## INTEGRALI

**Proprietà degli integrali:**

$$\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx$$

$$\int [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$$

**Integrali fondamentali:**

$$\int f'(x)dx = f(x) + c$$

$$\int a\ dx = ax + c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int \frac{1}{x}dx = ln(|x|) + c$$

$$\int sin(x)dx = -cos(x) + c$$

$$\int cos(x)dx = sin(x) + c$$

$$\int (1 + tg^2(x))dx = \int \frac{1}{cos^2(x)}dx = tg(x) + c$$

$$\int (1 + ctg^2(x))dx = \int \frac{1}{sin^2(x)}dx = -ctg(x) + c$$

$$\int Sh(x)dx = Ch(x) + c$$

$$\int Ch(x)dx = Sh(x) + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int e^{kx} dx = \frac{e^{kx}}{k} + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{ln(a)} + c$$

**Integrali notevoli:**

$$\int \frac{1}{1+x^2}dx = arctg(x) + c$$

$$\int \frac{1}{1-x^2}dx = \frac{1}{2}log\left|\frac{1+x}{1-x}\right| + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}dx = log|x + \sqrt{x^2-1}| + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}dx = arcSh(x) + c = log(x + \sqrt{1+x^2}) + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}dx = log|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + c$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2}dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2}log(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) + c$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}dx = \frac{1}{2}(a^2 arcsin(\frac{x}{a}) + x\sqrt{a^2 - x^2}) + c$$

$$\int sin^2(x)dx = \frac{1}{2}(x - sin(x)cos(x)) + c$$

$$\int cos^2(x)dx = \frac{1}{2}(x + sin(x)cos(x)) + c$$

$$\int \frac{1}{Ch^2(x)}dx = \int (1 - Tgh^2(x)dx = Tgh(x) + c$$

**Integrali riconducibili:**

$$\int f^n(x) \cdot f'(x)dx = \frac{f^{n+1}(x)}{n+1} + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = log|f(x)| + c$$

$$\int f'(x) \cdot cos(f(x))dx = sin(f(x)) + c$$

$$\int f'(x) \cdot sin(f(x))dx = -cos(f(x)) + c$$

$$\int e^{(f(x)} \cdot f'(x)dx = e^{f(x)} + c$$

$$\int a^{f(x)} \cdot f'(x)dx = \frac{a^{f(x)}}{ln(a)} + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{1 + f^2(x)}dx = arctg(f(x)) + c$$

**Integrazione per sostituzione:**

Sostituire alla variabile $x$ una funzione di un'altra variabile $t$, purchè tale funzione sia derivabile e invertibile.
Ponendo $x = g(t)$ da cui deriva $dx = g'(t)dt$ si ha che:

$$\int f(x)dx = \int f[g(t)] \cdot g'(t)dt$$

**Integrazione per parti:**

$$\int f'(x) \cdot g(x)dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x)dx$$

Si integrano per parti funzioni del tipo:
$P(x) \cdot e^x$, $P(x) \cdot sin(x)$, $P(x) \cdot cos(x)$, $e^{\alpha x} \cdot sin(\beta x)$