano sui cui assi vi sono due delle tre variabili prescelte. In particolare si possono realizzare piani termodinamici in coordinate (P,v), (P,T) e (T,v).

### 1.5.1 Equazione di stato per i gas ideali

$$PV = NRT$$

P: pressione [Pa]

V: volume [ $m^3$ ]

N: moli [kmole]

T: temperatura [K]

$R$ : costante universale dei gas ideali  $\rightarrow R = 8314[J/(kmole\ K)]$

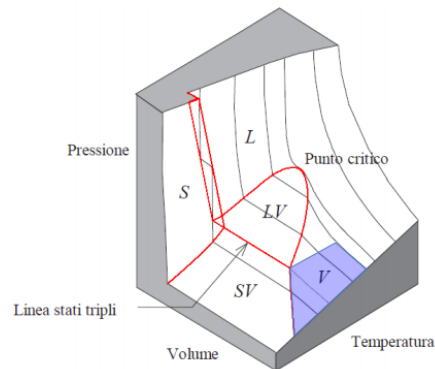
Oppure:

$$PV = MR^*T$$

$M$ : massa  $[kg]$

$M_m$ : massa molare  $[kg/kmole]$

$R^*$ : costante caratteristica del gas considerato  $\rightarrow R^* = \frac{R}{M_m}$



### 1.5.2 Equazione di stato per i gas reali

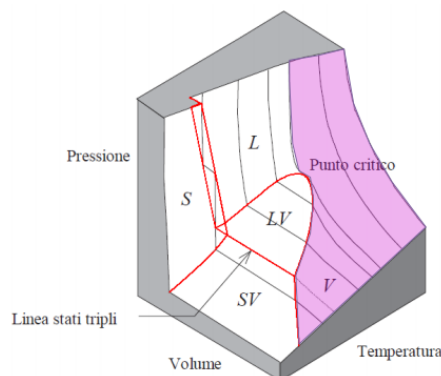
Modello di equazione di stato più complesso per descrivere il comportamento di gas in condizioni di **temperatura e pressioni elevate**.

Equazione di van der Waals:

$$\left(P + \frac{a}{v_m^2}\right)(v_m - b) = RT$$

Ove  $a$  e  $b$  sono caratteristiche del particolare gas considerato:

Gas	$a$ $[kPa(m^3/kmole)^2]$	$b$ $(m^3/kmole)$
aria	135.8	0.0366
He	3.46	0.0237
H <sub>2</sub>	24.8	0.0266
N <sub>2</sub>	136.6	0.0386
O <sub>2</sub>	137.8	0.0318
CO <sub>2</sub>	364.0	0.0427
NH <sub>3</sub>	426.5	0.0373
CH <sub>4</sub>	228.5	0.0427



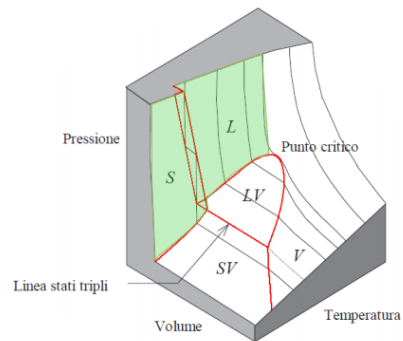
### 1.5.3 Equazione di stato per liquidi e solidi

$$dv = \beta v dT - K_T v dP$$

$$\begin{aligned} \text{Coefficiente di dilatazione termica isobara} \quad \beta &= \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \\ \text{Coefficiente di comprimibilità isoterma} \quad K_T &= -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_T \end{aligned}$$

Siccome  $\beta$  e  $K_T$  possono essere considerati costanti per ampi intervalli di temperatura e di pressione, la precedente relazione differenziale è integrabile e lo stato calcolabile.

Sostanza	Intervallo di temperatura (°C)	$\beta \cdot 10^5$ (K <sup>-1</sup> )	$K_T \cdot 10^{10}$ (Pa <sup>-1</sup> )
acqua	0-30	-6.43	0.49 - 4.45
	30-50	46.5	4.4
rame	10-50	5.04	0.778
alluminio	10-90	0.666	12.8
platino	0-1000	0.259	3.45



Un modello semplificato è quello per **liquidi e solidi incompressibili**, in cui si considera  $v = \text{costante}$ .

## 2 L02-Principi di conservazione

### 2.1 Principi di conservazioni

- Conservazione della **massa**;
- Conservazione dell'**energia** (**primo principio della termodinamica**);
- Conservazione dell'**entropia** (**secondo principio della termodinamica**).

### 2.2 Principio di conservazione della massa

Un sistema chiuso non scambia massa e quindi la massa totale del sistema è sempre costante.

Per i sistemi aperti il discorso è differente (vedremo più avanti).

### 2.3 Primo principio della termodinamica per sistemi chiusi

#### Formulazione assiomatica

Per un sistema semplice all'equilibrio è definita una proprietà intrinseca (funzione di stato) detta **energia interna**  $U$  la cui variazione è il risultato di interazioni del sistema con l'ambiente esterno.

$$\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

che in forma differenziale diventa

$$du = \delta q^{\leftarrow} - \delta l^{\rightarrow}$$

dove  $d$  è un differenziale esatto e  $\delta$  indica il differenziale di una grandezza che non è una funzione di stato (dal punto di vista matematico hanno lo stesso significato, è solo una notazione usata per indicare se si sta parlando di funzioni di stato o meno).

**Lavoro**  $L$ : energia fornita ad un sistema termodinamico semplice che sia riconducibile alla variazione di quota di un grave.

**Calore**  $Q$ : energia fornita ad un sistema termodinamico semplice che non è riconducibile alla variazione di quota di un grave.

#### Osservazioni:

- L'energia interna totale di un sistema, cioè l'energia interna riferita alla intera massa del sistema,  $M$ , è una quantità estensiva e perciò additiva:

$$U = M \cdot u$$

- In un sistema isolato il bilancio energetico diviene

$$\Delta U_{\text{isolato}} = 0$$

- Per un sistema che subisce una trasformazione ciclica si ha

$$\Delta U_{\text{ciclo}} = 0$$

- Per un sistema  $Z$  composto da due (o più) sottosistemi  $A, B$  l'energia interna totale è

$$U_Z = U_A + U_B$$

$$\Delta U_Z = \Delta U_A + \Delta U_B$$



- Se  $Z$  è un sistema composto da più sottosistemi ( $Z = A + B + \dots$ ) e non è isolato la variazione della sua energia interna risulta

$$\Delta U_Z = \Delta U_A + \Delta U_B + \dots = Q_Z^{\leftarrow} - L_Z^{\rightarrow}$$

### Formulazione classica

L'energia che è immagazzinata in un sistema e che non va a cambiare né l'energia cinetica del centro di massa, né quella potenziale (e neanche l'energia elastica, o chimica, o elettrica) è chiamata energia interna.

## 2.4 Secondo principio della termodinamica per sistemi chiusi

### Formulazione assiomatica

In un sistema termodinamico all'equilibrio esiste una funzione intrinseca dello stato del sistema (funzione di stato) detta **entropia**  $S$  la cui variazione per una trasformazione reversibile è data da

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q_{\text{rev}}^{\leftarrow}}{T}$$

### Osservazioni:

- L'entropia totale di un sistema, cioè l'entropia riferita all'intera massa del sistema,  $M$ , è una quantità estensiva

$$S = M \cdot s$$

- La variazione di entropia totale di un sistema isolato sede di trasformazioni termodinamiche è sempre maggiore di zero e tende a zero con il tendere dei processi alla reversibilità

$$\Delta S_{\text{isolato}} \geq 0$$

- Essendo  $S$  una quantità estensiva (additiva), se il sistema  $Z$  è composto da due (o più) sottosistemi  $A, B, \dots$  l'entropia totale è

$$S_Z = S_A + S_B$$

$$\Delta S_Z = \Delta S_A + \Delta S_B$$

- In un sistema chiuso sede di trasformazioni termodinamiche il **bilancio entropico** può essere scritto come

$$\Delta S = S_Q^{\leftarrow} + S_{\text{irr}}$$

dove il termine  $S_Q^{\leftarrow}$  rappresenta l'**entropia entrante** attraverso i confini del sistema come conseguenza dello scambio di calore  $Q$ , mentre  $S_{\text{irr}}$  è il termine di **generazione entropica per irreversibilità**.

Notiamo che  $S_{\text{irr}} \geq 0$  è sempre maggiore di zero.

Notiamo che il segno di  $S_Q^{\leftarrow}$  è uguale al segno di  $Q^{\leftarrow}$ .

## 2.5 Osservazioni sul primo e secondo principio

- Il primo principio non individua il verso delle trasformazioni spontanee. Il primo principio non precisa per esempio che il calore fluisce nel verso delle temperature decrescenti.
- Il primo principio non pone alcun limite alla possibilità di trasformazione di calore in lavoro, ma si limita a postularne la equivalenza metrologica.
- Il primo principio non stabilisce le condizioni di equilibrio termico e meccanico non vincolato.
- Il secondo principio colma le lacune individuate nei punti precedenti.

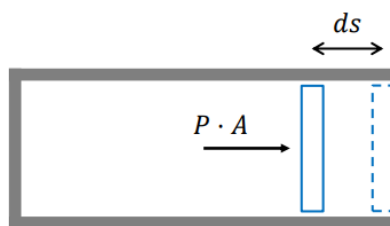
## 3 L03-Trasformazioni

Per variabile di stato si intende una grandezza che dipende dallo stato del sistema, viceversa variabili come il lavoro e il calore (che non sono di stato) non dipendono dallo stato del sistema, ma bensì dal percorso che hanno seguito per raggiungere quel determinato stato.

### 3.1 Il lavoro termodinamico

In un dispositivo cilindro-pistone, uno squilibrio di forze infinitesimo tra forze esterne e forza interna ( $P \cdot A$ ) provoca uno spostamento infinitesimo del pistone a cui corrisponde un **lavoro**

$$\delta L^{\rightarrow} = P A ds = P \cdot dV$$



In termini di grandezze specifiche, la relazione diventa

$$\delta l^{\rightarrow} = P \cdot dv$$

Quando il sistema evolve da uno stato **iniziale** (i) ad uno stato **finale** (f) attraverso una successione di **stati di equilibrio**, allora sarà possibile esprimere una legge, detta **equazione della trasformazione**, tra le variabili di stato  $P$  e  $v$  e la integrazione di  $P dv$  rappresenterà il lavoro scambiato durante la trasformazione.

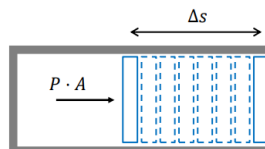
Il lavoro termodinamico è dunque calcolabile come

$$l^{\rightarrow} = \int_i^f P dv$$

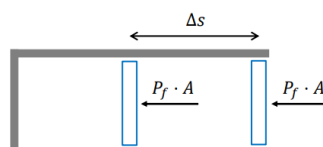
che è un integrale calcolabile solo se si conosce la funzione  $P = P(v)$  detta equazione della trasformazione.

#### 3.1.1 Il lavoro termodinamico nelle trasformazioni reversibili e irreversibile

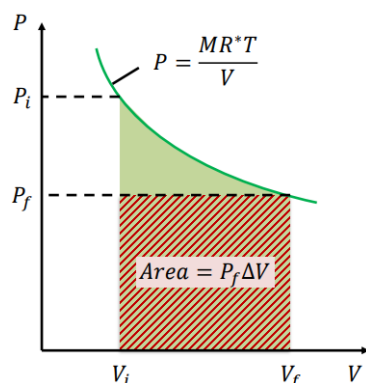
Nel caso di trasformazione **reversibile** in un cilindro-pistone la pressione interna è sempre omogenea all'interno del cilindro.



Nel caso di trasformazione **irreversibile** in un cilindro-pistone la pressione interna non è omogenea all'interno del cilindro. Quindi per ricavare la forza applicata al pistone si usa la pressione dell'ambiente esterno che agisce sul pistone.



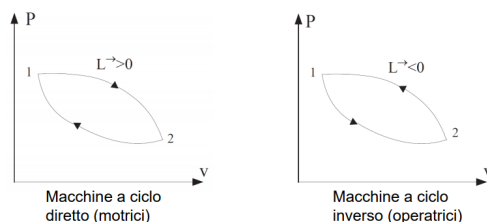
Solitamente il lavoro reversibile è maggiore del lavoro irreversibile, come si vede bene dal seguente grafico:



L'area verde insieme all'area a linee rosse (cioè tutta quella sottesa alla curva) rappresenta il lavoro nel caso di trasformazione reversibile, la sola area a linee rosse rappresenta, invece, il lavoro nel caso di trasformazione irreversibile.

### 3.1.2 Il lavoro termodinamico di un ciclo

Un ciclo è una trasformazione che termina con lo stato iniziale. In funzione di come avviene il ciclo, orario o antiorario per esempio, avremo che il lavoro uscente dal sistema è positivo o negativo. Nel piano  $PV$  chiamiamo macchine a **ciclo diretto** (motrici) quelle che eseguono trasformazioni in senso orario, mentre chiameremo macchine a **ciclo inverso** (operatrici) quelle che eseguono trasformazioni in senso antiorario.



## 3.2 Il calore

**Capacità termica:** è il rapporto fra il calore fornito al sistema e la variazione di temperatura del sistema stesso

$$C_x = \left( \frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x$$

**Calore specifico:** è il rapporto tra la capacità termica del sistema e la sua massa

$$c_x = \frac{1}{M} \left( \frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x$$

I calori specifici possono essere interpretati come **derivate parziali di funzioni termodinamiche**.

Il pedice  $x$  precisa la **trasformazione** lungo la quale viene scambiato il calore  $\delta Q$ . Vediamo i casi in cui  $x$  è la pressione e il caso in cui è il volume.

### 3.2.1 Calori specifici a volume costante $c_V$

$$c_V = \frac{1}{M} \left( \frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_V = \left( \frac{\delta q^{\leftarrow}}{dT} \right)_V$$

Partendo dal primo principio della termodinamica e dalla definizione di lavoro data precedentemente si può scrivere che  $\delta q^{\leftarrow} = du + Pdv$  e che quindi  $\delta q^{\leftarrow} = \left( \frac{\delta u}{\delta T} \right)_V dT + \left( \frac{\delta u}{\delta T} \right)_T dV + Pdv$ , e proseguendo

considerando il fatto che il volume è costante ricaviamo che  $\delta q^{\leftarrow} = \left(\frac{\delta u}{\delta T}\right)_V dT$ , da cui ricaviamo che

$$c_V = \left(\frac{\delta u}{\delta T}\right)_V$$

Siccome è una **derivata di una funzione di stato**, può in generale essere espresso come funzione di una coppia di variabili termodinamiche (in particolare della coppia  $T, P$ ):

$$c_V = c_V(T, P)$$

### 3.2.2 Calori specifici a pressione costante $c_P$

$$c_P = \frac{1}{M} \left(\frac{\delta Q^{\leftarrow}}{\delta T}\right)_P = \left(\frac{\delta q^{\leftarrow}}{\delta T}\right)_P$$

Per lavorare sul calore specifico a pressione costante dobbiamo introdurre la funzione di stato **entalpia**, che esprime la quantità di energia che un sistema può scambiare con l'ambiente ed è definita come

$$h = u + Pv$$

Per le trasformazioni che avvengono a pressione costante, la variazione di entalpia è uguale al calore scambiato dal sistema con l'ambiente esterno. Col suo differenziale possiamo riscrivere il primo principio come  $dh = du + v dP + P dv$ , da cui, ricordando che siamo a pressione costante, ricaviamo che  $\delta q^{\leftarrow} = dh - v dP = \left(\frac{\delta h}{\delta T}\right)_P dT + \left(\frac{\delta h}{\delta T}\right)_T dP - v dP$ , e quindi  $\delta q^{\leftarrow} = \left(\frac{\delta h}{\delta T}\right)_P dT$ , da cui ricaviamo che

$$c_P = \left(\frac{\delta h}{\delta T}\right)_P$$

Siccome è una **derivata di una funzione di stato**, può in generale essere espresso come funzione di una coppia di variabili termodinamiche (in particolare della coppia  $T, P$ ):

$$c_P = c_P(T, P)$$

### 3.2.3 $c_V$ e $c_P$ per i gas ideali

Per un gas ideale la variazione di energia interna e l'entalpia sono funzioni della sola temperatura  $u = u(T)$  e  $h = h(T)$ , per cui i calori specifici da derivate parziali diventano derivate esatte:

$$c_V = c_V(T) = \left(\frac{du}{dT}\right)$$

$$c_P = c_P(T) = \left(\frac{dh}{dT}\right)$$

Vale inoltre la **relazione di Mayer**

$$c_P = c_V + R^*$$

### 3.2.4 $c_V$ e $c_P$ per i gas perfetti

Per i gas ideali i calori specifici dipendono dalla temperatura, ma questa relazione di dipendenza è molto debole, per cui in intervalli ristretti di temperatura i calori specifici si ritengono spesso costanti: in questo caso il gas viene definito **perfetto**.

Per calcolare i calori specifici si usano le seguenti relazioni:

- **Gas monoatomico** ( $He, Ar$ )

$$c_v = \frac{3}{2}R^*; \quad c_P = \frac{5}{2}R^*$$

- **Gas biatomico o poliatomico lineare:** ( $N_2, O_2, CO_2$ )

$$c_v = \frac{5}{2}R^*; \quad c_P = \frac{7}{2}R^*$$

- **Gas poliatomico non lineare:** ( $CH_4$ )

$$c_v = \frac{6}{2}R^*; \quad c_P = \frac{8}{2}R^*$$

### 3.2.5 $c_V$ e $c_P$ per i liquidi (e solidi) incompressibili ideali

$$c_V = c_P = c(T)$$

### 3.2.6 $c_V$ e $c_P$ per i liquidi (e solidi) incompressibili perfetti

$$c_V = c_P = c = \text{costante}$$

## 3.3 Le trasformazioni politropiche

Una **trasformazione politropica** è una trasformazione **quasi-statica**, cioè internamente reversibile, di un **gas ideale** per la quale  $c_x = \text{costante}$ .

Si definisce **indice della politropica**:

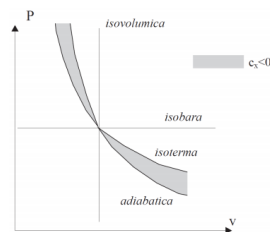
$$n = \frac{c_x - c_P}{c_x - c_V}$$

e l' **equazione della politropica**:

$$Pv^n = \text{costante}$$

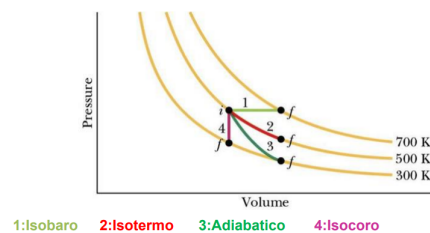
### 3.3.1 Trasformazione politropica per un gas ideale

Per un gas ideale il valore di  $n$  è calcolabile



### 3.3.2 Trasformazione politropica per un gas perfetto

Per un gas perfetto il valore di  $n$  è calcolabile



### 3.3.3 Espressioni della politropica

$$Pv^n = \text{costante}$$

$$Tv^{n-1} = \text{costante}$$

$$PT^{\frac{n}{1-n}} = \text{costante}$$

$$Pvv^{n-1} = \text{costante}$$

$$T \left( \frac{R^*T}{P} \right)^{n-1} = \text{costante}$$

$$\frac{T^n}{P^{n-1}} = \text{costante}$$

### 3.3.4 Politropiche per trasformazioni elementari

Trasformazione	$c_x$	$n = \frac{c_x - c_P}{c_x - c_V}$
Isotherma ( $T = \text{costante}$ )	$\pm\infty$	1
Isocora ( $v = \text{costante}$ )	$c_V$	$\pm\infty$
Isobara ( $P = \text{costante}$ )	$c_P$	0
Adiabatica ( $q = \text{costante}$ )	0	$k = \frac{c_P}{c_V}$

### 3.3.5 Lavoro di una generica politropica

- per  $n \neq 1$

$$l^{\rightarrow} = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]$$

$$l^{\rightarrow} = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

- per  $n = 1$

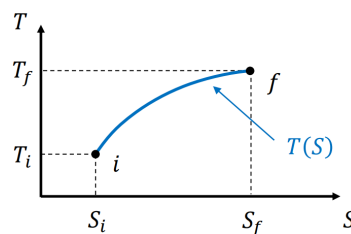
$$l^{\rightarrow} = P_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$l^{\rightarrow} = P_1 v_1 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

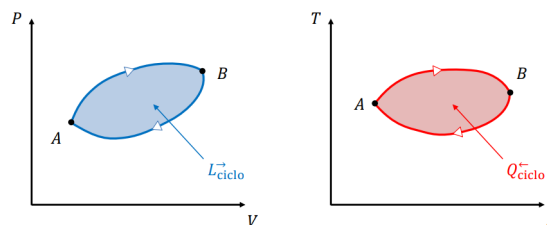
### 3.3.6 Politropiche nel diagramma T-S

In un diagramma T-S, l'area sottesa dalla curva rappresentativa di una trasformazione **internamente reversibile** è uguale al **calore** scambiato dal sistema nella trasformazione:

$$Q_{rev} = \int_i^f \delta Q_{rev} = \int_i^f T(S) dS$$



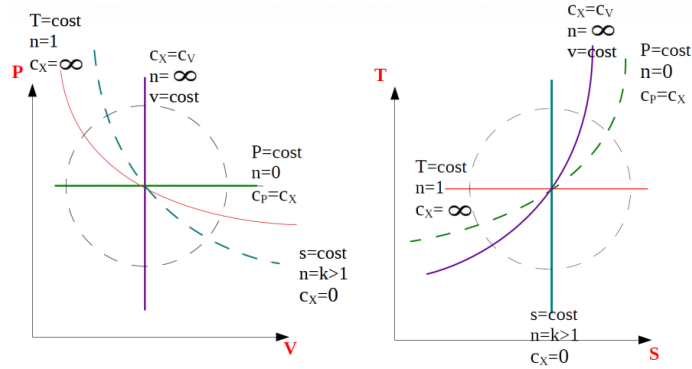
Per una trasformazione **ciclica** e **internamente reversibile**, le aree incluse nelle curve chiuse rappresentative del ciclo nei diagrammi P-V e T-S sono **uguali**, essendo, per il primo principio  $L^{\rightarrow} = Q^{\leftarrow}$



Nel piano T-S (o T-s) tutte le **politropiche** sono rappresentate da **esponenziali**:

$$T = T_0 e^{\frac{s-s_0}{c_x}}$$

- Isotherme:** avendo  $c_x = \infty$ , sono **rette orizzontali** e così, per il **gas ideale**, anche le isoentalpiche dato che  $h = h(T)$ .
- Adiabatiche reversibili (isoentalpiche)** invece sono **rette verticali** visto che  $c_x = 0$ .
- Isocore**, essendo  $c_V < c_P$  sono **più ripide** delle **isobare**.



### 3.4 Calcolo di grandezze termodinamiche ( $u, h, s, l, q$ )

Per il calcolo dell'**energia interna**:

- Per i **gas perfetti**:  $\Delta u = c_v \Delta T$
- Per i **liquidi (e solidi) incompressibili perfetti** ( $v = \text{costante}$ ):  $\Delta u = c \Delta T$

Per il calcolo dell'**entalpia**:

- Per i **gas perfetti**:  $\Delta h = c_p \Delta T$

Per il calcolo di **lavoro** e **calore** per **sistemi chiusi, determinate trasformazioni** e **GAS PERFETTI**:

TRASF. INTERN. REVERSIBILE	$l = \int P dv$	$q = \int dq$
$P = \text{cost}$	$P \Delta v$	$c_p \Delta T$
$v = \text{cost}$	0	$c_v \Delta T$
$T = \text{cost}$	$R^* T \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-R^* T \ln \frac{P_2}{P_1}$	$R^* T \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-R^* T \ln \frac{P_2}{P_1}$
$q = 0$	$-c_v \Delta T$	0
$c_x = \text{cost}$	$(c_x - c_v) \Delta T$	$c_x \Delta T$

Per il calcolo dell'**entropia**:

- Per un **generico sistema**:  $\delta s = \frac{du}{T} + \frac{P}{T} dv$
- Per **gas ideali**:  $ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v}$
- per **gas perfetti** ( $c_v = \text{costante}$  e  $c_p = \text{costante}$ ) possiamo integrare l'espressione e otteniamo:

$$\begin{aligned}
 \Delta s = s_2 - s_1 &= c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R^* \ln \frac{v_2}{v_1} = \\
 &= c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1} = \\
 &= c_p \ln \frac{v_2}{v_1} + c_v \ln \frac{P_2}{P_1}
 \end{aligned}$$

- per **liquidi (e solidi) incompressibili perfetti** ( $v = costante$ ):

$$\Delta s = s_2 - s_1 = cn \frac{T_2}{T_1}$$



## 4 L04-Sistemi bifase

### 4.1 Sistema eterogeneo

Un sistema **omogeneo** è un sistema con un solo stato di aggregazione.

Un sistema **eterogeneo** è un sistema con più stati di aggregazione.

Un sistema **monocomponente** è un sistema con una sola sostanza al suo interno.

Un sistema **multicomponente** è un sistema con più sostanze al suo interno.

Le generiche **grandezze estensive specifiche**  $e$  di un sistema eterogeneo costituito da due stati di aggregazione  $\alpha$  e  $\beta$  possono essere rappresentate come **media pesata sulle masse** dei valori delle grandezze estensive specifiche delle singole fasi:

$$e = \frac{M_\alpha}{M} e_\alpha + \frac{M_\beta}{M} e_\beta$$

Si definisce **frazione massica** le proporzioni di massa in uno stato di aggregazione rispetto alla massa complessiva. Per esempio in un generico sistema eterogeneo con due stati di aggregazione  $\alpha$  e  $\beta$ :

$$x_\alpha = \frac{M_\alpha}{M} \quad x_\beta = \frac{M_\beta}{M}$$

Ricordiamo inoltre che

$$x_\alpha + x_\beta = 1$$

e che una generica grandezza estensiva specifica può quindi essere espressa come

$$e = x_\alpha e_\alpha + x_\beta e_\beta = (1 - x_\beta) e_\alpha + x_\beta e_\beta$$

#### 4.1.1 Regola di Gibbs per sistemi eterogenei

**Regola di Gibbs:**

$$V = C + 2 - F$$

$V$ : numero di **variabili intensive indipendenti** utilizzabili per descrivere il generico stato di equilibrio.

$C$ : numero di componenti.

$F$ : numero di fasi.

- Per il generico sistema **monocomponente e monofase**  $V = 2$ , quindi per descrivere uno stato di equilibrio è sufficiente una coppia intensiva-intensiva (per esempio  $P$  e  $T$ ).
- Per il generico sistema **monocomponente bifase**  $V = 1$ , quindi per descrivere lo stato termodinamico è necessaria una coppia intensiva-estensiva oppure una coppia estensiva-estensiva:  
 $(P, v)$   $(T, v)$   $(P, u)$   $(T, u)$   $(P, h)$   $(T, h)$   $(P, s)$   $(T, s)$   $(v, u)$   $(v, h)$   $(v, s)$   $(u, h)$   $(u, s)$   $(h, s)$
- Per il generico sistema **monocomponente trifase**  $V = 0$ , quindi per descrivere uno stato di equilibrio è necessaria una coppia estensiva-estensiva:  
 $(v, u)$   $(v, h)$   $(v, s)$   $(u, h)$   $(u, s)$   $(h, s)$

#### 4.1.2 Transizione di fase

Una **transizione di fase**:

- è il passaggio da uno stato di aggregazione ad un altro;
- avviene a pressione (e temperatura) costanti.

Definiamo l'**entalpia di transizione** come la quantità di energia necessaria per passare da uno stato a un altro:

$$dh = \delta q^{\leftarrow}$$

### 4.1.3 Sistemi eterogenei monocomponente

Possibili configurazioni:

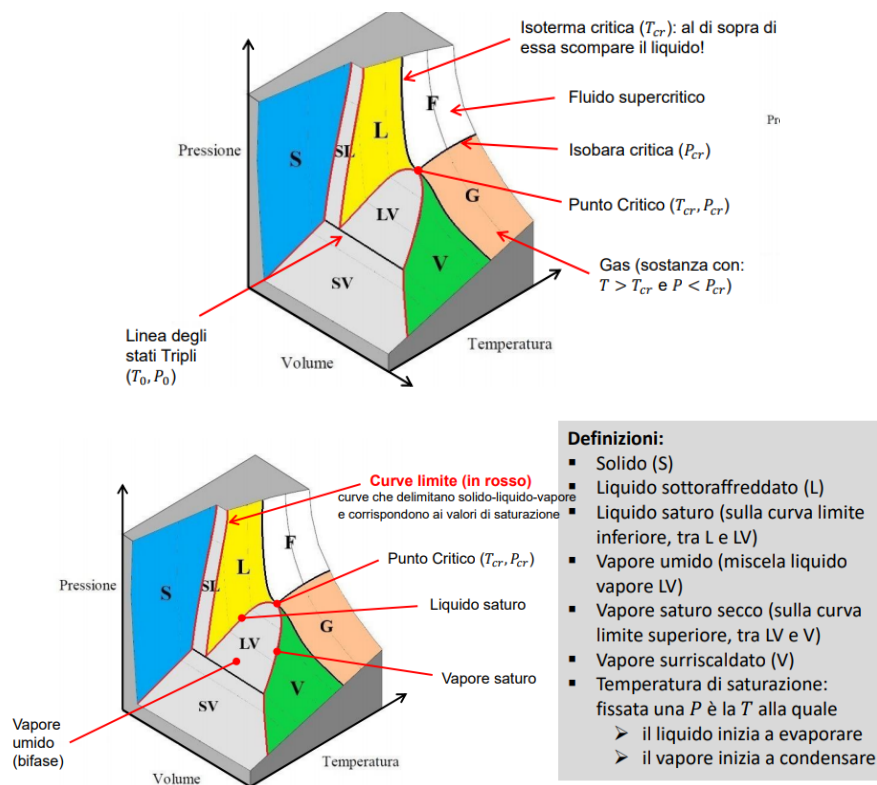
- **Stati monofase:**
  - Solido
  - Liquido
  - Aeriforme (Gas)
- **Stati bifase:**
  - Coesistenza di solido e liquido
  - Coesistenza di solido e aeriforme (vapore)
  - Coesistenza di liquido e aeriforme (vapore)
- **Stati tripli:**
  - Coesistenza di solido, liquido e aeriforme (vapore)

Terminologia:

- **Liquido sottoraffreddato:** liquido non in procinto di evaporare (temperatura di sistema sotto temperatura di saturazione)
- **Liquido saturo:** liquido in procinto di evaporare (liquido a temperatura di saturazione)
- **Vapore saturo:** vapore in condizioni di incipiente condensazione (gas a temperatura di saturazione)
- **Vapore surriscaldato:** vapore non in procinto di condensare (temperatura di sistema sopra temperatura di saturazione)
- **Temperatura di saturazione:** temperatura alla quale una sostanza pura comincia ad evaporare (se è un liquido) oppure condensare (se è un gas), fissata la pressione.

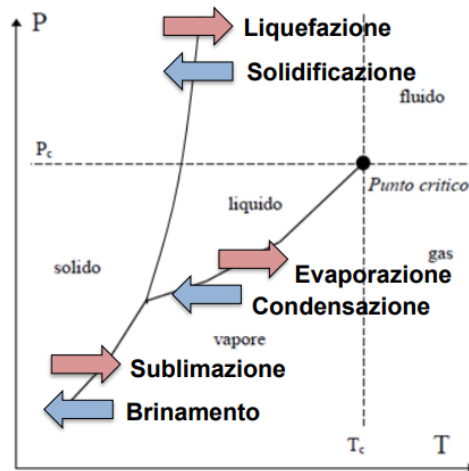
## 4.2 Diagramma di stato P-v-T

### 4.2.1 terminologia



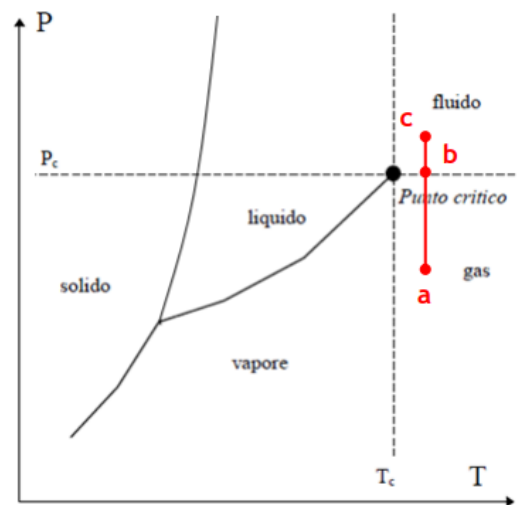
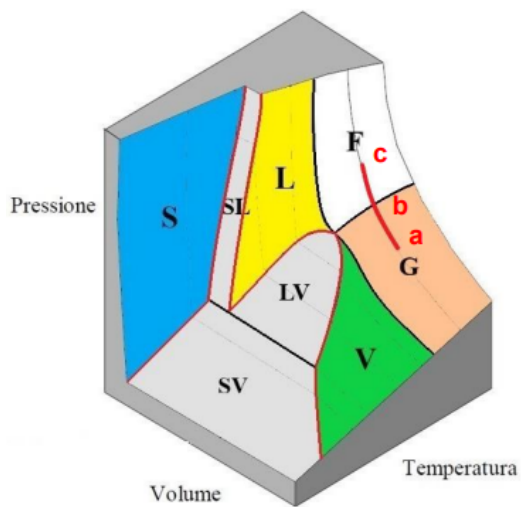
## 4.2.2 Proiezione del diagramma P-v-T in un grafico P-T

Transizioni di fase:

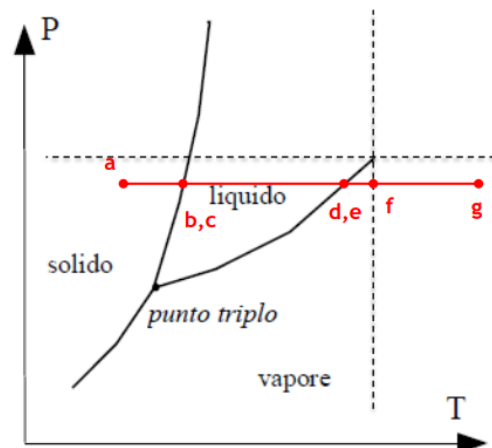
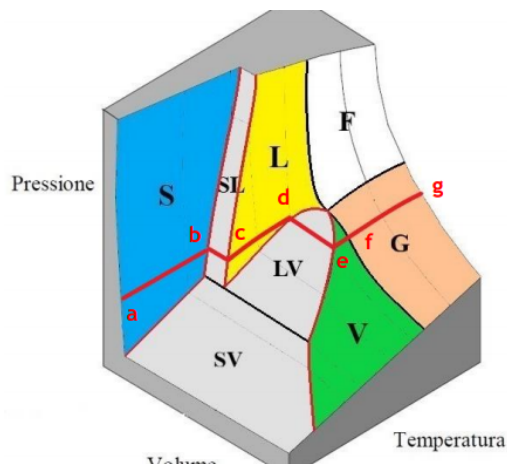


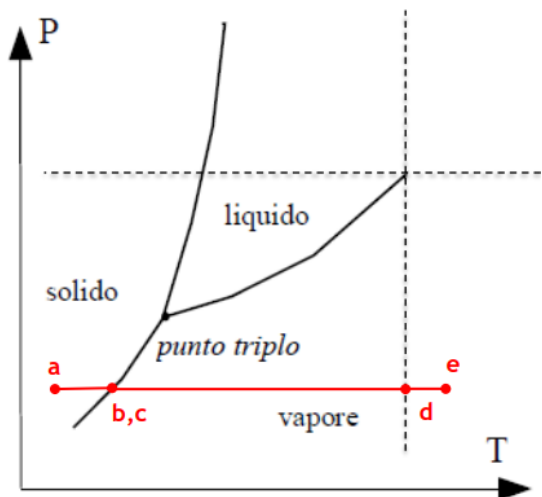
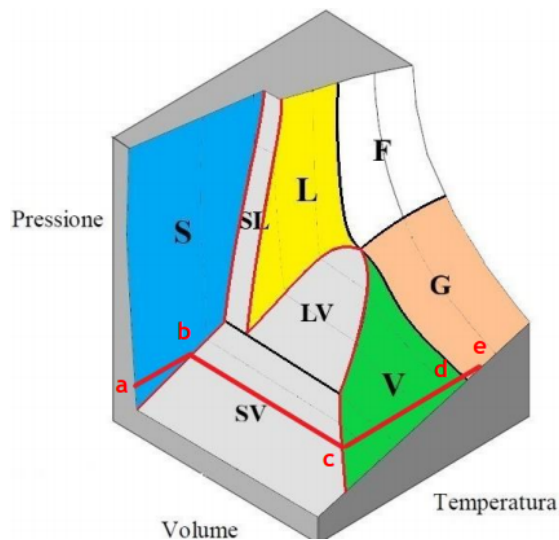
## 4.2.3 Gas

Fluido a  $P < P_{cr}$  e  $T > T_{cr}$  che non può essere liquefatto attraverso una trasformazione di compressione isoterma:

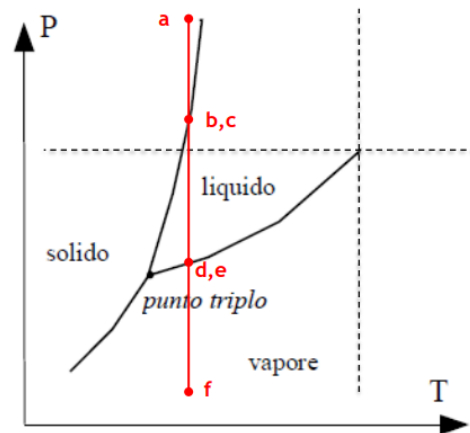
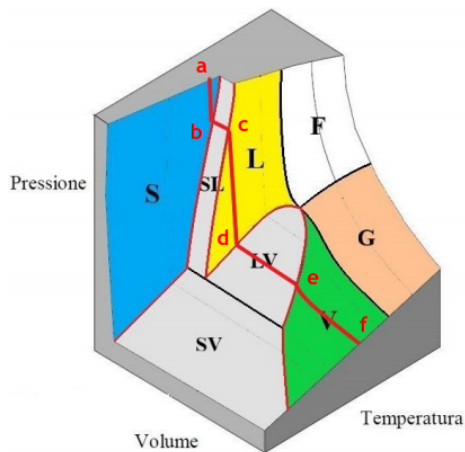


## 4.2.4 Trasformazione isobara



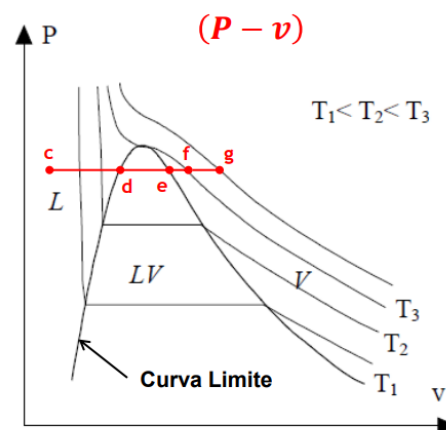
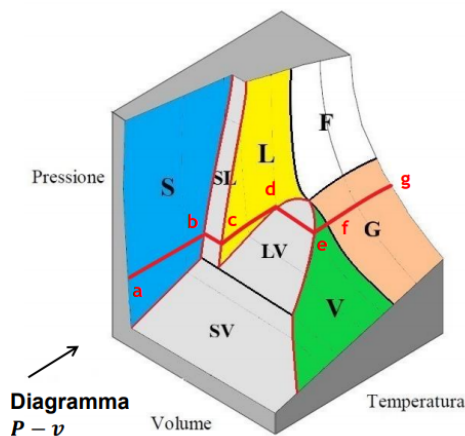


#### 4.2.5 Traformazione isoterma

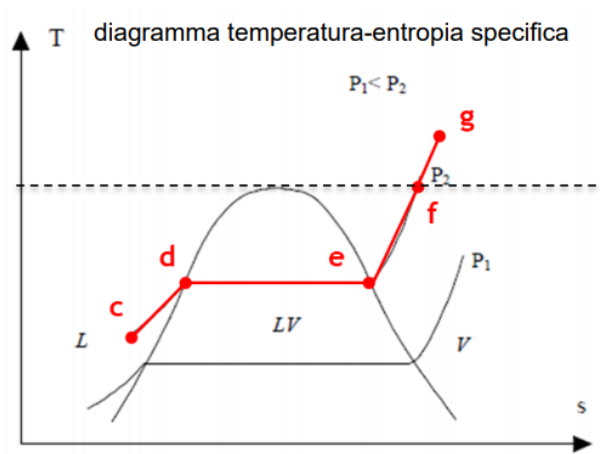


#### 4.2.6 Proiezione del diagramma P-v-T in un grafico P-s e P-h

Uno dei problemi del proiettare la superficie di stato nel diagramma  $P-T$ , è che difficilmente riusciamo a rappresentare le transizioni di fase, perchè, per esempio le zone SL e LV corrispondono soltanto a un punto. Perciò il diagramma  $P-T$  è poco utile per rappresentare i cambi di stato. Per ovviare a ciò dobbiamo fare diverse proiezioni della superficie di stato, rispetto a una coppia di grandezze  $(P, v)$ , per esempio:



Una soluzione a questo problema di rappresentazione è l'utilizzo del diagramma temperatura-entropia, per esempio:



Il tipo di diagramma utilizzato varia a seconda dello scopo che si vuole raggiungere, ce ne sono anche molti altri, per esempio quello  $P - h$  e quello  $h - s$ .

## 4.3 Proprietà termodinamiche dei sistemi eterogenei

### 4.3.1 Entalpia di transizione di fase

$$h_{\text{solido}} < h_{\text{liquido}} < h_{\text{vapore}}$$

- entalpia di **liquefazione**:  $h_{\text{liquido}} - h_{\text{solido}} > 0$
- entalpia di **solidificazione**:  $h_{\text{lst}} = h_{\text{solido}} - h_{\text{liquido}} < 0$
- entalpia di **evaporazione**:  $h_{\text{ltv}} = h_{\text{vapore}} - h_{\text{liquido}} > 0$
- entalpia di **condensazione**:  $h_{\text{liquido}} - h_{\text{vapore}} < 0$
- entalpia di **sublimazione**:  $h_{\text{svt}} = h_{\text{vapore}} - h_{\text{solido}} > 0$
- entalpia di **brinamento**:  $h_{\text{solido}} - h_{\text{vapore}} < 0$

### 4.3.2 Titoli

Le frazioni massiche dei tre stati di aggregazione prendono il nome di **titolo**:

- **titolo di vapore**:  $x_v = \frac{M_v}{M}$
- **titolo di liquido**:  $x_l = \frac{M_l}{M}$
- **titolo di solido**:  $x_s = \frac{M_s}{M}$

Ricordiamo che  $x_v + x_l + x_s = 1$  e che una generica **grandezza estensiva**  $e$  può essere espressa come:

$$e = (1 - x_l - x_v)e_s + x_l e_l + x_v e_v$$

## 4.4 Tabelle termodinamiche

### 4.4.1 Tabella di saturazione in pressione

E' detta "in pressione" perchè sulla prima colonna sono indicate le **pressioni**.  
La seconda colonna rappresenta delle **temperature**.

La prima riga è sempre quella che rappresenta il **punto triplo**.

Ogni coppia di valori Pressione-Temperatura presente in tabella segue la **curva di saturazione liquido-vapore** proiettata su un diagramma  $P - T$ .

Per ogni coppia  $P - T$  specificato in tabella sono indicati i seguenti valori:

- **volume specifico** (terza, quarta, quinta colonna)
- **entalpia specifica** (sesta, settima, ottava colonna)
- **entropia specifica** (nona, decima, undicesima colonna)

Per ognuno di questi valori viene indicato il valore per **liquido saturo**, per **vapore saturo** e la differenza fra questi ultimi due.

Tabelle di saturazione dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/Vel. Verein Deutscher Ingenieure - Düsseldorf VDI-Vel., 1993

P (bar)	T (°C)	liquido saturo			vapore saturo			liquido saturo			vapore saturo			liquido saturo			vapore saturo		
		$v_f$ (m³/kg)	$v_g-v_f$ (m³/kg)	$v_g$ (m³/kg)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)	$s_f$ (kJ/kgK)	$s_g-s_f$ (kJ/kgK)	$s_g$ (kJ/kgK)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)	$s_f$ (kJ/kgK)	$s_g-s_f$ (kJ/kgK)	$s_g$ (kJ/kgK)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)
0.00611	0.01	0.0010002	206.1619	206.1629	0.0	2501.6	2501.6	0.0000	9.1575	9.1575									
0.01	6.98	0.0010001	129.2097	129.2107	29.3	2485.0	2514.4	0.1060	8.8706	8.9767									
0.02	17.51	0.0010012	67.0106	67.0116	73.5	2460.2	2533.6	0.2606	8.4640	8.7246									
0.03	24.10	0.0010027	45.6690	45.6700	101.0	2444.6	2545.6	0.3543	8.2242	8.5785									
0.04	28.98	0.0010040	34.8023	34.8033	121.4	2433.1	2554.5	0.4225	8.0530	8.4755									
0.05	32.90	0.0010052	28.1935	28.1945	137.8	2423.8	2561.6	0.4763	7.9197	8.3960									
0.06	36.18	0.0010064	23.7396	23.7406	151.5	2416.0	2567.5	0.5209	7.8103	8.3312									
0.07	39.03	0.0010074	20.5294	20.5304	163.4	2409.2	2572.6	0.5591	7.7176	8.2767									
0.08	41.54	0.0010084	18.1028	18.1038	173.9	2403.2	2577.1	0.5926	7.6370	8.2295									
0.09	43.79	0.0010094	16.2024	16.2034	183.3	2397.9	2581.1	0.6224	7.5657	8.1881									
0.10	45.83	0.0010102	14.6727	14.6737	191.8	2392.9	2584.8	0.6493	7.5018	8.1511									
0.15	54.00	0.0010140	10.0211	10.0221	226.0	2373.2	2599.2	0.7549	7.2544	8.0093									
0.20	60.09	0.0010172	7.6482	7.6492	251.5	2358.4	2608.9	0.8321	7.0773	7.9094									
0.25	64.96	0.0010199	6.2030	6.2040	272.0	2346.4	2618.3	0.8933	6.9390	7.8323									
0.30	69.13	0.0010223	5.2290	5.2299	289.3	2336.1	2625.4	0.9441	6.8254	7.7695									
0.35	72.71	0.0010245	4.5245	4.5255	304.3	2327.2	2631.5	0.9878	6.7288	7.7166									
0.40	75.89	0.0010265	3.9922	3.9932	317.7	2319.2	2636.9	1.0261	6.6448	7.6709									
0.45	78.74	0.0010284	3.5751	3.5761	329.6	2312.0	2641.7	1.0603	6.5703	7.6306									
0.50	81.35	0.0010301	3.2391	3.2401	340.6	2305.4	2646.0	1.0912	6.5035	7.5947									
0.60	85.95	0.0010333	2.7307	2.7317	359.9	2293.6	2653.6	1.1455	6.3872	7.5327									
0.70	89.96	0.0010361	2.3637	2.3647	376.8	2283.3	2660.1	1.1921	6.2883	7.4804									
0.80	93.51	0.0010387	2.0859	2.0869	391.7	2274.0	2665.8	1.2330	6.2022	7.4352									
0.90	96.71	0.0010412	1.8681	1.8691	405.2	2265.6	2670.9	1.2696	6.1258	7.3954									
1.00	99.63	0.0010434	1.6927	1.6937	417.5	2257.9	2675.4	1.3027	6.0571	7.3598									
1.01325	100.00	0.0010437	1.6720	1.6730	419.1	2256.9	2676.0	1.3069	6.0485	7.3554									
1.20	104.81	0.0010476	1.4271	1.4281	439.4	2244.1	2683.4	1.3609	5.9375	7.2984									
1.40	109.32	0.0010513	1.2352	1.2363	458.4	2231.9	2690.3	1.4109	5.8356	7.2465									
1.60	113.32	0.0010547	1.0900	1.0911	475.4	2220.9	2696.2	1.4550	5.7467	7.2017									
1.80	116.93	0.0010579	0.97612	0.9772	490.7	2210.8	2701.5	1.4944	5.6677	7.1622									
2.00	120.23	0.0010608	0.88434	0.8854	504.7	2201.6	2706.3	1.5301	5.5967	7.1268									
2.50	127.43	0.0010676	0.71733	0.7184	535.4	2181.0	2716.4	1.6072	5.4448	7.0520									
3.00	133.54	0.0010735	0.60446	0.6055	561.4	2163.2	2724.7	1.6717	5.3192	6.9909									

#### 4.4.2 Tabella di saturazione in temperatura

E' detta "in temperatura" perchè sulla prima colonna sono indicate le **temperature**. La seconda colonna rappresenta delle **pressioni**.

Il contenuto della tabella è il medesimo della tabella precedente, solo che il riferimento è basato sulla temperatura (sono in ordine di temperatura) e non sulla pressione.

Tabelle di saturazione dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/Vel. Verein Deutscher Ingenieure - Düsseldorf VDI-Vel., 1993

T (°C)	P (bar)	liquido saturo			vapore saturo			liquido saturo			vapore saturo			liquido saturo			vapore saturo		
		$v_f$ (m³/kg)	$v_g-v_f$ (m³/kg)	$v_g$ (m³/kg)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)	$s_f$ (kJ/kgK)	$s_g-s_f$ (kJ/kgK)	$s_g$ (kJ/kgK)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)	$s_f$ (kJ/kgK)	$s_g-s_f$ (kJ/kgK)	$s_g$ (kJ/kgK)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)
0.01	0.006112	0.001000	206.162	206.163	0.0	2501.6	2501.6	0.0000	9.1575	9.1575									
2	0.007055	0.001000	179.922	179.923	8.4	2496.8	2505.2	0.0306	9.0741	9.1047									
4	0.008129	0.001000	157.271	157.272	16.8	2492.1	2508.9	0.0611	8.9915	9.0526									
6	0.009345	0.001000	137.779	137.78	25.2	2487.4	2512.6	0.0913	8.9102	9.0015									
8	0.01072	0.001000	120.965	120.966	33.6	2482.6	2516.2	0.1213	8.8300	8.9513									
10	0.01227	0.001000	106.429	106.43	42.0	2477.9	2519.9	0.1510	8.7510	8.9020									
15	0.017139	0.001001	77.977	77.978	62.9	2466.1	2529.1	0.2243	8.5582	8.7826									
20	0.023366	0.001002	57.837	57.838	83.9	2454.3	2538.2	0.2963	8.3721	8.6684									
25	0.03166	0.001003	43.401	43.402	104.8	2442.5	2547.3	0.3670	8.1922	8.5592									
30	0.042415	0.001004	32.928	32.929	125.7	2430.7	2556.4	0.4365	8.0181	8.4546									
35	0.056216	0.001006	25.244	25.245	146.6	2418.8	2565.4	0.5049	7.8495	8.3543									
40	0.07375	0.001008	19.545	19.546	167.5	2406.9	2574.4	0.5721	7.6861	8.2583									
45	0.09582	0.001010	15.275	15.276	188.4	2394.9	2583.3	0.6383	7.5277	8.1661									
50	0.12335	0.001012	12.045	12.046	209.3	2382.9	2592.2	0.7035	7.3741	8.0776									
55	0.15741	0.001015	9.5779	9.5789	230.2	2370.8	2601.0	0.7677	7.2248	7.9925									
60	0.1992	0.001017	7.6775	7.6785	251.1	2358.6	2609.7	0.8310	7.0798	7.9108									
65	0.25009	0.001020	6.2013	6.2023	272.0	2346.3	2618.4	0.8933	6.9388	7.8321									
70	0.31162	0.001023	5.0453	5.0463	293.0	2334.0	2626.9	0.9548	6.8017	7.7565									
75	0.38549	0.001026	4.1331	4.1341	313.9	2321.5	2635.4	1.0154	6.6681	7.6835									
80	0.4736	0.001029	3.4081	3.4091	334.9	2308.8	2643.8	1.0753	6.5380	7.6133									
85	0.57803	0.001033	2.8278	2.8288	355.9	2296.1	2652.0	1.1343	6.4111	7.5454									
90	0.70109	0.001036	2.3603	2.3613	376.9	2283.2	2660.1	1.1925	6.2873	7.4798									
95	0.84526	0.001040	1.9812	1.9822	398.0	2270.2	2668.1	1.2501	6.1665	7.4166									
100	1.01325	0.001044	1.672	1.673	419.1	2256.9	2676.0	1.3069	6.0485	7.3554									
105	1.208	0.001048	1.4183	1.4193	440.2	2243.6	2683.7	1.3630	5.9331	7.2962									
110	1.4327	0.001052	1.2089	1.2099	461.3	2230.0	2691.3	1.4185	5.8203	7.2388									
115	1.6906	0.001056	1.0353	1.0363	482.5	2216.2	2698.7	1.4733	5.7099	7.1832									
120	1.9854	0.001061	0.89046	0.89152	503.7	2202.2	2706.0	1.5276	5.6017	7.1293									
125	2.321	0.001065	0.76917	0.77023	525.0	2188.0	2713.0	1.5813	5.4957	7.0769									
130	2.7013	0.001070	0.66707	0.66814	546.3	2173.6	2719.9	1.6344	5.3917	7.0261									

#### 4.4.3 Tabella del vapore surriscaldato

Questa tabella mostra le pressioni sulle righe e le temperature sulle colonne, per un sistema monofase, in cui  $P$  e  $T$  descrivono uno stato di equilibrio.

Per ogni riga di pressione, è mostrata la **temperatura**  $T_s$  di **saturazione** a tale pressione.

Per ogni coppia temperatura - pressione che andiamo a cercare troviamo i valori di **volume specifico**, **entalpia specifica**, **entropia specifica**.



La zona evidenziata in giallo, senza valori, rappresentano i valori oltre la curva limite, cioè la zona di liquido sottoraffreddato, dove  $T_s > T$ .

Tabelle vapore surriscaldato dell'acqua

Tratto da VDI Atlas, Verein Deutscher Ingenieure - Düsseldorf VDI-Verl., 1991

P (bar)		Temperatura											
Ts (°C)		50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
0.02	v	74.524	86.08	97.628	109.171	120.711	132.251	143.79	155.329	178.405	201.482	224.558	247.634
	h	2504.4	2688.5	2783.7	2880	2977.7	3078.8	3177.7	3279.7	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	8.9220	9.1834	9.4327	9.6479	9.8441	10.0251	10.1934	10.3512	10.6413	10.9044	11.1404	11.3712
0.04	v	37.24	43.027	48.806	54.58	60.351	66.122	71.892	77.662	89.201	100.74	112.278	123.816
	h	2593.9	2688.3	2783.5	2879.9	2977.8	3078.8	3177.4	3279.7	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	8.6016	8.873	9.1125	9.3279	9.5241	9.7051	9.8735	10.0313	10.3214	10.5845	10.8265	11.0513
0.06	v	24.812	28.676	32.532	37.383	40.232	44.079	47.927	51.773	59.467	67.159	74.852	82.544
	h	2593.5	2688	2783.4	2879.8	2977.6	3078.7	3177.4	3279.6	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	8.4135	8.6854	8.9251	9.1406	9.3369	9.5179	9.6883	9.8441	10.1342	10.3973	10.6394	10.8642
0.08	v	18.598	21.501	24.395	27.284	30.172	33.058	35.944	38.829	44.599	50.369	56.138	61.908
	h	2593.1	2697.8	2783.2	2879.7	2977.5	3078.7	3177.3	3279.6	3489.1	3705.5	3928.8	4158.7
	s	8.2797	8.5521	8.7921	9.0077	9.2041	9.3851	9.5535	9.7113	10.0014	10.2646	10.5066	10.7314
0.1	v	14.869	17.195	19.512	21.825	24.136	26.445	28.754	31.062	35.679	40.295	44.91	49.526
	h	2592.7	2687.5	2783.1	2879.6	2977.4	3078.6	3177.3	3279.6	3489.1	3705.5	3928.8	4158.7
	s	8.1757	8.4486	8.6888	8.9045	9.101	9.282	9.4504	9.6083	9.8984	10.1616	10.4036	10.6284
0.5	v	3.4181	3.8893	4.356	4.8205	5.2839	5.7467	6.2091	6.6713	7.1335	8.0574	8.981	9.9044
	h	2682.6	2780.1	2877.7	2976.1	3075.7	3176.6	3279	3388.7	3488.7	3705.2	3928.6	4158.5
	s	7.9553	7.9456	8.1587	8.3584	8.538	8.7068	8.8649	9.1552	9.4185	9.6606	9.8855	10.0955
1	v	1.9955	1.9353	2.1723	2.4081	2.6387	2.8706	3.1025	3.3343	3.5662	4.0277	4.4898	4.9517
	h	2676.2	2776.1	2875.4	2974.5	3074.5	3175.6	3278.2	3388.1	3488.1	3704.8	3928.2	4158.3
	s	7.3618	7.6137	7.8349	8.0342	8.2166	8.3858	8.5442	8.6948	8.8348	9.0982	9.3405	9.5654
2	v	0.95954	1.0804	1.1989	1.3162	1.4328	1.5492	1.6652	1.7812	2.0129	2.2442	2.4754	2.7065
	h	2768.5	2870.5	2971.2	3072.1	3173.8	3276.7	3387	3487	3704	3927.6	4157.8	4387.9
	s	7.2794	7.5072	7.7096	7.8937	8.0638	8.2226	8.3713	8.5139	8.7776	9.0201	9.2452	9.4603
3	v	0.63374	0.71635	0.79644	0.87529	0.95352	1.0314	1.1085	1.1841	1.3412	1.4957	1.6499	1.8039
	h	2760.4	2865.5	2967.9	3068.7	3171.9	3278.2	3386	3486	3703.2	3927	4157.3	4387.5
	s	7.0771	7.3119	7.5178	7.7034	7.8744	8.0336	8.1827	8.3257	8.5899	8.8325	9.0577	9.2727
4	v	0.47066	0.53426	0.59519	0.65485	0.71385	0.7725	0.88919	1.0054	1.1214	1.2372	1.3529	1.4686
	h	2752	2860.4	2964.5	3067.2	3170	3273.6	3384.9	3484.9	3702.3	3926.4	4156.9	4387.4
	s	6.9265	7.1708	7.38	7.5675	7.7395	7.8994	8.1919	8.4563	8.6902	8.9246	9.159	9.3934
5	v	0.42496	0.47443	0.52258	0.57005	0.61716	0.71078	0.80395	0.89685	1.00955	1.12225	1.23495	1.34765
	h	2855.1	2961.1	3064.8	3168.1	3272.1	3383.8	3483.8	3701.5	3925.8	4156.4	4387.1	4617.8
	s	7.0592	7.2721	7.4614	7.6343	7.7948	7.9498	8.0879	8.3626	8.5957	8.8213	9.0469	9.2725

#### 4.4.4 Interpolazione lineare

Siccome non è possibile creare tabelle con ogni possibile valore, per tutti quei casi in cui non si trova una corrispondenza precisa nella tabella, si usa l' **interpolazione lineare**

$$Y = Y_A + \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}(X - X_A)$$

$Y$ : grandezza che si vuole ricavare.

$X$ : grandezza conosciuta.

$A, B$ : stati di riferimento (presenti in tabella) con  $X_A < X < X_B$ .

#### 4.4.5 interpolazione bilineare

Nel caso in cui più di una grandezza non corrisponda a nessun valore preciso della tabella usiamo la formula di **interpolazione bilineare**

$$Y = Y_A + \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}(X - X_A)$$

$$Y_A = Y_{A1} + \frac{Y_{A2} - Y_{A1}}{X_{A2} - X_{A1}}(X_A - X_{A1})$$

$$Y_B = Y_{B1} + \frac{Y_{B2} - Y_{B1}}{X_{B2} - X_{B1}}(X_B - X_{B1})$$

#### 4.4.6 Formule per l'acqua sottoraffreddata

Vediamo come calcolare tutti quei valori per cui non esistono tabelle, per esempio i valori per un liquido sottoraffreddato.

##### Modello di liquido incompressibile ideale

Per un liquido incompressibile ideale abbiamo  $c_P = c(T)$ ,  $\beta = 0$ ,  $K_T = 0$  e

$$dh = c(T)dT + vdP$$

$$ds = c(T)\frac{dT}{T}$$

che sono forme differenziali e per poterle integrare devo conoscere la funzione  $c(T)$ , che però non conosciamo. L'ipotesi che quindi facciamo è quella di liquido incompressibile perfetto, cioè con  $c$  costante.

##### Modello di liquido incompressibile perfetto

Per un liquido incompressibile perfetto abbiamo  $c = \text{costante}$  e quindi possiamo integrare le formule viste precedentemente e otteniamo

$$\Delta h = c\Delta T + v\Delta P$$

$$\Delta s = c \ln \frac{T_2}{T_1}$$

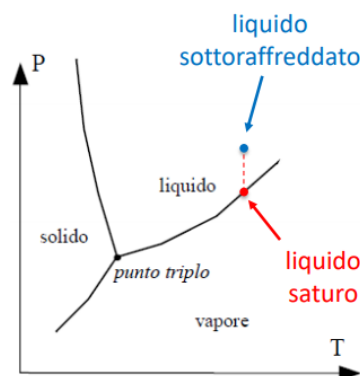
Dalla prima di queste due formule posso scrivere che

$$h - h_{ref} = c(T - T_{ref}) + v(P - P_{ref})$$

dove col pedice "ref" si intendono valori che troviamo in tabella per liquidi saturi.

Possiamo ora procedere in due maniere: fissando la temperatura (corretto) o fissando la pressione (sbagliato).

**Approccio a temperatura costante:**



La situazione è questa: stiamo cercando di calcolare il punto azzurro di "liquido sottoraffreddato" usando le tabelle di liquido saturo che ci permettono di individuare il punto rosso di "liquido saturo" alla medesima temperatura.

sostituiamo i valori con pedice "ref" dell'equazione precedentemente trovata

$$h - h_{ref} = c(T - T_{ref}) + v(P - P_{ref})$$

con i valori che troviamo con la tabella di liquido saturo eccetto per la temperatura che teniamo fissa:

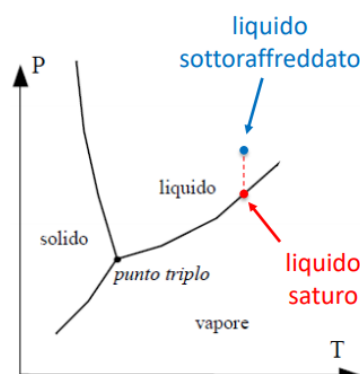
$$h(P, T) - h_{ls}(P_{sat}(T)) = c(T - T) + v(P - P_{sat}(T))$$

$$h(P, T) = h_{ls}(P_{sat}(T)) + v(P - P_{sat}(T))$$

inoltre per  $v$  si può usare il valore del liquido saturo fornito dalla tabella  $v = v_{ls}(P_{sat}(T))$ .

**Approccio a pressione costante:**

**N.B. non usare questo approccio!**



La situazione è questa: stiamo cercando di calcolare il punto verde di "liquido sottoraffreddato" usando le tabelle di liquido saturo che ci permettono di individuare il punto rosso di "liquido saturo" alla



medesima pressione.

Se seguiamo il medesimo procedimento di prima ma con pressione fissa, otteniamo:

$$h(P, T) - h_{ls}(T_{sat}(P)) = c(T - T_{sat}(P)) + v(P - P)$$

$$h(P, T) = h_{ls}(P_{sat}(T)) + c(T - T_{sat}(P))$$

che non è valido perchè in genere  $c \neq costante$ .

Cosa fare se si conosce  $P$  e non  $T$ ? (TODO, vedi esercizio ES 3.1.6)

**Caso nel quale si conosce (P,h) e si vuole conoscere T**

$$h(P, T) = h_{ls}(P_{sat}(T)) + v(P - P_{sat}(T))$$

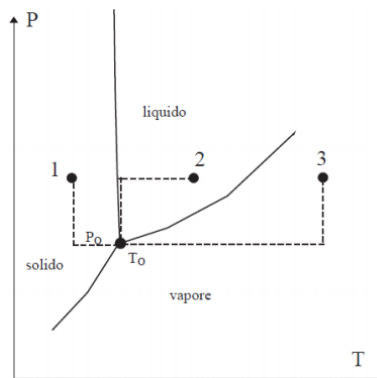
in cui solitamente  $v(P - P_{sat}(T))$  è solitamente trascurabile, e dunque si interpola in tabella di saturazione la temperatura per la quale  $h_{ls}(T) = h$ .

**Caso nel quale si conosce (P,s) e si vuole conoscere T**

Approccio simile a quello precedente.

## 4.5 Relazioni semplificate vicino al punto triplo per l'acqua

In assenza di tabelle, si possono usare le seguenti relazioni semplificate che rimangono valide in prossimità **punto triplo** per lo stato solido, lo stato liquido e lo stato vapore.



### 4.5.1 Stato solido

$$h(P, T) = h_0 + h_{lst} + c_s(T - T_0) + v_s(P - P_0)$$

$$s(P, T) = s_0 + s_{lst} + c_s \ln \frac{T}{T_0} = s_0 + \frac{h_{lst}}{T_0} + c_s \ln \frac{T}{T_0}$$

con

$P_0, T_0$ : pressione e temperatura del punto triplo ( $P_0 = 0,00611 \text{ bar}$ ;  $T_0 = 0,01^\circ \text{C}$ )

$h_0$ : entalpia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $h_0 = 0 \text{ kJ/kg}$ )

$s_0$ : entropia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $s_0 = 0 \text{ kJ/kgK}$ )

$h_{lst}$ : entalpia di solidificazione al punto triplo ( $h_{lst} = -333 \text{ kJ/kg}$ )

$c_s$ : calore specifico del ghiaccio ( $c_s = 2093 \text{ J/kgK}$ )

$v_s$ : volume specifico del ghiaccio ( $v_s = 0,00109 \text{ m}^3/\text{kg}$ )

Possiamo approssimare  $T_{sat,L-S}(P) = T_0$ .

### 4.5.2 Stato liquido

(USARE LE TABELLE)

$$h(P, T) = h_0 + c_l(T - T_0) + v_l(P - P_0)$$

$$s(P, T) = s_0 + c_l \ln \frac{T}{T_0}$$

con

$P_0, T_0$ : pressione e temperatura del punto triplo ( $P_0 = 0,00611\text{bar}$ ;  $T_0 = 0.01\text{C}^\circ$ )

$h_0$ : entalpia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $h_0 = 0\text{kJ/kg}$ )

$s_0$ : entropia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $s_0 = 0\text{kJ/kgK}$ )

$c_l$ : calore specifico dell'acqua liquida ( $c_l = 4186\text{J/kgK}$ )

$v_l$ : volume specifico dell'acqua liquida ( $v_l = 0,001\text{m}^3/\text{kg}$ )

### 4.5.3 Stato vapore

(USARE LE TABELLE)

$$h(P, T) = h_0 + h_{lvt} + c_p(T - T_0)$$

$$s(P, T) = s_0 + s_{lvt} + c_p \ln \frac{T}{T_0} - R^* \ln \frac{P}{P_0} = s_0 + \frac{h_{lvt}}{T_0} c_p \ln \frac{T}{T_0} - R^* \ln \frac{P}{P_0}$$

con

$P_0, T_0$ : pressione e temperatura del punto triplo ( $P_0 = 0,00611\text{bar}$ ;  $T_0 = 0.01\text{C}^\circ$ )

$h_0$ : entalpia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $h_0 = 0\text{kJ/kg}$ )

$s_0$ : entropia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $s_0 = 0\text{kJ/kgK}$ )

$h_{lvt}$ : entalpia di evaporazione al punto triplo ( $h_{lvt} = 2501.6\text{kJ/kg}$ )

$c_p$ : calore specifico a pressione costante dell'acqua vapore ( $c_p = 2009\text{J/kgK}$ )

../pdf/L05-Macchine termodinamiche-con-annotazioni.pdf

## 5 L05-Macchine termodinamiche

../pdf/L06-Sistemiaperti-con-annotazioni.pdf

## 6 L06-Sistemi aperti

../pdf/L07-Cicliagas-con-annotazioni.pdf

## 7 L07-Cicli a gas

../pdf/L08-Cicliavapore-con-annotazioni.pdf

## 8 L08-Cicli a vapore