



POLITECNICO
MILANO 1863

TUTORATO 1

Sistemi chiusi, gas perfetti, stati bifase

[\(link registrazione\)](#)

Corso di Fisica Tecnica 2019-2020

Francesco Lombardi

Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

Contenuti della lezione

- Approccio metodologico alla risoluzione degli esercizi
- Esercizi bilanci di energia ed entropia per sistemi chiusi
- Esercizi trasformazioni gas perfetti
- Esercizi stati bifase



Approccio metodologico alla risoluzione degli esercizi

Impostazione del problema:

- Leggere bene il testo del problema.
- Effettuare una schematizzazione del problema: identificare il tipo di sistema, il suo contorno, la sostanza evolvente nel sistema, gli scambi di massa, calore e lavoro con l'ambiente e la loro direzione.
- Scrivere i dati forniti dal testo del problema, e le incognite da ricavare per risolverlo. Convertire i dati in unità di misura congruenti e conformi al Sistema Internazionale.
- Se avvengono trasformazioni termodinamiche, rappresentarle qualitativamente su un diagramma opportuno.



Approccio metodologico alla risoluzione degli esercizi

Risoluzione del problema:

- Scrivere i bilanci di massa, energia ed entropia per il volume di controllo considerato.
- Elencare le ipotesi applicabili al sistema (riguardo la natura del contorno del sistema, delle trasformazioni che avvengono al suo interno, delle sostanze delle quali è composto), e semplificare i bilanci di conseguenza, ponendo attenzione alle convenzioni di segno.
- Scrivere la soluzione analitica del problema.
- Risolvere il problema numericamente. Si raccomanda di scrivere sempre le unità di misura delle grandezze calcolate e di fare l'analisi dimensionale delle equazioni scritte.
- Fare sempre caso alla ragionevolezza dei risultati.



1. Bilanci di energia ed entropia per sistemi chiusi

1.4 – Intermedio

1.4. *[intermedio]* Si determini il volume specifico del refrigerante R-134a ($M_m = 102 \text{ kg/kmol}$) alla pressione di 10 bar e alla temperatura di 50°C utilizzando:

- l'equazione di stato dei gas ideali.
- il diagramma generalizzato del fattore di compressibilità (Figura 1).

Si confrontino i risultati ottenuti con il valore effettivo sperimentale di $0.02171 \text{ m}^3/\text{kg}$. Sono noti per il refrigerante i valori di pressione e temperatura critica: $P_{cr} = 4.067 \text{ MPa}$, $T_{cr} = 374.3 \text{ K}$.

- Leggere bene il testo del problema.



1. Bilanci di energia ed entropia per sistemi chiusi

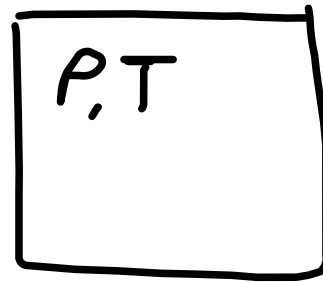
1.4 – Intermedio

1.4. *[intermedio]* Si determini il volume specifico del refrigerante R-134a ($M_m = 102 \text{ kg/kmol}$) alla pressione di 10 bar e alla temperatura di 50°C utilizzando:

- l'equazione di stato dei gas ideali.
- il diagramma generalizzato del fattore di compressibilità (Figura 1).

Si confrontino i risultati ottenuti con il valore effettivo sperimentale di $0.02171 \text{ m}^3/\text{kg}$. Sono noti per il refrigerante i valori di pressione e temperatura critica: $P_{cr} = 4.067 \text{ MPa}$, $T_{cr} = 374.3 \text{ K}$.

- Effettuare una schematizzazione del problema: identificare il tipo di sistema, il suo contorno, la sostanza evolvente nel sistema, gli scambi di massa, calore e lavoro con l'ambiente e la loro direzione.



FLUIDO : R-134a

1. Bilanci di energia ed entropia per sistemi chiusi

1.4 – Intermedio

1.4. [intermedio] Si determini il volume specifico del refrigerante R-134a ($M_m = 102 \text{ kg/kmol}$) alla pressione di 10 bar e alla temperatura di 50°C utilizzando:

- l'equazione di stato dei gas ideali.
- il diagramma generalizzato del fattore di compressibilità (Figura 1).

Si confrontino i risultati ottenuti con il valore effettivo sperimentale di $0.02171 \text{ m}^3/\text{kg}$. Sono noti per il refrigerante i valori di pressione e temperatura critica: $P_{cr} = 4.067 \text{ MPa}$, $T_{cr} = 374.3 \text{ K}$.

- Scrivere i dati forniti dal testo del problema, e le incognite da ricavare per risolverlo. Convertire i dati in unità di misura congruenti e conformi al Sistema Internazionale.

$$P = 10 \text{ bar} \quad (10^6 \text{ Pa})$$
$$T = 50^\circ\text{C} \quad (323,15 \text{ K})$$

$$P_{cr} = 4,067 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$
$$T_{cr} = 374,3 \text{ K}$$
$$M_m = 102 \text{ kg/kmol}$$

N_{sp}



1. Bilanci di energia ed entropia per sistemi chiusi

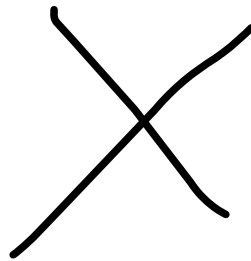
1.4 – Intermedio

1.4. *[intermedio]* Si determini il volume specifico del refrigerante R-134a ($M_m = 102 \text{ kg/kmol}$) alla pressione di 10 bar e alla temperatura di 50°C utilizzando:

- l'equazione di stato dei gas ideali.
- il diagramma generalizzato del fattore di compressibilità (Figura 1).

Si confrontino i risultati ottenuti con il valore effettivo sperimentale di $0.02171 \text{ m}^3/\text{kg}$. Sono noti per il refrigerante i valori di pressione e temperatura critica: $P_{cr} = 4.067 \text{ MPa}$, $T_{cr} = 374.3 \text{ K}$.

- Se avvengono trasformazioni termodinamiche, rappresentarle qualitativamente su un diagramma opportuno.



1. Bilanci di energia ed entropia per sistemi chiusi

1.4 – Intermedio

1.4. *[intermedio]* Si determini il volume specifico del refrigerante R-134a ($M_m = 102 \text{ kg/kmol}$) alla pressione di 10 bar e alla temperatura di 50°C utilizzando:

- l'equazione di stato dei gas ideali.
- il diagramma generalizzato del fattore di compressibilità (Figura 1).

Si confrontino i risultati ottenuti con il valore effettivo sperimentale di $0.02171 \text{ m}^3/\text{kg}$. Sono noti per il refrigerante i valori di pressione e temperatura critica: $P_{cr} = 4.067 \text{ MPa}$, $T_{cr} = 374.3 \text{ K}$.

- Scrivere i bilanci di massa, energia ed entropia per il volume di controllo considerato.
- Elencare le ipotesi applicabili al sistema (riguardo la natura del contorno del sistema, delle trasformazioni che avvengono al suo interno, delle sostanze delle quali è composto), e semplificare i bilanci di conseguenza, ponendo attenzione alle convenzioni di segno.

2) MODELLO DI GAS IDEALE:

$$P \nu = R^* T \quad \rightarrow \quad \nu = \frac{R}{M_m} \frac{T}{P}$$



1. Bilanci di energia ed entropia per sistemi chiusi

1.4 – Intermedio

1.4. [intermedio] Si determini il volume specifico del refrigerante R-134a ($M_m = 102 \text{ kg/kmol}$) alla pressione di 10 bar e alla temperatura di 50°C utilizzando:

- l'equazione di stato dei gas ideali.
- il diagramma generalizzato del fattore di compressibilità (Figura 1).

Si confrontino i risultati ottenuti con il valore effettivo sperimentale di $0.02171 \text{ m}^3/\text{kg}$. Sono noti per il refrigerante i valori di pressione e temperatura critica: $P_{cr} = 4.067 \text{ MPa}$, $T_{cr} = 374.3 \text{ K}$.

- Risolvere il problema numericamente. Si raccomanda di scrivere sempre le unità di misura delle grandezze calcolate e di fare l'analisi dimensionale delle equazioni scritte.

$$N_{GL} = \frac{8314}{102} \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \cdot \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \cdot \frac{323.15}{10^6} \frac{\text{K}}{\text{Pa}} = 0.0263 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad \left(\text{err} \% = \frac{N_{GL} - N_{SP}}{N_{SP}} = 0.21 \rightarrow 21\% \right)$$

- Fare sempre caso alla ragionevolezza dei risultati.

$$v_a = 0.0263 \text{ m}^3/\text{kg}; \text{err}_a = +21\%$$



1. Bilanci di energia ed entropia per sistemi chiusi

1.4 – Intermedio

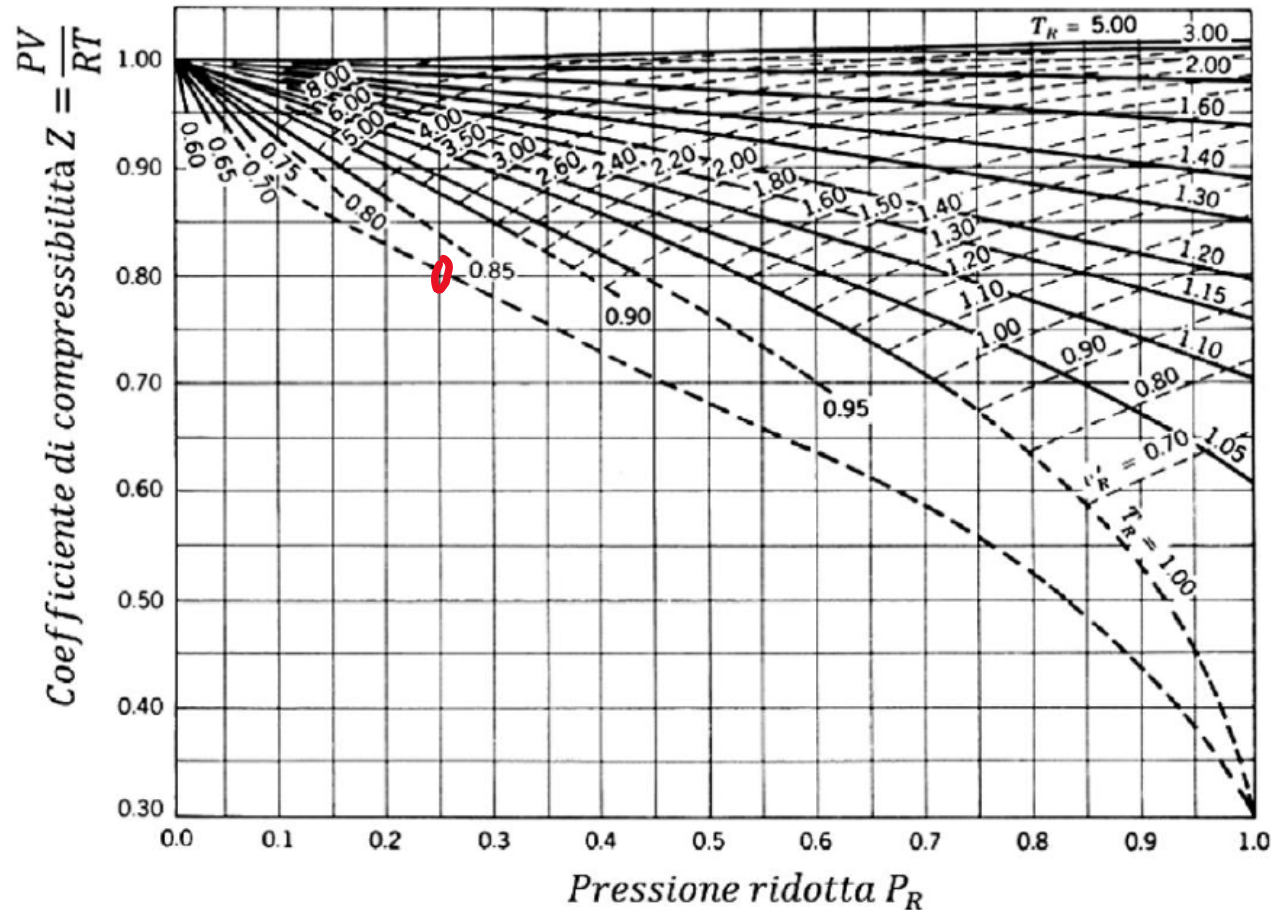


Figura 1: Valore del fattore di compressibilità, $Z = Pv/R^*T$, in funzione delle variabili ridotte $T_R = T/T_{cr}$ e $P_R = P/P_{cr}$.

$$P_R = 0,25$$

$$T_R = 0,73$$

$$Z = \frac{Pv}{R^*T} \rightarrow v_{GR} = Z \cdot \frac{R^*T}{P}$$

$$v_b = 0.0221 \text{ m}^3/\text{kg}; \text{err}_b = +1.8\%$$



2. Trasformazioni gas perfetti

2.6 – Avanzato

2.6. *[avanzato]* Una bombola è suddivisa in due parti da un setto mobile impermeabile, inizialmente bloccato da un fermo. In entrambe le parti vi è ossigeno (gas perfetto biatomico con $M_m = 32 \text{ kg/kmol}$), ma in una è alla temperatura $T_{A1} = 40 \text{ °C}$ e alla pressione $P_{A1} = 8.547 \text{ bar}$, e nell'altra a $T_{B1} = 20 \text{ °C}$ e $P_{B1} = 6 \text{ bar}$ con $V_{B1} = 2V_{A1}$. Ad un certo istante, il pistone viene sbloccato, e il sistema evolve spontaneamente portandosi in uno stato di equilibrio caratterizzato dalla temperatura finale $T_2 = 28 \text{ °C}$. È noto che nel sottosistema A è presente una massa $M_A = 4 \text{ kg}$ di gas, e che il processo subito complessivamente dall'ossigeno avvenga senza scambi termici con l'ambiente. Dopo aver rappresentato schematicamente il sistema e aver scritto l'equazione di bilancio energetico del sistema, si chiede di:

- Determinare la massa di gas presente nel sottosistema B.
- Valutare il volume complessivo della bombola.
- Valutare la pressione P_2 nello stato finale.
- Valutare l'entropia prodotta per irreversibilità nel processo.



2. Trasformazioni gas perfetti

2.6 – Avanzato

Dati

gas ideale \rightarrow O_2 con $M_m = 32$ kg/kmole

Stato iniziale

Sottosistema A

$$M_A = 4 \text{ kg}$$

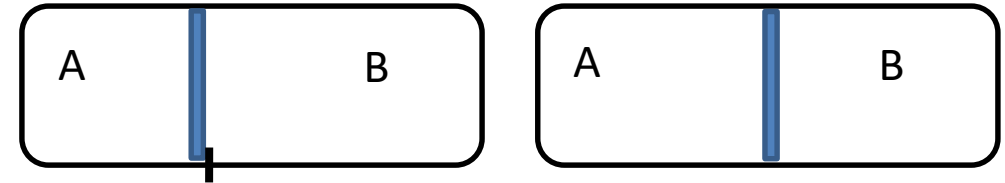
$$T_{A1} = 40^\circ\text{C} \quad T_{A1} = 313,15 \text{ K}$$

$$P_{A1} = 8,547 \text{ bar} \quad P_{A1} = 8,547 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Stato finale

$$T_{A2} = T_{B2} = 28^\circ\text{C} \quad T_2 = 301,15 \text{ K}$$

$$P_{A2} = P_{B2}$$



Sottosistema B

$$T_{B1} = 20^\circ\text{C} \quad T_{B1} = 293,15 \text{ K}$$

$$P_{B1} = 6 \text{ bar} \quad P_{B1} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_{B1} = 2 V_{A1}$$

Equazione di bilancio energetico ed entropico. Il sistema è isolato.

$$\Delta U = 0$$

$$\Delta S = S_{\text{irr}}$$

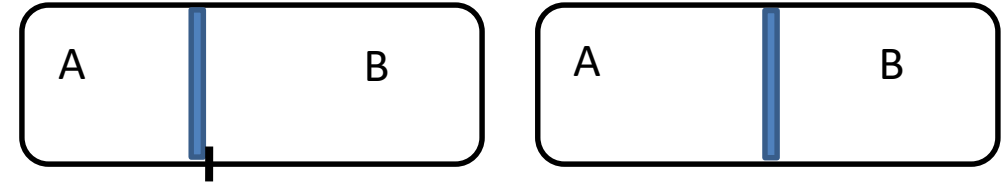


2. Trasformazioni gas perfetti

2.6 – Avanzato

Incognite

M_B, V, P_2, S_{irr}



Dal bilancio energetico per il sistema composto A+B si ottiene una equazione con incognita M_B , essendo la temperatura finale di equilibrio termico $T_{A2} = T_{B2}$:

$$\Delta U = 0 \quad \Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B \quad \text{e quindi} \quad \Delta U_A + \Delta U_B = 0$$

$$M_A c_v (T_{A2} - T_{A1}) + M_B c_v (T_{B2} - T_{B1}) = 0$$

$$M_B = - \frac{M_A c_v (T_{A2} - T_{A1})}{c_v (T_{B2} - T_{B1})}$$

$$M_B = -4 \frac{(28 - 40)}{(28 - 20)} = 6 \text{ kg}$$

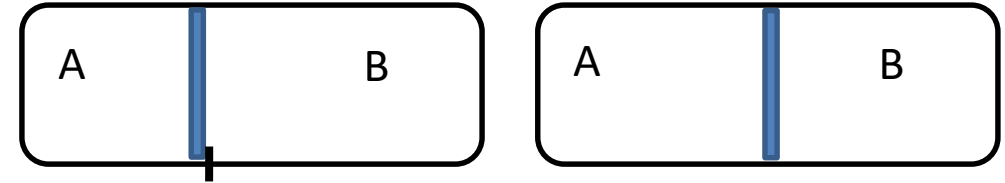


2. Trasformazioni gas perfetti

2.6 – Avanzato

Incognite

M_B, V, P_2, S_{irr}



Il volume complessivo della bombola è costante e pari alla somma dei volumi dei sottosistemi A e B. Essendo noto, all'istante iniziale, il legame tra V_{A1} e V_{B1} , è sufficiente, con l'equazione di stato, determinare V_{A1} .

$$V = V_{A1} + V_{B1}$$

$$V_{A1} = \frac{M_{A1} R^* T_{A1}}{P_{A1}} \quad V_{A1} = \frac{4 \frac{8314}{32} 313,15}{8,547 \cdot 10^5} = 0,381 \, m^3$$

$$V_{B1} = 2 V_{A1} = 0,762 \, m^3$$

Il volume totale della bombola è $V = 1,043 \, m^3$

$$M_{B2} = \frac{P_{A1} \cdot V_{B1}}{R^* \cdot T_{B1}} = 6 \, kg$$



2. Trasformazioni gas perfetti

2.6 – Avanzato

La pressione nello stato finale può essere determinata scrivendo l'equazione di stato per la bombola come se non fosse presente il setto.

$$P_2 = \frac{(M_A + M_B)R^*T_2}{V}$$

$$P_2 = \frac{10 \frac{8314}{32} 301,15}{1,043} = 6,85 \text{ bar}$$

Si determina ora l'entropia prodotta per irreversibilità con il bilancio entropico:

$$\Delta S = S_{\text{irr}} \quad \Delta S_A + \Delta S_B = S_{\text{irr}}$$

$$\Delta S_A = M_A \left[c_P \ln \frac{T_2}{T_{A1}} - R^* \ln \frac{P_2}{P_{A1}} \right] \quad \Delta S_A = 4 \left[\frac{7}{2} \frac{8314}{32} \ln \frac{301,15}{313,15} - \frac{8314}{32} \ln \frac{6,85}{8,547} \right] = 88 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_B = M_B \left[c_P \ln \frac{T_2}{T_{B1}} - R^* \ln \frac{P_2}{P_{B1}} \right] \quad \Delta S_B = 6 \left[\frac{7}{2} \frac{8314}{32} \ln \frac{301,15}{293,15} - \frac{8314}{32} \ln \frac{6,85}{6} \right] = -59,5 \text{ J/K}$$

$S_{\text{irr}} = 28,4 \text{ J/K}$ la produzione di entropia per irreversibilità è >0 , come deve essere!



3. Stati bifase

3.5 – Intermedio

3.5. [intermedio] Un sistema composto è costituito da due recipienti. Il recipiente 1 contiene una massa di 4 kg di vapore umido con titolo 0.8. Il recipiente 2 contiene una massa di 2 kg di acqua alla temperatura di 80 °C. Il sistema è in equilibrio alla pressione $P = 2.7 \cdot 10^5$ Pa. Si chiede di valutare lo stato finale, il lavoro esercitato e la variazione di entropia del sistema complessivo a seguito di una miscelazione adiabatica e isobara.

Dati

acqua → utilizzo delle tabelle

Stato iniziale

$$P = 2,7 \text{ bar}$$

$$M_1 = 4 \text{ kg}$$

$$x_1 = 0,8$$

$$M_2 = 2 \text{ kg}$$

$$T_2 = 80 \text{ °C}$$

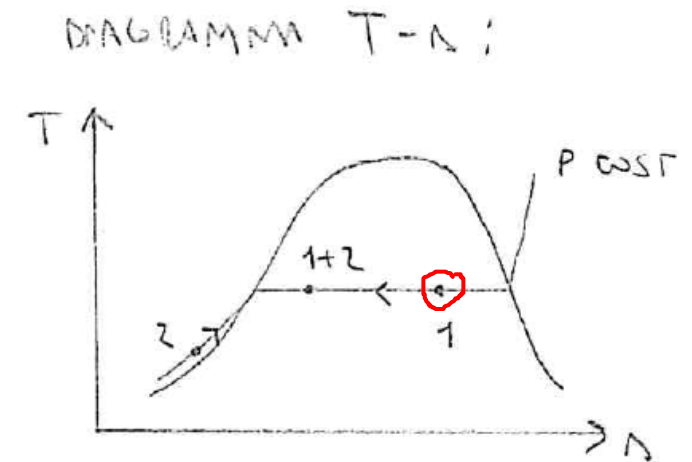
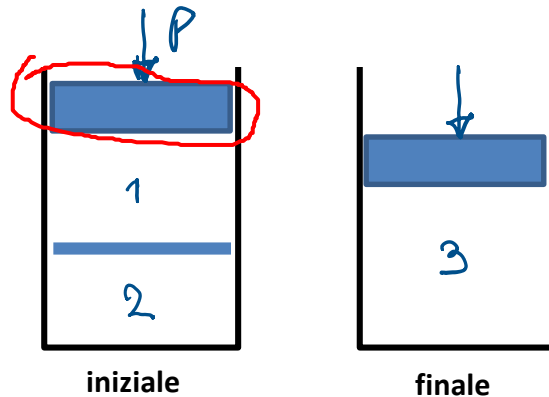
Stato finale

$$P_3 = P_{1,2}$$

$$Q = 0$$

Incognite

stato, L , ΔS

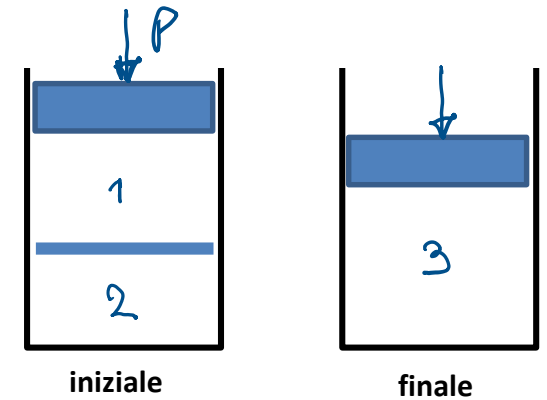


3.5 – Intermedio

Ed essendo adiabatico $\Delta H = 0$,
ovvero: $H_f - H_i = 0$

$$\rightarrow h_3 = \frac{M_1 h_1 + M_2 h_2}{M_1 + M_2}$$

Sistema 2: alla temperatura $T = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$ si ha liquido sottoraffreddato.
In prima approssimazione $h_2 \cong h_L(80\text{ }^{\circ}\text{C})$ $h_2 = 334,9\text{ kJ/kg}$



3. Stati bifase

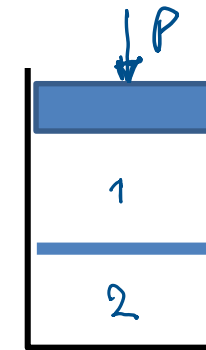
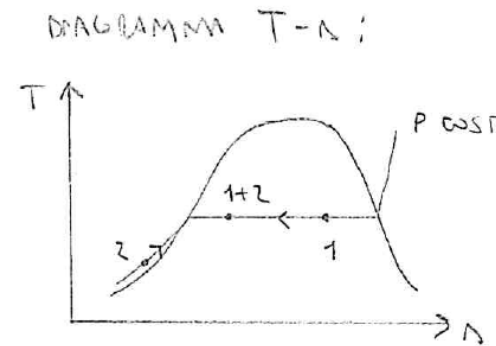
3.5 – Intermedio

$$h_f = 1635 \text{ kJ/kg}$$

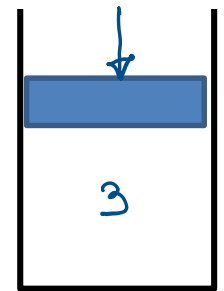
Essendo $h_L < h_f < h_V$ lo stato è bifase, quindi:

$$T_f = 130 \text{ °C e } P_f = 2,7 \text{ bar}$$

$$\text{Con un titolo } x_3 = \frac{h_3 - h_L}{h_V - h_L} \text{ per cui } x_f = 0,501$$



iniziale



finale

3. Stati bifase

3.5 – Intermedio

Il lavoro scambiato: sistema chiuso a $P = \text{cost}$,
 $L^{\rightarrow} = P (V_f - V_i) = P [(M_1 + M_2) v_f - (M_1 v_1 + M_2 v_2)]$

Dalle tabelle ($T = 130\text{ }^{\circ}\text{C}$) si ha:
 $v_L = 0,001070\text{ m}^3/\text{kg}$, $v_V = 0,066814\text{ m}^3/\text{kg}$

Stato iniziale sistema 1

$$v_1 = (1 - x)v_L + x \cdot v_v \quad v_1 = (1 - 0,8)0,001070 + 0,8 \cdot 0,066814 \quad v_1 = 0,535\text{ m}^3/\text{kg}$$

Stato iniziale sistema 2:

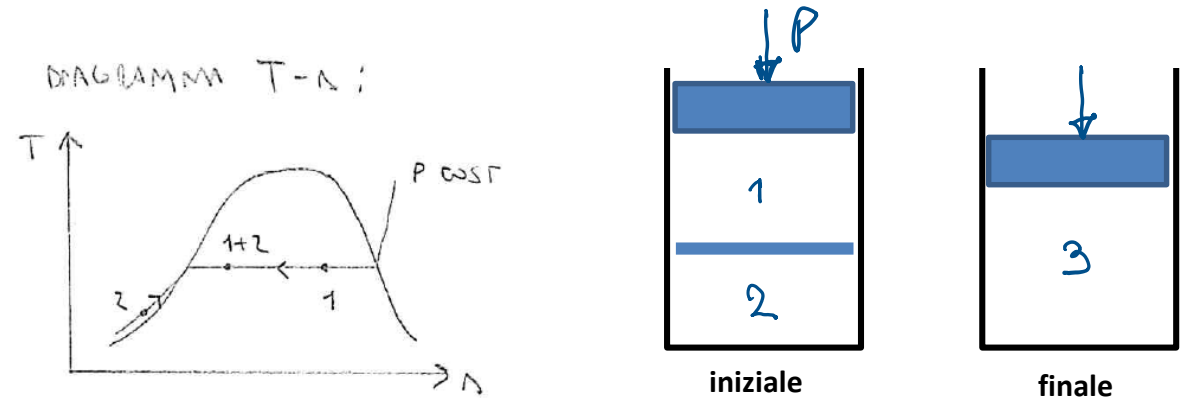
In prima approssimazione $v_2 \cong v_L$ $v_2 = 0,001070\text{ m}^3/\text{kg}$

Nello stato finale:

$$v_f = (1 - x_f)v_L + x_f \cdot v_v \quad v_f = (1 - 0,501)0,001070 + 0,501 \cdot 0,066814 \quad \rightarrow v_f = 0,335\text{ m}^3/\text{kg}$$

Il lavoro è quindi: $L^{\rightarrow} = P [(M_1 + M_2) v_f - (M_1 v_1 + M_2 v_2)]$

$$L^{\rightarrow} = 2,7 \cdot 10^2 [(4 + 2) 0,335 - (4 \cdot 0,535 + 2 \cdot 0,001070)] \quad L^{\rightarrow} = -35,1\text{ kJ}$$



3. Stati bifase

3.5 – Intermedio

Il bilancio entropico è $\Delta S = S_Q + S_{irr}$

Processo adiabatico $\rightarrow S_Q = 0$

$$\Delta S = S_f - S_i, \text{ ovvero } \Delta S = (M_1 + M_2)s_f - (M_1s_1 + M_2s_2) = S_{irr}$$

Dalle tabelle ($T = 130^\circ\text{C}$) si ha:

$$s_L = 1,6344 \text{ kJ/kgK} \quad s_V = 7,0261 \text{ kJ/kgK}$$

Stato iniziale sistema 1

$$s_1 = (1 - x)s_L + x \cdot s_v \quad s_2 = (1 - 0,8)1,6344 + 0,8 \cdot 7,0261 \rightarrow s_1 = 5,9478 \text{ kJ/kgK}$$

Stato iniziale sistema 2: alla temperatura $T = 80^\circ\text{C}$ si ha liquido sottoraffreddato

$$\text{In prima approssimazione } s_2 \cong s_L(80^\circ\text{C}) \rightarrow s_2 = 1,0753 \text{ kJ/kgK}$$

Stato finale:

$$s_f = (1 - x)s_L + x \cdot s_v \quad s_f = (1 - 0,501)1,6344 + 0,501 \cdot 7,0261 \rightarrow s_f = 4,3350 \text{ kJ/kgK}$$

$$S_{irr} = (4 + 2) 4,3350 - (4 \cdot 5,9478 + 2 \cdot 1,0753) \quad S_{irr} = 0,0683 \text{ kJ/K}$$

