Esercitazioni di Fisica Tecnica

Prof. Ing. Alberto Salioni

POLITECNICO MILANO

Si ringrazia l'ing. Zoffoli che ha curato la stesura e la revisione della presente raccolta di esercitazioni

Esercitazioni

1.Unità di misura. Bilancio energetico sistemi chiusi. Equazione di stato gas ideale

2.Bilanci sistemi chiusi. Trasformazioni gas ideali

3.Sistemi bifase

4.Bilanci sistemi aperti

5.Dispositivi a flusso stazionario

6.Macchine termodinamiche motrici

7.Macchine termodinamiche operatrici

8.Cicli a gas

9.Cicli a vapore

10.Conduzione

11.Conduzione

12.Convezione

13.Irraggiamento

Esercitazione 1

Oggetto: Unità di misura. Bilancio energetico sistemi chiusi. Equazione di stato gas ideali

1.Un sistema chiuso ha una variazione di energia interna $\Delta U = 200\,kJ$. Durante tale processo il sistema assorbe dall'ambiente del calore Q= 20 kcal. Determinare in valore e segno il lavoro ceduto all'ambiente. **[-116.28 kJ]**

2.Un sistema chiuso ha una interazione con l'ambiente durante la quale cede all'ambiente calore (Q= 200 kcal) ed assorbe lavoro (L= 40 kJ). Determinare la variazione di energia interna del sistema. **[-797.2 kJ]**

3.Un sistema è costituito da quattro sottosistemi A, B C e D. Il sottosistema A cede un calore $Q_{AB}=300\,kcal$ al sottosistema B ed un calore $Q_{AC}=120\,kcal$ al sottosistema C. Il sottosistema C fornisce un lavoro $L_{CB}=230\,kJ$ al sottosistema B ed assorbe un lavoro $L_{CD}=400\,kJ$ dal sottosistema D. Si chiede di determinare le variazioni di energia interna dei quattro sottosistemi e del sistema completo.
[$\Delta U_A=-1758.12\,kJ$, $\Delta U_B=1485.8\,kJ$, $\Delta U_C=672.32\,kJ$, $\Delta U_D=-400\,kJ$, $\Delta U_{tot}=0\,kJ$ **]**

4.Determinare la massa di azoto (N_2) che occupa un volume $V=30\,dm^3$ a pressione P= 100 bar e con temperatura T= 20 °C. **[3.446 kg]**

5.Determinare la pressione a cui si trova, in condizioni di equilibrio, una massa M= 2 kg di CO_2 sapendo che occupa un volume $V=70\,dm^3$ a temperatura T= 90 °C. **[1.96 MPa]**

6.Determinare il volume specifico di un gas ideale (N_2) di cui è noto P= 7 ata, T= 30 °C e M= 3 kg. **[0.13 m^3/kg]**

7.Determinare il volume specifico di un sistema costituito da una massa M= 3 kg di azoto (N_2) che si trova a temperatura T= 30 °C e pressione P= 3 bar. **[0.3 m^3/kg]**

8.Una massa M= 3 kg di azoto (N_2) ha una pressione P= 4 bar ed una temperatura T= 25 °C. Determinare il volume di gas. **[0.664 m^3]**

9.Determinare la temperatura di un sistema costituito da una massa M= 0.3 kg di idrogeno (H_2) che occupa un volume V= 30 dm^3 a pressione P= 150 bar. **[90.6 °C]**

10.In un sistema chiuso ha luogo una trasformazione a seguito della quale non si ha variazione di energia interna mentre viene ceduto all'ambiente un calore Q= 150 kJ. Determinare il lavoro che il sistema cede all'ambiente. **[-150 kJ]**

Esercitazione 2

Oggetto: Bilanci sistemi chiusi. Trasformazioni nei gas ideali

1.Un sistema chiuso subisce una trasformazione reversibile tra uno stato iniziale 1 ed uno stato finale 2, durante il quale cede all'ambiente un lavoro L= 20 kJ mentre la variazione di energia interna del sistema è $\Delta U_{12} = 10\, kcal$. Si chiede, giustificando la risposta, se la variazione di entropia del sistema è positiva, negativa, nulla o non determinabile con i dati a disposizione.

[$\Delta S_{12} > 0$]

2.Si chiede, giustificando la risposta, se un sistema chiuso costituito da una massa M di gas ideale può ridurre la propria entropia con una trasformazione irreversibile. **[Sì]**

3.Un sistema chiuso subisce una trasformazione irreversibile tra uno stato iniziale 1 ed uno stato finale 2, durante il quale cede all'esterno un lavoro L= 200 kJ mentre si ha una variazione di energia interna ΔU_{12}= 10 kcal. Si chiede, giustificando la risposta, se la variazione di entropia del sistema è positiva, negativa, nulla o non determinabile con i dati a disposizione. **[ΔS_{12}>0]**

4.Un sistema chiuso subisce un processo durante il quale si ha una variazione nulla di entropia nel sistema. Durante questo processo il sistema cede ad un serbatoio di calore a temperatura T= 27 °C un calore pari a Q= 6000 J e cede, ad un serbatoio di lavoro, un lavoro pari a L= 150 J. Si chiede, giustificando la risposta, se il processo è reversibile, irreversibile o impossibile.

[irreversibile]

5.Determinare il calore specifico a pressione costante del metano (CH_4) con l'ipotesi che sia schematizzabile come gas perfetto. **[2078.6 J/kg K]**

6.Determinare il calore specifico a volume costante di una massa di elio (gas perfetto) a temperatura T= 30 °C e pressione P= 2 bar. **[3117.9 J/kg K]**

7.Determinare la variazione di energia interna di una massa M= 3 kg di gas perfetto (H_2) che esegue una trasformazione composta ABC quasi-statica costituita da: (1) trasformazione AB isoterma a temperatura T_A= 80 °C tra la pressione P_A= 3 bar e la pressione P_B= 9 bar; (2) trasformazione isoentropica sino alla temperatura T_C= 30 °C. **[-1558.95 kJ]**

8.Una massa M= 0.5 kg di elio (gas perfetto) esegue una trasformazione politropica con c_x= 4157 J/kgK. Determinare l'indice n della trasformazione politropica. **[-1]**

9.Determinare la variazione di entalpia di una massa M= 10 kg di gas ideale (N_2) per una trasformazione irreversibile tra uno stato di equilibrio con T= 30 °C e P= 7 atm ed un secondo stato di equilibrio con T= 40 °C e P= 8 atm. **[103.93 kJ]**

10.Una massa di 0.5 kg di He (M_m = 4 kg/kmol, gas perfetto monoatomico) si riscalda seguendo una trasformazione politropica avente calore specifico $c_x = (c_p+c_v)/2$. Le condizioni iniziali sono P_1 = 2 bar e T_1 = 150 °C, mentre le condizioni finali sono T_2 = 200 °C. Calcolare:

- il calore scambiato
- la variazione di energia interna
- la variazione di entalpia
- la variazione di entropia
- il lavoro della trasformazione.

[103.925 kJ, 77.944 kJ , 129.906 kJ, 232.139 J/K, 25.981 kJ]

11. Una massa di 1 kg di N_2 (M_m = 28 kg/kmol, gas perfetto biatomico) viene espansa adiabaticamente e irreversibilmente, mediante un sistema cilindro-pistone, con una produzione di entropia S_p = 100 J/K. Le condizioni iniziali sono P_1 = 5 bar e T_1 = 250 °C, mentre le condizioni finali sono P_2 = 1 bar. Calcolare:
   - la variazione di entropia
   - la variazione di energia interna
   - la variazione di entalpia
   - il calore scambiato
   - il lavoro della trasformazione.

[100 J/K, -118385 J, -165740 J, 0, 118385 J]

Esercitazione 3

Oggetto: Sistemi bifase

1. Determinare, facendo uso delle tabelle allegate, il calore che deve essere fornito ad una massa M= 10 kg di acqua con temperatura T= 180 °C e titolo x= 0.4 per avere, con un processo isobaro, vapore saturo. **[12090 kJ]**

2. Facendo uso delle tabelle dell'acqua determinare, giustificando la risposta, le condizioni dell'acqua a temperatura T= 180 °C e massa volumica $\rho = 100\, kg/m^3$. **[0.046, 1 MPa]**

3. Facendo uso delle tabelle dell'acqua determinare, giustificando la risposta, le condizioni dell'acqua a temperatura T= 120 °C e massa volumica $\rho = 25\, kg/m^3$. **[0.04, 200 kPa]**

4. In un sistema chiuso si miscelano adiabaticamente ed a pressione costante (P= 2.70 bar) una massa M_1= 4 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x_1= 0.2 ed una massa M_2= 2 kg di acqua allo stato liquido con temperatura T_2= 80 °C. Determinare la temperatura finale del sistema. (Si devono utilizzare sia formule approssimate, sia le tabelle). **[130 °C]**

5. Facendo uso delle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione allegate, determinare il calore necessario per portare una massa M= 3 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.2 e temperatura T= 120 °C sino a vapore saturo a temperatura T= 120 °C. **[5286 kJ]**

6. Determinare, facendo uso delle tabelle allegate, il volume di un serbatoio che contiene una massa M= 4 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.2 e temperatura T= 100 °C. **[1.34 m^3]**

7. Determinare, facendo uso delle tabelle, la temperatura di un sistema costituito da una massa M= 2 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.5 a pressione P= 1 atm. **[100 °C]**

8. Una massa M= 5 kg di vapore d'acqua alla temperatura T_i= 100 °C e con titolo x= 0.9, viene posta a contatto con una sorgente isoterma a T_s= 60 °C. Determinare il calore che deve essere asportato dall'acqua per raffreddarla sino alla temperatura T_f= 80 °C a pressione costante. Determinare la variazione di entropia complessiva del sistema sorgente + massa di acqua. **[-10577,15 kJ, 3,4 kJ/K]**

9. In un serbatoio rigido con volume V= 3 m^3 è presente vapore d'acqua surriscaldato alla temperatura T_i= 400 °C e P_i= 30 ata. Al sistema viene asportato calore sino ad ottenere condizioni di vapore saturo. Facendo uso delle tabelle determinare:
   - la massa di acqua contenuta nel sistema;
   - la temperatura e la pressione al termine del raffreddamento;
   - la quantità di calore asportata;

   [30.2 kg, 212.4 °C, 2MPa, 10041.5 kJ]

10. Un sistema chiuso con volume V= 0.2 m^3 contiene una massa M= 4 kg di acqua a temperatura T= 150 °C. Determinare il titolo del vapore e la massa di acqua allo stato liquido. **[0.1248, 3.5 kg]**

11. Determinare, facendo uso delle tabelle, il volume di un serbatoio che contiene una massa M= 5 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.7 e temperatura T= 168 °C.

[0.893 m^3]

12. Determinare, facendo uso delle tabelle, il volume di un serbatoio che contiene una massa M= 10 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0,6 e temperatura T= 333 °C.

[0.08035 m^3]

13. Determinare, facendo uso delle tabelle, la temperatura di un sistema costituito da una massa M= 9 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.8 a pressione P= 44 bar.

[255.8 °C]

Esercitazione 4

Oggetto: Sistemi aperti

1.In un sistema aperto adiabatico, orizzontale ed operante in regime stazionario fluisce una portata di gas G= 0.2 kg/s; nella sezione di ingresso del dispositivo la temperatura è T_{in}= 50 °C con una velocità media di sezione w_{in}= 4 m/s. Nella sezione di uscita si ha una velocità w_{out}= 10 m/s. Sapendo che al fluido viene fornita una potenza L= 0.6 kW determinare la temperatura del gas nella sezione di uscita. (Il calore specifico del fluido è c_P= 1 kcal/kgK). **[50,7 °C]**

2.In un sistema aperto disposto orizzontalmente fluisce in regime permanente una gas perfetto (O_2) con una portata m= 0.2 kg/s. Nella sezione di ingresso sono note velocità w_1= 4 m/s, temperatura T_1= 120 °C e pressione P_1= 9 bar. Al gas viene fornita una potenza termica Q= 15 kW. Sapendo che nella sezione di uscita si ha una w_2= 250 m/s e pressione P_2= 2 bar, determinare la temperatura del gas. **[168.1 °C]**

3.Una portata G= 2 kg/s di ossigeno (O_2) entra in un sistema, disposto in un piano orizzontale, con una velocità media w_{in}= 200 m/s ed una temperatura T= 300 K. All'uscita il gas ha una temperatura T= 290 K ed una velocità w_{out}= 60 m/s. Nell'ipotesi che il sistema sia adiabatico e che operi in regime permanente determinare in valore e segno la potenza ceduta dal sistema all'ambiente. **[54.6 kW]**

4.In un sistema aperto adiabatico ed operante in regime stazionario fluisce una portata di acqua G= 0.2 kg/s; nella sezione di ingresso del dispositivo si ha vapore saturo con temperatura T_{in}= 300 °C con una velocità media di sezione w_{in}= 40 m/s. Nella sezione di uscita si ha una velocità w_{out}= 100 m/s. Sapendo che al fluido viene fornita una potenza L= 0.6 kW determinare l'entalpia specifica del fluido nella sezione di uscita.

[2747.8 kJ/kg]

5.Una portata m = 0.5 kg/s di elio (M_m = 4 kg/kmol) fluisce in un condotto orizzontale. Nella sezione di ingresso sono note le seguenti grandezze:

T_1 = 330 °C, w_1 = 150 m/s, P_1= 6 bar.
Nella sezione di uscita sono note le seguenti grandezze:
T_2 = 30 °C, w_2 = 300 m/s, P_2= 1 bar.
Nelle ipotesi che: (a) il condotto sia isolato termicamente dall'esterno e (b) il sistema si trovi in stato stazionario:

- la potenza meccanica prodotta;
- la produzione di entropia per irreversibilità nell'unità di tempo.

[762.6 kW, 74.1 W/K]

6.Attraverso un condotto cilindrico orizzontale con un diametro d= 12 cm fluisce una corrente d'aria. All'imbocco del condotto l'aria ha una temperatura di 90 °C, una pressione di 8 bar ed una velocità di 100 m/s. All'uscita del condotto, la pressione dell'aria si riduce a 6 bar, per effetto degli attriti, mentre la sua velocità aumenta a 132 m/s.
Nell'ipotesi che il condotto sia isolato termicamente dall'esterno, che lo stato sia stazionario e che l'aria si comporti come un gas perfetto biatomico di massa molare pari a 29 kg/kmole, determinare:

- la portata in massa di gas nel condotto;
- la temperatura dell'aria all'uscita del condotto;
- l'entropia prodotta per irreversibilità durante il processo;

[8.69 kg/s, 86.3 °C, 627.4 W/K]

Esercitazione 5

Oggetto: Dispositivi a flusso stazionario

1.Determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina a gas adiabatica ed operante in regime stazionario che produce un lavoro specifico L= 2000 kJ/kg espandendo una portata di elio (gas perfetto) da uno stato di ingresso noto (P_1= 8 bar, T_1= 800 °C) ad una condizione di uscita con pressione P_2= 2 bar. **[0.84]**

2.Determinare la potenza assorbita da una pompa ideale isoentropica che viene utilizzata per elaborare una portata in massa m= 300 kg/h di olio (massa volumica $\rho = 900\, kg/m^3$) tra la condizione di ingresso T_1= 20 °C e P_1= 1 ata ed una condizione di uscita con P_2= 60 ata. **[536 W]**

3.Una portata G= 0.3 kg/s di elio (He) si espande in una turbina adiabatica in regime permanente, tra uno stato iniziale con temperatura T_1= 1000 K e pressione P_1= 10 bar ed uno stato finale con pressione P_2= 4 bar. Determinare la temperatura del gas in uscita (T_2) nell'ipotesi che la trasformazione sia reversibile. **[693 K]**

4.In un compressore adiabatico reversibile viene compressa una portata m= 0.2 kg/s di ossigeno (O_2) dalle condizioni P= 1 atm e T= 20 °C alla pressione P= 10 atm. Determinare la potenza meccanica necessaria per la compressione. **[49.5 kW]**

5.Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria m_1=50Kg/h. La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono P_1=1bar e T_1=20 °C. All'uscita dal compressore l'aria ha una pressione di P_2=5bar. Nell'ipotesi che il compressore operi stazionariamente, che abbia un rendimento isoentropico $\eta_C = L_{Rev}/L = 0{,}9$ e che l'aria si comporti come un gas perfetto, determinare la temperatura dell'aria all'uscita del compressore T_2 e la potenza assorbita dalla macchina**.**
[483,1 K; -2.6 kW]

6.Una portata G= 3 kg/s di elio (He) si espande in una turbina adiabatica in regime permanente, tra uno stato iniziale con temperatura T_1= 1000 K e pressione P_1= 10 bar ed uno stato finale con pressione P_2= 3 bar. Determinare la temperatura del gas in uscita (T_2) nell'ipotesi che la trasformazione sia reversibile. **[617.7 K]**

7.Un gas (He) viene compresso in un compressore adiabatico con una portata m_1= 40 kg/h e T_1= 20 °C, P_1= 100 kPa e con un rendimento isoentropico $\eta = 0.9$ sino alla pressione P_2= 400 kPa. Nell'ipotesi di essere in regime permanente si determini:

- la temperatura del gas all'uscita del compressore;
- la potenza meccanica assorbita dal compressore;
- la produzione di entropia per irreversibilità.

[534.6 K; 13.9 kW; 2.67 W/K]

8.Facendo uso delle tabelle allegate determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina adiabatica che opera in regime stazionario di cui sono note le condizioni di ingresso (P_i= 200 bar, T_i= 500 °C, h_i= 3241 kJ/kg, s_i= 6.146 kJ/kgK), la pressione in uscita P_u= 7 bar ed il lavoro specifico reale prodotto L_{reale}= 650 kJ/kg. **[0,9]**

9. Una turbina a bassa pressione di un impianto a ciclo Rankine produce una potenza L= 300 kW. Nella sezione di ingresso del dispositivo, che si considera adiabatico, si ha vapore surriscaldato con temperatura T_{in}= 300 °C, pressione P_{in}= 10 bar, entalpia specifica h_{in}= 3697.4 kJ/kg, entropia specifica s_{in}= 8.0292 kJ/kgK. Nella sezione di uscita si ha vapore saturo alla temperatura T_{out}= 40 °C. Determinare la portata di vapore d’acqua nella turbina.**[0.267 kg/s]**

10. Determinare il lavoro specifico massimo ottenibile con l'espansione in una turbina di un ciclo Rankine di un flusso di vapore d'acqua. Sono note nella sezione di ingresso: T_1= 500 °C, P_1= 10 bar, h_1= 3478 kJ/kg, s_1= 7.76 kJ/kgK. E' nota della sezione di uscita la pressione P_2= 9.58 kPa. Per la soluzione del problema si utilizzino le tabelle del vapore allegate. **[1013 kJ/kg]**

11. In una turbina, si espande adiabaticamente una portata d’aria m_1=1000Kg/h. La pressione e la temperatura dell’aria all’ingresso della turbina sono rispettivamente P_1=4bar e T_1=900 °C. All’uscita dalla turbina, l’aria ha una pressione P_2=1bar. Nell’ipotesi che la turbina operi stazionariamente, che abbia un rendimento isoentropico $\eta_T = L/L_{Rev}$=0,85 e che l’aria si comporti come un gas perfetto, determinare la temperatura dell’aria all’uscita dalla turbina T_2 e la potenza erogata dalla macchina. **[574 °C; 91 kW]**

12. Un compressore comprime adiabaticamente una portata d’aria m_1=2,5 Kg/min. La pressione e la temperatura dell’aria all’ingresso del compressore sono rispettivamente P_1=1bar e T_1=20 °C; la pressione dell’aria all’uscita del compressore è P_2=5bar. Nell’ipotesi che il compressore operi reversibilmente e stazionariamente e che l’aria si comporti come gas perfetto, determinare la potenza assorbita dalla macchina. **[7.17 kW]**

13. Uno scambiatore di calore in controcorrente opera tra un fluido caldo(c_{pc}=1 kcal/kg K) entrante a temperatura $T_{c\ in}$= 90 °C ed uscente a $T_{c\ out}$=55 °C con portata m_c=1,2 Kg/s ed un fluido freddo (c_{pf}= 1 kJ/kg K) entrante a temperatura T_{fin}=40 °C ed uscente a $T_{f\ out}$=80 °C. Calcolare la portata del fluido freddo. **[4.39 kg/s]**

14. Determinare il rendimento isoentropico di compressione di un compressore a gas adiabatico operante in regime stazionario che assorbe un lavoro specifico L= 170 kJ/kg comprimendo una portata di N_2 (gas perfetto) da uno stato di ingresso noto (P_1= 1 bar, T_1=30 °C) ad una condizione di uscita con pressione P_2= 4 bar. **[0.9]**

15. Una portata G=2 kg/s di ossigeno (O_2) entra in un sistema, disposto in un piano orizzontale, con una velocità media w_{in}=200 m/s ed una temperatura T_{in}=300 K. All’uscita il gas ha una temperatura T_{out}=290 K ed una velocità w_{out}=60 m/s. Nell’ipotesi che il sistema sia adiabatico e che operi in regime permanente, determinare in valore e segno la potenza ceduta dal sistema all’ambiente. **[54.8 kW]**

16. In un sistema aperto adiabatico ed operante in regime stazionario fluisce una portata di acqua G=0,2 kg/s; nella sezione di ingresso del dispositivo si ha un vapore saturo con temperatura T_{in}=300 °C con una velocità media di sezione w_{in}=40 m/s. Nella sezione di uscita si ha una velocità w_{out}=100 m/s. Sapendo che al fluido viene fornita una potenza L=0,6 kW determinare l’entalpia specifica del fluido nella sezione di uscita. **[2747.8 kJ/kg]**

17. Si ripeta l’esercizio 6 considerando aria o ammoniaca (assumendo che si comportino come gas ideali). **[709 K; 763 K]**

Esercitazione 6

Oggetto: Macchine termodinamiche motrici

1.Determinare il rendimento termodinamico di una macchina termica motrice che opera reversibilmente tra due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura T_s= 200 °C e T_i= 0 °C. **[0.42]**

2.Determinare il lavoro perso da una macchina termodinamica motrice che opera con sorgenti a temperature T_s= 600 °C e T_i= 25 °C sapendo che prelevando una quantità di calore Q_s= 800 kJ si produce un lavoro L= 300 kJ. **[226.82 kJ]**

3.Determinare il rendimento termodinamico di una macchina termica motrice che prelevando una quantità di calore Q_s= 200 kJ da un serbatoio di calore a temperatura T_s= 400 °C produce lavoro interagendo con un secondo serbatoio di calore a temperatura T_i= 0 °C con una generazione di entropia per irreversibilità pari a S_{irr}= 0.18 kJ/K. **[0.35]**

4.Una macchina motrice opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura costante T_s = 1200 °C e T_i = 20 °C. La potenza termica ceduta dal serbatoio termico superiore è pari a Q_s= 100 kW, mentre il rendimento di secondo principio della macchina è 0.5. Calcolare la potenza meccanica prodotta dalla macchina. **[40 kW]**

5.Una macchina motrice reversibile utilizza una sorgente termica superiore alla temperatura costante di T_s= 400 °C e come sorgente termica inferiore una massa M= 2000 kg di acqua allo stato liquido che viene riscaldata dalla temperatura di 15°C alla temperatura di 45°C.
Nelle ipotesi che: (a) l'acqua si comporti come un liquido ideale e (b) le due sorgenti termiche scambino calore esclusivamente con la macchina, calcolare il lavoro che si ottiene dalla macchina (in unità S.I.), il rendimento termodinamico e il rendimento di confronto con un’uguale macchina che operi fra 2 sorgenti isoterme a temperature T_s= 400 °C e T_i= 15 °C
[307 MJ, 0.55, 0.96]

6.Una macchina termodinamica ciclica operatrice interagisce con 2 sorgenti a temperatura costante (T_s= 30 °C e T_i= -20 °C) cedendo Q_s= 1200 kJ alla sorgente superiore. Se l'efficienza frigorifera della macchina è COP_F= 4 determinare:

1 la quantità di lavoro assorbita dalla macchina;

1 il lavoro minimo teorico assorbibile da una macchina che opera tra le medesime sorgenti.
[240 kJ, 189 kJ]

7.Una macchina termodinamica ciclica opera con 2 sorgenti a temperatura costante pari a T_s=1200 °C e T_i= 300 °C e versa Q_i= 1200 kJ alla sorgente inferiore. Se il rendimento termodinamico della macchina motrice è 1= 0.3 determinare:

1 la quantità di lavoro prodotta;

1 il lavoro massimo teorico producibile da una macchina che opera tra le medesime sorgenti.
[514.28kJ, 1879.8kJ]

Esercitazione 7

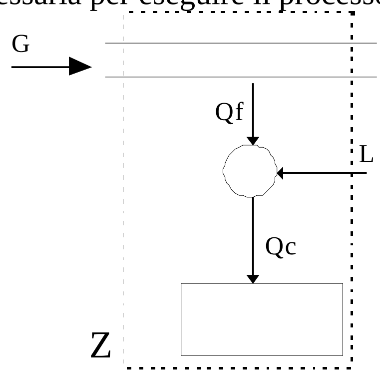
Oggetto: Macchine termodinamiche operatrici

1.Una macchina frigorifera opera in regime stazionario con due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura T_i= 10 °C e T_s= 50 °C. Si chiede di determinare l'efficienza frigorifera nell'ipotesi che la macchina sia reversibile. **[7]**

2.Determinare l'efficienza di una pompa di calore che opera reversibilmente tra due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura T_s= 40 °C e T_i= -10 °C. **[6.26]**

3.Una macchina operatrice (frigorifero) opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura costante T_s = 300K e T_i = 250K. La potenza termica da estrarre dal serbatoio freddo è pari a 25 kW, mentre il rendimento di secondo principio della macchina è 0.55. Calcolare la potenza meccanica necessaria alla macchina. **[9.09 kW]**

4.In una macchina frigorifera di un impianto di condizionamento ambientale si tratta un flusso G= 30 kg/min di aria che viene raffreddata a pressione costante P_a= 1 atm dalla temperatura di T_1=35 °C alla temperatura T_2= 25 °C. Come sorgente superiore si utilizza un ambiente alla temperatura costante T_s= 38 °C. Si chiede, con l'ipotesi di considerare l'aria un gas perfetto di massa molare M_m= 29 kg/kmole:
- l'equazione di bilancio energetico per il sistema Z illustrato in figura;
- la potenza minima necessaria per eseguire il processo descritto.



[-1566 W]

5.In un capannone industriale con un volume V_0= 4000 m^3 l'aria ha una temperatura T_0= 14 °C ed una pressione P_0= 1 atm. Il capannone, supposto termicamente isolato verso l'esterno ed a volume costante, viene riscaldato sino alla temperatura finale T_f= 25 °C con l'impiego di una pompa di calore con COP_{PdC}= 10 che opera utilizzando una sorgente fredda alla temperatura costante T_i= 10 °C. Determinare:
- il lavoro necessario per eseguire il riscaldamento;
- se il processo è reversibile, irreversibile o impossibile;
- nel caso di processo irreversibile la produzione di entropia per irreversibilità.

[3881 kJ, irrev, 9271 J/K]

6. Una pompa di calore viene utilizzata per riscaldare (a V=cost) una massa M=1000 kg di un fluido (c= 3 kJ/kgK) dalla temperatura T_1= 70 °C alla temperatura T_2= 80 °C. La pompa di calore utilizza come sorgente inferiore una sorgente di calore a temperatura T_O= 20 °C.
Determinare il lavoro assorbito da una pompa di calore che opera reversibilmente, il COP della pompa di calore reversibile e il maggior lavoro (lavoro dissipato) che occorre fornire ad una pompa di calore reale con COP=2.5. **[4738 kJ, 6.33, 7262 kJ]**

Esercitazione 8

Oggetto: Cicli a gas

1.Una macchina termodinamica ciclica realizza un ciclo a gas costituito da 3 trasformazioni quasi-statiche: trasformazione AB isoentropica tra P_A= 1 bar e T_A= 27 °C e P_B= 3 bar; trasformazione BC isoterma sino a P_C= 1 bar; trasformazione isobara CA. Determinare il rendimento termodinamico del ciclo sapendo che viene utilizzato un gas biatomico di massa molare M_m= 29 kg/kmole. **[0.14]**

2.Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature T_1= 27 °C e T_3= 827 °C. Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico M_m = 28.9 kg/kmol). La temperatura di fine compressione è T_2= 300 °C. Si richiede di:

- calcolare il rendimento del ciclo;
- verificare se è possibile operare una rigenerazione;
- calcolare il rendimento del ciclo nel caso in cui la turbina abbia un rendimento di espansione isoentropica η_T = 0.8. **[0.48; si; 0.28]**

3.Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature di T_1= 300 K e T_3= 1200 K. Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico M_m = 28.9 kg/kmol). La pressione p_1 all'ingresso del compressore è P_1= 100 kPa. Il calore fornito al ciclo è di q_c= 670 kJ/kg. Si determinino:

- Il lavoro specifico netto
- Il rendimento del ciclo **[294.5 kJ/kg; 0.44]**

4.Si consideri una turbina a gas, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton ideale, con rapporto di compressione r= 6. Il fluido di lavoro è aria. La temperatura all'ingresso del compressore è T_1= 280 K, mentre quella all'ingresso della turbina è di T_3= 1250 K. Determinare:

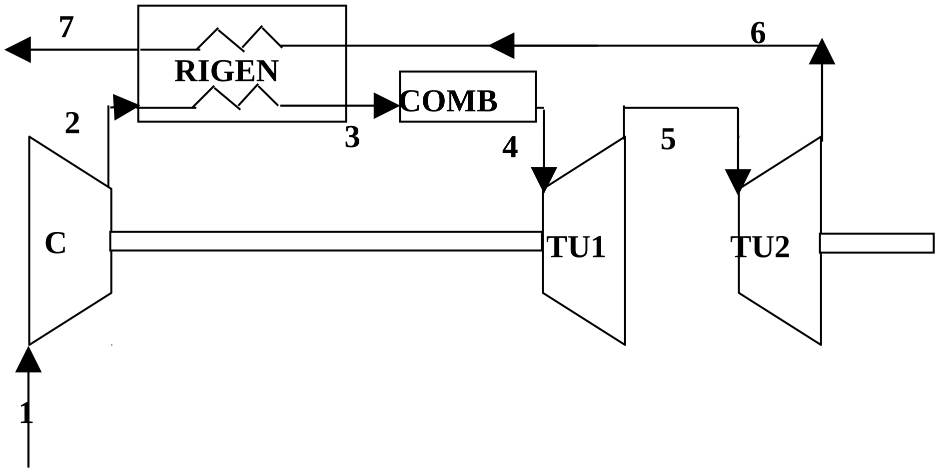
- La temperatura del gas all'uscita del compressore e all'uscita della turbina
- Il rapporto tra lavoro di compressione e lavoro fornito dalla turbina
- Il rendimento termodinamico. **[T_2 = 467.2 K; T_4 = 749.2 K; 0.374; 0.4]**

5.Si consideri un ciclo a gas costituito da tre trasformazioni quasi-statiche: AB isobara a p = 5 bar fino a T_B = 800 K, BC isoentropica fino a T_C = 200K, CA isoterma. Considerando H_2 come fluido di lavoro, determinare il rendimento del ciclo. **[0.54]**

6.La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Otto ad aria sono P_1= 1 atm e T_1= 27 °C. Il rapporto di compressione volumetrico è r= 8. Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore q_C= 2000 kJ/kg. Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e la massima temperatura raggiunta. **[0.565, 3480 K]**

7.La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Diesel ad aria sono P_1= 1 atm e T_1= 27 °C. Il rapporto di compressione volumetrico è r= 15. Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore q_C= 2000 kJ/kg. Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e la massima temperatura raggiunta. **[0.548, 2878 K]**

8.Si consideri il sistema di turbina a gas in figura, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile ad aria (M_m = 28.9 kg/kmol). Siano P_1 = 100 kPa, T_1 = 300 K, il rapporto di compressione r = 6 e T_4 = 1600 K. Il compressore assorbe tutta e sola la potenza prodotta dalla turbina TU1 mentre la turbina TU2 produce potenza utile (netta) pari a 150 kW. Tutti i componenti sono assunti essere ideali.



Si determinino:

- La pressione all'uscita della turbina TU1 (P_5)
- Il lavoro specifico netto
- La portata di aria
- La temperatura T_3 all'ingresso del combustore
- Il rendimento termico del ciclo

[376 kPa; 444 kJ/kg; 0.34 kg/s; 959 K; 0.69]

Esercitazione 9

Oggetto: Cicli a vapore

1.Un impianto a ciclo Rankine con potenzialità di 600 MW impiega acqua come fluido di lavoro. I limiti di pressione tra cui opera sono P_{min}= 0.05 bar e P_{max}= 150 bar, mentre la temperatura massima del ciclo è T_{max} =600°C. All'uscita della pompa l'entalpia dell'acqua è h=160 kJ/kg mentre in turbina si ha una espansione isoentropica. Si chiede di calcolare il rendimento del ciclo e la portata di acqua dell'impianto. **[0.44; G=394.8 kg/s]**

2.In un impianto frigorifero a vapore viene usato come fluido di lavoro R134a. Questo fluido entra in una valvola di laminazione a monte dell'evaporatore come liquido saturo a temperatura T_1= 40 °C ed esce dall'evaporatore come vapore saturo secco a temperatura T_3= -8 °C, scambiando calore con una corrente d'acqua (liquido incomprimibile) che entra nel condensatore a temperatura T_i= 50 °C ed esce a temperatura T_u= 5 °C. Si chiede di determinare la pressione all'uscita della valvola di laminazione ed il rapporto tra le portate di acqua e di Freon nell'evaporatore. **[P = 0.217 MPa; 0.724]**

3.In un impianto a ciclo Rankine di una centrale termoelettrica l'acqua, all'uscita della pompa, ha una temperatura T_2=35°C e pressione P_2=100 bar; entra nella caldaia ove viene fornita potenza termica sino ad avere vapore surriscaldato con temperatura T_5=600°C. All'uscita dalla caldaia il vapore viene fatto espandere in una turbina adiabatica ed isoentropica sino alla pressione P= 0.0234 bar. Si chiede di determinare il calore ceduto all'acqua durante il riscaldamento in caldaia ed il lavoro prodotto dalla turbina (per unità di massa fluente).
[Q = 3476.14 kJ/kg; L = 1601.1 kJ/kg]

4.Un pompa di calore ideale sfrutta un ciclo di Carnot che opera tra la una pressione minima P_{min}= *0.01 bar* ed una pressione massima P_{max}= 0.3 bar. Il fluido di lavoro è acqua. All'ingresso del condensatore il fluido è nello stato di vapore saturo secco mentre all'uscita è liquido saturo. Calcolare:

- L'efficienza della pompa di calore reversibile
- Il rapporto tra il lavoro del compressore ed il lavoro della turbina **[5.51; 17.85]**

5.In un impianto frigorifero a vapore (R134a) si ha una temperatura di evaporazione T_2= -28 °C ed una pressione massima P_1= 8 bar. Si chiede di determinare l'efficienza frigorifera del ciclo, la portata di fluido refrigerante, la potenza ceduta dal condensatore e l'entropia prodotta per irreversibilità nella valvola di laminazione sapendo che la potenza termica che deve essere asportata dalla sorgente inferiore è Q_F= 200 kW. **[3.083, 264.86 kW; 0.053 kW/K]**

6. Una pompa di calore operante con R134a fornisce 15 kW, necessari per mantenere un edificio alla temperatura T_C= 20 °C mentre l'ambiente esterno è a T_F= 5 °C. La pressione di funzionamento nell'evaporatore è P_2= 2.4 bar mentre all'uscita del condensatore si ha liquido saturo a pressione P_1= 8 bar. Determinare la portata di fluido refrigerante, la potenza meccanica richiesta dal compressore, l'efficienza della pompa di calore, l'efficienza di una pompa di calore che operi reversibilmente, l'entropia prodotta per irreversibilità nel sistema.

[0.0852 kg/s, 2.13 kW, 7, 19.53, 5,1 W/K]

Esercitazione 10

Oggetto: Conduzione

1.Determinare la resistenza termica complessiva di un condotto cilindrico di lunghezza $L = 10$ m, diametro interno $D_i = 4$ mm e spessore $s = 1$ mm, realizzato in un materiale avente conduttività termica $k = 25$ W/(m·K). **[0.000258 K/W]**

2.Sia dato un cilindro indefinito cavo con raggio interno R_1= 10 cm e raggio esterno R_2= 15 cm realizzato con materiale di conduttività termica k= 10 W/mK. La superficie interna del cilindro ha una temperatura T_1= 120 °C mentre sulla superficie esterna è T_2= 20 °C. Si chiede di determinare l'espressione della distribuzione di temperatura ed il valore di questa per r= 12 cm. **[75 °C]**

3.Determinare il flusso termico areico che attraversa una parete piana indefinita composta da due strati: il primo ha spessore s_1= 25 cm e conduttività termica k_1= 8 W/mK mentre il secondo ha spessore s_2= 12 cm e conduttività termica k_2= 10 W/mK. Le due superfici esterne della parete sono rispettivamente a temperatura T_1= 120 °C e T_2= 20 °C. **[2312.1 W/m^2]**

4.Determinare la resistenza termica complessiva di una parete piana di superficie S= 4 m^2 e realizzata con due strati di spessore s_1=s_2= 20 di materiali di conduttività termica k_1= 20 W/mK e k_2= 4 W/mK rispettivamente. Sulla superficie interna si ha un coefficiente convettivo h_i= 100 W/m^{2}K mentre sulla superficie esterna si ha un coefficiente convettivo h_e= 30 W/m^{2}K. **[0.026 K/W]**

5.Determinare il raggio critico di isolamento per un condotto in acciaio rivestito da uno strato di isolante ed immerso in un fluido con coefficiente convettivo h= 15 W/m$_2$K. Sono note le proprietà dell'acciaio e dell'isolante: K_{acc}= 15 W/mK, ρ_{acc}= 7800 kg/m^3, c_{acc}= 1 kJ/kgK, K_{is}= 0.3 W/mK, ρ_{is}= 1200 kg/m^3, c_{is}= 0.6 kJ/kgK. **[20 mm]**

6.Una parete di spessore L= 10 cm e superficie S= 5 m^2 è attraversata da un flusso termico areico J= 6000 W/m^2. Sapendo che la superficie, a temperatura T_S= 110 °C, è lambita da un fluido con temperatura T_∞= 30 °C determinare il coefficiente convettivo. **[75 W/m^{2}K]**

7.Determinare la resistenza termica di una parete piana multistrato di superficie S= 3 m^2 realizzata con materiali di spessori e conduttività termica noti.
L_1= 0.5 cm K_1= 0.2 W/mK; L_2= 10 cm K_2= 3.7 kcal/mhK; L_3= 10 mm K_3= 2 W/mK. **[0.01775 K/W]**

8.Il vetro di una finestra ha spessore s = 6 mm e separa un locale a temperatura T_i = 20 °C dall'ambiente esterno alla temperatura T_e = 5 °C. La conduttività termica del vetro è k = 1.2 W/mK, mentre i coefficienti di scambio termico convettivo all'interno e all'esterno sono, rispettivamente, h_i = 15 W/m^{2}K e h_e = 5 W/m^{2}K.
Calcolare:

- il flusso termico trasmesso attraverso la lastra di vetro
- la temperatura della faccia interna del vetro

[55.21 W/m^2, 16.3 °C]

9. Una parete piana indefinita di un forno industriale ha una superficie complessiva $S = 15$ m^2 ed è costituita da tre stati. L'interno del forno si trova alla temperatura $T_i = 900$ °C, mentre l'ambiente esterno si trova alla temperatura $T_e = 20$ °C. La parete affacciata all'interno del forno ha spessore $L_1 = 60$ cm ed è realizzata con mattoni refrattari con conduttività termica $k_1 = 3$ W/(m·K); lo strato intermedio ha spessore $L_2 = 30$ cm ed è realizzata con materiale isolante avente conduttività termica $k_2 = 0.1$ W/(m·K); la parete esterna ha spessore $L_3 = 2$ cm ed è realizzata in acciaio con conduttività termica $k_3 = 20$ W/(m·K).

   Nell'ipotesi che la parete sia in condizioni stazionarie e che i coefficienti scambio termico convettivo valgano $h_i = h_e = 10$ W/(m^2·K):

   - determinare la resistenza termica complessiva della parete;
   - determinare la potenza termica trasmessa verso l'esterno;
   - rappresentare graficamente la distribuzione di temperatura nella parete;
   - determinare la massima temperatura nello strato isolante.

[0.227 K/W, 3876.7 W, 822.5 °C]

Esercitazione 11

Oggetto: Conduzione

1.La parete di un forno ha uno spessore s= 20 cm di materiale refrattario con conduttività termica pari a Kr= 12 W/mK ed è isolata con materiale composito con conduttività termica pari a K= 0.3 W/mK. La temperatura della superficie interna del forno è di 900 °C, mentre quella dell'aria esterna è di 25 °C. Nell'ipotesi che il forno sia a regime e che il coefficiente di scambio termico sia pari a 10 W/m^{2}K, determinare:

- lo spessore di isolamento necessario affinché il flusso termico disperso dal forno sia minore di Q= 800 W/m^2;
- la temperatura raggiunta dalla superficie esterna dell'isolamento. **[29 cm, 105 °C]**

2.Un tubo di acciaio di 8 cm di diametro interno e con uno spessore di parete di 5.5 mm (conduttività termica pari a 47 W/m-K) ha una temperatura della superficie interna pari a 250 °C. Il tubo è coperto con uno strato di 9 cm di isolante con conduttività termica di 0.5 W/m-K seguito da un altro strato di 4 cm di isolante con conduttività termica di 0.25 W/m-K. La temperatura della superficie più esterna dell'isolante è di 20 °C. Determinare:
1.la potenza termica dissipata per unità di lunghezza del tubo;
2.le temperature alle due interfacce **[448 W/m, 250 °C, 94 °C]**

3.Determinare il numero di Biot per un corpo sferico (R= 10 cm) realizzato in acciaio (K_S= 15 W/mK, ρ_S= 7800 kg/m^3, c_S= 0.2 kJ/kgK) e lambito da un fluido con proprietà termofisiche note (K_f= 2 W/mK, ρ_f= 800 kg/m^3, c_f= 2 kJ/kgK) con un coefficiente convettivo h= 80 W/m^{2}K.
[0.1778]

4.Determinare il numero di Biot per un cubo (L= 20 cm) realizzato in rame (K_{Cu}= 300 W/mK, ρ_S= 7200 kg/m^3, c_S= 0.4 kJ/kgK). Il cubo è appoggiato con una faccia ad una superficie adiabatica mentre le altre facce sono lambiti da un fluido con proprietà termofisiche note (K_f= 0.6 W/mK, ρ_f= 800 kg/m^3, c_f= 4 kJ/kgK) e con un coefficiente convettivo h= 80 W/m^{2}K. **[0.01067]**

5.Delle sfere di acciaio con diametro D= 10 mm subiscono un trattamento di tempra che consiste nel riscaldamento fino alla temperatura T_i= 1100 K seguito dal lento raffreddamento a T_f= 420 K in una corrente di aria con temperatura T_∞= 50 °C e velocità w_∞= 0.3 m/s. Nel caso in cui il coefficiente di scambio convettivo tra la corrente d'aria e le sferette sia h= 20 W/m^{2}K, determinare:

1 il tempo richiesto dal processo di raffreddamento;
1 l'effettivo coefficiente di scambio convettivo medio tra aria e sferetta utilizzando la correlazione: $Nu= [2+ (0.44\ Re^{0.5} + 0.066\ Re^{0.667})\ Pr^{0.4}]$

Proprietà termofisiche dell'acciaio:
conduttività termica k_m= 40 W/mK densità $_m$ = 7800 kg/m^3
calore specifico c = 600 J/kgK
Proprietà termofisiche dell'aria:
conduttività termica k_a= 0.03 W/mK densità $_a$= 0.995 kg/m^3
calore specifico c_p= 1008.6 J/kgK viscosità $_a$ = 20.8210^{-6} kg/ms
[812 s, 24.4 W/m^{2}K]

Esercitazione 12

Oggetto: Convezione

1.Calcolare il coefficiente convettivo con la relazione di Dittus-Boelter ($Nu= 0.023Re^{0.8}Pr^{0.3}$) conoscendo le seguenti grandezze: portata massica m= 2 kg/s diametro del condotto D= 3 cm massa volumica ρ= 900 kg/s viscosità dinamica $\mu= 2{\cdot}10^{-3}$ kg/ms Pr= 12.7 conduttività termica k= 0.3 W/mK. **[2483,4 W/m²K]**

2.Determinare il numero di Prandtl di un fluido in moto in un condotto cilindrico di diametro D= 6 cm con una portata G= 10 kg/min ed avente proprietà termofisiche costanti e note: massa volumica ρ= 900 kg/m^3, viscosità dinamica μ= 0.0017 Ns/m^2, calore specifico c= 0.8 kcal/kgK, conduttività termica k= 0.14 W/mK. **[40.7]**

3.Utilizzando la relazione di Dittus-Boelter ($Nu= 0.023\ Re^{0.8}Pr^{0.33}$) determinare il numero di Nusselt per una portata di acqua G= 0.2 kg/s che attraversa un condotto, di sezione cilindrica e diametro D= 10 cm. Sono noti per l'acqua la massa volumica ρ= 998 kg/m^3, la viscosità dinamica $\mu= 8.3\ 10^{-4}$ kg/ms ed il numero di Prandtl Pr= 4.7.

4.

5.Una portata di acqua G= 0.3 kg/s attraversa un condotto di lunghezza L= 1200 m, di sezione cilindrica e diametro D= 20 cm. Essendo nota per l'acqua la massa volumica ρ= 998 kg/m^3, la viscosità dinamica $\mu= 8.3\ 10^{-4}$ kg/ms, la conduttività termica k= 0.265 W/mK, il calore specifico c= 4.1 kJ/kgK, si chiede di determinare il numero di Reynolds nel condotto. **[2301]**

6.Determinare il numero di Reynolds relativo ad una portata in massa m= 100 kg/h di acqua che fluisce in un condotto di lunghezza L= 100 m e diametro d= 60 mm. Le proprietà termofisiche dell'acqua sono: ρ= 1000 kg/m^3, $\mu= 0.8{\cdot}10^{-3}$ Ns/m^2, c= 1 kcal/kgk, k= 0.2 W/mK. **[737]**

7.Determinare il numero di Prandt di una sostanza di cui sono noti massa volumica ρ= 650 kg/m^3, calore specifico c_p= 1.05 kJ/kgK, conduttività termica k= 1.3 kcal/hmK, viscosità dinamica μ= 0.002 Ns/m^2. **[1.39]**

8.Una superficie la cui temperatura è T_S= 800 °C è attraversata da un flusso termico areico J= 60 kW/m^2. Sapendo che la superficie è lambita da un fluido con temperatura T_∞= 30 °C determinare il coefficiente convettivo. **[77.9 W/m²K]**

9.Determinare il numero di Nusselt per una portata di acqua G= 0.2 kg/min che attraversa un condotto, di sezione cilindrica e diametro D= 2 cm. Sono noti, per l'acqua, la massa volumica ρ= 998 kg/m^3, la viscosità dinamica $\mu= 8.3\ 10^{-4}$ kg/ms ed il numero di Prandtl Pr= 4.7. Il numero di Nusselt è determinabile con le relazioni:

moto laminare $Nu= 4.66$

moto turbolento $Nu= 0.023\ Re^{0.8}Pr^{0.33}$ **[4,66]**

10.Determinare il numero di Nusselt medio per un cilindro indefinito in acciaio di raggio R= 20 cm immerso in un fluido con coefficiente convettivo h= 15 W/m^{2}K. Sono note le proprietà dell'acciaio e del fluido:

k_{acc}= 15 W/mK ρ_{acc}= 7800 kg/m^3 c_{acc}= 1 kJ/kgK

k_{fl}= 0.3 W/mK ρ_{fl}= 1.25 kg/m^3 c_{vis}= 1.2 kJ/kgK. **[20]**

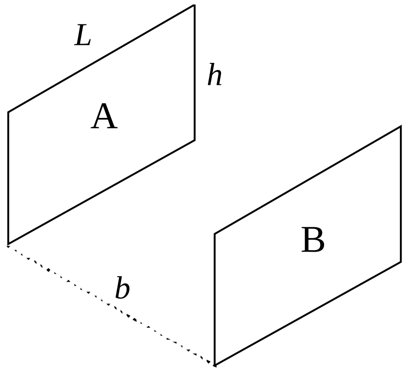
11. Determinare il numero di Nusselt relativo allo scambio convettivo tra una sfera di acciaio di diametro D= 10 cm e temperatura superficiale costante T_S= 100 °C immersa in acqua a temperatura T_{H2O}= 20 °C. La sfera cede all'acqua una potenza Q= 150 W. Sono noti:
k_{acc}= 15 W/mK ρ_{acc}= 7800 kg/m^3 c_{acc}= 1 kJ/kgK
k_{H2O}= 0.3 W/mK ρ_{H2O}= 1000 kg/m^3 c_{H2O}= 4.1 kJ/kgK μ_{H2O}= 0.0009 Ns/m^2
[19,9]

Esercitazione 13

Oggetto: Irraggiamento

1.Determinare il potere emissivo di un corpo nero il cui potere emissivo monocromatico massimo è ad una lunghezza d'onda λ_{max}= 3 μm. **[49.37 kW/m^2]**

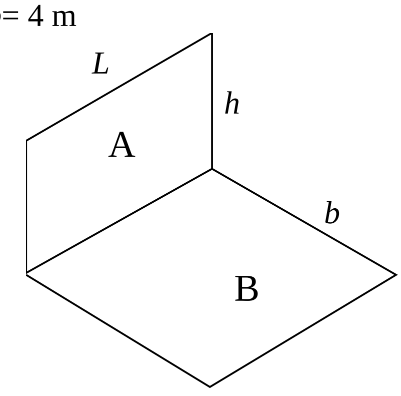
2.Facendo uso dei grafici con il fattore di vista determinare la potenza termica scambiata tra due superfici nere parallele e con temperature T_A= 100 °C e T_B= 1000 °C. Sono note le dimensioni:
L= 10 m   *h*= 1 m   *b*= 10 m



[35.49 W]

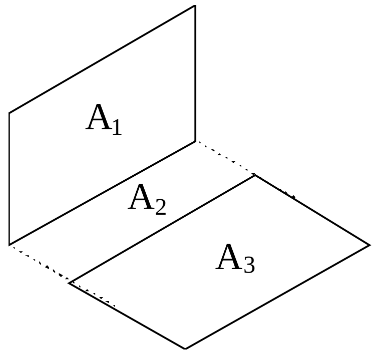
3.Determinare il potere emissivo di un corpo grigio a temperatura T= 2100 °C e con emissività ε=0.2. **[359.7 kW/m^2]**

4.Facendo uso del grafico allegato determinare la potenza termica scambiata tra due superfici nere tra loro perpendicolari e con temperature T_A= 300 °C e T_B= 600 °C.
Sono note le dimensioni:
L= 2 m   *h*= 1 m   *b*= 4 m



[15.3 kW]

5.Determinare il fattore di vista tra le superfici A_1 e A_3 sapendo che F_{A1-A2}= 0.16 ed F_{A23-A1}= 0.2.
Sono note le dimensioni delle superfici:
A_1= 40 m^2 A_2= 20 m^2 A_3= 40 m^2



[0.14]

6.Determinare il potere emissivo di un corpo grigio con coefficiente di emissione ε= 0.5 e con la lunghezza d’onda alla quale è massimo il potere emissivo monocromatico pari a λ= 3 μm.

[24.7 kW/m²]

7.Determinare il potere emissivo di una superficie nera (S= 3 m²) a temperatura T= 330 °C.

[7.5 kW/m²]

8.Due sfere concentriche di diametro D_1 = 0.8 m e D_2 = 1.2 m sono separate da un'intercapedine in cui è effettuato il vuoto. Le loro temperature superficiali sono, rispettivamente, T_1 = 127 °C e T_2 = 27 °C. Determinare la potenza termica scambiata fra le due superfici nell'ipotesi che le due superfici possono essere considerate grigie e caratterizzate da emissività rispettivamente pari a ε_1 = 0.5 e ε_2 = 0.05. **[190.9 W]**

9.Due superfici cilindriche concentriche di diametro $D_1 = 1\,m$ e $D_2 = 1.6\,m$ sono separate da
10.un'intercapedine in cui è effettuato il vuoto. Le loro temperature superficiali sono, rispettivamente, $T_1 = 200\,°C$ e $T_2 = 20\,°C$. Nell'ipotesi che le due superfici possano essere considerate nere, determinare:

- la potenza termica scambiata fra le due superfici
- la potenza termica scambiata se nell'intercapedine viene introdotta una sottilissima lastra cilindrica e opaca con emissività $\varepsilon = 0.03$ su entrambe le facce.

[7.61 kW/m, 0.16 kW/m]

Esercitazione 1

Oggetto: Unità di misura. Bilancio energetico sistemi chiusi. Equazione di stato gas ideali

1.Un sistema chiuso ha una variazione di energia interna $\Delta U = 200\,kJ$. Durante tale processo il sistema assorbe dall'ambiente del calore Q = 20 kcal. Determinare in valore e segno il lavoro ceduto all'ambiente.

Sol.

$$1\,kcal = 4.186\,kJ$$

Portiamo tutte le unità di misure in unità del S.I.

$$\Delta U = 200\,kJ$$

$$Q^{\leftarrow} = 20\,kcal = 20\,kcal * 4.186\frac{kJ}{kcal} = 83.72\,kJ$$

Per il 1° Principio della Termodinamica

$$\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

Dove ΔQ è il calore fornito al sistema e ΔL è il lavoro svolto dal sistema.

$$L^{\rightarrow} = Q^{\leftarrow} - \Delta U = 83.72\,kJ - 200\,kJ = -116.28\,kJ$$

Poichè il segno è negativo, significa che il sistema ha assorbito lavoro dall'ambiente.

2.Un sistema chiuso ha una interazione con l'ambiente durante la quale cede all'ambiente calore
(Q= 200 kcal) ed assorbe lavoro (L= 40 kJ). Determinare la variazione di energia interna del
sistema.

Sol.

Portiamo tutte le unità di misure in unità del S.I.

$$L^{\rightarrow} = -40\,kJ$$

$$Q^{\leftarrow} = -200\,kcal = -200\,kcal \cdot 4.186\frac{kJ}{kcal} = -837.20\,kJ$$

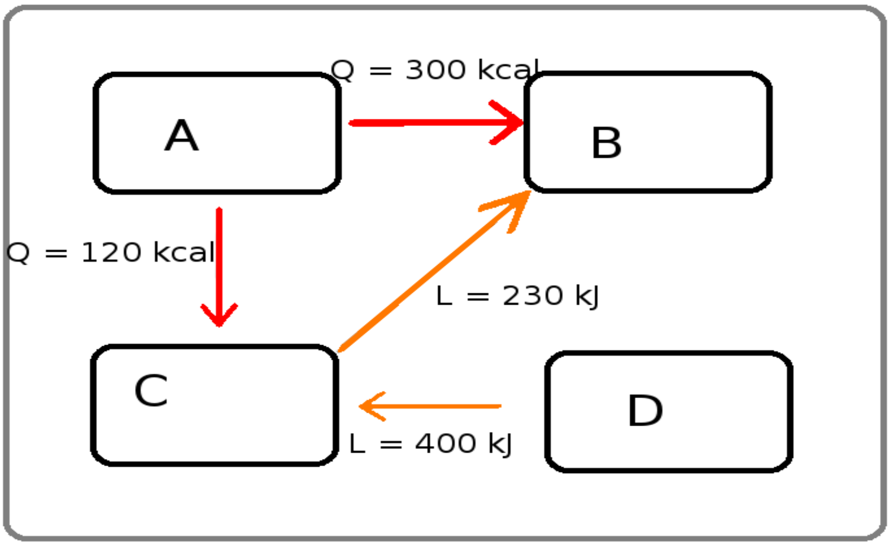
Per il 1° Principio della Termodinamica

$$\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

$$\Delta U = -837.20\,kJ + 40\,kJ = -797.20\,kJ$$

3.Un sistema è costituito da quattro sottosistemi A, B C e D. Il sottosistema A cede un calore $Q_{AB} = 300\,kcal$ al sottosistema B ed un calore $Q_{AC} = 120\,kcal$ al sottosistema C. Il sottosistema C fornisce un lavoro $L_{CB} = 230\,kJ$ al sottosistema B ed assorbe un lavoro $L_{CD} = 400\,kJ$ dal sottosistema D. Si chiede di determinare le variazioni di energia interna dei quattro sottosistemi e del sistema completo.

Sol.



Portiamo tutte le unità di misura a quelle del S.I.

$$Q_{AB}=300\,kcal*4.186\frac{kJ}{kcal}=1255.8\,kJ$$

$$Q_{AC}=120\,kcal*4.186\frac{kJ}{kcal}=502.32\,kJ$$

$$L_{CB}=230\,kJ$$

$$L_{DC}=400\,kJ$$

Applichiamo il 1° Principio della termodinamica ad ogni singolo sottosistema

Sottosistema A

$$\Delta U_A=-Q_{AB}-Q_{AC}=-1255.8\,kJ-502.32\,kJ=-1758.12\,kJ$$

Sottosistema B

$$\Delta U_B=Q_{AB}+L_{CB}=1255.8\,kJ+230\,kJ=1485.8\,kJ$$

Sottosistema C

$$\Delta U_C=Q_{AC}-L_{CB}+L_{DC}=502.32\,kJ-230\,kJ+400\,kJ=672.32\,kJ$$

Sottosistema D

$$\Delta U_D=-L_{DC}=-400\text{kJ}$$

L'energia interna del sistema è pari alla somma delle energie interne dei sottosistemi. Quindi la sua variazione è pari alla variazione delle energie interne dei sottosistemi.
Applicando il 1° principio della termodinamica, poichè il sistema non scambia ne' calore ne' lavoro con l'esterno, $\Delta U_{sistema}$ sarà 0.
Facciamo la prova:

$$\Delta U_{sistema}=\Delta U_A+\Delta U_B+\Delta U_C+\Delta U_D=-1758.12\,kJ+1485.8\,kJ+672.32\,kJ-400\,kJ=0\,kJ$$

4.Determinare la massa di azoto (N_2) che occupa un volume $V=30\,dm^3$ a pressione $P=100\,\text{bar}$ e con temperatura $T=20°C$.

Sol.

Portiamo le unità di misura nel S.I.

$V=30\,dm^3=0.03\,m^3$

$P=100\,\text{bar}\cdot 10^5\,\frac{Pa}{\text{bar}}=10^7\,Pa$

$T=20\,°C+273.15=293.15\,K$

Per l'equazione di stato dei gas

$$P\cdot V=N\cdot R\cdot T \quad \rightarrow \quad N=\frac{P\cdot V}{R\cdot T}=\frac{10^7\,Pa\cdot 0{,}03\,m^3}{8.314\,\frac{J}{mol\cdot K}\cdot 293.15\,K}=123.09\,mol$$

$$M_{N_2} \quad = \quad 28.0134\,\frac{g}{mol}$$

$$M=28.0134\,\frac{g}{mol}\cdot 123.09\,mol=3448\,g=3.448\,kg$$

Utilizzando invece la costante specifica per N_2

$$R^*=\frac{R}{M_{N_2}}=\frac{8.314\,\frac{J}{mol\cdot K}}{28.0134\,\frac{g}{mol}}=0.2968\,\frac{J}{g\cdot K}$$

$$P\cdot V=m\cdot R^*\cdot T \quad \rightarrow \quad m=\frac{P\cdot V}{R^*\cdot T}=\frac{10^7\,Pa\cdot 0{,}03\,m^3}{0.2968\,\frac{J}{g\cdot K}\cdot 293.15\,K}=3448\,g=3.448\,kg$$

5.Determinare la pressione a cui si trova, in condizioni di equilibrio, una massa M= 2 kg di CO_2
sapendo che occupa un volume $V=70\,dm^3$ a temperatura $T=90\,°C$.

Sol.

$M=2\,Kg$

$V=0.07\,m^3$

$T=90\,°+273.15=363.15\,K$

$M_{CO_2}=44.01\,\frac{g}{mol}$

$$R^*=\frac{R}{M_{CO_2}}=\frac{8.314\,\frac{J}{mol\cdot K}}{44.01\,\frac{g}{mol}}=0.1889\,\frac{J}{g\cdot K}=188.9\,\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$P \cdot V = m \cdot R^* \cdot T \quad \rightarrow \quad P = \frac{m \cdot R^* \cdot T}{V} = \frac{2\,kg \cdot 188.9\,\frac{J}{kg \cdot K} \cdot 363.15\,K}{0.07\,m^3} = 1.96\,MPa$$

9.Determinare la temperatura di un sistema costituito da una massa M= 0.3 kg di idrogeno (H_2) che occupa un volume $V = 30\,dm^3$ a pressione P= 150 bar.

Sol.

$$M = 300\,g$$
$$V = 0.03\,m^3$$
$$P = 150\,\text{bar} = 1.5 \cdot 10^7\,Pa$$
$$M_{H_2} = 2.01588\,\frac{g}{mol}$$

$$R^* = \frac{R}{M_{H_2}} = \frac{8.314\,\frac{J}{mol \cdot K}}{2.01588\,\frac{g}{mol}} = 4.1243\,\frac{J}{g \cdot K}$$

$$P \cdot V = m \cdot R^* \cdot T \rightarrow T = \frac{P \cdot V}{m \cdot R^*} = \frac{1.5 \cdot 10^7\,Pa \cdot 0.03\,m^3}{300\,g \cdot 4.1243\,\frac{J}{g \cdot K}} = 363.70\,K = 90.6\,°C$$

10.In un sistema chiuso ha luogo una trasformazione a seguito della quale non si ha variazione di
energia interna mentre viene ceduto all’ambiente un calore Q= 150 kJ. Determinare il lavoro
che il sistema cede all’ambiente.

Sol.

$$\Delta U = 0$$
$$Q^{\leftarrow} = -150\,kJ$$

$$\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

$$L^{\rightarrow} = Q^{\leftarrow} - \Delta U = -150\text{kJ} - 0 = -150\text{kJ}$$

Esercitazione 2

Oggetto: Bilanci sistemi chiusi. Trasformazioni nei gas ideali

1.Un sistema chiuso subisce una trasformazione reversibile tra uno stato iniziale 1 ed uno stato
finale 2, durante il quale cede all'ambiente un lavoro L= 20 kJ mentre la variazione di energia
interna del sistema è ΔU_{12} = 10 kcal. Si chiede, giustificando la risposta, se la variazione di
entropia del sistema è positiva, negativa, nulla o non determinabile con i dati a disposizione.

Sol.

$$\Delta U_{12} = 10\, kcal * 4.186 \frac{kJ}{kcal} = 41.86\, kJ$$
$$L = 20 \text{kJ}$$

Per un sistema chiuso vale l'equazione

$$\Delta S = S_{irr} + \sum_i \frac{Q_i}{T_i}$$

Poichè la trasformazione è reversibile → $S_{irr} = 0$, per cui $\Delta S_{12} = \sum_i \frac{Q_i^{\leftarrow}}{T_i}$

Per il 1° Principio della Termodinamica

$$Q^{\leftarrow} = \Delta U + L^{\rightarrow} = 41.86\, kJ + 20\, kJ = 61.86\, kJ$$

Essendo il calore entrante positivo, allora $\Delta S_{12} > 0$

2.Si chiede, giustificando la risposta, se un sistema chiuso costituito da una massa M di gas ideale
può ridurre la propria entropia con una trasformazione irreversibile.

Sol.

Ridurre l'entropia significa che $\Delta S < 0$

$$\Delta S = S_{irr} + \sum_i \frac{Q_i^{\leftarrow}}{T_i}$$

Se il calore esce dal sistema, $Q_i^{\leftarrow} < 0$. Inoltre, se $\left| \sum_i \frac{Q_i^{\leftarrow}}{T_i} \right| > S_{irr}$, si ottiene $\Delta S < 0$, per cui è possibile ridurre l'entropia (a spese però del sistema con cui si è scambiato calore, il quale aumenterà la sua entropia di almeno $|\Delta S|$)

3.Un sistema chiuso subisce una trasformazione irreversibile tra uno stato iniziale 1 ed uno stato

finale 2, durante il quale cede all’esterno un lavoro L= 200 kJ mentre si ha una variazione di
energia interna ΔU_{12} = 10 kcal. Si chiede, giustificando la risposta, se la variazione di entropia
del sistema è positiva, negativa, nulla o non determinabile con i dati a disposizione.

Sol.

$$\Delta U_{12}=10\,kcal*4.186\frac{kJ}{kcal}=41.86\,kJ$$
$$L=200\,kJ$$

$$\Delta S=S_{irr}+\sum_i\frac{Q_i^{\leftarrow}}{T_i}$$

Poichè la trasformazione è irreversibile, $\Delta S_{irr}>0$.
Per il 1° Principio della Termodinamica
$$Q^{\leftarrow}=\Delta U_{12}+L=241.86\,kJ$$

Dato che ΔS_{12} è uguale alla somma di 2 termini positivi, sicuramente
$$\Delta S_{12}>0$$

Nota: nel caso $Q^{\leftarrow}$ fosse stato negativo, non sarebbe stato possibile determinare con i dati a disposizione il segno di di ΔS_{12} .

4.Un sistema chiuso subisce un processo durante il quale si ha una variazione nulla di entropia nel
sistema. Durante questo processo il sistema cede ad un serbatoio di calore a temperatura T= 27
°C un calore pari a Q= 6000 J e cede, ad un serbatoio di lavoro, un lavoro pari a L= 150 J. Si
chiede, giustificando la risposta, se il processo è reversibile, irreversibile o impossibile.

Sol.

$$T=27\,°C=300.15\,K$$
$$Q^{\rightarrow}=6000\,J \quad \rightarrow \quad Q^{\leftarrow}=-6000\,J$$
$$L^{\rightarrow}=150\,J$$
$$\Delta S=0$$

Quindi
$$\Delta S=S_{irr}+\frac{Q^{\leftarrow}}{T}=0$$
Dato che $\frac{Q^{\leftarrow}}{T}=\frac{-6000\,J}{300.15\,K}=-19.99\frac{J}{K}$, $S_{irr}=\frac{-Q^{\leftarrow}}{T}=19.99\frac{J}{K}$

Il processo è per tanto irreversibile.

5.Determinare il calore specifico a pressione costante del metano (CH_4) con

l'ipotesi che sia
schematizzabile come gas perfetto.

Sol.

Il metano è una molecola poliatomica, per cui ha 6 gradi di libertà (3 di traslazione e 3 di rotazione).
Dalla teoria cinetica dei gas perfetti:

$$c_v = \frac{6}{2} \cdot R^* = 3R^*$$

$$c_p = c_v + R^* = 4R^*$$

$$M_{CH_4} = 16.04246 \frac{g}{mol}$$

$$R^* = \frac{R}{M_{CH_4}} = \frac{8.314 \frac{J}{mol \cdot K}}{16.04246 \frac{g}{mol}} = 0.51825 \frac{J}{g \cdot K} = 518.25 \frac{J}{kg \cdot K}$$

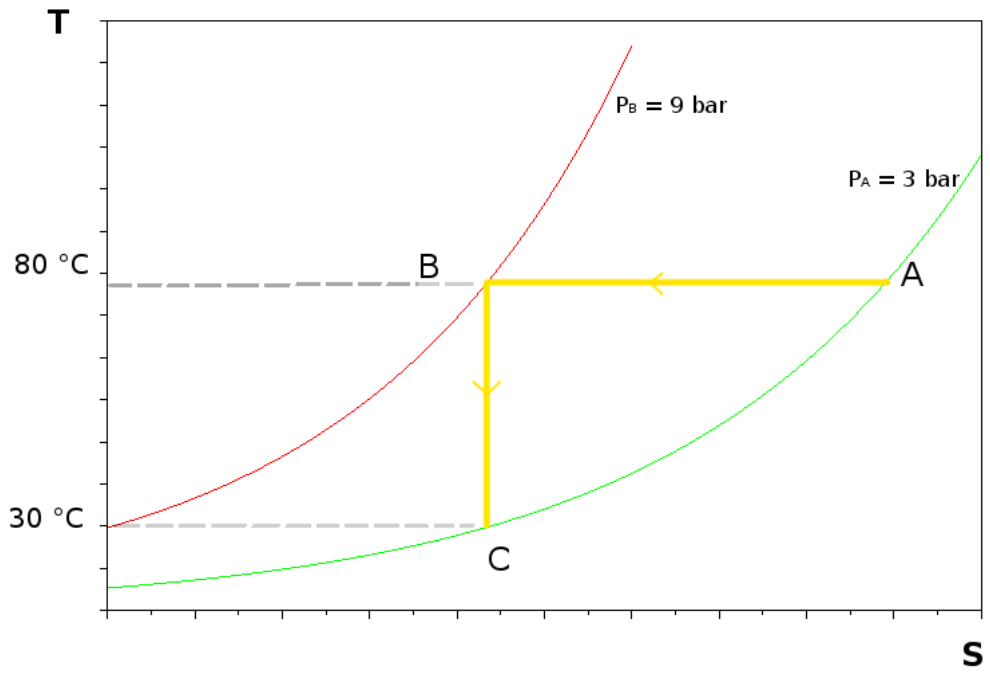
$$c_p = 4 \cdot R^* = 2073 \frac{J}{kg \cdot K}$$

7.Determinare la variazione di energia interna di una massa M= 3 kg di gas perfetto (H_2) che esegue una trasformazione composta ABC quasi-statica costituita da: (1) trasformazione AB isoterma a temperatura $T_A = 80\,°C$ tra la pressione $P_A = 3\,\mathrm{bar}$ e la pressione $P_B = 9\,\mathrm{bar}$; (2) trasformazione isoentropica sino alla temperatura T_C= 30 °C.

Sol.

$$M = 3\,kg$$
$$P_A = 3\,\mathrm{bar} = 3 \cdot 10^5\,Pa$$
$$P_B = 9\,\mathrm{bar} = 9 \cdot 10^5\,Pa$$

La trasformazione è la seguente



L' H_2 è un gas perfetto ed è una molecola biatomica con 5 gradi di libertà.

$$c_v = \frac{5}{2} R^*$$

$$M_{H_2} = 2.01588 \frac{g}{mol}$$

$$R^* = \frac{R}{M_{H_2}} = \frac{8.3144}{2} = 4.1572 \frac{J}{g \cdot K} = 4157.2 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$c_v = \frac{5}{2} R^* = 10393 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Per un gas perfetto vale $u = u(T)$ → $du = c_v dT$.
Integrando con $c_v = cost$

$$\Delta u = c_v \cdot \Delta T$$
$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot \Delta T = 3 * 10393 * (30 - 80) = -1558.95\, kJ$$

Infatti

$$\Delta U = U_f - U_i$$
$$\Delta T = T_f - T_i$$

8.Una massa M= 0.5 kg di elio (gas perfetto) esegue una trasformazione politropica con $c_x = 4157 \frac{J}{kg \cdot K}$. Determinare l'indice n della trasformazione politropica.

Sol.

M = 0.5 kg

$$c_x = 4157 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$M_{He} = 4 \frac{kg}{kmol}$$

$$R^* = \frac{R}{M_{He}} = 2078.6 \frac{J}{kg \cdot K}$$

L'elio è una molecola monoatomica, per cui:

$$c_v = \frac{3}{2} R^* = 3117.9 \frac{J}{kg \cdot K}$$
$$c_p = \frac{5}{2} R^* = 5196.5 \frac{J}{kg \cdot K}$$

Quindi

$$n=\frac{c_x-c_p}{c_x-c_v}=-1$$

9.Determinare la variazione di entalpia di una massa M= 10 kg di gas ideale (N_2) per una
trasformazione irreversibile tra uno stato di equilibrio con T= 30 °C e P= 7 atm ed un secondo
stato di equilibrio con T= 40 °C e P= 8 atm.

Sol.

$$M=10\,kg$$
$$T_i=300.15\,K \qquad P_i=7\cdot 10^5\,Pa$$
$$T_f=310.15\,K \qquad P_f=8\cdot 10^5\,Pa$$

$$M_{N_2}=28\,\frac{kg}{kmol}$$

$$R^*=\frac{R}{M_{N_2}}=\frac{8314.4\,\frac{J}{kmol\cdot K}}{28\,\frac{kg}{kmol}}=296.94\,\frac{J}{kg\cdot K}$$

La molecola di N_2 è biatomica, quindi:

$$c_v=\frac{5}{2}R^*$$

$$c_p=\frac{7}{2}R^*=1038.24\,\frac{J}{kg\cdot K}$$

Per un gas perfetto:

$$dh=c_p\cdot dT$$
$$\Delta h=c_p\cdot\Delta T$$

$$\Delta H=m\cdot c_p\cdot\Delta T=10\,Kg*1038.24\,\frac{J}{kg\cdot K}*(310.15\,K-300.15\,K)=103.82\,J$$

10.Una massa di 0.5 kg di He ($M_m=4\,\frac{kg}{kmol}$, gas perfetto monoatomico) si riscalda seguendo
una trasformazione politropica avente calore specifico $c_x=\frac{(c_p+c_v)}{2}$. Le condizioni iniziali sono
$P_1=2\,\text{bar}$ e $T_1=150\,°C$, mentre le condizioni finali sono $T_2=200\,°C$.
Calcolare:

- il calore scambiato
- la variazione di energia interna
- la variazione di entalpia
- la variazione di entropia

- il lavoro della trasformazione.

Sol.

$$M = 0.5\,kg$$
$$P_1 = 2 \cdot 10^5\,Pa$$
$$T_1 = 423.15\,K$$
$$T_2 = 473.15\,K$$

Come ricavato nell'esercizio 8

$$c_v = \frac{3}{2} R^* = 3117.9 \frac{J}{kg \cdot K}$$
$$c_p = \frac{5}{2} R^* = 5196.5 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$c_x = \frac{(c_v + c_p)}{2} = 4157.2 \frac{J}{kg \cdot K}$$
$$n = \frac{c_x - c_p}{c_x - c_v} = -1$$

Il gas compie una trasformazione politropica, per cui:

$$P_1 \cdot V_1^n = P_2 \cdot V_2^n \quad \rightarrow \quad \frac{P_1}{V_1} = \frac{P_2}{V_2} \quad \rightarrow \quad \frac{P_1^2}{\cancel{R^*} \cdot T_1} = \frac{P_2^2}{\cancel{R^*} \cdot T_2} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = \frac{T_2}{T_1}$$

Per l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$P \cdot V = m \cdot R^* \cdot T$$
$$V = \frac{m \cdot R^* \cdot T}{P}$$

Quindi

$$P_1 \cdot \left(\frac{\cancel{m} \cdot \cancel{R^*} \cdot T_1}{P_1}\right)^n = P_2 \cdot \left(\frac{\cancel{m} \cdot \cancel{R^*} \cdot T_2}{P_2}\right)^n$$
$$P_1^{1-n} \cdot T_1^n = P_2^{1-n} \cdot T_2^n$$
$$P_2 = \sqrt[1-n]{\frac{P_1^{1-n} \cdot T_1^n}{T_2^n}}$$

Nel nostro caso: $P_2 = P_1 \cdot \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 2 \cdot 10^5\,Pa * \sqrt{\frac{473.15\,K}{423.15\,K}} = 2.115 \cdot 10^5\,Pa = 2.115\,\text{bar}$

$$\overleftarrow{Q}_{12} = m \cdot c_x \cdot (T_2 - T_1) = 103.93\,kJ$$
$$\Delta U_{12} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = 77.95\,kJ$$
$$\Delta H_{12} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = 129.91\,kJ$$
$$\overrightarrow{L}_{12} = \overleftarrow{Q}_{12} - \Delta U_{12} = 25.98\,kJ$$

Per quanto riguarda la variazione di entropia

$$\begin{cases} ds = \dfrac{du}{T} + \dfrac{p \cdot dv}{T} \\ dh = p \cdot dv + v \cdot dp + du \end{cases}$$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v \cdot dp}{T}$$

Per un gas perfetto

$dh = c_p \cdot dT$ e

$p \cdot dv + v \cdot dp = R^* \cdot dT$ $\qquad\qquad p \cdot v = R^* \cdot T$

cioè: $ds = \dfrac{c_p \cdot dT}{T} - R^* \dfrac{dT}{T} + \dfrac{p}{T} \cdot dv = c_v \cdot \dfrac{dT}{T} + R^* \cdot \dfrac{dv}{v}$

Integrando

$$s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R^* \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

oppure

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v \cdot dp}{T} = \frac{c_p \cdot dT}{T} - R^* \cdot \frac{dp}{T}$$

$$s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Delta S_{12} = m \cdot \left(c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}\right) = 0.5 * \left(5196.5 * \ln \frac{473.15}{423.15} - \frac{8314.4}{4} * \ln \frac{2.115}{2}\right) = 232.1 \frac{J}{K}$$

11.Una massa di 1 kg di N_2 ($M_m = 28 \dfrac{kg}{kmol}$, gas perfetto biatomico) viene espansa
adiabaticamente e irreversibilmente, mediante un sistema cilindro-pistone, con una produzione
di entropia $S_p = 100 \dfrac{J}{K}$. Le condizioni iniziali sono $P_1 = 5\,\text{bar}$ e $T_1 = 250\,°C$, mentre le
condizioni finali sono $P_2 = 1$ bar. Calcolare:

- la variazione di entropia
- la variazione di energia interna
- la variazione di entalpia
- il calore scambiato
- il lavoro della trasformazione.

Sol.

$M = 1\,Kg$

$M_{N_2} = 28 \dfrac{Kg}{kmol}$

$S_{irr} = 100 \dfrac{J}{K}$

$P_1 = 5 \cdot 10^5\,Pa$ $\qquad T_1 = 523.15\,K$

$P_2 = 1 \cdot 10^5\,Pa$

$$\Delta S_{12} = \frac{Q^{\leftarrow}}{T} + S_{irr}$$

Poichè la trasformazione è adiabatica, $Q=0$ e $\Delta S_{12} = S_{irr} = 100 \frac{J}{K}$

Per l'azoto:

$$R^* = \frac{R}{M_{N_2}} = \frac{8314.4 \frac{J}{kmol \cdot K}}{28 \frac{kg}{kmol}} = 296.94 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$c_v = \frac{5}{2} R^* = 742.35 \frac{J}{kg \cdot K}$$
$$c_p = \frac{7}{2} R^* = 1039.29 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$\Delta S_{12} = 100 \frac{J}{K} = m \cdot \left(c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \right)$$

Da cui si ricava $T_2 = 363 K$

$$\Delta U_{12} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = -118887 J$$
$$\Delta H_{12} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = -166442 J$$

$$\Delta U_{12} = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

$$L^{\rightarrow} = Q^{\leftarrow} - \Delta U_{12} = 118887 J$$

Esercitazione 3

Oggetto: Sistemi bifase

1.Determinare, facendo uso delle tabelle allegate, il calore che deve essere fornito ad una massa M=
10 kg di acqua con temperatura T= 180 °C e titolo x= 0.4 per avere, con un processo isobaro,
vapore saturo.

Sol.
Per un sistema monocomponente a 2 fasi la regola di Gibbs ci dice che il numero di variabili intensive atte a descrivere il sistema è uguale a 1.

$$V = C + 2 - F = 1$$

per cui pressione e temperatura non sono variabili indipendenti durante la transizione di fase: $P \propto T$

In queste condizioni $dh = dq + v \cdot dP = dq + v \cdot \cancel{dP} = dq$ poiché la temperatura rimane costante, e quindi anche la pressione non varia.

Quindi, possiamo usare durante il passaggio da uno stato all'altro

$$Q^{\leftarrow}=m\cdot\Delta h$$

Possiamo considerare le variabili estensive termodinamiche come la somma dei contributi del componente nei 2 stati differenti per cui

$$h_{miscela}=(1-x)\cdot h_l+x\cdot h_v$$

Leggendo dalle tabelle i valori per T = 180 °C

$$h_l=763.22\frac{kJ}{kg}$$

$$h_v=2778{,}2\frac{kJ}{kg}$$

per cui

$$h_1=763.22\frac{kJ}{kg}\cdot(1-0.4)+2778.2\frac{kJ}{kg}\cdot 0.4=1569.22\frac{kJ}{kg}$$

$h_2=2778.2\frac{kJ}{kg}$ (poiché la miscela è ora composta da solo vapore)

$$\Delta h=h_2-h_1=2778.2\frac{kJ}{kg}-1569.22\frac{kJ}{kg}=1208.98\frac{kJ}{kg}$$

$$Q^{\leftarrow}=m\cdot\Delta h=10\,kg\cdot 1208.98\frac{kJ}{kg}=12090\,kJ$$

In calce all'esercizio, facciamo un'osservazione:

$$\Delta h=h_2-h_1=h_v-h_l+h_l\cdot x-h_v\cdot x=\Delta h_{lv}\cdot(1-x)$$

2.Facendo uso delle tabelle dell'acqua determinare, giustificando la risposta, le condizioni
dell'acqua a temperatura T= 180 °C e massa volumica $\rho=100\frac{kg}{m^3}$.

Sol.

$$v=\frac{1}{\rho}=0.01\frac{m^3}{kg}$$

Cerchiamo il titolo

$$v=v_l\cdot(1-x)+v_v\cdot c=v_l-x\cdot v_l+x\cdot v_v$$

$$x=\frac{v-v_l}{v_v-v_l}$$

Possiamo leggere dalle tabelle del vapore saturo a T = 180 °C

$$v_l=0.00113\frac{m^3}{kg}$$

$$v_v=0.19405\frac{m^3}{kg}$$

$$x = \frac{0.01 - 0.00113}{0.19405 - 0.00113} = 0.4598$$

La pressione è quella di saturazione e la si può leggere dalla tabelle :
$p = 1\,MPa$

Nota: si può affermare che H_2O in esame è una miscela poiché
$v_l < v < v_v$ (v è compreso tra v_l e v_v)a T = 180 °C

4.In un sistema chiuso si miscelano adiabaticamente ed a pressione costante (P= 2.70 bar) una
massa $M_1 = 4\,kg$ di acqua allo stato di vapore umido con titolo $x_1 = 0.2$ ed una massa $M_2 = 2\,kg$ di acqua allo stato liquido con temperatura $T_2 = 80\,°C$.
Determinare la temperatura finale del sistema. (Si devono utilizzare sia formule approssimate, sia le tabelle).

Sol.

Il sistema è composto quindi dalla miscelazione di altri 2.

Bilancio di massa

$$m_1 + m_2 = m_{tot}$$

Bilancio di energia

$$m \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2 = m_{tot} \cdot h_{tot}$$

$$h_1 = h_l \cdot (1 - x) + h_v \cdot x$$

essendo che la prima miscela è composta di acqua sia allo stato liquido che gassoso, con un titolo pari a 0.2
$P = 270\,kPa$
Dalle tabelle si legge $T = 130\,°C$

$$h_l = 546.32\,\frac{kJ}{kg}$$

$$h_v = 2720.5\,\frac{kJ}{kg}$$

$$h_1 = 981.148\,\frac{kJ}{kg}$$

$$h_2 = h_{l(80\,°C)} + v_l \cdot (P - P_{sat})$$

a T = 80°C le tabelle ci dicono

$$h_{sat} = 334.91\,\frac{kJ}{kg}$$

$$v_l = 0.001029\,\frac{m^3}{kg}$$

$$P_{sat} = 47.39\,kPa$$

$$h_2=334.91\left[\frac{kJ}{kg}\right]+0.001029*(270000-47390)\left[\frac{m^3\cdot Pa}{kg}\right]=335.139\frac{kJ}{kg}$$

La massa totale è $m_{tot}=6\,kg$
Quindi

$$h_{tot}=\frac{m_1\cdot h_1+m_2\cdot h_2}{m_{tot}}=\frac{4\,kg\cdot 981.148\frac{kJ}{kg}+2\,kg\cdot 335.139\frac{kJ}{kg}}{6\,kg}=765.81167\frac{kJ}{kg}$$

Il processo di miscelazione, per ipotesi del testo, è isobaro, per cui $P_{finale}=270\,KPa$. Inoltre, h_{tot} è compreso tra h_v e h_l , per cui dopo la miscelazione abbiamo ancora un sistema bifase.

5.Facendo uso delle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione allegate, determinare il calore
necessario per portare una massa M= 3 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.2
e temperatura T= 120 °C sino a vapore saturo a temperatura T= 120 °C.

Sol.

$$Q=m\cdot\Delta h$$

Dalle tabelle leggiamo

$$h_{l@120°C}=503.71\frac{kJ}{kg}$$

$$h_{lv@120°C}=2202.6\frac{kJ}{kg}$$

$$h_{v@120°C}=2706.3\frac{kJ}{kg}$$

Il testo inizialmente ci dice che il titolo è 0.2, per cui l'entalpia iniziale è

$$h_1=h_{l@120°C}+0.2\cdot h_{lv@120°C}=503.71+0.2*2202.6=944.23\frac{kJ}{kg}$$

$$h_2=h_{v@120°C}=2706.4\frac{kJ}{kg}$$

$$Q=m\cdot(h_2-h_1)=3*(2706.4-944.23)=5286.51\,kJ$$

6.Determinare, facendo uso delle tabelle allegate, il volume di un serbatoio che contiene una massa
M= 4 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.2 e temperatura T= 100 °C.

Sol.

$$v_{l@100°C}=0.001044\frac{m^3}{g}$$

$$v_{lv@100°C}=1.6727\frac{m^3}{kg}$$

$$v=v_{l@100°C}+x\cdot v_{lv@100°C}=0.335584\frac{m^3}{kg}$$

$$V=m\cdot v=4\,kg\cdot 0.335584\frac{m^3}{kg}=1.342\,m^3$$

7.Determinare, facendo uso delle tabelle, la temperatura di un sistema costituito da una massa M= 2
kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.5 a pressione P= 1 atm.

Sol.

Portiamo la pressione in unità di misura del sistema internazionale $P=101325\,Pa=101.325\,KPa=0.101325\,MPa$

Essendo un sistema bifase ne corrisponde una sola temperatura: $T_{@0.101325\text{MPa}}=100\,°C$

Si poteva dire anche senza ricorrere alle tabelle, in quanto la scala dei gradi Centigradi definisce i 0° come la temperatura alla quale l'acqua congela e i 100 °C la temperatura alla quale l'acqua bolle all'altezza del mare, alla quale altezza appunto corrisponde una pressione di 1 atm.

8.Una massa M= 5 kg di vapore d'acqua alla temperatura $T_i=100\,°C$ e con titolo x= 0.9, viene posta a contatto con una sorgente isoterma a $T_s=60\,°C$. Determinare il calore che deve essere
asportato dall'acqua per raffreddarla sino alla temperatura $T_f=80\,°C$ a pressione costante.
Determinare la variazione di entropia complessiva del sistema sorgente + massa di acqua.

Sol.

Abbiamo un sistema bifase. Lavoriamo in 2 passaggi separati: prima di tutto calcoliamo il calore da asportare per arrivare a un sistema monofase. Questa trasformazione avviene a temperatura costante.

$$h_{l@100°C}=419.04\frac{kJ}{kg}$$
$$h_{lv@100°C}=2257.0\frac{kJ}{kg}$$

$$h_i=h_{l@100°C}+x\cdot h_{lv@100°C}=2450.34\frac{kJ}{kg}$$
$$\Delta h=h_{l@100°C}-h_1=-2031.3\frac{kJ}{kg}$$

$Q^{\leftarrow}_{lv\rightarrow l}=m\cdot\Delta h=5*-2031.3=-10156.5\,kJ$ (quindi calore uscente dal sistema)

Questo è il calore che è necessario sottrarre al sistema per ottenere una massa di acqua liquida.
Ora raffrediamo il liquido a temperatura costante

$c_{H_2O}=4.2\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$

$Q_l=m\cdot c\cdot(T_2-T_1)=5*4.2*(80-100)=-420\,kJ$

Note: per un liquido non c'è differenza tra c_p e c_v

Il calore totale da sottrarre diventa

$Q_{tot}=Q_{lv\rightarrow l}+Q_l=-10156.5-420=10576.5\,kJ$

Concentriamo ora l'attenzione sull'entropia

$s_{l@100°C}=1.3069\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$

$s_{v@100°C}=7.3549\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$

$s_i=s_l\cdot(1-x)+x\cdot s_{lv}=1.3069*0.1+0.9*7.3549=6.750\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$

Per l'acqua liquida abbiamo

$s_{l@80°C}=s_{l@100°C}+c\cdot\ln\frac{T_2}{T_1}=1.3069+4.2*\ln\frac{353.15}{373.15}=1.3069-0.2314=1.076\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$

$ds=\frac{du}{T}+\frac{p\cdot dv}{T}$

che per i liquidi diventa

$ds=\frac{du}{T}=\frac{c\cdot dT}{T}$

Per cui

$\Delta S_{sistema}=m\cdot(s_{l@80°C}-s_i)=-28.37\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$

$\Delta S_{sorgente}=\frac{Q^{\leftarrow}}{T}=\frac{10576.5}{273.25+60}=31.75\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$

NB: il calore uscente dal sistema è entrante nella sorgente, per cui il segno si inverte.

$\Delta S=\Delta S_{sorgente}+\Delta S_{sistema}=3.38\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$

9.In un serbatoio rigido con volume $V=3\,m^3$ è presente vapore d'acqua surriscaldato alla
temperatura $T_i=400\,°C$ e $P_i=30\,ata$. Al sistema viene asportato calore sino ad ottenere
condizioni di vapore saturo. Facendo uso delle tabelle determinare:

- la massa di acqua contenuta nel sistema;
- la temperatura e la pressione al termine del raffreddamento;
- la quantità di calore asportata;

Sol.

$P_i = 30\,atm \simeq 3\,MPa$

Utilizziamo le tabelle. Troviamo che a 400 °C e 3 Mpa, $v = 0.09936\,\frac{m^3}{kg}$

$m = \frac{V}{v} = \frac{3}{0.09936} = 30.19\,kg$

Poichè il volume è rigido e non c'è scambio di massa, m, V e v rimangono costanti.

Sempre dalle tabelle leggiamo

$u_i = 2932.8\,\frac{kJ}{kg}$

Ora cerchiamo le condizioni in cui si verifica vapor saturo, mantenendo v costante. Guardiamo le tabelle del vapor saturo, e dobbiamo interpolare per avere il risultato corretto:

$$peso = \frac{0.09936 - 0.09479}{0.10441 - 0.09479} = 0.475$$
$$T = (1 - 0.475) * 215 + 0.475 * 210 = 212.6\,°C$$
$$P = (1 - 0.475) * 2.104 + 0.475 * 1.9062 = 2\,Mpa$$
$$u = (1 - 0.475) * 2599.5 + 0.475 * 2601.1 = 2600\,\frac{kJ}{Kg}$$

$$Q^{\leftarrow} = \Delta U + L^{\rightarrow} = m \cdot (u_2 - u_1) + 0 = 30.19 * (2600 - 2932.8) = -10039.4\,kJ$$

10. Un sistema chiuso con volume $V = 0.2\,m^3$ contiene una massa M= 4 kg di acqua a temperatura T= 150 °C. Determinare il titolo del vapore e la massa di acqua allo stato liquido.

Sol.

Il volume specifico è $v = \frac{V}{M} = \frac{0.2}{4} = 0.05\,\frac{m^3}{kg}$

Dalle tabelle ricaviamo il volume dell'acqua allo stato liquido e allo stato di vapore alla temperatura di 150 °C

$$v_{l@150°C} = 0.001091\,\frac{m^3}{kg}$$
$$v_{v@150°C} = 0.3928\,\frac{m^3}{kg}$$

$$v = v_l \cdot (1-x) + v_v \cdot x \quad \rightarrow \quad x = \frac{v - v_l}{v_v - v_l} = \frac{0.05 - 0.001091}{0.3928 - 0.001091} = 0.1248$$

$$m_l = M \cdot (1-x) = 4 * (1 - 0.1248) = 3.5\,kg$$

11.Determinare, facendo uso delle tabelle, il volume di un serbatoio che contiene una massa M= 5
kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.7 e temperatura T= 168 °C.

Sol.

Dalle tabelle ricaviamo il volume specifico nei 2 stati (interpolando)

$$peso = \frac{168 - 165}{170 - 165} = 0.6$$

$$v_{l@168°C} = v_{l@165°C} \cdot (1 - peso) + v_{l@170°C} \cdot peso = 0.0011116\,\frac{m^3}{kg}$$
$$v_{v@168°C} = v_{v@165°C} \cdot (1 - peso) + v_{v@170°C} \cdot peso = 0.25476\,\frac{m^3}{kg}$$

$$v = v_l \cdot (1-x) + v_v \cdot x = 0.17867\,\frac{m^3}{kg}$$

$$V = v \cdot M = 0.8933\,m^3$$

13.Determinare, facendo uso delle tabelle, la temperatura di un sistema costituito da una massa M=
9 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.8 a pressione P= 44 bar.

Sol.

$$P = 44\,\text{bar} = 4.4\,Mpa$$

Poichè in un sistema bifase $P \propto T$, avendo P possiamo trovare T.
Interpoliamo dalle tabelle

$$peso = \frac{4.4 - 4}{5 - 4} = 0.4$$
$$T_{@4\text{MPa}} = 250.40\,°C$$
$$T_{@5\text{MPa}} = 263.99\,°C$$

$$T_{@4.4\text{MPa}} = T_{@4\text{MPa}} \cdot peso + T_{@5\text{MPa}} \cdot (1 - peso) = 250.40 * 0.4 + 263.99 * (1 - 0.4) = 258.554\,°C$$

Esercitazione 4
Oggetto: Sistemi aperti

1.In un sistema aperto adiabatico, orizzontale ed operante in regime stazionario fluisce una portata
di gas $G=0.2\frac{kg}{s}$; nella sezione di ingresso del dispositivo la temperatura è $T^{\leftarrow}=50°C$ con una velocità media di sezione $w^{\leftarrow}=4\frac{m}{s}$. Nella sezione di uscita si ha una velocità $w^{\rightarrow}=10\frac{m}{s}$.
Sapendo che al fluido viene fornita una potenza $L^{\leftarrow}=0.6\,kW$ determinare la temperatura del gas
nella sezione di uscita. (Il calore specifico del fluido è $c_P=1\frac{kcal}{kg\cdot K}$).

Sol.

$$1\frac{kcal}{kg\cdot K}=4.186\frac{kJ}{kg\cdot K}$$

Scriviamo l'equazione di bilancio di potenza

$$\frac{dE}{dt}=\dot{m}\cdot\left((h_1-h_2)+g\cdot(z_1-z_2)+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)+\dot{Q}^{\leftarrow}-\dot{L}^{\rightarrow}$$

Il sistema è
adiabatico → $\dot{Q}^{\leftarrow}=0$
orizzontale → $z_1-z_2=0$

Poichè è in regime stazionario, $\dot{m}^{\leftarrow}=\dot{m}^{\rightarrow}$ e $\frac{dE}{dt}=0$

L'equazione di bilancio diventa

$$-\dot{L}^{\leftarrow}=\dot{m}\left((h_1-h_2)+\frac{(w^{\leftarrow})^2-(w^{\rightarrow})^2}{2}\right)$$

Ipotizzando un gas perfetto

$$\Delta h=c_p\cdot(T_{fin}-T_{iniz})$$

Per cui

$$-0.6\,kW=0.2\frac{kg}{s}\cdot\left(4.186\frac{kJ}{kg\cdot K}\cdot(50°C-T_2)+\frac{\left(4\frac{m}{s}\right)^2-\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2}\right)$$

Note: Il lavoro dato nei dati è fornito, non prodotto. Inoltre non c'è bisogno di portare le temperature in K poiché compare una differenza.

$$\left(0.6\cdot 10^3 W\cdot\frac{s}{0.2\,Kg}+44\,\frac{m^2}{s^2}\right)\cdot\frac{kg\cdot K}{4186\,J}+50\,°C=T_2$$

$$T_2=\frac{3044}{4186}+50=50.72\,°C$$

Unità di misura:

$$W=\frac{J}{s}=\frac{F\cdot spostamento}{s}=\frac{massa\cdot\frac{m}{s^2}\cdot spostamento}{s}=\frac{kg\cdot\frac{m}{s^2}\cdot m}{s}=\frac{m^2}{s^2}\cdot\frac{kg}{s}$$ e

$$\frac{m}{s^2}\cdot kg\cdot m=J\,,\ \frac{J\cdot K}{J}=K$$

(si usano i °C poiché il risultato è una temperatura in °C a cui si somma una differenza di temperature, per cui è indifferente l'uso di °C o K)

2.In un sistema aperto disposto orizzontalmente fluisce in regime permanente una gas perfetto (O_2) con una portata $m=0.2\frac{kg}{s}$. Nella sezione di ingresso sono note velocità $w_1=4\frac{m}{s}$,
temperatura $T_1=120\,°C$ e pressione $P_1=9\,\mathrm{bar}$. Al gas viene fornita una potenza termica $Q^{\leftarrow}=15\,kW$. Sapendo che nella sezione di uscita si ha una $w_2=250\frac{m}{s}$ e pressione $P_2=2\,\mathrm{bar}$, determinare la temperatura del gas.

Sol.

Nuovamente scriviamo l'equazione di bilancio della potenza

$$\frac{dE}{dt}=\dot m\cdot\left((h_1-h_2)+g\cdot(z_1-z_2)+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)+\dot Q^{\leftarrow}-\dot L^{\rightarrow}$$

Poichè il sistema è
orizzontale, $z_1-z_2=0$
regime permanente, $\frac{dE}{dt}=0$ e $\dot m^{\leftarrow}=\dot m^{\rightarrow}$

L'equazione diventa

$$\dot Q^{\leftarrow}+\dot m\cdot\left((h_1-h_2)+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)=0$$

Essendo un gas perfetto
$\Delta h=c_p\cdot(T_2-T_1)$

$$R^* = \frac{R}{M_{O_2}} = \frac{8.314\,\frac{J}{mol\cdot K}}{32\,\frac{g}{mol}} = 0.2598\,\frac{J}{g\cdot K}$$

$$c_p=\frac{7}{2}\cdot R^*=\frac{7}{2}\cdot 0.2598\,\frac{J}{g\cdot K}=909.34\,\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$\dot{Q}^{\leftarrow}+\dot{m}\cdot\left(c_p\cdot(T_1-T_2)+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)=0$$

$$T_2=\left(\frac{\dot{Q}^{\leftarrow}}{\dot{m}}+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)\frac{1}{c_p}+T_1$$

$$T_2=\left(\frac{15\cdot 10^3}{0.2}+\frac{4^2-250^2}{2}\right)\cdot\frac{1}{909.34}+120\,°C=168.12\,°C$$ (far riferimento all'esercizio precedente per le unità di misura)

3.Una portata $G=2\frac{kg}{s}$ di ossigeno (O_2) entra in un sistema, disposto in un piano orizzontale, con una velocità media $w_{\text{in}}=200\frac{m}{s}$ ed una temperatura $T=300\,K$. All'uscita il gas ha una temperatura $T=290\,K$ ed una velocità $w_{out}=60\frac{m}{s}$. Nell'ipotesi che il sistema sia adiabatico e che operi in regime permanente determinare in valore e segno la potenza ceduta dal sistema all'ambiente.

Sol.

L'equazione di bilancio è

$$\frac{dE}{dt}=\dot{m}\cdot\left((h_1-h_2)+g\cdot(z_1-z_2)+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)+\dot{Q}^{\leftarrow}-\dot{L}^{\rightarrow}$$

Dato che il sistema è
orizzontatale → $z_1=z_2$
adiabatico → $\dot{Q}^{\leftarrow}=0$
regime stazionario → $\frac{dE}{dt}=0$
gas perfett → $\Delta h=c_p\cdot(T_2-T_1)$

e l'equazione diventa

$$\dot{L}^{\rightarrow}=\dot{m}\left(c_p\cdot(T_1-T_2)+\frac{(w^{\leftarrow})^2-(w^{\rightarrow})^2}{2}\right)$$

Usando il c_p trovato nell'esercizio precedente

$$\dot{L}^{\rightarrow}=2\frac{kg}{s}\cdot\left(909.34\frac{J}{Kg\cdot K}\cdot(300\,°C-290\,°C)+\frac{\left(200\frac{m}{s}\right)^2-\left(60\frac{m}{s}\right)^2}{2}\right)=54586\,J$$

Il sistema sta cedendo potenza all'ambiente

5.Una portata $m=0.5\frac{kg}{s}$ di elio ($M_{H_2}=4\frac{kg}{kmol}$) fluisce in un condotto orizzontale.
Nella sezione di ingresso sono note le seguenti grandezze:

$T_1=330°C$, $w_1=150\frac{m}{s}$, $P_1=6\cdot 10^5 Pa$.

Nella sezione di uscita sono note le seguenti grandezze:

$T_2=30°C$, $w_2=300\frac{m}{s}$, $P_2=10^5 Pa$.

Nelle ipotesi che: (a) il condotto sia isolato termicamente dall'esterno e (b) il sistema si trovi in
stato stazionario:
a) la potenza meccanica prodotta;
b) la produzione di entropia per irreversibilità nell'unità di tempo.

Sol.

Scriviamo l'equazione di bilancio della potenza

$$\frac{dE}{dt}=\dot{m}\cdot\left((h_1-h_2)+g\cdot(z_1-z_2)+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)+\dot{Q}^{\leftarrow}-\dot{L}^{\rightarrow}$$

Per le ipotesi,

$\dot{Q}^{\leftarrow}=0$

$\frac{dE}{dt}=0$

$z_1=z_2$

$\Delta h=c_p\cdot(T_2-T_1)$

La formula diventa

$$\dot{L}^{\rightarrow}=\dot{m}\cdot\left(c_p\cdot(T_1-T_2)+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)$$

$$R^* = \frac{R}{M_{H_2}} = \frac{8.314\frac{J}{mol\cdot K}}{4\frac{g}{mol}} = 2.0785\frac{J}{g\cdot K}$$

ed essendo l'elio un gas biatomico

$$c_p=\frac{5}{2}\cdot R^*=\frac{5}{2}\cdot 2.0785\frac{J}{g\cdot K}=5196.25\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$\dot{L}^{\rightarrow}=0.5*(5196.25*300-33750)=762.562\,kJ$$

Il lavoro è ceduto all'esterno del sistema.

Ora scriviamo l'equazione di bilancio dell'entropia

$$\frac{dS}{dt}=\dot{m}\cdot(s_1-s_2)+\dot{S}_{irr}+\dot{S}_Q$$

Per le ipotesi di flusso stazionario e di adiabaticità diventa

$$\frac{dS}{dt}=\dot{m}\cdot(s_1-s_2)+\dot{S}_{irr}=0 \quad \rightarrow \quad \dot{m}\cdot(s_2-s_1)=\dot{S}_{irr}$$

Poichè l'elio è un gas perfetto

$$ds=c_p\cdot\frac{dT}{T}-R^*\cdot\frac{dp}{p}$$

$$s_2-s_1=c_p\cdot\ln\frac{T_2}{T_1}-R^*\cdot\ln\frac{P_2}{P_1}=5196.25\frac{J}{kg\cdot K}\cdot\ln\frac{303.15}{603.15}-2.0785\cdot\ln\frac{1\cdot10^5}{6\cdot10^5}=149.473\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$\dot{S}_{irr}=\dot{m}\cdot(s_2-s_1)=0.5149.473=74.73\frac{W}{K}$$

6.Attraverso un condotto cilindrico orizzontale con un diametro d= 12 cm
fluisce una corrente
d’aria. All’imbocco del condotto l’aria ha una temperatura di 90 °C, una
pressione di 8 bar ed
una velocità di 100 m/s. All’uscita del condotto, la pressione dell’aria si riduce a
6 bar, per
effetto degli attriti, mentre la sua velocità aumenta a 132 m/s.
Nell’ipotesi che il condotto sia isolato termicamente dall’esterno, che lo stato
sia stazionario e
che l’aria si comporti come un gas perfetto biatomico di massa molare pari a
29 kg/kmole,
determinare:

- la portata in massa di gas nel condotto;
- la temperatura dell’aria all’uscita del condotto;
- l’entropia prodotta per irreversibilità durante il processo;

Sol.

Considerando l'aria un gas perfetto

$$p\cdot v=R^*\cdot T$$
$$p=\rho\cdot R^*\cdot T$$
$$\rho=\frac{p}{R^*\cdot T}=\frac{8\cdot10^5}{\frac{8314}{29}\cdot363.15}=7.68\frac{kg}{m^3}$$
$$\dot{m}=\rho\cdot w\cdot\Omega=7.68\left[\frac{kg}{m^3}\right]\cdot100\left[\frac{m}{s}\right]\cdot\pi\cdot r^2\left[m^2\right]=8.686\frac{kg}{s}$$

Scriviamo ora l'equazione di bilanciamento della potenza

$$\frac{dE}{dt}=\dot{m}\cdot\left((h_1-h_2)+g\cdot(z_1-z_2)+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)+\dot{Q}^{\leftarrow}-\dot{L}^{\rightarrow}$$

Che prese in considerazione le ipotesi del problema diventa

$$\dot{m}\cdot\left(c_p\cdot(T_1-T_2)+\frac{w^{\leftarrow 2}-w^{\rightarrow 2}}{2}\right)=0$$

Con le tabelle troviamo $c_p=1005\,\frac{J}{kg\cdot K}$

$$T_2=T_1-\frac{w^{\rightarrow 2}-w^{\leftarrow 2}}{2\cdot c_p}=90-\frac{132^2-100^2}{2\cdot 1005}=86.3\,°C$$

Per trovare l'entropia prodotta da irreversibilità riferirsi all'esercizio precedente.

Esercitazione 5
Oggetto: Dispositivi a flusso stazionario

1.Determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina a gas adiabatica ed operante in regime stazionario che produce un lavoro specifico $l^{\rightarrow}=2000\frac{kJ}{kg}$ espandendo una portata di elio (gas perfetto) da uno stato di ingresso noto ($P_1=8\,\text{bar}$, $T_1=800\,°C$) ad una condizione di uscita con pressione $P_2=2\,\text{bar}$.

Sol.

In generale, in condizione di flusso stazionario è valido
1) il bilancio di massa → $\dot{m}_{\text{in}}=\dot{m}_{out}$
2) Bilancio di energia (per turbine e compressori) → $\dot{L}^{\rightarrow}=\dot{m}\cdot(h_1-h_2)$ → $\dot{L}^{\leftarrow}=\dot{m}\cdot(h_2-h_1)$
3) Bilancio di entropia → $\frac{dS}{dt}=0$

Dato che stiamo usando elio, calcoliamo l'indice k della politropica (l'isentropica è una politropica adiabatica reversibile)

$$R^* = \frac{R}{M_{H_2}} = \frac{8.314\frac{J}{mol\cdot K}}{4\frac{g}{mol}} = 2.0785\frac{J}{g\cdot K}$$

$$c_v=\frac{3}{2}R^*=3117.9\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$c_p=\frac{5}{2}\cdot R^*=5196.25\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$k=\frac{c_p}{c_v}=1.667$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow T_2=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_1=\left(\frac{2}{8}\right)^{\frac{0.667}{1.667}}\cdot(800+273.15)=616.26\,K$$ (Non c'è stato bisogno di trasformare le pressioni in Pascal poiché se ne è fatto un rapporto)

Dalle condizioni indicate dal testo ricaviamo

$$\dot{l}^{\leftarrow}_{ideale}=(h_2-h_1)=c_p\cdot(T_2-T_1)=5196.25\cdot(616.26-1073.25)=-2374.6\frac{kJ}{g}$$ poiché l'elio si può considerare un gas ideale.

Il segno è negativo poiché nella nostra convenzione il lavoro è entrante. Questo significa che il lavoro è di fatto prodotto, come si si aspetta da una turbina.

Ora facciamo il rapporto per trovare il rendimento

$$\eta=\frac{l_{reale}}{l_{ideale}}=0.842$$

2.Determinare la potenza assorbita da una pompa ideale isoentropica che viene utilizzata per
elaborare una portata in massa $m=300\frac{kg}{h}$ di olio (massa volumica $\rho=900\frac{kg}{m^3}$) tra la
condizione di ingresso $T_1=20°C$ e $P_1=1\,ata$ ed una condizione di uscita con $P_2=60\,ata$.

Sol.

Anche per i sistemi aperti vale l'equazione generale

$$ds=\frac{dh}{T}-\frac{v\cdot dp}{T}$$

Come abbiamo scritto nell'esercizio precedente, per una pompa l'equazione di bilancio dell'energia afferma che

$$dl^{\leftarrow}=dh$$

per cui

$$ds=\frac{dl^{\leftarrow}}{T}-\frac{v\cdot dp}{T}$$

Ed essendo la pompa isentropica → $ds=0$

$$dl^{\leftarrow}=v\cdot dp$$

Poichè possiamo ipotizzabile il liquido incomprimibile, integrando risulta

$$l^{\leftarrow}=v\cdot\Delta\ p$$

da cui

$$l^{\leftarrow}=\frac{1}{\rho}\left[\frac{m^3}{Kg}\right]\cdot(60\,ata-1\,ata)\cdot 98066.5\frac{Pa}{ata}=6428.8\frac{J}{kg}$$

Moltiplichiamo ora per la massa

$$\dot{L}^{\leftarrow}=\frac{300[Kg]}{3600\,s}\cdot 6428.8\frac{J}{Kg}=535.73\,W$$

Ed è un lavoro entrante positivo, come ci aspettavamo.

3.Una portata $G=0.3\frac{kg}{s}$ di elio (He) si espande in una turbina adiabatica in regime permanente, tra uno stato iniziale con temperatura $T_1=1000\,K$ e pressione $P_1=1013250\,Pa$ ed uno stato finale con pressione $P_2=405300\,Pa$. Determinare la temperatura del gas in uscita (T_2) nell'ipotesi che la trasformazione sia reversibile.

Sol.

Riferendoci all'esercizio 1

$$R^* = \frac{R}{M_{H_2}} = \frac{8.314\,\frac{J}{mol\cdot K}}{4\,\frac{g}{mol}} = 2.0785\,\frac{J}{g\cdot K}$$

$$c_v = \frac{3}{2}R^* = 3117.9\,\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$c_p = \frac{5}{2}\cdot R^* = 5196.25\,\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} = 1.667$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$T_2 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_1 = \left(\frac{405300}{1013250}\right)^{\frac{0.667}{1.667}}\cdot 1000 = 693.1\,K$$

4.In un compressore adiabatico reversibile viene compressa una portata $m = 0.2\,\frac{kg}{s}$ di ossigeno (O_2) dalle condizioni $P_1 = 1\,atm$ e $T_1 = 20°C$ alla pressione $P_2 = 10\,atm$. Determinare la potenza meccanica necessaria per la compressione.

Sol.

Cerchiamo la temperatura a cui il gas esce dal compressore.
Poichè il compressore è adiabatico reversibile, la trasformazione che avviene è isentropica
Dato che il gas è biatomico

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{2}\cdot R^* \cdot \frac{2}{5R^*} = \frac{7}{5} = 1.4$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$T_2 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_1 = \left(\frac{10}{1}\right)^{\frac{0.4}{1.4}}\cdot(20+273.15) = 565.98\,K$$

Visto che l'ossigeno si può considerare un gas perfetto

$$\dot{L}^{\leftarrow} = \dot{m}\cdot c_p\cdot(T_2 - T_1)$$

$$R^* = \frac{R}{M_{O_2}} = \frac{R}{32} = 259.8\,\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$c_p = \frac{7}{2}R^* = 0.90934\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$$

$$\dot{L}^{\leftarrow} = 0.2\cdot 0.90934\cdot(565.96 - 293.15) = 49.566\,kW$$

5.Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria $m_1 = 50\frac{kg}{h}$. La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono $P_1 = 101325\,Pa$ e $T_1 = 20\,°C$. All'uscita dal compressore l'aria ha una pressione di $P_2 = 506625\,Pa$. Nell'ipotesi che il compressore operi stazionariamente, che abbia un rendimento isoentropico $\eta_c = \frac{L_{Rev}}{L} = 0,9$ e che l'aria si comporti come un gas perfetto, determinare la temperatura dell'aria all'uscita del compressore T_2 e la potenza assorbita dalla macchina.

Sol.

Troviamo prima di tutto il lavoro ideale.

$L^{\leftarrow}_{ideale} = m \cdot c_p \cdot (T_{2id} - T_1)$ poiché è un gas perfetto

$$R^* = \frac{R}{M_{aria}} = \frac{R}{28.8} = 288.7\,\frac{J}{kg \cdot K}$$

$$c_p = \frac{7}{2} R^* = 1.010\frac{kJ}{kg \cdot K}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$$

Sfruttiamo la formula per le trasformazioni isentropiche

$$\frac{T_{2id}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$T_{2id} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{R^*}{c_p}} \cdot T_1 = \left(\frac{5}{1}\right)^{\frac{2}{7}} \cdot (20+273) = 464.06\,K$$

Utilizzando la formula scritta sopra

$$l^{\leftarrow}_{ideale} = c_p \cdot (T_{2id} - T_1) = 1.010 \cdot (464.06 - 293) = 172.77\,\frac{kJ}{kg}$$

$$\eta = \frac{L_{Rev}}{L} = 0.9 \quad \rightarrow \quad l_{reale} = \frac{1}{0.9} \cdot l_{ideale}$$

$$l_{reale} = \frac{1}{0.9} \cdot 172.77 = 191.97\,\frac{kJ}{kg}$$

Per trovare la potenza reale facciamo

$$\dot{L}^{\leftarrow}_{reale} = l^{\leftarrow}_{reale} \cdot \dot{m}_1 = 191.97\,\frac{kJ}{kg} \cdot 50\,\frac{kg}{3600\,s} = 2.67\,W$$

Per trovare la temperatura reale facciamo

$$l^{\leftarrow}_{reale} = c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{l^{\leftarrow}_{reale}}{c_p} = \frac{191.97}{1.010} + 293 = 483,1\,K$$

6.Una portata $G=3\frac{kg}{s}$ di elio (He) si espande in una turbina adiabatica in regime permanente, tra uno stato iniziale con temperatura $T_1=1000\,K$ e pressione $P_1=10$ bar ed uno stato finale con pressione $P_2=3$ bar. Determinare la temperatura del gas in uscita (T_2) nell'ipotesi che la trasformazione sia reversibile.

Sol.

Dato che per ipotesi la turbina è adiabatica e reversibile, la trasformazione è isentropica

$k=\frac{c_p}{c_v}=\frac{5}{3}=1.667$ (gas monoatomico)

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$T_2=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_1=\left(\frac{3}{10}\right)^{\frac{0.667}{1.667}}\cdot 1000=617.71\,K$$

7.Un gas (He) viene compresso in un compressore adiabatico con una portata $m_1=40\frac{kg}{h}$ e $T_1=20\,°C$, $P_1=100\,kPa$ e con un rendimento isoentropico $\eta=0.9$ sino alla pressione $P_2=400\,kPa$.

Nell'ipotesi di essere in regime permanente si determini:

la temperatura del gas all'uscita del compressore;

la potenza meccanica assorbita dal compressore;

la produzione di entropia per irreversibilità.

Sol.

L'elio è un gas monoatomico. Per cui $k=1.667$

$$T_2=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_1=\left(\frac{400\text{k}}{100\text{k}}\right)^{\frac{0.667}{1.667}}\cdot(20+273.15)=510.49\,K$$

Volendo considerare l'elio un gas perfetto

$$c_p=\frac{5}{2}\cdot R^*=5.19625\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$$

$$\overleftarrow{l}_{ideale}=c_p\cdot(T_2-T_1)=5.19625\cdot(510.49-293.15)=1129.35\,\frac{kJ}{kg}$$

Purtroppo, il nostro compressore non è ideale, per cui avrà bisogno di maggiore lavoro specifico per poter operare alle stesse condizioni. Utilizzando il parametro fornito dai dati

$$l_{reale}=\frac{1}{0.9}\cdot l_{ideale}=1254.84\,\frac{kJ}{kg}$$

$$T_2=\frac{\overleftarrow{l}_{reale}}{c_p}+T_1=534.63\,K$$

$$\dot{L}^{\leftarrow}_{reale}=l^{\leftarrow}_{reale}\cdot\dot{m}_1=1254.84\frac{kJ}{kg}\cdot 40\frac{kg}{3600\,s}=13.94\,kW$$

Essendo in regime stazionario e lavorando con trasformazioni reversibili
$$\dot{S}_{irr}=\dot{m}\cdot(s_2-s_1)$$

Sempre dal fatto che l'elio è un gas perfetto
$$s_2-s_1=c_p\cdot\ln\frac{T_2}{T_1}-R^*\cdot\ln\frac{P_2}{P_1}=0.239\frac{kJ}{kg\cdot K}$$

$$\dot{S}_{irr}=\frac{40}{3600}\frac{kg}{s}\cdot 0.239\frac{kJ}{kg\cdot K}=2.65\frac{W}{K}$$

8.Facendo uso delle tabelle allegate determinare il rendimento isoentropico di espansione di una
turbina adiabatica che opera in regime stazionario di cui sono note le condizioni di ingresso ($P_i=200\,\text{bar}$, $T_i=500\,°C$, $h_i=3241\frac{kJ}{kg}$, $s_i=6.146\frac{kJ}{kg\,K}$), la pressione in uscita $P_u=7\,\text{bar}$ ed il lavoro specifico reale prodotto $L_{reale}=650\frac{kJ}{kg}$.

Sol.

Controlliamo sulle tabelle: alla pressione di $20\,MPa$ la temperatura di saturazione è di $365.81\,°C$, per cui ci troviamo in condizione di vapore saturo.
Supponiamo che la trasformazione sia isentropica, per cui $s_i=s_o$.
Controllando dalle tabelle, scopriamo che l'entropia specifica a 0.7MPa è maggiore di s_1 , per cui per forza saremo in uno stato bifase.

$$s_i=s_o=s_v+x\cdot s_{lv}$$

$$s_{v\,@0.7\text{MPa}}=1.9922\frac{kJ}{kg\,K}$$
$$s_{lv\,@0.7\text{MPa}}=4.7158\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$x=\frac{s_o-s_v}{s_{lv}}=0.88$$

Questo è il titolo nell'ipotesi che la trasformazione sia isentropica.

Ora, sfruttando il titolo, possiamo trovare la variazione di energia interna:
$$h_{v\,@0.7\text{MPa}}=697.22\frac{kJ}{kg}$$
$$h_{lv\,@0.7\text{MPa}}=2066.3\frac{kJ}{kg}$$
$$h_o=h_{v\,@0.7\text{MPa}}+h_{lv\,@0.7\text{MPa}}\cdot x=697.22+0.88\cdot 2066.3=2515.56\frac{kJ}{kg}$$

Poichè la turbina è adiabatica, $\overleftarrow{l}_{ideale}=h_2-h_1$, da cui

$\overleftarrow{l}_{ideale}=2515.56-3241=-725.44\frac{kJ}{kg}$, quindi la turbina genera $725.44\frac{kJ}{kg}$.

Facciamo il rapporto per trovare η

$$\eta=\frac{l_{reale}}{l_{ideale}}=\frac{650}{725.44}=0.896$$

9.Una turbina a bassa pressione di un impianto a ciclo Rankine produce una potenza $L=300\,kW$. Nella sezione di ingresso del dispositivo, che si considera adiabatico, si ha vapore surriscaldato
con temperatura $T_i=300\,°C$, pressione $P_i=10\,\text{bar}$, entalpia specifica $h_i=3697.4\frac{kJ}{kg}$,
entropia specifica $s_i=8.0292\frac{kJ}{kg\,K}$. Nella sezione di uscita si ha vapore saturo alla
temperatura $T_{out}=40\,°C$. Determinare la portata di vapore d’acqua nella turbina.

Sol.

Sappiamo che c'è in uscita vapor saturo a T = 40 °C. Dalle tabelle vediamo che $h_{o@40\,°C}=2574.3\frac{kJ}{kg}$. Anche in ingresso c'è vapor saturo a una temperatura molto più alta rispetto a quella di saturazione.

Nelle turbine vale la formula $\dot{\overleftarrow{L}}=\dot{m}\cdot(h_2-h_1)$ dalla quale ricaviamo

$$\dot{m}=\frac{\dot{\overleftarrow{L}}}{h_2-h_1}=-300\frac{kW}{2574.3-3697.4}=0.2671\frac{kg}{s}$$

10.Determinare il lavoro specifico massimo ottenibile con l'espansione in una turbina di un ciclo
Rankine di un flusso di vapore d'acqua. Sono note nella sezione di ingresso:
$T_1=500\,°C$, $P_1=1.013250\,MPa$, $h_1=3478\frac{kJ}{kg}$, $s_1=7.76\frac{kJ}{kg\,K}$. E' nota della sezione di uscita la pressione $P_2=9.58\,kPa$. Per la soluzione del problema si utilizzino le tabelle del vapore allegate.

Sol.

Per calcolare il valore massimo ipotizziamo che la trasformazione sia isentropica.
Come visto negli esercizi precedenti, $s_i=s_o$

$$x=\frac{s_o-s_{l@0.01\text{MPa}}}{s_{lv@0.01\text{MPa}}}=\frac{7.76-0.6493}{7.5009}=0.948$$

Ora che siamo a conoscenza del titolo, possiamo calcolare l'entalpia finale

$$h_{l\,@0.01\mathrm{MPa}}=191.83\frac{kJ}{kg}$$

$$h_{lv\,@0.01\mathrm{MPa}}=2392.8\frac{kJ}{kg}$$

$$h_{@0.01\mathrm{MPa}}=191.83+0.948*2392.8=2460.2\frac{kJ}{kg}$$

$$\overleftarrow{l}=h_2-h_1=2460.2-3478=-1017.8\frac{kJ}{kg}$$

Per cui al massimo sarà possibile generare $1017.8\frac{kJ}{kg}$ di lavoro specifico.

11. In una turbina, si espande adiabaticamente una portata d'aria $m_1=1000\frac{kg}{h}$.
La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso della turbina sono rispettivamente $P_1=4\mathrm{bar}$ e $T_1=900\,°C$.
All'uscita dalla turbina, l'aria ha una pressione $P_2=1\mathrm{bar}$. Nell'ipotesi che la turbina operi
stazionariamente, che abbia un rendimento isoentropico $\eta_T=\frac{L}{L_{Rev}}=0{,}85$ e che l'aria si comporti come un gas perfetto, determinare la temperatura dell'aria all'uscita dalla turbina T_2 e la potenza erogata dalla macchina.

Sol.

Utilizzando la formula delle trasformazioni isentropiche e sapendo che l'aria si comporta come un gas biatomico, e quindi con indice $k=\frac{7}{5}=1.4$

$$T_2=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_1=\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{0.4}{1.4}}\cdot(900+273.15)=789.47\,K$$

Poichè stiamo considerando l'aria come un gas perfetto

$$R^*=\frac{R}{M_{aria}}=\frac{R}{28.96}=287.09\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$c_p=\frac{7}{2}R^*=1.0048\frac{kJ}{kg\cdot K}$$

$$\overrightarrow{l}_{ideale}=h_1-h_2=c_p\cdot(T_1-T_2)=\frac{1.0048}{(1173.15-789.47)}=385.52\frac{kJ}{kg}$$

Grazie al rendimento, calcoliamo quanto è il lavoro reale

$$\overrightarrow{l}_{reale}=\eta_T\cdot\overrightarrow{l}_{ideale}=327.7\frac{kJ}{kg}$$

Usiamo ora il lavoro reale per calcolare la temperatura reale in uscita

$$T_2=T_1-\frac{\overleftarrow{l}_{reale}}{c_p}=1173.15-\frac{327.7}{1.0048}=847.0\,K$$

Calcoliamo la potenza erogata

$$\dot{L}^{\leftarrow}=\dot{m}_1\cdot l^{\leftarrow}_{reale}=\frac{1000\,kg}{3600\,s}\cdot 327.7\,\frac{kJ}{Kg}=91\,kW$$

12.Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria $m_1=2{,}5\,\frac{kg}{min}$. La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono rispettivamente $P_1=1\mathrm{bar}$ e $T_1=20\,°C$; la pressione dell'aria all'uscita del compressore è $P_2=5\mathrm{bar}$. Nell'ipotesi che il compressore operi reversibilmente e stazionariamente e che l'aria si comporti come gas perfetto, determinare la potenza assorbita dalla macchina.

Sol.

Poichè le ipotesi ci dicono che la trasformazione è adiabatica e reversibile, utilizziamo la formula dell'isentropica.
Di nuovo, l'aria è un gas biatomico e con costante $k=1.4$

$$T_2=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_1=\left(\frac{5}{1}\right)^{\frac{0.4}{1.4}}\cdot(20+273.15)=464.3\,K$$

L'aria si comporta come un gas perfetto:

$$R^*=\frac{R}{M_{aria}}=\frac{R}{28.96}=287.09\,\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$c_p=\frac{7}{2}R^*=1.0048\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$$

$$l^{\leftarrow}=c_p\cdot(T_2-T_1)=1.0048\cdot(464.3-293.15)=171.97\,\frac{kJ}{kg}$$

$$\dot{L}^{\leftarrow}=l^{\leftarrow}\cdot\dot{m}=\frac{171.97*2{,}5}{60}=7.17\,kW$$

13.Uno scambiatore di calore in controcorrente opera tra un fluido caldo($c_{pc}=4.186\,\frac{kJ}{kg\,K}$) entrante a temperatura $T_{inC}=90\,°C$ ed uscente a $T_{outC}=55\,°C$ con portata $m_c=1.2\,\frac{kg}{s}$ ed un fluido freddo ($c_{pf}=1\,\frac{kJ}{kg\,K}$) entrante a temperatura $T_{inF}=40\,°C$ ed uscente a $T_{outF}=80\,°C$. Calcolare la portata del fluido freddo.

Sol.

$$\dot{Q}^{\rightarrow}_c=c_{pc}\cdot(T_{inC}-T_{outC})\cdot\dot{m}_c=4.186\cdot 1.2\cdot(90-55)=175.81\,\frac{kJ}{s}$$

$$\dot{Q}^{\leftarrow}_f=c_{pf}\cdot(T_{outF}-T_{inF})\cdot\dot{m}_f=40\cdot\dot{m}_f$$

Ora bilanciamo il calore ceduto dalla corrente calda con quello assorbito dalla corrente fredda

$$\dot{Q}_c^{\rightarrow} - \dot{Q}_f^{\leftarrow} = 0 \quad \rightarrow \quad 175.81 - 40 \cdot \dot{m}_f = 0 \quad \rightarrow \quad m_f = \frac{175.81}{40} = 4.395 \frac{kg}{s}$$

14.Determinare il rendimento isoentropico di compressione di un compressore a gas adiabatico
operante in regime stazionario che assorbe un lavoro specifico $L = 170 \frac{kJ}{kg}$
comprimendo una portata di N_2 (gas perfetto) da uno stato di ingresso noto ($P_1 = 1 \text{bar}$, $T_1 = 30\,°C$) ad una
condizione di uscita con pressione $P_2 = 4 \text{bar}$.

Sol.

Usiamo la formula per le trasformazioni isentropiche. Essendo l'azoto un gas biatomico $k = 1.4$

$$T_2 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \cdot T_1 = \left(\frac{4}{1}\right)^{\frac{0.4}{1.4}} \cdot (30 + 273.15) = 450.48\,K$$

Dato che si può considerare un gas perfetto

$$c_p = \frac{7}{2} R^* = 1039.29 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$l_{rev}^{\leftarrow} = c_p \cdot (T_2 - T_1) = 1.03929 \cdot (450.48 - 303.15) = 153.12 \frac{kJ}{kg}$$

$$\eta_C = \frac{L_{rev}}{L} = \frac{153.12}{170} = 0.9$$

15.Una portata $G = 2 \frac{kg}{s}$ di ossigeno (O_2) entra in un sistema, disposto in un piano orizzontale, con una velocità media $w_i = 200 \frac{m}{s}$ ed una temperatura $T_i = 300\,K$. All'uscita il gas ha una temperatura $T_{out} = 290\,K$ ed una velocità $w_{out} = 60 \frac{m}{s}$. Nell'ipotesi che il sistema sia adiabatico e che operi in regime permanente, determinare in valore e segno la potenza ceduta dal sistema all'ambiente.

Sol.

Ricorriamo al bilancio d'energia

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m} \cdot \left((h_1 - h_2) + g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{w^{\leftarrow 2} - w^{\rightarrow 2}}{2} \right) + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}^{\rightarrow}$$

$$\dot{m} \cdot \left(c_p \cdot (T_1 - T_2) + \frac{w_i^2 - w_o^2}{2} \right) = \dot{L}^{\rightarrow}$$ poiché possiamo considerare l'ossigeno un gas ideale.

$$c_{p\,Ossigeno} = 909.34\,\frac{J}{kg\,K}$$

$$2 \cdot (909.34 \cdot (300 - 290) + 18200) = \dot{\vec{L}} = 54.586\,kW$$

16.In un sistema aperto adiabatico ed operante in regime stazionario fluisce una portata di acqua

$G = 0{,}2\,\frac{kg}{s}$; nella sezione di ingresso del dispositivo si ha un vapore saturo con temperatura

$T_i = 300\,°C$ con una velocità media di sezione $w_i = 40\,\frac{m}{s}$. Nella sezione di uscita si ha una

velocità $w_{out} = 100\,\frac{m}{s}$. Sapendo che al fluido viene fornita una potenza

$L = 0{,}6\,kW$ determinare l’entalpia specifica del fluido nella sezione di uscita.

Sol.

Ricorrendo alla formula usata anche nell'esercizio precedente

$$\dot{\vec{L}} = \dot{m} \cdot \left(h_1 - h_2 + \frac{w_i^2 - w_o^2}{2} \right)$$

da cui ne deriva

$$h_2 = \frac{w_i^2 - w_o^2}{2} + h_1 - \frac{\dot{\vec{L}}}{\dot{m}}$$

Dalle tabelle vediamo che

$$h_{v@300\,°C} = 2749\,\frac{kJ}{Kg}$$

per cui

$$h_2 = -4200 + 2749000 + \frac{600}{0.2} = 2747.8\,\frac{kJ}{kg}$$

Esercitazione 6

Oggetto: Macchine termodinamiche motrici

1.Determinare il rendimento termodinamico di una macchina termica motrice

che opera
reversibilmente tra due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura $T_s = 200\,°C$ e $T_i = 0\,°C$.

Sol.

Poichè la macchina lavora tra 2 serbatoi di calore, il ciclo con rendimento maggiore è il ciclo di Carnot. Inoltre è reversibile.

$$\eta = \frac{L}{Q_c} = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{273.15}{473.15} = 0.4227$$

2.Determinare il lavoro perso da una macchina termodinamica motrice che opera con sorgenti a
temperature $T_s = 600\,°C$ e $T_i = 25\,°C$ sapendo che prelevando una quantità di calore $Q_s = 800\,kJ$ si produce un lavoro $L = 300\,kJ$.

Sol.
Se la macchina utilizzasse un ciclo di Carnot avrebbe un rendimento ideale pari a

$$\eta_{ideale} = \frac{L}{Q_c} = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{298.15}{873.15} = 0.6585$$

e, dato il calore prelevato dalla sorgente calda, un lavoro pari a

$$L_{ideale} = \eta_{ideale} \cdot Q_c = 0.6585 * 800\,kJ = 526.83\,kJ$$

Per cui

$$L_{perso} = L_{ideale} - L_{reale} = 526.83 - 300 = 226.83\,kJ$$

3.Determinare il rendimento termodinamico di una macchina termica motrice che prelevando una
quantità di calore $Q_s = 200\,kJ$ da un serbatoio di calore a temperatura $T_s = 400\,°C$ produce lavoro interagendo con un secondo serbatoio di calore a temperatura $T_i = 0\,°C$ con una generazione di entropia per irreversibilità pari a $S_{irr} = 0.18\,\frac{kJ}{K}$.

Sol.

Applichiamo il bilancio entropico alla macchina

$$-\frac{Q_s}{T_s} + \frac{Q_i}{T_i} = S_{irr}$$

dalla quale possiamo ricavare il calore scambiato con il serbatoio freddo.

$$Q_i = T_i \cdot \left(S_{irr} + \frac{Q_s}{T_s} \right) = 273.15 * \left(0.18 + \frac{200}{673.15} \right) = 130.3\,kJ$$

Sfruttando ora il primo principio della termodinamica

$$\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

dove $\Delta U=0$ poiché la macchina è ciclica, da cui
$L^{\rightarrow}=\sum Q^{\leftarrow}=|Q_s|-|Q_i|=200-130.3=69.7\,kJ$
Ora che abbiamo il lavoro, calcoliamo il rendimento

$$\eta=\frac{L^{\rightarrow}}{Q_S}=\frac{69.7\text{kJ}}{200\text{kJ}}=0.348$$

4.Una macchina motrice opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura costante $T_s=1200\,°C$ e $T_i=20\,°C$. La potenza termica ceduta dal serbatoio termico superiore è pari a $Q_s=100\,kW$, mentre il rendimento di secondo principio della macchina è $\eta_{II}=0.5$. Calcolare la potenza meccanica prodotta dalla macchina.

Sol.

Ricordiamo che il rendimento di secondo principio è definito come il rapporto tra il rendimento della macchina in oggetto e rendimento di una macchina di Carnot operante tra le stesse temperature, $\eta_{II}=\frac{\eta}{\eta_{Carnot}}$.
Ricaviamo quindi il rendimento della nostra macchina

$$\eta_{Carnot}=1-\frac{T_f}{T_c}=1-\frac{293.15}{1473.15}=0.80$$
$$\eta=\eta_{II}\cdot\eta_{Carnot}=0.5*0.80=0.4$$

Il lavoro prodotto è dunque $L=\eta\cdot Q_s=0.4*100\,kW=40\,kW$

5.Una macchina motrice reversibile utilizza una sorgente termica superiore alla temperatura
costante di $T_s=400\,°C$ e come sorgente termica inferiore una massa $M=2000\,kg$ di acqua allo stato liquido che viene riscaldata dalla temperatura di 15°C alla temperatura di 45°C.
Nelle ipotesi che:
(a) l'acqua si comporti come un liquido ideale e
(b) le due sorgenti termiche scambino calore esclusivamente con la macchina, calcolare

- il lavoro che si ottiene dalla macchina (in unità S.I.),
- il rendimento termodinamico e
- il rendimento di confronto con un’uguale macchina che operi fra 2 sorgenti isoterme a temperature $T_s=400\,°C$ e $T_i=15\,°C$

Sol.

$$c_{acqua}=c_p=c_v=4.186\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

E dal primo principio della termodinamica
$$Q^{\leftarrow}=\Delta U=m\cdot c_{acqua}\cdot\Delta T=2000*4.186*(45-15)=251.16\,MJ$$

Ora, per trovare il calore scambiato con la sorgente calda, ricorriamo al bilancio entropico, ricordando che la macchina è reversibile, per cui saranno presenti solo i contributi di irreversibilità degli scambi di calore.

$$-\frac{Q_s}{T_s}+\int\frac{\delta Q}{T}=0$$

$$-\frac{Q_s}{T_s}+\int_{T_1}^{T_2}\frac{m\cdot c\cdot dT}{T}=0$$

$$-\frac{Q_s}{T_s}+m\cdot c\cdot\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T}=0$$

$$-\frac{Q_s}{T_s}+m\cdot c\cdot\ln\frac{T_2}{T_1}=0$$

$$Q_s=T_s\cdot\left(m\cdot c\cdot\ln\frac{T_2}{T_1}\right)=673.15*\left(2000*4.186*\ln\frac{318.15}{288.15}\right)=558.161\,MJ$$

Per il primo principio della termodinamica

$$L^{\rightarrow}=\Delta\, Q^{\leftarrow}=558.161-251.16=307.001\,MJ=3.07001\cdot10^{8}\,J$$

$$\eta=\frac{L^{\rightarrow}}{Q_s}=\frac{307.001\,MJ}{558.161\,MJ}=0.55$$

Il rendimento di una macchina reversibile che opera tra 2 sorgenti termiche a temperatura costante può essere espresso usando il rendimento della macchina di Carnot.

$$\eta_{Carnot}=1-\frac{288.15}{673.15}=0.572$$

$$\eta_{II}=\frac{0.55}{0.572}=0.96$$

6.Una macchina termodinamica ciclica operatrice interagisce con 2 sorgenti a temperatura costante
($T_s=30\,°C$ e $T_i=-20\,°C$) cedendo $Q_s=1200\,kJ$ alla sorgente superiore. Se l'efficienza frigorifera della macchina è $COP_F=4$ determinare:

- la quantità di lavoro assorbita dalla macchina;
- il lavoro minimo teorico assorbibile da una macchina che opera tra le medesime sorgenti.

Sol.
Utilizzando la formula dell'efficienza frigorifera e il primo principio della termodinamica

$$COP_F=\frac{Q_i}{L}=\frac{Q_s-L}{L}=\frac{Q_s}{L}-1=4$$

$$L=\frac{Q_s}{COP_F+1}=\frac{1200\,kJ}{4+1}=240\,kJ$$

Troviamo il lavoro minimo teorico

$$COP_{F\,ideale}=\frac{T_f}{T_c-T_f}=\frac{253.15}{30+20}=5.063$$

a) A parità di Q_s

$$L_{ideale}=\frac{Q_s}{COP_{F\,ideale}+1}=\frac{1200\,kJ}{5.063+1}=197.92\,kJ$$

b) A parità di Q_i

$$Q_i=Q_s-L=1200-240=960\,kJ$$

$$L_{ideale}=\frac{Q_i}{COP_{F\,ideale}}=\frac{960}{5.063}=189.6\,kJ$$

7.Una macchina termodinamica ciclica opera con 2 sorgenti a temperatura costante pari a $T_s=1200\,°C$ e $T_i=300\,°C$ e versa $Q_i=1200\,kJ$ alla sorgente inferiore. Se il rendimento termodinamico della macchina motrice è $\eta=0.3$ determinare:

- la quantità di lavoro prodotta;
- il lavoro massimo teorico producibile da una macchina che opera tra le medesime sorgenti.

Sol.

$$\eta=\frac{L}{Q_s}=\frac{Q_s-Q_i}{Q_s}=1-\frac{Q_i}{Q_s}=0.3$$

$$Q_s=\frac{Q_i}{1-0.3}=\frac{1200\,kJ}{0.7}=1714\,kJ$$

$$L=Q_s-Q_i=1714-1200=514\,kJ$$

Per calcolare L_{max} ci servirebbe sapere se mantenere costante Q_i o Q_s. Visto che i dati del problema ci forniscono Q_i, manteniamo quello costante.

$$\eta_{ideale}=1-\frac{T_i}{T_s}=1-0.389=0.611$$

$$L_{ideale}=Q_{s\,ideale}-Q_i=\frac{Q_i}{1-\eta_{ideale}}-Q_i=1884\,kJ$$

Esercitazione 7

Oggetto: Macchine termodinamiche operatrici

1.Una macchina frigorifera opera in regime stazionario con due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura $T_i = 10\,°C$ e $T_s = 50\,°C$. Si chiede di determinare l'efficienza frigorifera nell'ipotesi che la macchina sia reversibile.

Sol.

Usando la formula dell'efficienza frigorifera

$$COP_{F,rev} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{283.15}{50 - 10} = 7.08$$

2.Determinare l’efficienza di una pompa di calore che opera reversibilmente tra due serbatoi di
calore rispettivamente a temperatura $T_s = 40\,°C$ e $T_i = -10\,°C$.

Sol.

Ricordiamo che l'efficienza della pompa di calore si calcola come

$$\varepsilon_{pdc} = \frac{Q_c}{L} = \frac{Q_f + L}{L} = COP_F + 1$$

calcoliamo COP_F

$$COP_F = \frac{263.15}{40 + 10} = 5.26$$

$$\varepsilon_{pdc} = COP_F + 1 = 6.26$$

3.Una macchina operatrice (frigorifero) opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura
costante $T_s = 300\text{K}$ e $T_i = 250\text{K}$. La potenza termica da estrarre dal serbatoio freddo è pari a $\dot{\vec{Q}}_i = 25\,kW$, mentre il rendimento di secondo principio della macchina è $\eta_{II} = 0.55$. Calcolare la potenza meccanica necessaria alla macchina.

Sol.

$$\eta_{ideale} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{250}{300 - 250} = 5$$

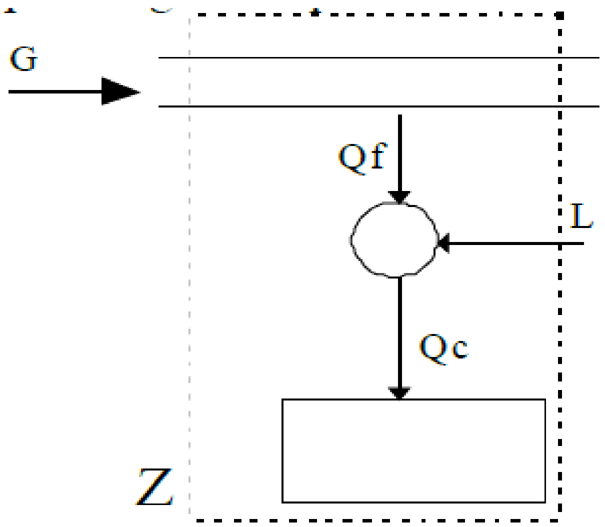
$$\eta = \eta_{ideale} \cdot \eta_{II} = 2.75$$

$$\eta = \frac{Q_f}{L} \quad \rightarrow \quad \dot{L} = \frac{\dot{Q}_f}{\eta} = 25 \frac{kW}{2.75} = 9.09\,kW$$

4.In una macchina frigorifera di un impianto di condizionamento ambientale si tratta un flusso $G = 30 \frac{kg}{min}$ di aria che viene raffreddata a pressione costante $P_a = 1\,atm$ dalla temperatura di $T_1 = 35\,°C$ alla temperatura $T_2 = 25\,°C$.
Come sorgente superiore si utilizza un ambiente alla
temperatura costante $T_s = 38\,°C$. Si chiede, con l’ipotesi di considerare l’aria un gas perfetto di

massa molare $M_m = 29 \frac{kg}{kmole}$:

- l'equazione di bilancio energetico per il sistema Z illustrato in figura;
- la potenza minima necessaria per eseguire il processo descritto.



Sol.

$$R^* = \frac{8.314}{29} = 0.2867 \frac{kJ}{kg\,K}$$
$$c_p = \frac{7}{2} R^* = 1.003 \frac{kJ}{kg\,K}$$

L'equazione di bilancio energetico sull'intero sistema è

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE_S}{dt} + \frac{dE_M}{dt} + \frac{dE_C}{dt} = \dot{Q}_c = \dot{m} \cdot \left((h_1 - h_2) + g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{w^{\leftarrow 2} - w^{\rightarrow 2}}{2} \right) + \dot{Q}_Z^{\leftarrow} - \dot{L}^{\rightarrow}$$

In questo caso $\frac{dE_S}{dt} = 0$ poiché è a regime, $\frac{dE_M}{dt} = 0$ poiché la macchina è ciclica, $z_1 = z_2$, $w^{\leftarrow} = w^{\rightarrow}$, $\dot{Q}^{\leftarrow} = 0$, per cui

$$\dot{Q}_c = -\dot{L}^{\rightarrow} + \dot{m} \cdot (h_1 - h_2)$$

e poiché si può considerare l'aria un gas perfetto

$$\dot{Q}_c = -\dot{L}^{\rightarrow} + \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_1 - T_2)$$

Occupiamoci ora del bilancio entropico

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS_S}{dt} + \frac{dS_M}{dt} + \frac{dS_C}{dt} = \frac{\dot{Q}_c}{T_c} = \dot{m} \cdot (s_1 - s_2) + \dot{S}_{Q^{\leftarrow}} + \dot{S}_{irr}$$

Con $\frac{dS_s}{dt} = 0$ e $\frac{dS_M}{dt} = 0$ per le condizioni scritte sopra, $\dot{S}_{Q^{\leftarrow}} = 0$ poiché Z è adiabatico, e $\dot{S}_{irr} = 0$ poiché la potenza minima si ha in condizioni ideali.

$$Q_c = T_c \cdot \dot{m} \cdot \left(c_p \cdot \ln \frac{T_1}{T_2} - R^* \cdot \ln \frac{P_1}{P_2} \right) = T_c \cdot \dot{m} \cdot c_o \cdot \ln \frac{T_1}{T_2} = 311.15 \cdot \frac{30}{60} \frac{Kg}{s} \cdot 1.003 \cdot \ln \frac{308.15}{298.15} = 5.148\, kJ$$

$$Q_f = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_1 - T_2) = 0.5 \cdot 1.003 \cdot 10 = 5.015\, kJ$$

$$\dot{L} = \dot{Q}_c - \dot{Q}_c = 5.148 - 5.015 = 133\, J$$

5.In un capannone industriale con un volume $V_0 = 4000\, m^3$ l’aria ha una temperatura $T_0 = 14\,°C$ ed una pressione $P_0 = 1\, atm$. Il capannone, supposto termicamente isolato verso l’esterno ed a volume costante, viene riscaldato sino alla temperatura finale $T_f = 25\,°C$ con l’impiego di una pompa di calore con $COP_{PdC} = 10$ che opera utilizzando una sorgente fredda alla temperatura costante $T_i = 10\,°C$. Determinare:

- il lavoro necessario per eseguire il riscaldamento;
- se il processo è reversibile, irreversibile o impossibile;
- nel caso di processo irreversibile la produzione di entropia per irreversibilità.

Sol.

Iniziamo calcolando la massa dell'aria contenuta nel capannone.

$$P \cdot V = m \cdot R^* \cdot T \quad \rightarrow \quad m = \frac{P \cdot V}{R^* \cdot T} = \frac{101325 * 4000}{\frac{8314.4}{29} * 287.15} = 4923\, kg$$

Poichè il capannone è (ovviamente) a volume costante ed è adiabatico $Q^{\leftarrow} = \Delta U$

$Q^{\leftarrow} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = 4923 * \frac{5}{2} \cdot \frac{8314.4}{29} * (25 - 14) = 38.815\, MJ$ che è il calore che assorbe il capannone ed è il calore somministrato dalla pompa.

Possiamo ora calcolare il lavoro $L = \frac{Q_c}{\varepsilon_{PdC}} = \frac{38.815}{10} = 3.8815\, MJ$

Per valutare la reversibilità, irreversibilità o impossibilità del processo applichiamo il bilancio entropico.

$$Q_f = Q_c - L = 38.815 - 3.8815 = 34.9335\, MJ$$

l'entropia generata dal riscaldamento del capannone è

$$\Delta S_{capannone} = \int \frac{\delta Q_c}{T} = m \cdot c_v \cdot \int \frac{dT}{T} = m \cdot c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = 4923 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{8.3144}{29} \cdot \ln \frac{298.15}{287.15} = 132.64\, \frac{kJ}{K}$$

mentre l'entropia generata dal serbatoio di calore si può calcolare come $\Delta S_{sorgente} = \frac{-34933.5}{283.15} = -123.37\, \frac{kJ}{K}$ (il segno è negativo perchè è calore sottratto alla sorgente)

$$\Delta S_{generata} = \Delta S_{capannone} + \Delta S_{sorgente} = 132.64 - 123.37 = 9.27 \frac{kJ}{K}$$

Poichè $S_{generata} > 0$ → il processo è irreversibile

6.Una pompa di calore viene utilizzata per riscaldare (a $V = cost$) una massa $M = 1000\, kg$ di un fluido ($c = 3 \frac{kJ}{kg\, K}$) dalla temperatura $T_1 = 70\,°C$ alla temperatura $T_2 = 80\,°C$. La pompa di calore utilizza come sorgente inferiore una sorgente di calore a temperatura $T_o = 20\,°C$. Determinare :

- il lavoro assorbito da una pompa di calore che opera reversibilmente,
- il COP della pompa di calore reversibile e
- il maggior lavoro (lavoro dissipato) che occorre fornire ad una pompa di calore reale con $COP = 2.5$.

Sol.

$$Q_s = M \cdot c \cdot (T_2 - T_1) = 1000 \cdot 3 \cdot 10 = 30\, MJ$$

Scriviamo l'equazione di bilancio entropico

$$\Delta S = \Delta S_c + \Delta S_M + \Delta S_f = M \cdot c \cdot \ln \frac{T_1}{T_2} + \frac{Q_f}{T_f} = S_{Q^\leftarrow} + S_{irr} = 0$$

Infatti $S_{Q^\leftarrow} = 0$ poichè non viene scambiato calore con l'esterno , $S_{irr} = 0$ poiché è reversibile e $\Delta S_M = 0$ poiché è ciclica.

$$Q_f = T_f \cdot M \cdot c \cdot \ln \frac{T_1}{T_2} = 293.15 \cdot 1000 \cdot 3 \cdot \ln \frac{353.15}{343.15} = 25.262\, MJ$$

$$L = Q_c - Q_f = 30 - 25.262 = 4.738\, MJ$$

$$COP_{PdC_{id}} = \frac{Q_c}{L} = \frac{30}{4.738} = 6.33$$

$$L_{irr} = \frac{Q_s}{COP_{PdC_{irr}}} = \frac{30}{2.5} = 12\, MJ$$

$$L_{diss} = L_{irr} - L_{id} = 7.262\, MJ$$

Esercitazione 8

Oggetto: Cicli a gas

1.Una macchina termodinamica ciclica realizza un ciclo a gas costituito da 3 trasformazioni quasistatiche:
trasformazione AB isoentropica tra $P_A=1\text{bar}$ e $T_A=27°C$ e $P_B=3\text{bar}$;
trasformazione BC isoterma sino a $P_C=1\text{bar}$,
trasformazione isobara CA.
Determinare il rendimento termodinamico del ciclo sapendo che viene utilizzato un gas biatomico di massa molare $M_m=29\frac{kg}{kmole}$.

Sol.

Per definizione $\eta=\frac{L}{Q_c}=1-\frac{Q_f}{Q_c}=1-\frac{q_f}{q_c}$
Per poter calcolare quindi il rendimento dobbiamo sapere il calore scambiato dalle varie trasformazioni.

Trasformazione isobara CA: $q=\Delta h=c_p\cdot\Delta T$
Trasformazione isoterma BC: $q=T\cdot\Delta s$ dalla definizione di entropia scambiata
Trasformazione isentropica AB: $q=0$

Per il gas biatomico in questione

$$c_p=\frac{7}{2}\cdot\frac{8314.4}{29}=1003.5\frac{J}{kg\,K}$$
$$k=\frac{7}{5}=1.4$$

Sfruttando l'isentropica troviamo la temperatura in B e in C essendo isoterma la trasformazione BC

$$T_C=T_B=\left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_A=\left(\frac{3}{1}\right)^{\frac{0.4}{1.4}}\cdot(27+273.15)=410.82\,K$$

$q_{C-A}=c_p\cdot(T_A-T_C)=1003.5\cdot 110.67=-111.064\,kJ$, il segno ci dice che è calore uscente.

Dedichiamoci ora alla trasformazione BC

$$\Delta s_{B-C}=c_p\cdot\ln\frac{T_C}{T_B}-R^*\cdot\ln\frac{P_C}{P_B}=-R^*\cdot\ln\frac{P_C}{P_B}=-\frac{8314.4}{29}\cdot\ln\frac{101325}{303975}=314.98\frac{J}{kg\,K}$$
$$q_{B-C}=T_C\cdot\Delta s_{B-C}=410.82*314.98=129.4\frac{kJ}{kg}$$

Ora che abbiamo sia il calore entrante che quello uscente, possiamo calcolare il rendimento del ciclo

$$\eta=1-\frac{|Q_f|}{|Q_c|}=1-\frac{111.064}{129.4}=0.142$$

2.Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature $T_1=27\,°C$ e $T_3=827\,°C$. Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico $M_m=28.9\frac{kg}{kmol}$). La temperatura di fine compressione è $T_2=300\,°C$. Si richiede di:

- calcolare il rendimento del ciclo;
- verificare se è possibile operare una rigenerazione;
- calcolare il rendimento del ciclo nel caso in cui la turbina abbia un rendimento di espansione isoentropica $\eta_T=0.8$

Sol.

Applichiamo la formula per il rendimento del ciclo Joule-Brayton nel caso ideale

$$\eta=\frac{L}{Q_C}=1-\frac{T_1}{T_2}=1-\frac{300.15}{573.15}=0.476$$

Affinché si possa operare una rigenerazione bisogna che la temperatura di fine espansione sia maggiore della temperatura di fine compressione, cioè $T_4>T_2$.

Sfruttando la formula generale per i cicli simmetrici $T_1\cdot T_3=T_2\cdot T_4$

ricaviamo $T_4=\frac{T_1\cdot T_3}{T_2}=576.13\,K=302.98\,°C>300\,°C$

Si può operare una rigenerazione, anche se i vantaggi pratici sono nulli vista la piccola differenza di temperatura.

Se la turbina ha un rendimento di $\eta_T=0.8$, allora l'espansione non è più isentropica.

$$\eta_T=\frac{\vec{L}_{reale}}{\vec{L}_{ideale}}=\frac{h_1-h_{2'}}{h_1-h_2}=\frac{\cancel{c_p}\cdot(T_3-T_{4'})}{\cancel{c_p}\cdot(T_3-T_4)}=\frac{T_3-T_{4'}}{T_3-T_4}$$ Ricordando che l'aria è un gas perfetto

$$T_{4'}=-\eta_T\cdot(T_3-T_4)+T_3=-0.8*(827-303)+827=407.8\,°C$$

Da cui possiamo ora ricavare il rendimento

$$\eta=1-\frac{T_{4'}-T_1}{T_3-T_2}=1-\frac{380.8}{527}=0.277$$

3.Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature di $T_1=300\,K$ e $T_3=1200\,K$. Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico $M_m=28.9\frac{kg}{kmol}$). La pressione p_1 all’ingresso del compressore è $P_1=100\,kPa$. Il calore fornito al ciclo è di $q_c=670\frac{kJ}{kg}$. Si determinino:

- Il lavoro specifico netto
- Il rendimento del ciclo

Sol.

Poichè la trasformazione 1 → 4 del ciclo è una isobara, $P_1 = P_4 = 100\, kPa$.

Anche la trasformazione 2 → 3 è isobara. Sapendo il calore che viene fornito al ciclo, calcoliamo la temperatura la differenza di temperatura.

$$q_c = c_p \cdot (T_3 - T_2) = \frac{7}{2} \cdot \frac{8.314}{28.9} \cdot (T_3 - T_2)$$

da cui

$$\Delta T_{23} = 670 \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{28.9}{8.314} = 665\, K$$

$$T_2 = T_3 - \Delta T_{23} = 535\, K$$

Abbiamo ora T_1 , T_2 e T_3 , sfruttando la proprietà dei cicli simmetrici possiamo calcolare T_4

$$T_4 = \frac{T_1 \cdot T_3}{T_2} = \frac{300 * 1200}{535} = 672.9\, K$$

Ora possiamo calcolare il rendimento

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{672.0 - 300}{1200 - 535} = 0.439$$

Calcoliamo il lavoro specifico

$$l = \eta \cdot q_c = 0.439 \cdot 670 \frac{kJ}{kg} = 294.3 \frac{kJ}{kg}$$

4. Si consideri una turbina a gas, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton ideale, con rapporto di
compressione r = 6. Il fluido di lavoro è aria. La temperatura all’ingresso del compressore è $T_1 = 280\, K$, mentre quella all’ingresso della turbina è di $T_3 = 1250\, K$. Determinare:

- La temperatura del gas all’uscita del compressore e all’uscita della turbina
- Il rapporto tra lavoro di compressione e lavoro fornito dalla turbina
- Il rendimento termodinamico.

Sol.

Possiamo in maniera immediata calcolare la temperatura in uscita dal compressore, essendo la trasformazione 1-2 isoentropica

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5} = 1.4$$

$$T_2=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_1=(r)^{\frac{0.4}{1.4}}\cdot 280=467.18\,K$$

Decidiamo di utilizzare il fatto che le trasformazioni 1 → 2 e 3 → 4 sono isentropiche (avremmo potuto anche usare l'equazione delle trasformazioni cicliche come nell'esercizio precedente)

$$\frac{T_3}{T_4}=\left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{k-1}{k}}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

poiché $P_2=P_3$ e $P_1=P_4$. Ricaviamo

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)=\left(\frac{T_3}{T_4}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}=\left(\frac{T_3}{T_4}\right)^{\frac{k}{k-1}\cdot\frac{k-1}{k}}=\frac{T_3}{T_4}$$

$$T_4=\frac{T_3\cdot T_1}{T_2}=749.18\,K$$

Ora calcoliamo il lavoro di turbina e compressore.

$$c_p=\frac{7}{2}\cdot\frac{8.314}{28.9}=1.007\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$\overleftarrow{l_c}=c_p\cdot(T_2-T_1)=1.007*(467.18-280)=188.49\,\frac{kJ}{kg}$$

$$\overrightarrow{l_t}=c_p\cdot(T_3-T_4)=1.007*(1250-749.18)=504.32\,\frac{kJ}{kg}$$

i segni sono entrambi positivi poiché una volta abbiamo calcolato un lavoro entrante(compressore) e una volta uscente (turbina)

$$\frac{|l_c|}{|l_t|}=\frac{188.49}{504.42}=0.374$$

$$\eta=1-\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}=0.40$$

5. Si consideri un ciclo a gas costituito da tre trasformazioni quasi-statiche: AB isobara a $p=5\text{bar}$ fino a $T_B=800\,K$, BC isoentropica fino a $T_C=200\text{K}$, CA isoterma. Considerando H_2 come fluido di lavoro, determinare il rendimento del ciclo.

Sol.

Calcoliamo il calore assorbito durante la trasformazione isobara.

$$R^*=\frac{R}{M_{H_2}}=\frac{8314.4\,\frac{J}{kmol\cdot{}^\circ K}}{2\,\frac{kg}{kmol}}=4157.2\,\frac{J}{kg\cdot K}$$

$$c_p=\frac{7}{2}R^*=14.5502\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$$

$\overleftarrow{q_{AB}}=c_p\cdot(T_B-T_A)=14.5502\cdot(800-200)=8730.12\,\frac{kJ}{Kg}$ ricordando che $T_A=T_C$

L'isentropica per definizione non scambia calore.

Calcoliamo la pressione in C

$$P_C=\left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{k}{k-1}}\cdot P_B=\left(\frac{200}{800}\right)^{\frac{1.4}{0.4}}\cdot 5\cdot 101325=3958\,Pa$$

$$s_A-s_C=c_p\cdot\ln\frac{T_A}{T_C}-R^*\cdot\ln\frac{P_A}{P_C}=-4.1572\cdot\ln\frac{5*101325}{3958}=-20.17\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$q_{CA}^{\rightarrow}=|s_A-s_C|\cdot T_A=20.17\cdot 200=4023\frac{kJ}{kg}$$

Il rendimento è quindi

$$\eta=\frac{L}{Q^{\leftarrow}}=\frac{Q^{\leftarrow}-Q^{\rightarrow}}{Q^{\leftarrow}}=\frac{4695.9}{8730.12}=0.538$$

6.La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Otto ad aria sono $P_1=1\,atm$ e $T_1=27°C$. Il rapporto di compressione volumetrico è $r_v=8$. Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore $q_C=2000\frac{kJ}{kg}$. Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e la massima temperatura raggiunta.

Sol.

Usiamo la formula del rendimento del ciclo Otto.

$$k=\frac{c_p}{c_v}=1.4$$

$$\eta=1-\frac{T_1}{T_2}=1-\frac{1}{r_v^{k-1}}=0.56$$

Conoscendo il rapporto di compressione tra 1 e 2 e sapendo che la trasformazione è isentropica, calcoliamo la temperatura in 2

$$T_2=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}\cdot T_1=8^{0.4}\cdot 300.15=689.56\,K$$

Sfruttando il fatto che la trasformazione 2 → 3 è isocora, calcoliamo T_3 , la temperatura massima

$$c_v=\frac{5}{2}\cdot\frac{8.314}{29}=0.717\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$q_C=c_v\cdot(T_3-T_2)$$

$$T_3=\frac{q_C}{c_v}+T_2=\frac{2000}{0.717}+689.56=3478.96\,K$$

7.La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Diesel ad aria sono $P_1=1\,atm$ e $T_1=27°C$. Il rapporto di compressione volumetrico è

$r_v = 15$. Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore $q_C = 2000 \frac{kJ}{kg}$. Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e la massima temperatura raggiunta.

Sol.

Calcoliamo T_2 , sfruttando la trasformazione isoentropica 1 → 2

$$k = \frac{c_p}{c_v} = 1.4$$

$$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} \cdot T_1 = 15^{0.4} \cdot 300.15 = 886.70\,K$$

E ora calcoliamo la temperatura massima, T_3 :

$$c_p = \frac{7}{2} \cdot \frac{8.314}{29} = 1.003 \frac{kJ}{kg\,K}$$

$$T_3 = \frac{q_C}{c_p} + T_2 = \frac{2000}{1.003} + 886.70 = 2880.72\,K$$

Cerchiamo ora T_4

$$\begin{cases} T_4 = \dfrac{P_4 \cdot T_1}{P_1} \\ P_3 = P_2 = \dfrac{P_1 \cdot r \cdot T_2}{T_1} \\ T_4 = \left(\dfrac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} \cdot T_3 \end{cases}$$ Per l'equazione dei gas perfetti e per la trasformazione isentropica

$$\frac{P_4 \cdot T_1}{P_1} = \frac{P_4^{\frac{k-1}{k}}}{\left(\dfrac{P_1 \cdot r \cdot T_2}{T_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}} \cdot T_3$$

$$\frac{\cancel{P_4} \cdot \cancel{T_1}}{\cancel{P_1}} = \frac{\cancel{P_4} \cdot P_4^{\frac{-1}{k}} \cdot \cancel{T_1} \cdot T_1^{\frac{-1}{k}}}{\cancel{P_1} \cdot P_1^{\frac{-1}{k}} \cdot (r \cdot T_2)^{\frac{k-1}{k}}} \cdot T_3$$

$$P_4^{\frac{1}{k}} = \frac{P_1^{\frac{1}{k}}}{T_1^{\frac{1}{k}} \cdot (r \cdot T_2)^{\frac{k-1}{k}}} \cdot T_3$$

$$P_4 = \sqrt[\frac{1}{k}]{\frac{P_1^{\frac{1}{k}}}{T_1^{\frac{1}{k}} \cdot (r \cdot T_2)^{\frac{k-1}{k}}} \cdot T_3} = \frac{P_1}{T_1 \cdot (r \cdot T_2)^{k-1}} \cdot T_3^k = \frac{101325}{300.15 \cdot 15^{0.4} \cdot 886.70^{0.4}} \cdot 2880.72^{1.4} = 527390.79\,K$$

$$T_4 = \frac{P_4}{P_1} \cdot T_1 = 1562.26\,K$$

Con il risultato appena trovato possiamo calcolare il rendimento del ciclo Diesel

$$\eta = 1 - \frac{q_f}{q_c} = 1 - \frac{c_v \cdot (T_4 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{0.717 \cdot 1262.11}{1.003 \cdot 1994.02} = 0.548$$

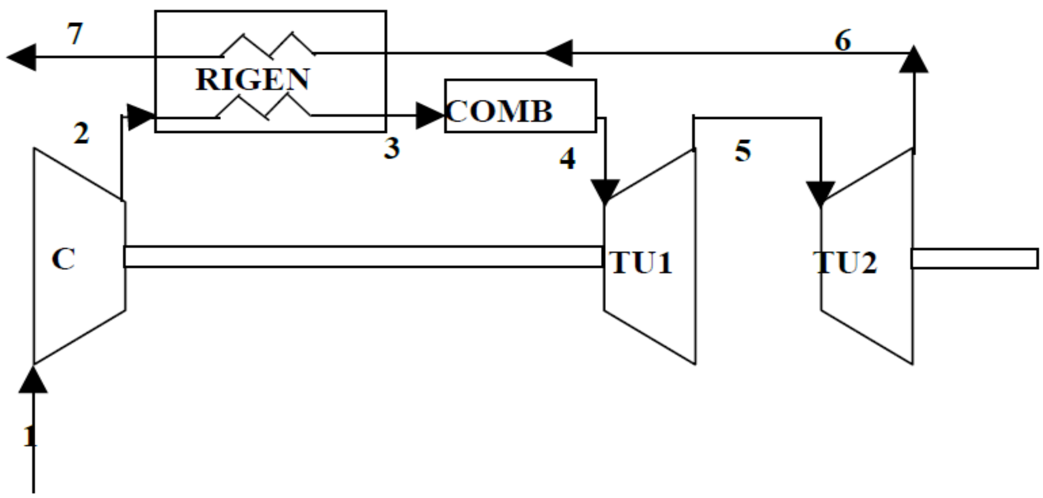
Nota:
Nel caso si fosse voluta evitare la trattazione analitica, si poteva ricorrere alle formule che derivano da essa.

$$\tau = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = 3.249$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \cdot \frac{\tau^k - 1}{k \cdot (\tau - 1)} = 0.548$$

8.Si consideri il sistema di turbina a gas in figura, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton
chiuso e internamente reversibile ad aria ($M_m = 28.9 \frac{kg}{kmol}$). Siano $P_1 = 100\,kPa$, $T_1 = 300\,K$, il rapporto di compressione $r_p = 6$ e $T_4 = 1600\,K$. Il compressore assorbe tutta e sola la potenza prodotta dalla turbina TU_1 mentre la turbina TU_2 produce potenza utile (netta) pari a $W_{TU_2} = 150\,kW$.
Tutti i componenti sono assunti essere ideali.
Si determinino:

- La pressione all'uscita della turbina TU_1 (P_5)
- Il lavoro specifico netto
- La portata di aria
- La temperatura T_3 all'ingresso del combustore
- Il rendimento termico del ciclo



Sol.

Calcoliamo T_2

$$k=\frac{c_p}{c_v}=1.4$$

$$T_2=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_1=(r_p)^{\frac{0.4}{1.4}}\cdot 300=500\,K$$

$P_4=P_3=P_2=r\cdot P_1=600\,kPa$ poiché il riscaldamento è isobaro.

Poichè il lavoro della turbina 1 è usato completamente dal compressore

$$c_p\cdot(T_2-T_1)+c_p\cdot(T_5-T_4)=0$$

$$T_5=T_1-T_2+T_4=1400\,K$$

$$P_5=\left(\frac{T_5}{T_4}\right)^{\frac{k}{k-1}}\cdot P_4=376\,KPa$$

Sapendo che il ciclo è simmetrico, sappiamo che $\frac{P_4}{P_6}=\frac{P_2}{P_1}=r_p$

per cui $P_6=\frac{P_4}{r_p}=100\,kPa$ (inoltre la trasformazione 1 → 4 nello schema del ciclo Joule-Brayton è isobara)

$$T_6=\left(\frac{P_6}{P_5}\right)^{\frac{k-1}{k}}\cdot T_5=959\,K$$

$l^{\rightarrow}=c_p\cdot(T_5-T_6)=1.003\cdot 440=441.66\frac{kJ}{Kg}$ essendo che il lavoro prodotto dal ciclo coincide con quello della seconda turbina.

$$W_{TU_2}=\dot{m}\cdot l^{\rightarrow}$$

$$\dot{m}=0.34\frac{Kg}{s}$$

Essendo il rigeneratore un componente ideale, $\varepsilon_r=1$

$$\varepsilon_r=\frac{T_3-T_2}{T_6-T_2}=1 \;\rightarrow\; T_3=T_6=959\,K$$

Calcoliamo infine il rendimento

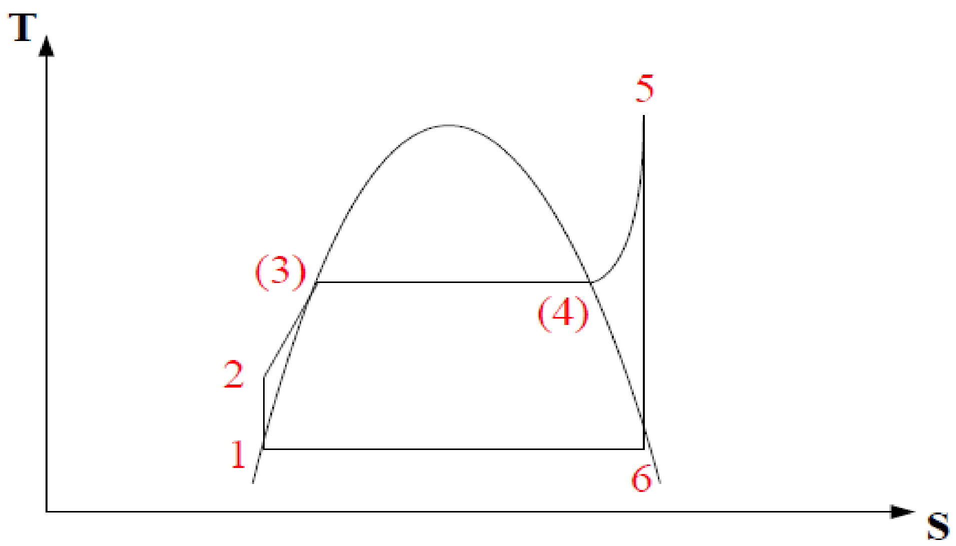
$$\eta=\frac{l^{\rightarrow}}{q_{\text{in}}}=\frac{l^{\rightarrow}}{c_p\cdot(T_4-T_3)}=0.687$$

Esercitazione 9

Oggetto: Cicli a vapore

1.Un impianto a ciclo Rankine con potenzialità di $600\,MW$ impiega acqua come fluido di lavoro. I limiti di pressione tra cui opera sono $P_{min}=0.05\text{bar}$ e $P_{max}=150\text{bar}$, mentre la temperatura massima del ciclo è $T_{max}=600\,°C$. All'uscita della pompa l'entalpia dell'acqua è $h=160\frac{kJ}{kg}$ mentre in turbina si ha una espansione isoentropica. Si chiede di calcolare il rendimento del ciclo e la portata di acqua dell'impianto.

Sol.



Del punto 5 sappiamo temperatura e pressione. Dalle tabelle vediamo che è vapore surriscaldato (come è lecito aspettarsi) essendo la $T_{sat\,@\,15\text{MPa}}=342.24$, e ricaviamo

$$s_5=6.6676\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$h_5=3582.3\frac{kJ}{kg}$$

$$q_c=h_5-h_2=3422.3\frac{kJ}{kg}$$

Sappiamo che $s_5=s_6$ e che $p_1=p_6$, per cui possiamo calcolare il titolo nel punto 6

$$x_6=\frac{s_5-s_{l\,@\,5\text{kPa}}}{s_{lv\,@\,5\text{kPa}}}=\frac{6.6676-0.4764}{7.9187}=0.782$$

$$h_6=h_{l\,@\,5\text{kPa}}+x\cdot h_{lv\,@\,5\text{kPa}}=137.82+0.782*2423.7=2033.15\frac{kJ}{kg}$$

$$\vec{l}_{turbina}=h_5-h_6=1549.15\frac{kJ}{kg}$$

Sappiamo che il punto 1 si trova lungo la curva di saturazione, per cui conoscendone la pressione possiamo leggerne dalle tabelle l'entalpia

$$h_1 = h_{l\,@\,5\mathrm{kPa}} = 137.82 \frac{kJ}{Kg}$$

E calcolare il lavoro del compressore

$$l^{\leftarrow}_{compressore} = h_2 - h_1 = 22.18 \frac{kJ}{kg}$$

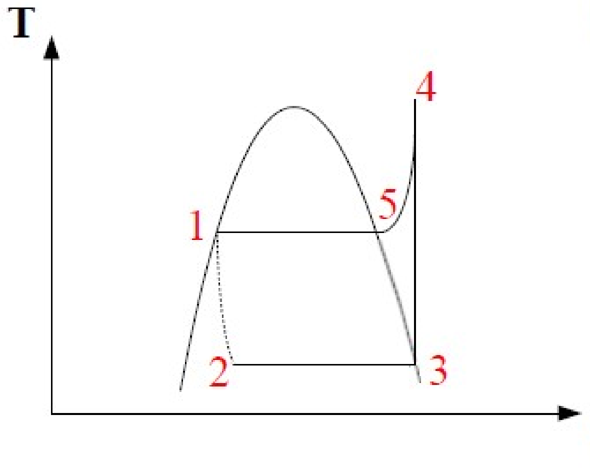
$$l^{\rightarrow}_{netto} = l^{\rightarrow}_{turbina} - l^{\leftarrow}_{compressore} = 1549.15 - 22.18 = 1526.97 \frac{kJ}{kg}$$

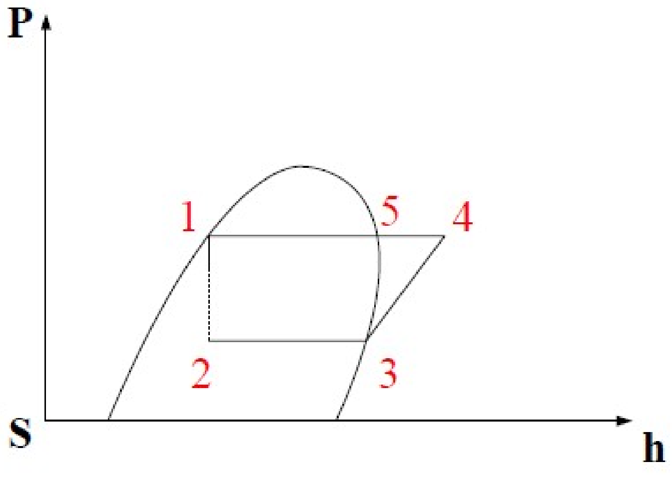
$$\eta = \frac{l^{\rightarrow}_{netto}}{q_c} = \frac{1526.97}{3422.3} = 0.446$$

$$\dot{m} = \frac{L^{\rightarrow}_{netto}}{l^{\rightarrow}_{netto}} = 600000 \frac{kJ}{s} \cdot \frac{1}{1526.97} \frac{kg}{kJ} = 392.94 \frac{kg}{s}$$

2.In un impianto frigorifero a vapore viene usato come fluido di lavoro R134a. Questo fluido entra in una valvola di laminazione a monte dell'evaporatore come liquido saturo a temperatura $T_1 = 40°C$ ed esce dall'evaporatore come vapore saturo secco a temperatura $T_3 = -8°C$, scambiando calore con una corrente d'acqua (liquido incomprimibile) che entra nel condensatore a temperatura $T_i = 50°C$ ed esce a temperatura $T_u = 5°C$. Si chiede di determinare la pressione all'uscita della valvola di laminazione ed il rapporto tra le portate di acqua e di Freon nell'evaporatore.

Sol.





Sappiamo che nel punto 1'R134a è liquido saturo, per cui dalle tabelle leggiamo

$$h_2 = h_1 = h_{l@40°C} = 106.19 \frac{kJ}{kg}$$

Sappiamo inoltre che nel punto 3 è vapore saturo, quindi troviamo

$$h_3 = h_{v@-8°C} = 242.54\,\frac{kJ}{kg}$$

$$\Delta h_{23} = h_3 - h_2 = 136.35\,\frac{kJ}{kg}$$

$$\dot{Q}^{\leftarrow}_{acqua} = \dot{m}_{acqua} \cdot c_{acqua} \cdot (T_1 - T_2) = \dot{m}_{R134a} \cdot \Delta h_{23}$$

$$\frac{m_{acqua}}{m_{R134a}} = \frac{\Delta h_{23}}{c_{acqua} \cdot (50-5)} = \frac{136.35}{4.186 \cdot 45} = 0.724$$

Sappiamo che la trasformazione 2 → 3 è isoterma e isobara, per cui

$$P_2 = P_3 = P_{Freon@-8°C} = 217.04\,kPa$$

3.In un impianto a ciclo Rankine di una centrale termoelettrica l'acqua, all'uscita della pompa, ha una temperatura $T_2 = 35°C$ e pressione $P_2 = 100\mathrm{bar}$; entra nella caldaia ove viene fornita potenza termica sino ad avere vapore surriscaldato con temperatura $T_5 = 600°C$. All'uscita dalla caldaia il vapore viene fatto espandere in una turbina adiabatica ed isoentropica sino alla pressione $P = 0.0234\mathrm{bar}$. Si chiede di determinare il calore ceduto all'acqua durante il riscaldamento in caldaia ed il lavoro prodotto dalla turbina (per unità di massa fluente).

Sol.

Il riscaldamento è isobaro, per cui andiamo a cercare nelle tabelle i valori di entalpia del vapore saturo

$$h_5 = h_{v@600°C,\,10\mathrm{MPa}} = 3625.3\,\frac{kJ}{kg}$$
$$s_5 = s_{v@600°C,10\mathrm{MPa}} = 6.9029\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

Calcoliamo il titolo al punto 6.

$$x_6 = \frac{s_5 - s_{l@\,2.34\mathrm{kPa}}}{s_{lv\,@2.34\mathrm{kPa}}} = 0.789$$

$$h_6 = h_{l@2.34\mathrm{kPa}} + x \cdot h_{lv\,@2.34\mathrm{kPa}} = 83.96 + 0.789 * 2454.1 = 2020.8\,\frac{kJ}{kg}$$

Il lavoro per unità di massa prodotto dalla turbina risulta quindi essere

$$l^{\rightarrow} = h_5 - h_6 = 3615.3 - 2020.8 = 1594\,\frac{kJ}{kg}$$

Sappiamo che il punto 1 si trovo lungo la curva di saturazione ed è alla stessa pressione del punto 6. Dalle tabelle scopriamo che $T_1 = 20°C$, $v_1 = v_2 = 0.001002$ poiché l'acqua è una buona approssimazione di un liquido incomprimibile.

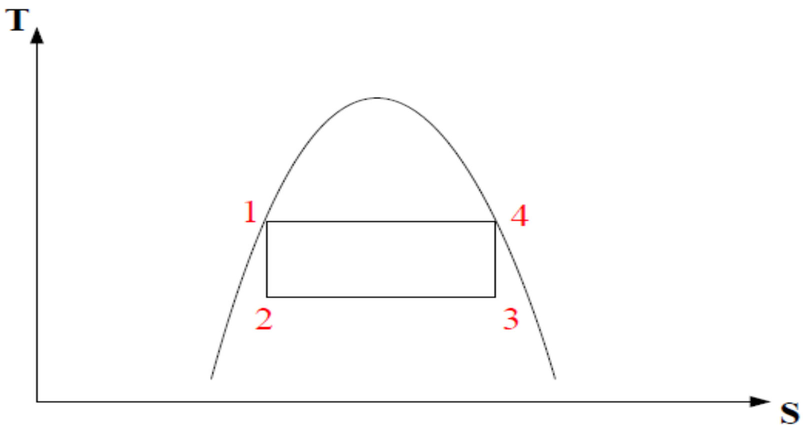
$$h_2 = h_1 + v \cdot \Delta P = 83.96 + 0.001002 * (10\text{MPa} - 0.1\text{MPa}) = 94 \frac{kJ}{kg}$$

$$\dot{q}^{\leftarrow} = h_5 - h_2 = 3625.3 - 94 = 3531.3 \frac{kJ}{kg}$$

4.Un pompa di calore ideale sfrutta un ciclo di Carnot che opera tra la una pressione minima $P_{min} = 0.01\text{bar}$ ed una pressione massima $P_{max} = 0.3\text{bar}$. Il fluido di lavoro è acqua. All'ingresso del condensatore il fluido è nello stato di vapore saturo secco mentre all'uscita è liquido saturo. Calcolare:

- L'efficienza della pompa di calore reversibile
- Il rapporto tra il lavoro del compressore ed il lavoro della turbina

Sol.



$$P_2 = P_3 = 1\text{kPa}$$
$$P_1 = P_4 = 30\text{kPa}$$

Sapendo dal testo che al punto 1 il fluido è liquido saturo e al punto 4 è vapore saturo, inoltre le trasformazioni 1 → 2 e 3 → 4 sono isentropiche ($s_1 = s_2$, $s_3 = s_4$), per cui

$$T_1 = T_4 = T_{@30\text{kPa}} = 69.10\,°C \qquad s_1 = s_{l@0.3\text{MPa}} = 0.9439 \frac{kJ}{kg\,K}$$
$$h_1 = h_{l@0.3\text{MPa}} = 289.23 \frac{kJ}{g} \qquad s_4 = s_{v@30\text{kPa}} = 7.7686 \frac{kJ}{kg\,K}$$
$$h_4 = h_{v@30\text{kPa}} = 2625.3 \frac{kJ}{kg}$$

calcoliamo al punto 2 e al punto 3 il titolo e la temperatura:

$$T_2 = T_3 = T_{@1\text{kPa}} = 6.98\,°C$$

$$x_2 = \frac{s_1 - s_{l@1\text{kPa}}}{s_{lv@1\text{kPa}}} = \frac{0.9439 - 0.1059}{8.8697} = 0.09$$

$$x_3 = \frac{s_4 - s_{l@1\text{kPa}}}{s_{lv@1\text{kPa}}} = \frac{7.7686 - 0.1059}{8.8696} = 0.864$$

Essendo la pompa reversibile, calcoliamo

$$COP_{PdC,rev} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{342.25\,K}{62.12\,K} = 5.51$$

Calcoliamo ora le entalpie dei punti restanti, e facciamo al differenza per trovare il lavoro della turbina a del compressore.

$$h_2 = h_{l@1\text{kPa}} + x_2 \cdot h_{lv@1\text{kPa}} = 29.30 + 0.09 * 2484.9 = 252.94 \frac{kJ}{kg}$$

$$h_3 = h_{l@1\text{kPa}} + x_3 \cdot h_{lv@1\text{kPa}} = 29.30 + 0.864 * 2484.9 = 2176.25 \frac{kJ}{kg}$$

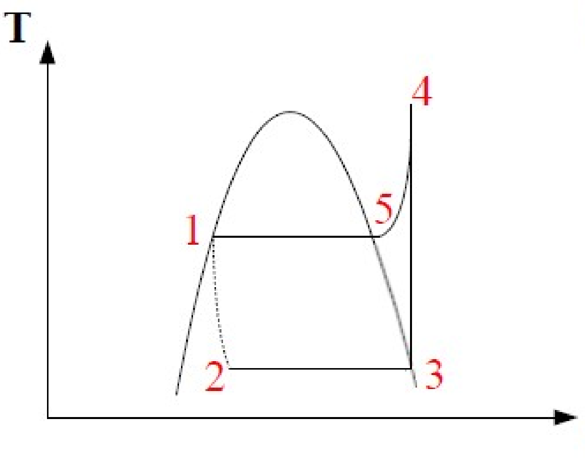
$$l^{\rightarrow}_{turbina} = h_1 - h_2 = 289.23 - 252.94 = 36.29 \frac{kJ}{kg}$$

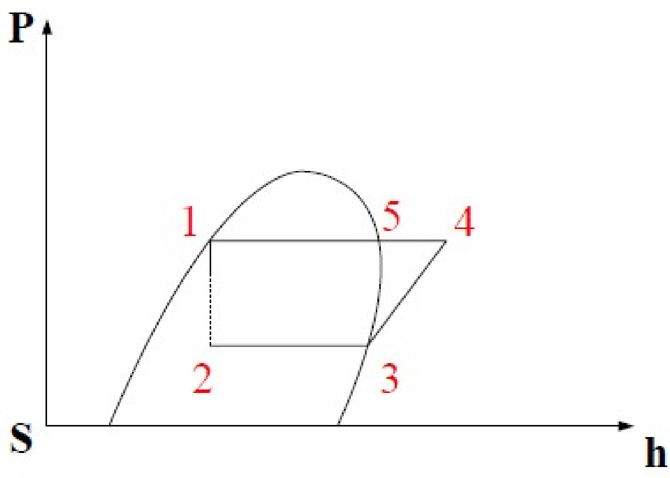
$$l^{\leftarrow}_{compressore} = h_4 - h_3 = 2625.3 - 2176.25 = 449.05 \frac{kJ}{kg}$$

$$\frac{l^{\leftarrow}_{compressore}}{l^{\rightarrow}_{turbina}} = \frac{449.05}{36.29} = 12.37$$

5.In un impianto frigorifero a vapore (R134a) si ha una temperatura di evaporazione $T_2 = -28\,°C$ ed una pressione massima $P_1 = 8\text{bar}$. Si chiede di determinare l'efficienza frigorifera del ciclo, la portata di fluido refrigerante, la potenza ceduta dal condensatore e l'entropia prodotta per irreversibilità nella valvola di laminazione sapendo che la potenza termica che deve essere asportata dalla sorgente inferiore è $Q_F = 200\,kW$.

Sol.





$$P_1 = P_5 = P_4 = 0.8\,MPa$$

Il testo ci dice che la temperatura di evaporazione è -28 °C, per cui sappiamo che il fluido uscito dall'evaporatore (al punto 3) è vapore saturo a temperatura -28°C. Dalle tabelle

$$P_3 = 0.01\text{MPa}$$
$$s_3 = s_{v@-28°C} = 0.9411 \frac{kJ}{kg\,K}$$
$$h_3 = h_{v@-28°C} = 230.38 \frac{kJ}{kg}$$

Anche il punto 1 è sulla curva di saturazione, per cui possiamo usare le tabelle

$$T_1 = 32°C$$
$$s_1 = s_{l@0.8\text{MPa}} = 0.3490 \frac{kJ}{kg\,K}$$
$$h_1 = h_{l@0.8\text{MPa}} = 94.39 \frac{kJ}{kg}$$

Ora calcoliamo il titolo al punto 2:

$$x_2 = \frac{h_1 - h_{l@-28°C}}{h_{lv@-28°C}} = \frac{94.39 - 14.37}{216.01} = 0.37$$
$$s_2 = s_{l@-28°C} \cdot (1 - x_2) + x_2 \cdot s_{lv@-28°C} = 0.06 * (1 - 0.37) + 0.37 * 0.9411 = 0.386 \frac{kJ}{kg\,K}$$
$$h_2 = h_{l@-28°C} + x_2 \cdot h_{lv@-28°C} = 14.37 + 0.37 * 216.01 = 94.29 \frac{kJ}{kg}$$

$$\Delta s_{valvola} = 0.386 - 0.349 = 0.037 \frac{kJ}{kg\,K}$$

$$Q_f = \dot{m} \cdot (h_3 - h_2) = 200\,kW$$
$$\dot{m} = \frac{200}{230.38 - 94.29} = 1.47 \frac{kg}{s}$$

$$\Delta \dot{S}_{valvola} = \dot{m} \cdot \Delta s_{valvola} = 0.0544 \frac{kJ}{s \cdot K}$$

Sapendo che $s_4 = s_3$ e che $P_4 = 0.8\,MPa$ cerchiamo nelle tabelle l'entalpia Nelle tabelle per la pressione a 0.8MPa non troviamo il valore esatto di entropia che dobbiamo cercare, ma ne troviamo un vicino. L'entalpia che corrisponde a quell'entropia è circa

$$h_4 = h_{@45°C,\,0.8\text{MPa}} = 275 \frac{kJ}{kg}$$

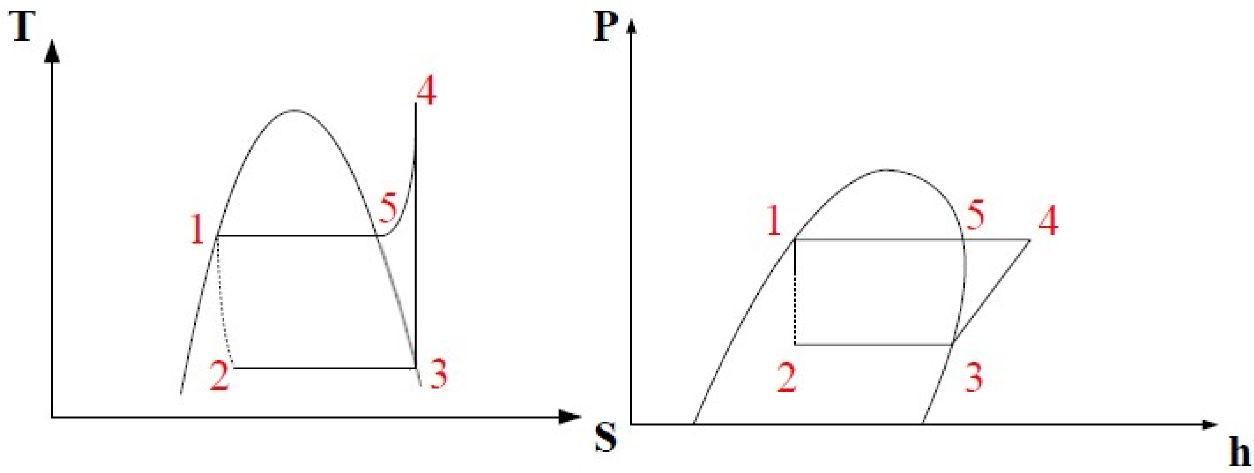
$$\dot{L} = \dot{m} \cdot (h_4 - h_3) = 1.46 * (275 - 230.38) = 65.15\,W$$

$$COP_F = \frac{\dot{Q}_f}{\dot{L}} = \frac{200}{65.15} = 3.07$$

$$\dot{Q}_{condensatore} = \dot{m} \cdot (h_4 - h_1) = 1.46 * (275 - 94.39) = 263.69\,W$$

6.Una pompa di calore operante con R134a fornisce $15\,kW$, necessari per mantenere un edificio alla temperatura $T_C = 20°C$ mentre l’ambiente esterno è a $T_F = 5°C$. La pressione di funzionamento nell’evaporatore è $P_2 = 2.4 \text{bar}$ mentre all’uscita del condensatore si ha liquido saturo a pressione $P_1 = 8 \text{bar}$. Determinare la portata di fluido refrigerante, la potenza meccanica richiesta dal compressore, l’efficienza della pompa di calore, l’efficienza di una pompa di calore che operi reversibilmente, l’entropia prodotta per irreversibilità nel sistema.

Sol.



$$P_1 = P_5 = P_4 = 0.8\, MPa$$
$$P_2 = P_3 = 0.24\, MPa$$

I punti 1 e 3 sono sulla curva di saturazione. Dalle tabelle bisogna interpolare

$$T_1 = 31.33\,°C$$
$$h_1 = h_{l@0.8\,MPa} = 93.42\,\frac{kJ}{kg}$$
$$s_1 = s_{l@0.8\,MPa} = 0.3490\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$T_3 = T_2 = -5.37\,°C$$
$$h_3 = h_{v@0.24MPa} = 244.09\,\frac{kJ}{kg}$$
$$s_3 = s_4 = s_{v@0.24\,MPa} = 0.9222\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

Cerchiamo l'entalpia al punto 4 come nell'esercizio precedente

$$h_4 = h_{@0.8\text{MPa},35°C} = 269\,\frac{kJ}{kg}$$

$$\dot{Q}_c^{\rightarrow} = \dot{m} \cdot (h_4 - h_1)$$
$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_c^{\rightarrow}}{h_4 - h_3} = 15\,\frac{kW}{269 - 93.42} = 0.085\,\frac{kg}{s}$$

$$\dot{L}^{\leftarrow}_{compressore} = \dot{m} \cdot (h_4 - h_3) = 0.085 * (269 - 244.09) = 2.12\,kW$$

$$COP_{PdC} = \frac{Q_{cond}}{L} = 15\,\frac{kW}{2.12}\,kW = 7.07$$
$$COP_{PdC,rev} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{293.15}{15} = 19.54$$

Ora facciamo il bilancio di entropia
$$\dot{Q}_f = \dot{m} \cdot (h_3 - h_2) = 12.81\, Q_f$$

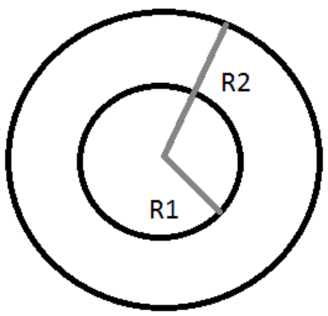
$$\frac{dS}{dt} = \frac{-\dot{Q}_f}{T_f} + \frac{\dot{Q}_c}{T_c} + \dot{S}_{irr} = 0$$
poiché è una macchina ciclica.

$$\frac{12.81}{278.15} - \frac{15}{293.15} = -\dot{S}_{irr}$$
$$\dot{S}_{irr} = \frac{15}{293.15} - \frac{12.81}{278.15} = 5.11\,\frac{W}{K}$$

Esercitazione 10
Oggetto: Conduzione

1.Determinare la resistenza termica complessiva di un condotto cilindrico di lunghezza $L = 10\,m$,
diametro interno $D_i = 4\,mm$ e spessore $s = 1\,mm$, realizzato in un materiale avente conduttività termica $k = 25\,\frac{W}{m \cdot K}$.

Sol.



Dal postulato di Fourier

$\dot{Q}=-k\cdot A\cdot\frac{dT}{dr}$, con il segno meno che tiene conto del fatto che il flusso di calore va nel senso in cui $\frac{dT}{dr}$ diminuisce, $A=2\cdot\pi\cdot r\cdot L$

Ora integriamo

$$\int_{r_1}^{r_2}\dot{Q}\cdot\frac{dr}{r}=\int_{T_1}^{T_2}-k\cdot 2\pi\cdot L\cdot dT$$

$$\dot{Q}=2\pi\cdot L\cdot k\cdot\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

Poichè la resistenza termica è data dall'equazione

$$\dot{Q}=-\frac{1}{R}\cdot(T_2-T_1)$$

$$R=\frac{1}{\dot{Q}}\cdot(T_1-T_2)=\frac{1}{2\pi Lk}\cdot\frac{\ln\frac{r_2}{r_1}}{\cancel{T_1-T_2}}\cdot\cancel{(T_1-T_2)}=\frac{1}{2\pi Lk}\cdot\ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$r_1=\frac{0.004}{2}m$$

$$r_2=r_1+s=0.003\,m$$

$$R=\frac{1}{2\pi\cdot 10\cdot 25}\cdot\ln\frac{0.003}{0.002}=2.58\cdot 10^{-4}\frac{K}{W}$$

2.Sia dato un cilindro indefinito cavo con raggio interno $R_1=10\,cm$ e raggio esterno $R_2=15\,cm$ realizzato con materiale di conduttività termica $k=10\frac{W}{m\cdot K}$. La superficie interna del cilindro ha una temperatura $T_1=120\,°C$ mentre sulla superficie esterna è $T_2=20\,°C$. Si chiede di determinare l'espressione della distribuzione di temperatura ed il valore di questa per $r=12\,cm$.

Sol.

Sfruttiamo nuovamente l'equazione di Fourier

$$\dot{Q}=-k\cdot A\cdot\frac{dT}{dr}$$

Quindi, il calore trasmesso per conduzione attraverso lo spessore del condotto è costante ed uguale a $\dot{Q}=2\pi\cdot L\cdot k\cdot\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$

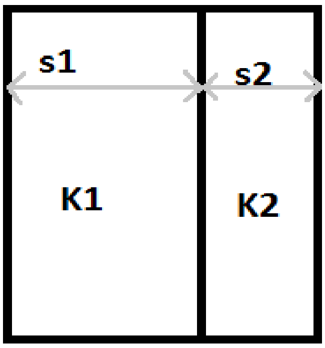
Essendo che il calore scambiato è costante lungo tutto il volume di scambio, possiamo trovare la temperatura di un qualunque punto imponendo

$$\dot{Q}=\cancel{2\pi\cdot L\cdot k}\cdot\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}}=\cancel{2\pi\cdot L\cdot k}\cdot\frac{T_1-T_r}{\ln\frac{r}{r_1}}$$, da cui

$$T_r=T_1-\ln\frac{r/r_1}{\ln r_2/r_1}\cdot(T_1-T_2)=120-\frac{\ln 0.12/0.10}{\ln 0.15/0.10}(120-20)=75.0\,°C$$

3.Determinare il flusso termico areico che attraversa una parete piana indefinita composta da due
strati: il primo ha spessore $s_1=25\,cm$ e conduttività termica $k_1=8\frac{W}{m\,K}$
mentre il secondo ha spessore $s_2=12\,cm$ e conduttività termica $k_2=10\frac{W}{m\,K}$.
Le due superfici esterne della parete sono rispettivamente a temperatura $T_1=120\,°C$ e $T_2=20\,°C$.

Sol.



Riportandoci al postulato di Fourier e integrando

$$\dot{Q}=-k\cdot A\cdot\frac{dT}{dr}\qquad\int_0^L\dot{Q}\cdot dx=\int_{T_1}^{T_2}-k\cdot A\cdot dT$$

$$\dot{Q}=-\frac{k\cdot A}{L}\cdot(T_2-T_1)$$

$$\dot{Q}=\frac{1}{R}\cdot(T_1-T_2)$$, per cui $R=\frac{L}{k\,A}$

Quando una parete è multistrato, le resistenze dei singoli strati si comportano come se fossero in serie, per cui si possono sommare per ottenere la resistenza totale.

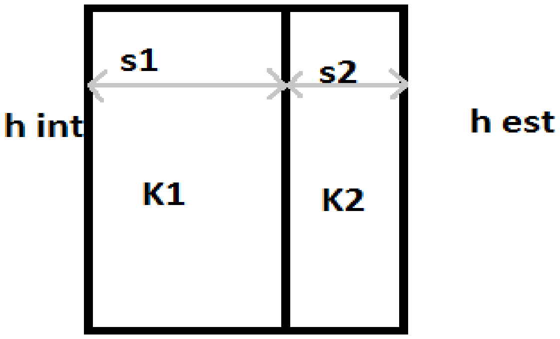
$$R_{tot}=R_1+R_2=\frac{s_1}{K_1\cdot A}+\frac{s_2}{K_2\cdot A}=\frac{s_1\cdot K_2+s_2\cdot K_1}{K_1\cdot K_2\cdot A}$$

$$\Phi=\frac{\dot{Q}}{A}=\frac{T_1-T_2}{R_{tot}\cdot A}=\frac{T_1-T_2}{\cancel{A}}\cdot\frac{K_1\cdot K_2\cdot\cancel{A}}{(s_1\cdot K_2+s_2\cdot K_1)}=\frac{(120-20)*(8*10)}{0.25*10+0.12*8}=2312.14\frac{W}{m^2}$$

4.Determinare la resistenza termica complessiva di una parete piana di superficie $S=4\,m^2$ e
realizzata con due strati di spessore $s_1=s_2=20\,cm$ di materiali di conduttività termica $k_1=20\frac{W}{m\,K}$ e $k_2=4\frac{W}{m\,K}$ rispettivamente. Sulla superficie interna si

ha un coefficiente convettivo $h_i = 100 \frac{W}{m^2 K}$ mentre sulla superficie esterna si ha un coefficiente convettivo $h_e = 30 \frac{W}{m^2 K}$.

Sol.



Poichè avviene anche uno scambio termico convettivo, la potenza termica scambiata vale

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot (T_i - T_e)$$

$$R = \frac{1}{h \cdot A}$$

Anche in questo caso le resistenze si considerano in serie

$$R_{tot} = \frac{1}{h_i \cdot A} + \frac{s_1}{K_1 \cdot A} + \frac{s_2}{K_2 \cdot A} + \frac{1}{h_e \cdot A} = \frac{1}{100 * 4} + \frac{0.20}{20 * 4} + \frac{0.20}{4 * 4} + \frac{1}{30 * 4} = 0.0258 \frac{K}{W}$$

5.Determinare il raggio critico di isolamento per un condotto in acciaio rivestito da uno strato di

isolante ed immerso in un fluido con coefficiente convettivo $h = 15 \frac{W}{m^2 K}$. Sono note le

proprietà dell'acciaio e dell'isolante: $K_{acc} = 15 \frac{W}{m K}$, $\rho_{acc} = 7800 \frac{kg}{m^3}$,

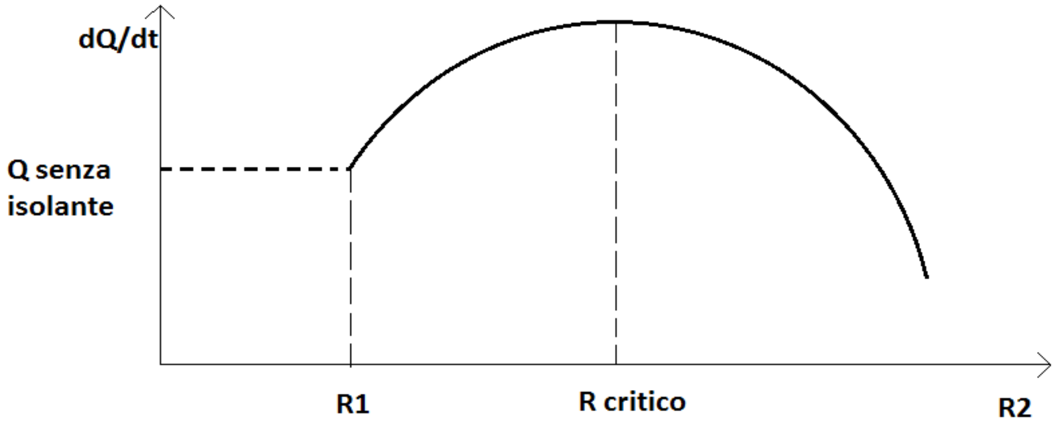
$c_{acc} = 1 \frac{kJ}{kg K}$, $K_{is} = 0.3 \frac{W}{m K}$, $\rho_{is} = 1200 \frac{kg}{m^3}$, $c_{is} = 0.6 \frac{kJ}{kg K}$.

Sol.

In un tubo cilindrico(o in una sfera) l'aggiunta di un materiale isolante al suo esterno ha un duplice effetto contrastante:

- aumenta la resistenza alla conduzione in quanto aumenta $\ln \frac{r_2}{r_1}$
- diminuisce la resistenza alla convezione perché aumenta la superficie di scambio termico A

Poichè i due effetti sono opposti, esiste un $r_{critico}$ per il quale è massimo il trasporto di calore.



$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{is} + R_{conv}} = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{\ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi L K_{is}} + \frac{1}{h 2\pi r_2 L}}$$

$$\frac{d\dot{Q}}{d r_2} = 0 \quad \rightarrow \quad r_{critico} = \frac{K_{is}}{h} = \frac{0.3}{15} = 0.02\, m = 2\, cm$$

6.Una parete di spessore $L = 10\, cm$ e superficie $S = 5\, m^2$ è attraversata da un flusso termico areico $\Phi = 6000 \frac{W}{m^2}$. Sapendo che la superficie, a temperatura $T_S = 110\,°C$, è lambita da un fluido con temperatura $T_\infty = 30\,°C$ determinare il coefficiente convettivo.

Sol.

$$\Phi = \frac{\dot{Q}}{A}$$
$$\dot{Q} = 6000 * 5 = 30\, kW$$

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) \quad \rightarrow \quad h = \frac{\dot{Q}}{A \cdot (T_s - T_\infty)} = \frac{30000}{5 * (110 - 30)} = 75 \frac{W}{m\,K}$$

7.Determinare la resistenza termica di una parete piana multistrato di superficie $S = 3\, m^2$ realizzata con materiali di spessori e conduttività termica noti. $L_1 = 0.5\, cm$, $K_1 = 0.2 \frac{W}{mK}$; $L_2 = 10\, cm$, $K_2 = 3.7 \frac{kcal}{mhK}$; $L_3 = 10\, mm$, $K_3 = 2 \frac{W}{m\,K}$.

Sol.

$$R_{tot} = \frac{1}{S} \cdot \left(\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2} + \frac{L_3}{K_3} \right) = \frac{1}{3} * \left(\frac{0.005}{0.2} + \frac{0.1}{3.7 * 4186/3600} + \frac{0.01}{2} \right) = 0.017752 \frac{K}{W}$$

8.Il vetro di una finestra ha spessore $s=6\,mm$ e separa un locale a temperatura $T_i=20\,°C$ dall'ambiente esterno alla temperatura $T_e=5\,°C$. La conduttività termica del vetro è $k=1.2\,\frac{W}{m\,K}$, mentre i coefficienti di scambio termico convettivo all'interno e all'esterno sono, rispettivamente, $h_i=15\frac{W}{m^2\,K}$ e $h_e=5\frac{W}{m^2\,K}$.

Calcolare:

- il flusso termico trasmesso attraverso la lastra di vetro
- la temperatura della faccia interna del vetro

Sol.

$$R_{tot}=\frac{1}{A}\cdot\left(\frac{1}{h_i}+\frac{s}{K}+\frac{1}{h_e}\right)=\frac{1}{A}\left(\frac{1}{15}+\frac{0.006}{1.2}+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{A}\cdot 0.2716\,\frac{K}{W}$$

$$\dot{Q}=\frac{1}{R_{tot}}\cdot(T_i-T_e)=\frac{A}{0.2716}\cdot(T_i-T_e)$$

$$\Phi=\frac{\dot{Q}}{A}=\frac{\frac{\cancel{A}}{0.2716}\cdot(T_i-T_e)}{\cancel{A}}=\frac{1}{0.2716}\cdot(20-5)=55.23\,\frac{W}{m^2\,K}$$

Per calcolare la temperatura della faccia interna del vetro, sfruttiamo il fatto che la potenza termica che fluisce dall'esterno all'interno è costante in ogni punto del materiale lungo cui fluisce

$$\frac{\dot{Q}}{A}=\frac{1}{R\cdot A}\cdot(T_i-T_{fin})$$

$$R=\frac{1}{A\,h_i}$$

$$T_{fin}=T_i-\frac{\Phi}{\cancel{A}\,h_i}\cdot\cancel{A}=20-\frac{55.23}{15}=16.32\,°C$$

9. Una parete piana indefinita di un forno industriale ha una superficie complessiva $S=15\,m^2$ ed è costituita da tre stati. L’interno del forno si trova alla temperatura $T_i=900\,°C$, mentre l’ambiente esterno si trova alla temperatura $T_e=20\,°C$. La parete affacciata all’interno del forno ha spessore $L_1=60\,cm$ ed è realizzata con mattoni refrattari con conduttività termica $k_1=3\frac{W}{(m\cdot K)}$; lo strato intermedio ha spessore $L_2=30\,cm$ ed è realizzata con materiale isolante avente conduttività termica $k_2=0.1\frac{W}{(m\,K)}$; la parete esterna ha spessore $L_3=2\,cm$ ed è realizzata in acciaio con conduttività termica $k_3=20\frac{W}{(m\,K)}$.

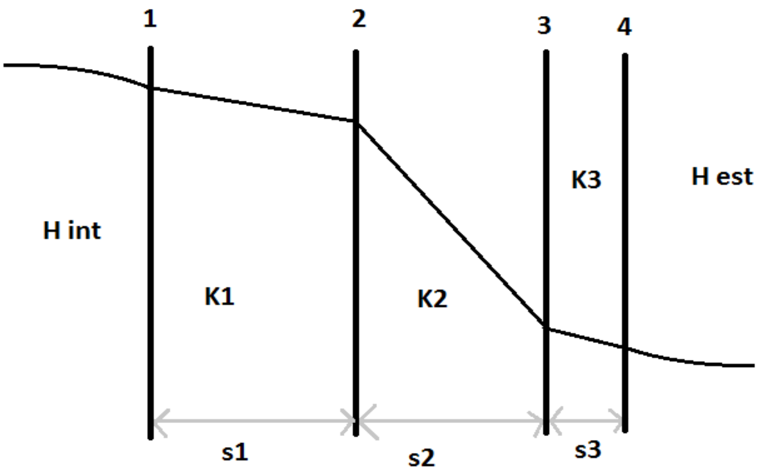
Nell’ipotesi che la parete sia in condizioni stazionarie e che i coefficienti scambio termico convettivo valgano $h_i=h_e=10\frac{W}{(m^2\,K)}$:

- determinare la resistenza termica complessiva della parete;
- determinare la potenza termica trasmessa verso l'esterno;
- rappresentare graficamente la distribuzione di temperatura nella parete;
- determinare la massima temperatura nello strato isolante.

Sol.

$$R_{tot}=\frac{1}{A}\cdot\left(\frac{1}{h_i}+\frac{L_1}{K_1}+\frac{L_2}{K_2}+\frac{L_3}{K_3}+\frac{1}{h_e}\right)=0.2267\,\frac{K}{W}$$

$$\dot{Q}=\frac{1}{R}\cdot(T_i-T_e)=\frac{1}{0.2267}\cdot(900-20)=3881.8\,W$$



La temperatura massima si ha nella parte più vicina alla fornace dell'isolante. Per cui la resistenza opposta fino a quel punto sarà quella convettiva più quella del materiale refrattario.

$$R=\frac{1}{A h_i}+\frac{L_1}{A K_1}=0.02\,\frac{K}{W}$$
$$T_2=T_i-\dot{Q}\cdot R=900-3881.8*0.02=822.36\,°C$$

$$T_1=T_i-\frac{\dot{Q}}{A}\cdot\frac{1}{h_1}=900-\frac{3881.8}{150}=874.12\,°C$$
$$T_3=T_i-\frac{\dot{Q}}{A}\cdot\left(\frac{1}{h_1}+\frac{s_1}{K_1}+\frac{s_2}{K_2}\right)=900-3881.8*0.22=46\,°C$$
$$T_4=T_i-\frac{\dot{Q}}{A}\cdot\left(\frac{1}{h_1}+\frac{s_1}{K_1}+\frac{s_2}{K_2}+\frac{s_3}{K_3}\right)=900-3881.8*0.22007=45.75\,°C$$

Esercitazione 11
Oggetto: Conduzione

1.La parete di un forno ha uno spessore $s=20\,cm$ di materiale refrattario con conduttività termica pari a $K_r=12\frac{W}{m\,K}$ ed è isolata con materiale composito con conduttività termica pari a $K=0.3\frac{W}{m\,K}$. La temperatura della superficie interna del forno è di 900 °C, mentre quella dell'aria esterna è di 25 °C. Nell'ipotesi che il forno sia a regime e che il coefficiente di scambio termico sia pari a $h_e=10\frac{W}{m^2 K}$, determinare:

- lo spessore di isolamento necessario affinché il flusso termico disperso dal forno sia minore di $\Phi=800\frac{W}{m^2}$;
- la temperatura raggiunta dalla superficie esterna dell'isolamento.

Sol.

Poichè il flusso termico è uguale per tutti i materiali che attraversa, possiamo calcolare lo spessore del materiale isolante

$$\Phi=\frac{K_{12}}{s}\cdot(T_1-T_2)$$

$$T_{r,is}=T_i-\frac{\Phi\cdot s_r}{K}=886.67\,°C$$

$$T_{is,e}=T_e+\frac{\Phi}{h_e}=105\,°C$$

$$s_{is}=\frac{K}{\Phi}\cdot(T_{r,is}-T_{is,e})=\frac{0.3}{800}\cdot(886.67-105)=0.293\,m$$

2.Un tubo di acciaio di 8 cm di diametro interno e con uno spessore di parete di 5.5 mm (conduttività termica pari a $K_{acc}=47\frac{W}{m\,K}$) ha una temperatura della superficie interna pari a 250 °C. Il tubo è coperto con uno strato di 9 cm di isolante con conduttività termica di $K_{is1}=0.5\frac{W}{m\,K}$ seguito da un altro strato di 4 cm di isolante con conduttività termica di $K_{is2}=0.25\frac{W}{m\,K}$. La temperatura della superficie più esterna dell'isolante è di 20 °C. Determinare:

- la potenza termica dissipata per unità di lunghezza del tubo;
- le temperature alle due interfacce

Sol.

Ricorriamo al postulato di Fourier

$\dot{Q}=-k\cdot A\cdot\frac{dT}{dr}$, ricordando che l'area del tubo è $A=2\cdot\pi\cdot r\cdot L$

Integriamo ora la potenza termica per unità di lunghezza

$$\frac{\dot{Q}}{L}=\frac{-k\cdot 2\cdot\pi\cdot r\cdot L}{L}\cdot\frac{dT}{dr}$$

$$\int_{r_i}^{r_e} \frac{\dot{Q}}{r \cdot L} dr = \int_{T_1}^{T_2} -k \cdot 2 \cdot \pi \cdot dT$$

Ricordiamo che nel primo integrale integriamo lungo il raggio e poiché la lunghezza della sbarra non dipende dal raggio, possiamo considerare L una costante.

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{k \cdot 2 \cdot \pi \cdot (T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_e}{r_1}}$$

$$\frac{R}{L} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_1}}{k \cdot 2 \cdot \pi}$$

$$\frac{R_{tot}}{L} = \frac{\ln \frac{0.08/2 + 0.0055}{0.08/2}}{47 * 2 * \pi} + \frac{\ln \frac{0.09 + 0.0455}{0.0455}}{0.5 * 2 * \pi} + \frac{\ln \frac{0.1355 + 0.04}{0.1355}}{0.25 * 2 * \pi} = 0.516 \frac{K}{W}$$

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{1}{R_{tot}} \cdot (T_i - T_e) = \frac{1}{0.516} \cdot (250 - 20) = 445.73 \frac{W}{m}$$

$$\frac{R_{tubo}}{L} = \frac{\ln \frac{0.08/2 + 0.0055}{0.08/2}}{47 * 2 * \pi} = 0.0004362 \frac{K}{W}$$

$$T_{t,is1} = T_i - \frac{R_{tubo}}{L} \cdot \dot{Q} = 249.8 °C$$

$$\frac{R_{is2}}{L} = \frac{\ln \frac{0.1355 + 0.04}{0.1355}}{0.25 * 2 * \pi} = 0.16467 \frac{K}{W}$$

$$T_{is2,e} = T_e + \frac{R_{is2}}{L} \cdot \dot{Q} = 93.4 °C$$

3.Determinare il numero di Biot per un corpo sferico (R = 10 cm) realizzato in acciaio ($K_S = 15 \frac{W}{m\,K}$, $\rho_S = 7800 \frac{kg}{m^3}$, $c_S = 0.2 \frac{kJ}{kg\,K}$) e lambito da un fluido con proprietà termofisiche note ($K_f = 2 \frac{W}{m\,K}$, $\rho_f = 800 \frac{kg}{m^3}$, $c_f = 2 \frac{kJ}{kg\,K}$) con un coefficiente convettivo $h = 80 \frac{W}{m^2 K}$.

Sol.

$$Lc = \frac{V}{A} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3}{4 \cdot \pi \cdot R^2} = \frac{R}{3} = 0.0\overline{3}$$

$$Bi = \frac{h \cdot Lc}{K_s} = \frac{80 \cdot 0.0\overline{3}}{15} = 0.1778$$

4.Determinare il numero di Biot per un cubo (L= 20 cm) realizzato in rame (

$K_{Cu}=300\frac{W}{m\,K}$, $\rho_{Cu}=7200\frac{kg}{m^3}$, $c_{Cu}=0.4\frac{kJ}{kg\,K}$). Il cubo è appoggiato con una faccia ad una superficie adiabatica mentre le altre facce sono lambiti da un fluido con proprietà termofisiche note ($K_f=0.6\frac{W}{m\,K}$, $\rho_f=800\frac{kg}{m^3}$, $c_f=4\frac{kJ}{kg\,K}$) e con un coefficiente convettivo $h=80\frac{W}{m^2 K}$.

Sol.
Poichè una faccia è adiabatica, essa non contribuisce allo scambio di calore lungo la sua superficie

$$Lc=\frac{V}{A}=\frac{L^3}{5L^2}=\frac{L}{5}=0.04\,m$$

$$Bi=\frac{h\cdot Lc}{K_{Cu}}=\frac{80\cdot 0.04}{300}=0.01067$$

5.Delle sfere di acciaio con diametro $D=10\,mm$ subiscono un trattamento di tempra che consiste nel riscaldamento fino alla temperatura $T_i=1100\,K$ seguito dal lento raffreddamento a $T_f=420\,K$ in una corrente di aria con temperatura $T_\infty=50°C$ e velocità $w_\infty=0.3\frac{m}{s}$. Nel caso in cui il coefficiente di scambio convettivo tra la corrente d'aria e le sferette sia $h=20\frac{W}{m^2 K}$, determinare:

- il tempo richiesto dal processo di raffreddamento;
- l'effettivo coefficiente di scambio convettivo medio tra aria e sferetta utilizzando la correlazione: $Nu=[2+(0.44\,\mathrm{Re}^{0.5}+0.066\,\mathrm{Re}^{0.667})Pr^{0.4}]$

Proprietà termofisiche dell'acciaio: conduttività termica $k_m=40\frac{W}{m\,K}$ densità $\rho_m=7800\frac{kg}{m^3}$ calore specifico $c=600\frac{J}{kg\,K}$

Proprietà termofisiche dell'aria: conduttività termica $k_a=0.03\frac{W}{m\,K}$ densità $\rho_a=0.995\frac{kg}{m^3}$ calore specifico $c_p=1008.6\frac{J}{kg\,K}$ viscosità $\rho_a=20.822\mathrm{cdot}10^{-6}\frac{kg}{m\,s}$

Sol.

$$Lc=\frac{V}{A}=\frac{R}{3}=0.00167\,m$$

$$Bi=\frac{h\cdot Lc}{k_m}=\frac{20*0.00167}{40}=0.00083$$

$Bi\ll 0.1$ per cui possiamo applicare lo studio a parametri concentrati

$$\frac{T(t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}=e^{b\cdot t} \quad , \quad b=\frac{h\cdot A}{\rho_m\cdot V\cdot c_m}$$

$$\ln \frac{T(t)-T_\infty}{T_i-T_\infty} = -\frac{h \cdot A}{\rho_m \cdot V \cdot c_m} \cdot t$$

$$t = -\frac{\rho_m \cdot Lc \cdot c_m}{h} \cdot \ln \frac{T_f - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 811\, s = 13\, min\, 31\, s$$

Sfruttando la formula fornita nei dati, ricaviamo Nu. Quindi risaliamo a h_{eff} tra aria e sfera

$$Nu = [2 + (0.44\, \mathrm{Re}^{0.5} + 0.066\, \mathrm{Re}^{0.667})\, Pr^{0.4}]$$

Dove

$$Nu = \frac{h_{eff} \cdot D}{k_a} \quad ,$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot w_\infty \cdot D}{\mu_a} \quad ,$$

$$Pr = \frac{\mu_a \cdot c_{p,a}}{k_a}$$

da cui $\mathrm{Re} = 143.4$, $Pr = 0.7$

$$h_{eff} = \frac{Nu \cdot k_a}{D} = 24.4 \frac{W}{m^2 K}$$

Esercitazione 12

Oggetto: Convezione

1.Calcolare il coefficiente convettivo con la relazione di Dittus-Boelter ($Nu = 0.023 \cdot \mathrm{Re}^{0.8} \cdot Pr^{0.3}$) conoscendo le seguenti grandezze: portata massica $\dot{m} = 2 \frac{kg}{s}$ diametro del condotto $D = 3\, cm$ massa volumica $\rho = 900 \frac{kg}{s}$ viscosità dinamica $\mu = 2 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{m\, s}$, $Pr = 12.7$ conduttività termica $k = 0.3 \frac{W}{m\, K}$.

Sol.

Calcoliamo la velocità del fluido nel condotto

$$\dot{m} = \rho \cdot w \cdot A = \rho \cdot w \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

$$w = 4 \cdot \frac{\dot{m}}{\rho \cdot \pi \cdot D^2} = 4 \cdot \frac{2}{900 \cdot \pi \cdot 0.03^2} = 3.144 \frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{\rho \cdot w \cdot D}{\mu} = \frac{900 \cdot 3.144 \cdot 0.03}{2} \cdot 10^{-3} = 42444$$

Poichè siamo in condizione di moto in un condotto circolare e $0.7 < Pr < 160$ e $Re > 10^4$, il moto è turbolento.

Sfruttando la relazione fornita nei dati

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.3} = 0.023 \cdot 42444^{0.8} \cdot 12.7^{0.3} = 248.4$$

$$Nu = \frac{h \cdot k}{D} \quad \rightarrow \quad h = \frac{k \cdot Nu}{D} = \frac{0.3 \cdot 248.4}{0.03} = 2484 \frac{W}{m^2 K}$$

2.Determinare il numero di Prandtl di un fluido in moto in un condotto cilindrico di diametro D= 6 cm con una portata $G = 10 \frac{kg}{min}$ ed avente proprietà termofisiche costanti e note: massa volumica $\rho = 900 \frac{kg}{m^3}$, viscosità dinamica $\mu = 0.0017 \frac{N\, s}{m^2}$, calore specifico $c = 0.8 \frac{kcal}{Kg\, K}$, conduttività termica $k = 0.14 \frac{W}{m\, K}$.

Sol.

Iniziamo prima di tutto con una breve analisi dimensionale sulla viscosità dinamica.

Dato che $F = m \cdot a$, allora $N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$. Da cui $\frac{N \cdot s}{m^2} = \frac{kg \cdot m \cdot s}{s^2 \cdot m^2} = \frac{kg}{m\, s}$

Inoltre $G = 0.1666 \frac{kg}{s}$ e $c = 3.3488 \frac{kJ}{kg\, K}$

Il numero di Prandtl dipende unicamente da parametri fisici del materiale, per cui con i dati forniti lo possiamo calcolare direttamente

$$Pr = \frac{\mu \cdot c}{k} = \frac{0.0017 \cdot 3348.8}{0.14} = 40.66$$

3.Utilizzando la relazione di Dittus-Boelter ($Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.3}$) determinare il numero di Nusselt per una portata di acqua $G = 0.2 \frac{kg}{s}$ che attraversa un condotto, di sezione cilindrica e diametro $D = 10\, cm$. Sono noti per l’acqua la massa volumica $\rho = 998 \frac{kg}{m^3}$, la viscosità dinamica $\mu = 8.3 \cdot 10^{-4} \frac{kg}{m\, s}$ ed il numero di Prandtl $Pr = 4.7$.

Sol.

Calcoliamo la velocità dell'acqua

$$w = \frac{4 \cdot G}{\rho \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0.2}{998 \cdot \pi \cdot 0.1^2} = 0.0255 \frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{\rho \cdot w \cdot D}{\mu} = \frac{998 \cdot 0.0255 \cdot 0.1}{8.3 \cdot 10^{-4}} = 3066$$

$Re < 10^4$, per cui non siamo in condizione di moto turbolento. In questo caso la relazione di Dittus-Boelter può darci solo un'approssimazione di

Nu

$$Nu = 0.023 \cdot \mathrm{Re}^{0.8} \cdot Pr^{0.3} = 22.52$$

4.Una portata di acqua $G = 0.3 \dfrac{kg}{s}$ attraversa un condotto di lunghezza $L = 1200\, m$, di sezione cilindrica e diametro $D = 20\, cm$. Essendo nota per l'acqua la massa volumica $\rho = 998 \dfrac{kg}{m^3}$, la viscosità dinamica $\mu = 8.3 \cdot 10^{-4} \dfrac{kg}{m\, s}$, la conduttività termica $k = 0.265 \dfrac{W}{m\, K}$, il calore specifico $c = 4.1 \dfrac{kJ}{kg\, K}$, si chiede di determinare il numero di Reynolds nel condotto.

Sol.

$$w = \frac{4 \cdot G}{\rho \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0.3}{998 \cdot \pi \cdot 0.2^2} = 0.00974 \frac{m}{s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot w \cdot D}{\mu} = \frac{998 \cdot 0.00974 \cdot 0.2}{8.3 \cdot 10^{-4}} = 2342.2$$

5.Determinare il numero di Reynolds relativo ad una portata in massa $m = 100 \dfrac{kg}{h}$ di acqua che fluisce in un condotto di lunghezza $L = 100\, m$ e diametro $d = 60\, mm$. Le proprietà termofisiche dell'acqua sono: $\rho = 1000 \dfrac{kg}{m^3}$, $\mu = 0.8 \cdot 10^{-3} \dfrac{N\, s}{m^2}$, $c = 1 \dfrac{kcal}{Kg\, k}$, $k = 0.2 \dfrac{W}{m\, K}$.

Sol.

$$w = \frac{4 \cdot G}{\rho \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 100/3600}{998 \cdot \pi \cdot 0.06^2} = 0.00984 \frac{m}{s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot w \cdot D}{\mu} = \frac{998 \cdot 0.00984 \cdot 0.06}{0.8 \cdot 10^{-3}} = 736.5$$

6. Determinare il numero di Prandt di una sostanza di cui sono noti massa volumica $\rho = 650 \dfrac{kg}{m^3}$, calore specifico $c_p = 1.05 \dfrac{kJ}{kg\, K}$, conduttività termica $k = 1.3 \dfrac{kcal}{h\, m\, K}$, viscosità dinamica $\mu = 0.002 \dfrac{N\, s}{m^2}$.

Sol.

Portiamo la conduttività termica in unità del S.I.

$$K = \frac{1.3 \cdot 4186}{3600} = 1.512 \frac{W}{m\, K}$$

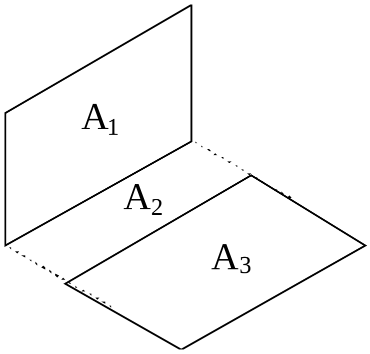
$$Pr = \frac{\mu \cdot c}{k} = \frac{0.002 \cdot 1050}{1.512} = 1.389$$

7.Una superficie la cui temperatura è $T_S = 800\, °C$ è attraversata da un flusso termico areico $\Phi = 60\dfrac{kW}{m^2}$. Sapendo che la superficie è lambita da un fluido con temperatura $T_\infty = 30°C$ determinare il coefficiente convettivo.

Sol.

$$\Phi = h \cdot (T_s - T_\infty)$$
$$h = \frac{\Phi}{T_s - T_\infty} = \frac{60000}{800-30} = 77.92\frac{W}{K\,m^2}$$

8.Determinare il numero di Nusselt per una portata di acqua $G = 0.2\dfrac{kg}{min}$ che attraversa un condotto, di sezione cilindrica e diametro $D = 2\,cm$. Sono noti, per l'acqua, la massa volumica $\rho = 998\dfrac{kg}{m^3}$, la viscosità dinamica



$\mu = 8.3 \cdot 10^{-4}\dfrac{kg}{m\,s}$ ed il numero di Prandtl $Pr = 4.7$. Il numero di Nusselt è determinabile con le relazioni:

- moto laminare $Nu = 4.66$
- moto turbolento $Nu = 0.023 \cdot \mathrm{Re}^{0.8} \cdot Pr^{0.33}$

Sol.

$$w = \frac{4 \cdot G}{\rho \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0.2/60}{998 \cdot \pi \cdot 0.02^2} = 0.0106\frac{m}{s}$$
$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot w \cdot D}{\mu} = \frac{998 \cdot 0.0106 \cdot 0.02}{8.3 \cdot 10^{-4}} = 254.91$$

Poichè $\mathrm{Re} < 10000$ siamo in moto laminare, e come ci suggerisce il testo dell'esercizio $Nu = 4.66$

9.Determinare il numero di Nusselt medio per un cilindro indefinito in acciaio di raggio $R = 20\,cm$ immerso in un fluido con coefficiente convettivo $h = 15\dfrac{W}{m^2\,K}$. Sono note le proprietà dell'acciaio e del fluido:

$k_{acc} = 15\dfrac{W}{m\,K}$, $\rho_{acc} = 7800\dfrac{kg}{m^3}$, $c_{acc} = 1\dfrac{kJ}{Kg\,K}$

$k_{fl} = 0.3\dfrac{W}{m\,K}$, $\rho_{fl} = 1.25\dfrac{kg}{m^3}$, $c_{vis} = 1.2\dfrac{kJ}{Kg\,K}$.

Sol.

Avendo a disposizione il coefficiente convettivo del fluido, possiamo calcolare direttamente Nu

$$Nu=\frac{h\cdot D}{k_{fl}}=\frac{15\cdot 2\cdot 0.2}{0.3}=20$$

10.Determinare il numero di Nusselt relativo allo scambio convettivo tra una sfera di acciaio di diametro $D=10\,cm$ e temperatura superficiale costante $T_S=100\,°C$ immersa in acqua a temperatura $T_{H_2O}=20\,°C$. La sfera cede all'acqua una potenza $\dot{Q}=150\,W$.

Sono noti:

$$k_{acc}=15\frac{W}{m\,K} \quad , \quad \rho_{acc}=7800\frac{kg}{m^3} \quad , \quad c_{acc}=1\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$k_{H_2O}=0.3\frac{W}{m\,K} \quad , \quad \rho_{H_2O}=1000\frac{kg}{m^3} \quad , \quad c_{H_2O}=4.1\frac{kJ}{Kg\,K} \quad , \quad \mu_{H_2O}=0.0009\frac{N\,s}{m^2}$$

Sol.

$$\dot{Q}=h\cdot A\cdot\left(T_s-T_{H_2O}\right) \quad\rightarrow\quad h=\frac{\dot{Q}}{A\cdot\left(T_s-T_{H_2O}\right)}=\frac{150}{\pi\cdot 0.1^2\cdot\left(100-20\right)}=59.68\frac{W}{m^2K}$$

$$Nu=\frac{h\cdot D}{k_{H_2O}}=\frac{59.68\cdot 0.1}{0.3}=19.89$$

Esercitazione 13

Oggetto: Irraggiamento

1.Determinare il potere emissivo di un corpo nero il cui potere emissivo monocromatico massimo è ad una lunghezza d'onda $\lambda_{max}=3\mu\,m$.

Sol.

Sfruttiamo la legge di Wien, che dice che la lunghezza d'onda per la tempertatura del corpo nero che la emette è una costante

$$\lambda\cdot T=2897.8\,\mu\,m\,K$$

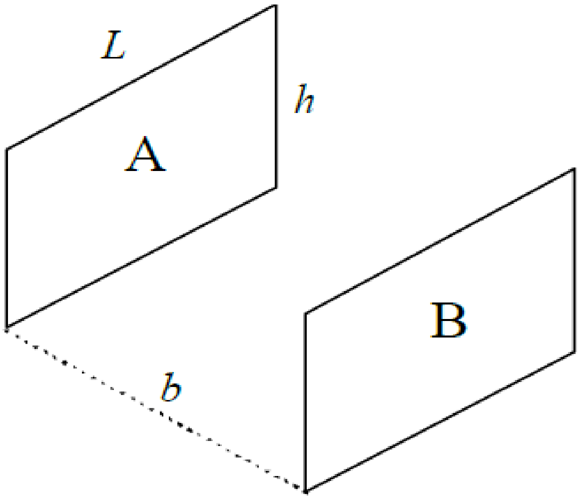
$$T=\frac{2897.8}{\lambda}=965.9\,K$$

Ricorriamo ora alla legge di Stefan-Boltzmann, ricordando che

$$\sigma_o=5.67\cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2\cdot K^4}$$

$$E_n=\sigma_o\cdot T^4=5.67\cdot 10^{-8}\cdot 965.9^4=49359.6\frac{W}{m^2}$$

2.Facendo uso dei grafici con il fattore di vista determinare la potenza termica scambiata tra due superfici nere parallele e con temperature $T_A = 100\,°C$ e $T_B = 1000\,°C$. Sono note le dimensioni: $L = 10\,m$, $h = 1\,m$, $b = 10\,m$

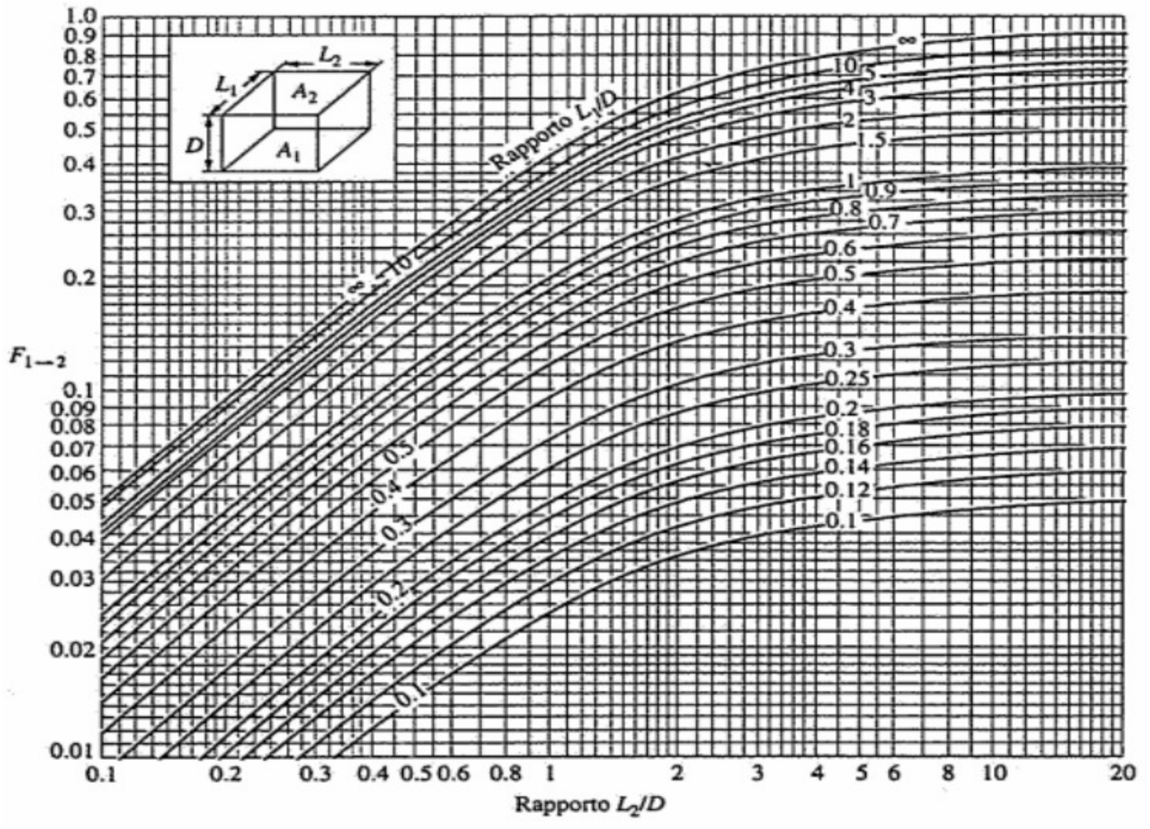


Sol.

Le due superfici hanno una superficie di $S_A = S_B = L \cdot h = 10 * 1 = 10\,m^2$.

$\frac{L_1}{D} = \frac{h}{b} = 0.1$, $\frac{L_2}{D} = \frac{L}{b} = 1$

Sfruttiamo la tabella che si può trovare sul libro di testo per trovare il fattore di vista $F_{A \to B}$, che in ogni caso sarà uguale a $F_{B \to A}$ poiché A e B hanno la stessa superficie e vale la relazione



$F_{1\rightarrow 2} \cdot S_1 = F_{2\rightarrow 1} \cdot S_2$

$F_{A\rightarrow B} = 0.024$

Calcoliamo ora il calore trasferito, con $\varepsilon=1$ per i corpi neri.

$\dot{Q}_{A\rightarrow B} = \varepsilon_A \cdot S_A \cdot F_{A\rightarrow B} \cdot \sigma_o \cdot (T_A^4 - T_B^4) = 1 \cdot 10 \cdot 0.024 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (373.15^4 - 1273.15^4) = -35.489\, kW$

Come ci aspettavamo la potenza termica viene trasferita da B, il corpo più caldo, ad A.

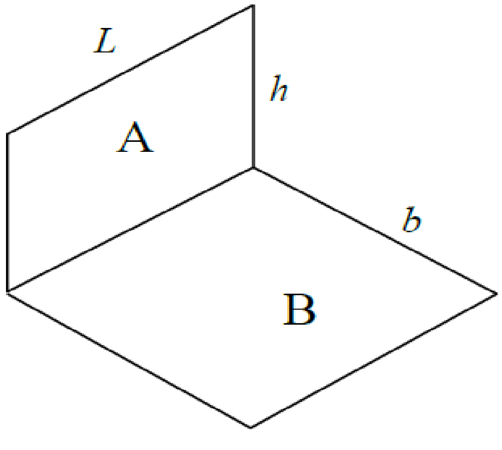
3.Determinare il potere emissivo di un corpo grigio a temperatura $T = 2100\,°C$ e con emissività $\varepsilon = 0.2$.

Sol.

$E_n = \varepsilon \cdot \sigma_o \cdot T^4 = 0.2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 2373.15^4 = 359.68 \frac{kW}{m^2}$

4.Facendo uso del grafico allegato determinare la potenza termica scambiata tra due superfici nere tra loro perpendicolari e con temperature $T_A = 300\,°C$ e $T_B = 600\,°C$.

Sono note le dimensioni: $L = 2\,m$, $h = 1\,m$, $b = 4\,m$.



Sol.
Sfruttiamo la tabelle a disposizione per le trovare il fattore di vista tra 2 rettangoli perpendicolari con un lato in comune.

$$S_B = L \cdot b = 8\,m$$
$$\frac{L_2}{W} = \frac{h}{L} = 0.5 \quad , \quad \frac{L_1}{W} = \frac{b}{L} = 2$$

Dalla tabella leggiamo $F_{B \to A} = 0.07$

$$\dot{Q}_{B \to A} = \varepsilon \cdot S_B \cdot F_{B \to A} \cdot \sigma_o \cdot \left(T_B^4 - T_A^4\right) = 1 \cdot 8 \cdot 0.07 \cdot 5.68 \cdot 10^{-8} \cdot \left(873.15^4 - 573.15^4\right) = 15029\,W$$

5.Determinare il fattore di vista tra le superfici A_1 e A_3 sapendo che $F_{A_1 \to A_2} = 0.16$ ed $F_{A_{23} \to A_1} = 0.2$. Sono note le dimensioni delle superfici: $A_1 = 40\,m^2$, $A_2 = 20\,m^2$, $A_3 = 40\,m^2$.

Sol.

$$F_{1 \to 2} \cdot S_1 = F_{2 \to 1} \cdot S_2$$

Sfruttando questa regola, calcoliamo $F_{A_2 \to A_1}$

$$F_{A_1 \to A_2} \cdot A_1 = F_{A_2 \to A_1} \cdot A_2$$
$$F_{A_2 \to A_1} = \frac{F_{A_1 \to A_2} \cdot A_1}{A_2} = 0.32$$

Quindi sommiamo i contributi

$$F_{A_{23} \to A_1} \cdot \left(A_2 + A_3\right) = F_{A_2 \to A_1} \cdot A_2 + F_{A_3 \to A_1} \cdot A_3$$
$$F_{A_3 \to A_1} = \frac{0.2 \cdot \left(20 + 40\right) - 0.32 \cdot 20}{A_3} = 0.14$$

Essendo che le superfici hanno la stessa area, anche $F_{A_3 \to A_1} = F_{A_1 \to A_3} = 0.14$

6.Determinare il potere emissivo di un corpo grigio con coefficiente di emissione $\varepsilon = 0.5$ e con la lunghezza d'onda alla quale è massimo il potere emissivo monocromatico pari a $\lambda_{max} = 3\mu m$.

Sol.

Usiamo nuovamente la legge di Wien per ricavare la temperatura del corpo nell'ipotesi che si comporti come un corpo nero.

$$\lambda \cdot T = 2897.8\,\mu m K$$
$$T = \frac{2897.8}{\lambda} = 965.9\,K$$

Quindi, con l'equazione di Stefan-Boltzmann

$$E_n = \varepsilon \cdot \sigma_o \cdot T^4 = 0.5 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 965.9^4 = 24676\,\frac{W}{m^2}$$

7.Determinare il potere emissivo di una superficie nera ($S = 3\,m^2$) a temperatura T = 330 °C.

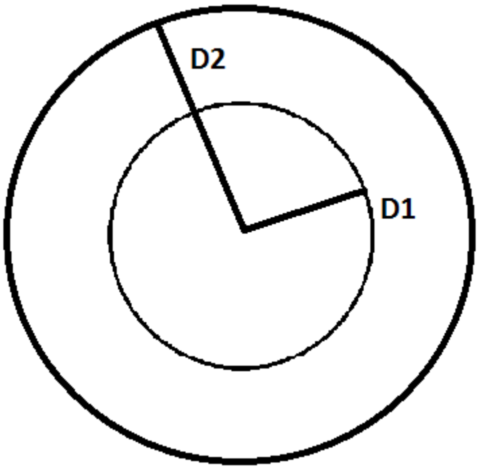
Sol.

Essendo la superficie nera, $\varepsilon=1$

$$E_n=\varepsilon\cdot\sigma_o\cdot T^4=1\cdot 5.67\cdot 10^{-8}\cdot 603.15^4=7503.8\frac{W}{m^2}$$
$$\dot{Q}=S\cdot E_n=3\cdot 7503.8=22511\,W$$

8.Due sfere concentriche di diametro $D_1=0.8\,m$ e $D_2=1.2\,m$ sono separate da un'intercapedine in cui è effettuato il vuoto. Le loro temperature superficiali sono, rispettivamente, $T_1=127\,°C$ e $T_2=27\,°C$. Determinare la potenza termica scambiata fra le due superfici nell'ipotesi che le due superfici possono essere considerate grigie e caratterizzate da emissività rispettivamente pari a $\varepsilon_1=0.5$ e $\varepsilon_2=0.05$.

Sol.



Tutta l'energia irradiata dalla sfera interna colpirà la sfera esterna, per cui $F_{1\rightarrow 2}=1$.
Ricordiamo che la superficie di una sfera vale $S=\pi\cdot D^4$

$$\dot{Q}_{1\rightarrow 2}=\frac{\sigma_o\cdot(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1\cdot S_1}+\frac{1}{F_{1\rightarrow 2}\cdot S_1}+\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 \dot{S}_2}}=\frac{S_1\cdot\sigma_o\cdot(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}+1+\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\cdot\frac{S_1}{S_2}}=\frac{\pi\cdot D_1^2\cdot\sigma_o\cdot(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\cdot\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2}=$$
$$=\frac{\pi\cdot 0.8^2\cdot 5.67\cdot 10^{-8}\cdot(400.15^4-300.15^4)}{\frac{1}{0.5}+\frac{0.95}{0.05}\cdot\left(\frac{0.8}{1.2}\right)^2}=191.26\,W$$

9.Due superfici cilindriche concentriche di diametro $D_1=1\,m$ e $D_2=1.6\,m$ sono separate da un'intercapedine in cui è effettuato il vuoto. Le loro temperature superficiali sono, rispettivamente, $T_1=200\,°C$ e $T_2=20\,°C$. Nell'ipotesi che le due superfici possano essere considerate nere, determinare:

- la potenza termica scambiata fra le due superfici
- la potenza termica scambiata se nell'intercapedine viene introdotta una sottilissima lastra

cilindrica e opaca con emissività $\varepsilon=0.03$ su entrambe le facce.

Sol.
In generale per qualunque coppia di superfici che formino una cavità vale la formula

$$\dot{Q}_{1\to 2}=\frac{\sigma_o\cdot(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1\cdot S_1}+\frac{1}{F_{1\to 2}\cdot S_1}+\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}}$$

In questo caso abbiamo

$\varepsilon_1=\varepsilon_2=1$, $F_{1\to 2}=1$, $S_1=\pi\cdot D_1\cdot 1=\pi[m]$, $S_2=\pi\cdot D_2\cdot 1=5.03[m]$ (non avendo la lunghezza delle superfici le esprimiamo per unità di lunghezza)

La formula dunque diventa:

$$\dot{Q}_{1\to 2}=S_1\cdot\sigma_o\cdot(473.15^4-293.15^4)=7612\frac{W}{m}$$

Ora poniamo una lastra in mezzo alle due superfici.
Dobbiamo quindi modificare la formula per tenere conto della resistenza che questa lastra induce, ricordando di tenere in conto entrambi i lati della lastra. Nel caso infatti ci dimenticassimo il lato interno, staremmo considerando il caso in cui la lastra assorbe come un corpo nero, nel caso dimenticassimo il lato esterno, staremmo considerando il caso in cui la lastra irraggia come un corpo nero.

$F_{1\to L}=1$, $F_{L\to 2}=1$, per i ragionamenti fatti nell'esercizio precedente

$$\dot{Q}_{1\to 2}=\frac{\sigma_o\cdot(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1\cdot S_1}+\frac{1}{F_{1\to L}\cdot S_1}+\frac{1-\varepsilon_L}{\varepsilon_L\cdot S_L}+\frac{1-\varepsilon_L}{\varepsilon_L\cdot S_L}+\frac{1}{F_{L\to 2}\cdot S_L}+\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}}=\frac{S_1\cdot\sigma_o\cdot(T_1^4-T_2^4)}{1+\frac{2\cdot 1-\varepsilon_L}{\varepsilon_L}\cdot\frac{D_1}{D_L}+\frac{D_1}{D_L}}$$

$D_L=\frac{D_1+D_2}{2}=1.3\,m$, avendo ipotizzato di mettere la lastra in mezzo ai due condotti.

$\dot{Q}_{1\to 2}=\frac{\pi\cdot 1\cdot\sigma_o\cdot(473.15^4-293.15^4)}{1+\frac{2\cdot 0.97}{0.03}\cdot\frac{1}{1.3}+\frac{1}{1.3}}=147.76\frac{W}{m}$, l'unità di misura risulta essere il $\frac{W}{m}$ poiché abbiamo svolto tutti i calcoli per unità di lunghezza