



POLITECNICO
MILANO 1863

Lezione 05 - Macchine termodinamiche

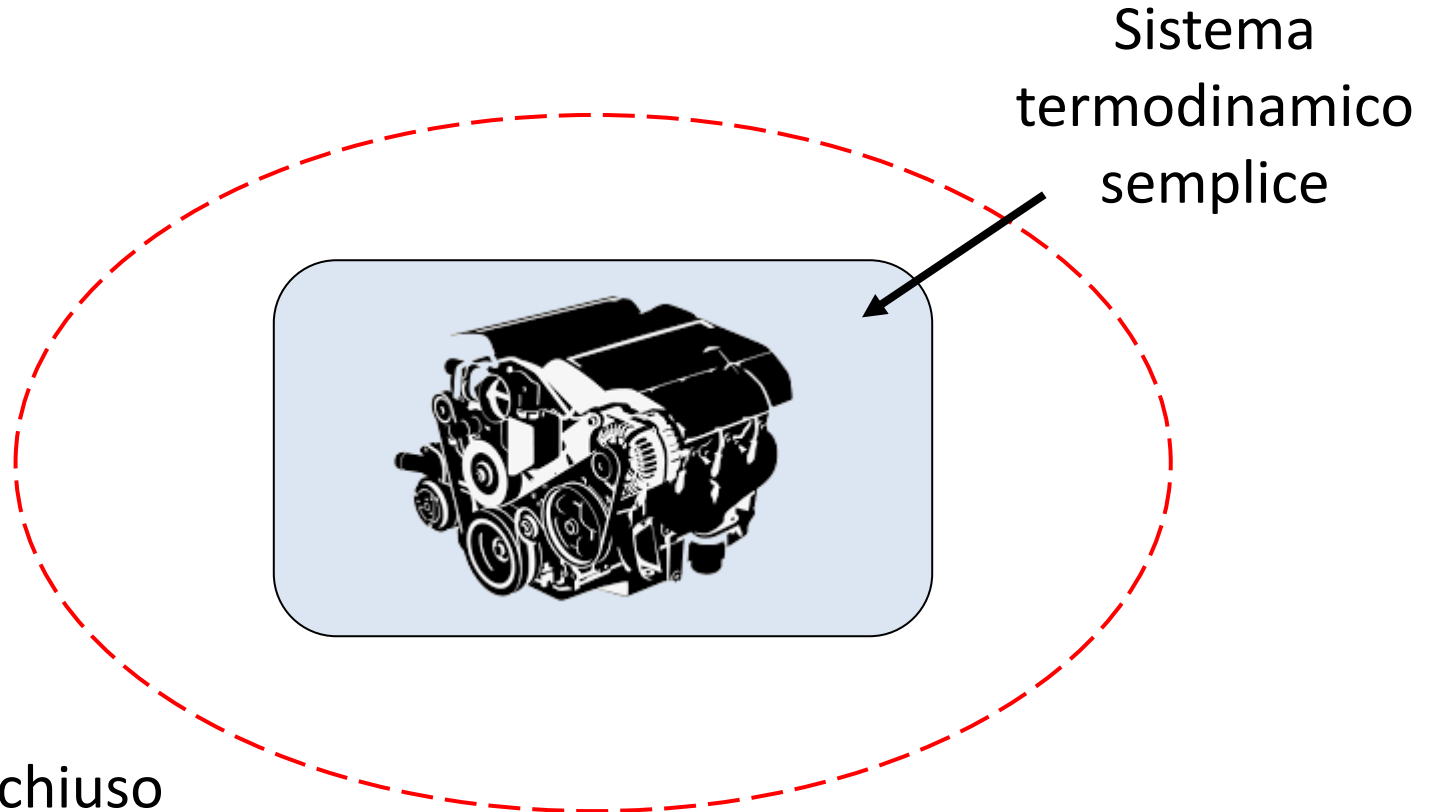
Corso di Fisica Tecnica
a.a. 2019-2020

Prof. Gaël R. Guédon
Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

Obiettivi della lezione

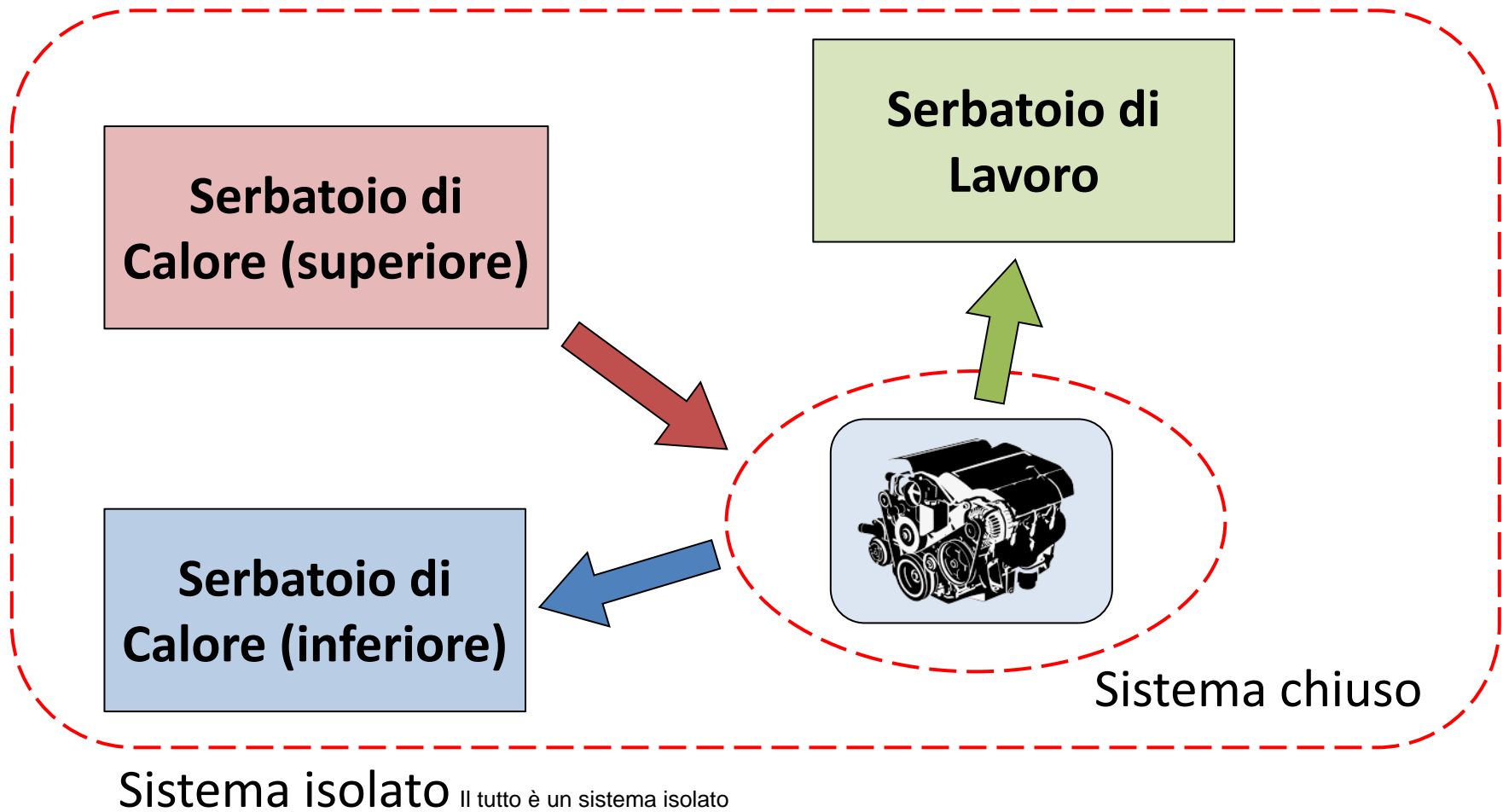
- Definire una **macchina termodinamica**
- Definire il **serbatoio di calore** e il **serbatoio di lavoro**
- Ricavare le equazioni di bilancio per la **macchina motrice** e la **macchina operatrice**
- Ricavare il **rendimento** della macchina **motrice** e l'**efficienza** della macchina operatrice (**frigorifera** e **pompa di calore**)
- Definire il **rendimento di secondo principio**

La macchina termodinamica



Una prima semplificazione che facciamo per rappresentare macchine reali è che le consideriamo sistemi chiusi

Oltre al sottosistema che rappresenta il nostro motore, andiamo a considerare altri tre sottosistemi che chiamiamo serbatoi



La macchina termodinamica è un sistema termodinamico composto ed isolato che, nella sua forma più semplice, è realizzato da:

- due serbatoi di calore (superiore e inferiore)
- un serbatoio di lavoro
- una macchina ciclica

che è in grado di produrre od assorbire con continuità lavoro interagendo con il serbatoio di lavoro ed i serbatoi di calore



Sistema termodinamico che scambia **solo calore** con l'esterno senza alterare il suo stato termodinamico; gli scambi avvengono con trasformazioni quasi-statiche (**internamente reversibili**)

cioè temperatura del serbatoio rimane costante, pressione del serbatoio rimane costante, tutto quello che è dentro al serbatoio rimane costante, il suo stato non cambia.

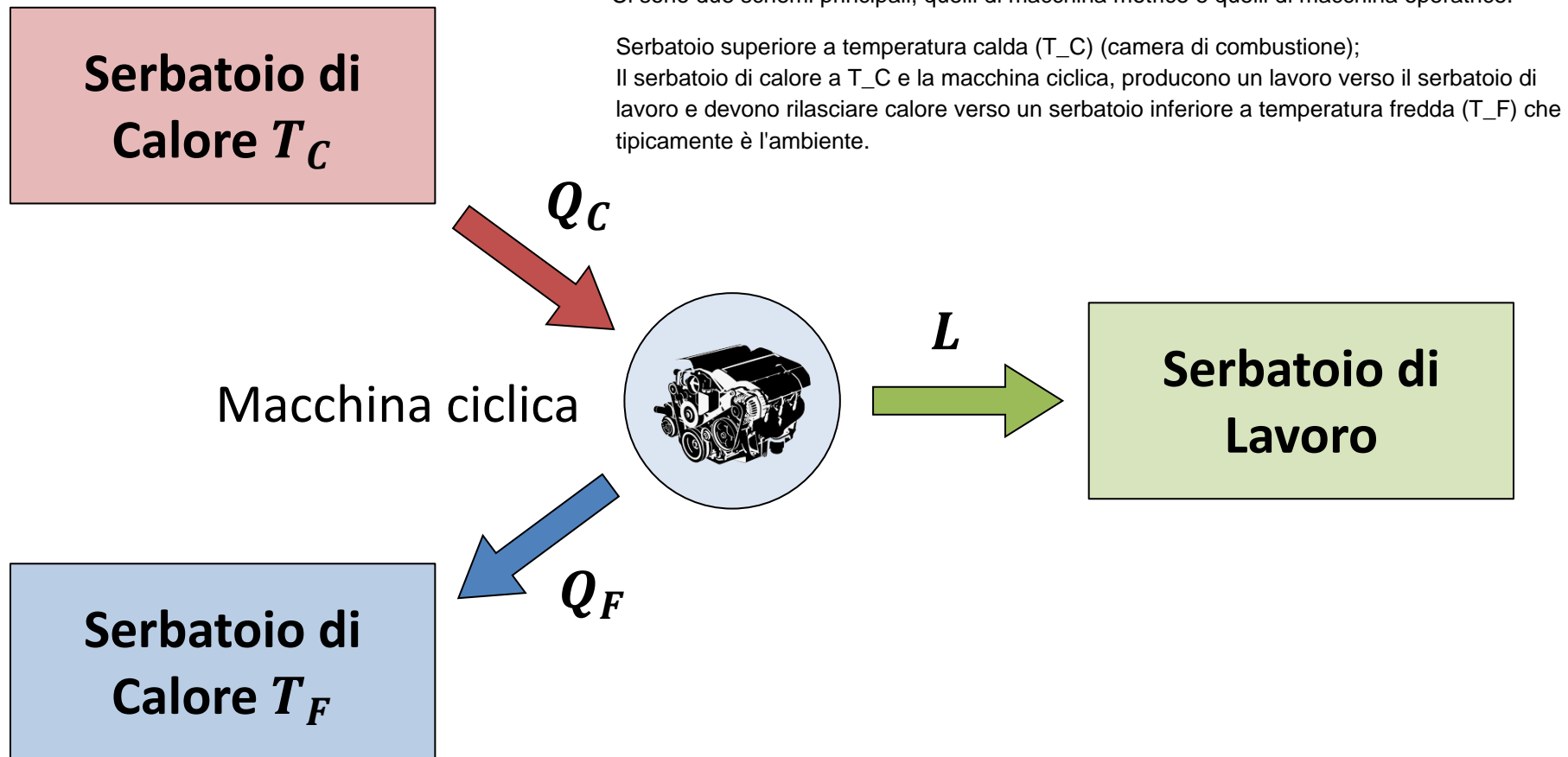
Questa definizione di serbatoio è sinonimo di un sistema a massa infinita (per esempio l'atmosfera terrestre). Se la massa di un sistema A è enormemente maggiore della massa del sistema B, durante un interazione fra A e B, A sembrerà rimanere invariata, poichè tutte le trasformazioni e tutte le grandezze sono legate alla massa.

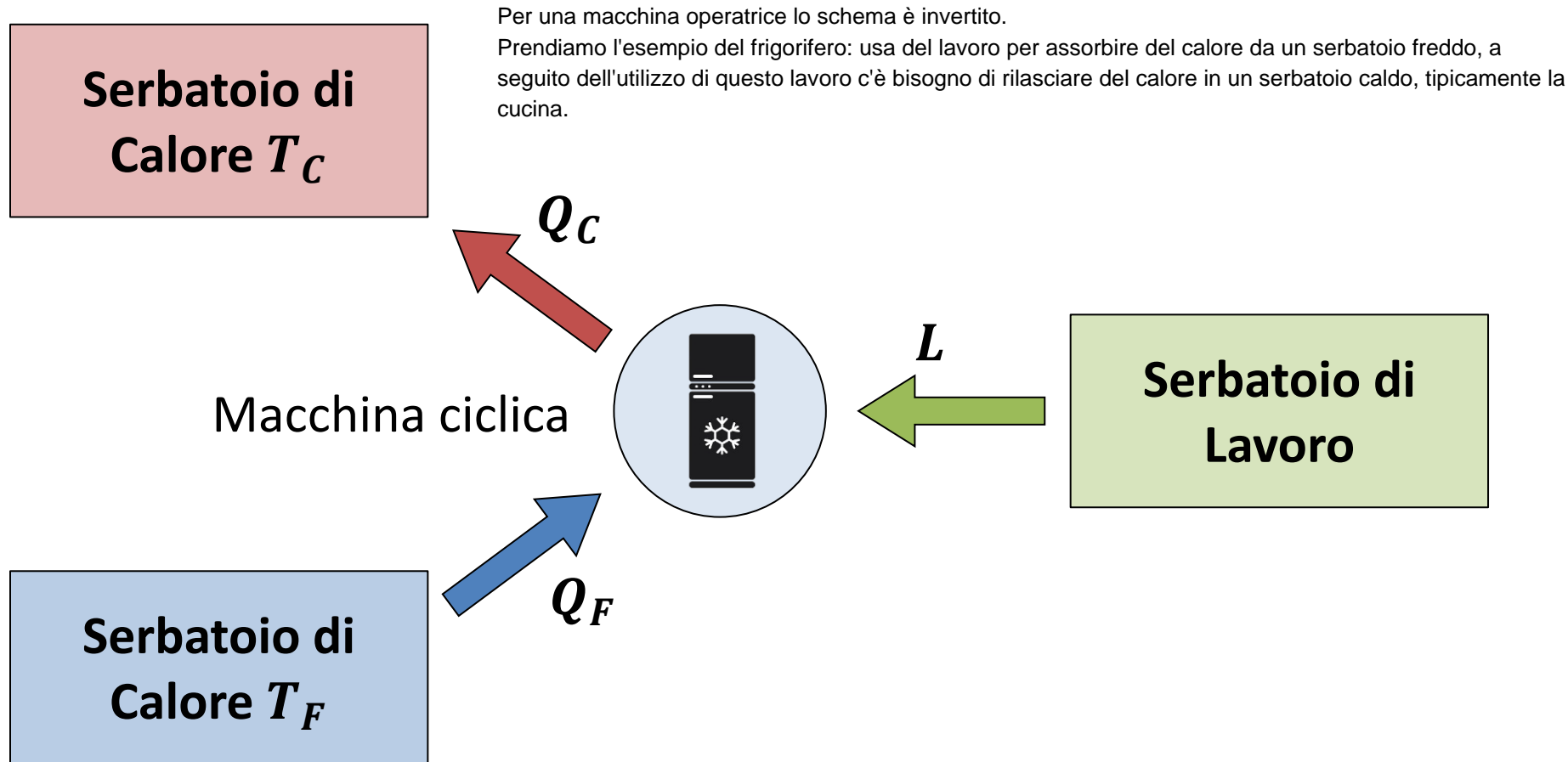
Il tipico esempio di serbatoio di lavoro è la rete elettrica



Sistema termodinamico che scambia **solo lavoro** con l'esterno senza alterare il suo stato termodinamico; gli scambi avvengono con trasformazioni quasi-statiche (**internamente reversibili**)

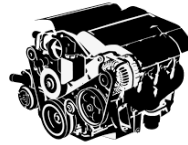
Per macchina ciclica si intendono macchine che compiono azioni che hanno stato finale e stato iniziale identici, e ripetono n volte questo ciclo.





Vediamo la macchina motrice dal punto di vista analitico.

Dalle equazioni di bilancio:



$$\begin{cases} \Delta U_Z = 0 \\ \Delta S_Z = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_C + \Delta U_F + \Delta U_{SL} + \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{SL} + \Delta S_M = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{matrix} (=0 \text{ perchè il sistema composto è} \\ \text{isolato}) \end{matrix}$$

Ma essendo...

serbatoio di calore superiore

$$\begin{cases} \Delta U_C = Q_C^{\leftarrow} \\ \Delta S_C = \frac{Q_C^{\leftarrow}}{T_C} \end{cases}$$

serbatoio di calore inferiore

$$\begin{cases} \Delta U_F = Q_F^{\leftarrow} \\ \Delta S_F = \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} \end{cases}$$

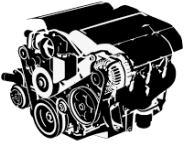
serbatoio di lavoro

$$\begin{cases} \Delta U_{SL} = -L_{SL}^{\rightarrow} \\ \Delta S_{SL} = 0 \end{cases}$$

macchina motrice

$$\begin{cases} \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_M = 0 \end{cases}$$

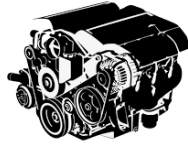
...ne deriva...



$$\begin{cases} Q_C^{\leftarrow} + Q_F^{\leftarrow} - L_{SL}^{\rightarrow} = 0 \\ \frac{Q_C^{\leftarrow}}{T_C} + \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -Q_C + Q_F + L = 0 \\ -\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_F = Q_C - L \\ L = Q_C \left(1 - \frac{T_F}{T_C} \right) - T_F S_{irr} \end{cases}$$



Essendo $T_C > T_F$ e $L > 0$ il lavoro è massimo quando il processo è reversibile.

Rendimento

$$\eta = \frac{\text{EFFETTO UTILE}}{\text{SPESA}}$$

La cosa più importante da tenere a mente è questa definizione del rendimento.

es. per un'automobile, l'effetto utile è il potersi muovere, la spesa è il combustibile.

La definizione di rendimento si traduce in formule per la macchina motrice così:

$$\eta = \frac{L}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F}{Q_C} S_{irr}$$

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

Valido per serbatoi di calore a temperatura costante!!!!

Le formule che vediamo qua sopra sono valide solo per serbatoi a temp costante, nel momento in cui questo viene a mancare, non possiamo più usarle, ma invece possiamo usare la definizione di rendimento (riquadro grigio)

Dalle equazioni di bilancio: Quello che cambia rispetto alle equazioni della macchina motrice è sostanzialmente il verso degli scambi di calore.



$$\begin{cases} \Delta U_Z = 0 \\ \Delta S_Z = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_C + \Delta U_F + \Delta U_{SL} + \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{SL} + \Delta S_M = S_{irr} \end{cases}$$

Ma essendo...

$$\begin{cases} \Delta U_C = Q_C^{\leftarrow} \\ \Delta S_C = \frac{Q_C^{\leftarrow}}{T_C} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_F = Q_F^{\leftarrow} \\ \Delta S_F = \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_{SL} = -L_{SL}^{\rightarrow} \\ \Delta S_{SL} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_M = 0 \end{cases}$$

...ne deriva...

(cambiando i versi degli scambi, cambiano i segni, rispetto alla macchina motrice)

$$\begin{cases} Q_C^{\leftarrow} + Q_F^{\leftarrow} - L_{SL}^{\rightarrow} = 0 \\ \frac{Q_C^{\leftarrow}}{T_C} + \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_C - Q_F - L = 0 \\ \frac{Q_C}{T_C} - \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$



Maneggiando le equazioni possiamo mettere in luce l'espressione del lavoro

$$\begin{cases} Q_F = Q_C - L \\ L = Q_C \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) + T_F S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} Q_F = Q_C - L \\ L = Q_F \left(\frac{T_C}{T_F} - 1\right) + T_C S_{irr} \end{cases}$$

Lavoro in funzione di Q_C usato per le pompe di calore, oppure lavoro in funzione di Q_F usato per le macchine frigorifere.



Ricordiamo che il lavoro è importante perchè la macchina operatrice assorbe lavoro dentro la macchina ciclica

Cioè quando il termine S_{irr} è uguale a 0

Essendo $T_C > T_F$ e $L > 0$ il lavoro è minimo quando il processo è reversibile.

(coefficient of performance)
Efficienza o COP

$$\epsilon = \frac{\text{EFFETTO UTILE}}{\text{SPESA}}$$

Questo è l'equivalente del rendimento delle macchine motrici, prende solo il nome di Efficienza. Perchè non è un "rendimento", perchè un rendimento solitamente è un numero fra 0 e 1, invece nelle macchine operatrici questo rapporto può risultare un numero superiore a 1.

$$\epsilon_F = \frac{Q_F}{L} = \frac{T_F}{T_C - T_F + \frac{T_C T_F S_{irr}}{Q_F}}$$

Macchina Frigorifero

$$\epsilon_P = \frac{Q_C}{L} = \frac{T_C}{T_C - T_F + \frac{T_C T_F S_{irr}}{Q_C}}$$

Pompa di calore

$$\epsilon_{F,rev} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

se $S_{irr} = 0$

$$\epsilon_{P,rev} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

se $S_{irr} = 0$



Queste due funzioni a lato sono usate per calcolare il rendimento massimo che si può avere.

C'è un legame fra l'efficienza della macchina frigorifera e l'efficienza della pompa di calore

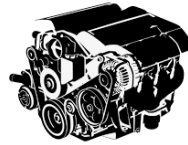
Valido per serbatoi di calore a temperatura costante

Dal bilancio energetico sappiamo che $Q_C = Q_F + L$ (nella slide precedente, la prima formula del sistema a destra)

$$\epsilon_P = \frac{Q_C}{L} = \frac{Q_F + L}{L} = \epsilon_F + 1$$

Fino ad ora abbiamo analizzato macchine motrici con serbatoi a massa infinita e quindi a temperatura costante. Vediamo ora come cambia la trattazione se abbiamo un massa finita.

Macchina Motrice con serbatoio caldo a massa finita contenente liquido incompressibile perfetto.



(noi vediamo il caso con liquido incompressibile perfetto, ma questo dettaglio ha un impatto irrilevante, lo usiamo solo per semplicità di esposizione del concetto, si può rieseguire il ragionamento anche con gas perfetti...)

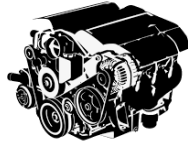
Dalle equazioni di bilancio

$$\begin{cases} \Delta U_Z = 0 \\ \Delta S_Z = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_C + \Delta U_F + \Delta U_{SL} + \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{SL} + \Delta S_M = S_{irr} \end{cases}$$

nel serbatoio caldo la temperatura iniziale è maggiore di quella finale: $T_1 > T_2$ (negli esercizi solitamente ci sono i dati necessari a calcolare queste due temperature)
(l'altro serbatoio rimane invece a temperatura costante, quindi usiamo eq di prima)

$$\begin{cases} \Delta U_{C,12} = Mc(T_2 - T_1) \\ \Delta S_{C,12} = Mc \ln \frac{T_2}{T_1} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_F = Q_F^{\leftarrow} \\ \Delta S_F = \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_{SL} = -L_{SL}^{\rightarrow} \\ \Delta S_{SL} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_M = 0 \end{cases}$$

Macchina Motrice con serbatoio caldo a massa finita contenente liquido incompressibile perfetto.



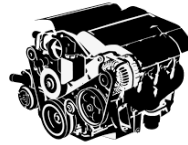
Quindi vediamo che le formule sono leggermente diverse rispetto al caso di massa infinita

...ne deriva...

$$\begin{cases} Mc(T_2 - T_1) + Q_F^{\leftarrow} - L_{SL}^{\rightarrow} = 0 \\ Mc \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Mc(T_2 - T_1) + Q_F + L = 0 \\ Mc \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$

Macchina Motrice con serbatoio caldo a massa finita contenente liquido incompressibile perfetto.



Caso reversibile: $S_{irr} = 0$

Ricordiamo che $T_1 > T_2$

$$Q_C^{\leftarrow} = Mc(T_2 - T_1) \quad \text{Negativo uscente}$$

$$Q_C = Mc(T_1 - T_2) \quad \text{Valore assoluto}$$

$$Q_c = Q_c^{\rightarrow}$$

$$Q_F^{\leftarrow} = -McT_F \ln \frac{T_2}{T_1} = McT_F \ln \frac{T_1}{T_2}$$

Positivo entrante

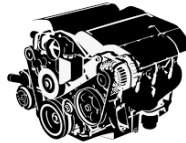
$$Q_F = McT_F \ln \frac{T_1}{T_2}$$

Valore assoluto

$\hookrightarrow Q_{F,REV}$

$$S_e \quad S_{irr} = 0$$

Macchina Motrice con serbatoio caldo a massa finita contenente liquido incompressibile perfetto.



Caso reversibile: $S_{irr} = 0$

$$L^{\rightarrow} = Q_C^{\leftarrow} + Q_F^{\leftarrow} = Mc(T_2 - T_1) + McT_F \ln \frac{T_1}{T_2} \quad \text{Negativo entrante}$$

$$L = Q_C - Q_F = Mc(T_1 - T_2) - McT_F \ln \frac{T_1}{T_2} \quad \text{Valore assoluto}$$

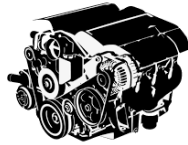
Rendimento

$$\eta = \frac{L_{\text{(effetto utile)}}}{Q_C_{\text{(spesa)}}}$$

$$\eta_{rev} = \frac{L_{rev}}{Q_C}$$

questo lavoro reversibile lo calcoliamo con la formula che vediamo sopra

Rendimento di II principio per la macchina motrice



$$\eta_{II} = \frac{\eta}{\eta_{rev}} = \frac{L}{L_{rev}}$$

Rendimento di II principio per la macchina operatrice



$$\eta_{II} = \frac{\epsilon}{\epsilon_{rev}} = \frac{L_{rev}}{L}$$