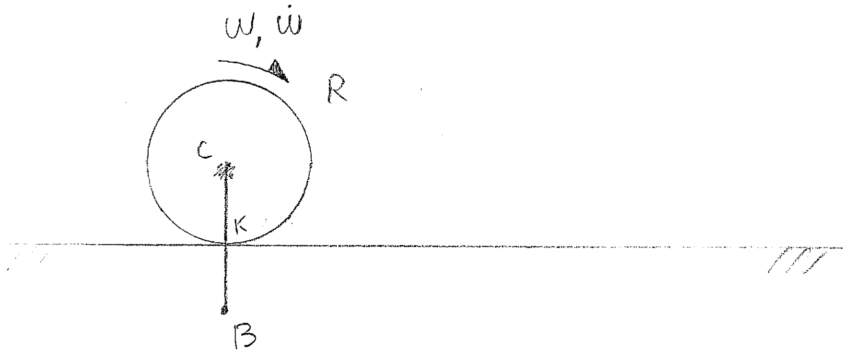
CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO



$CB = 2R = L$

NOTI:

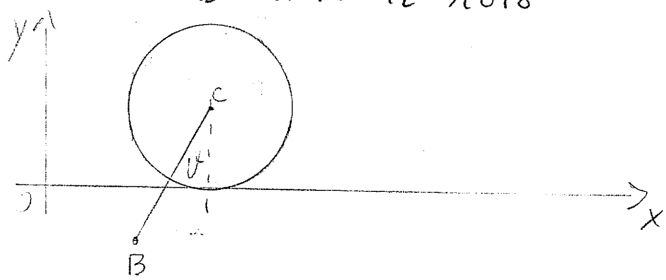
$\omega, \dot{\omega}$

? $\vec{v}_B$, $\vec{a}_B$

IL DISCO DI RAGGIO R ROTOLA SENZA STRISCIARE SU UNA GUIDA ORIZZONTALE. L'ASTA CB È SOLIDALE AL DISCO. NOTE LA VELOCITÀ E L'ACCELERAZIONE ANGOLARE DEL DISCO, PER LA POSIZIONE IN FIGURA, CALCOLARE LA VELOCITÀ E L'ACCELERAZIONE DI B.

- SOLUZIONE CON COORDINATE CARTESIANE:

DEFINISCO UN SISTEMA DI RIFERIMENTO CARTESIANO E CONSIDERO LA GENERICA POSIZIONE DURANTE IL MOTO



LA POSIZIONE DEL CENTRO C PUÒ ESSERE SCRITTA COME:

$$\begin{cases} X_C = X_0 + R\vartheta \\ Y_C = R \end{cases}$$

DOVE X_0 È LA POSIZIONE DI C PER $\vartheta = 0$

QUINDI LA POSIZIONE DI B PUÒ ESSERE SCRITTA COME:

$$\begin{cases} X_B = X_0 + R\vartheta - L\sin\vartheta \\ Y_B = R - L\cos\vartheta \end{cases}$$

DERIVANDO OTTENGO LA VELOCITÀ

$$\begin{cases} \dot{X}_B = R\dot{\vartheta} - L\dot{\vartheta}\cos\vartheta \\ \dot{Y}_B = \cancel{R} + L\dot{\vartheta}\sin\vartheta \end{cases}$$

PER $\vartheta = 0$

$$\begin{cases} \dot{X}_B = R\dot{\vartheta} - L\dot{\vartheta} = -R\omega \\ \dot{Y}_B = 0 \end{cases}$$

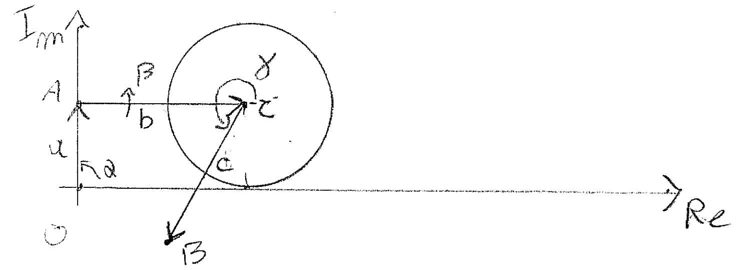
$$\vec{v}_B = -R\omega\,\vec{i}$$

DERIVANDO ULTERIORMENTE OTTENGO L'ACCELERAZIONE

$$\begin{cases} \ddot{x}_B = R\ddot{\vartheta} - L\ddot{\vartheta}\cos\vartheta + L\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta \\ \ddot{y}_B = L\ddot{\vartheta}\sin\vartheta + L\dot{\vartheta}^2\cos\vartheta \end{cases} \quad \text{PER } \vartheta = 0 \quad \begin{cases} \ddot{x}_B = R\ddot{\vartheta} - L\ddot{\vartheta} = -R\dot{\omega} \\ \ddot{y}_B = L\dot{\vartheta}^2 = 2R\omega^2 \end{cases}$$

$$\vec{a}_B = -R\dot{\omega}\,\vec{i} + 2R\omega^2\,\vec{j}$$

- SOLUZIONE CON NUMERI COMPLESSI



$$(B-O) = (A-O) + (C-A) + (B-C) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

SCRIVO LA POSIZIONE DI B COME SOMMA DI 3 NUMERI COMPLESSI IN FORMA ESPONENZIALE

$$(B-O) = a e^{i\alpha} + b e^{i\beta} + c e^{i\gamma}$$

COST	a α β c
VAR	b γ

$a = \text{cost} = R$ $\qquad$ $b = \text{var}$ $\qquad$ $c = \text{cost} = L$

$\alpha = \text{cost} = \pi/2$ $\qquad$ $\beta = \text{cost} = 0$ $\qquad$ $\gamma = \text{var}$

QUINDI:

$$(B-O) = i a + b + c e^{i\gamma}$$

PROIETTANDO LE COMPONENTI SUGLI ASSI REALE E IMMAGINARIO OTTENGO:

$$\begin{cases} x_B = b + c\cos\gamma \\ y_B = a + c\sin\gamma \end{cases}$$

DERIVANDO OTTENGO LA VELOCITA' $\quad \vec{v}_B = \dot{b} + i c\dot{\gamma} e^{i\gamma}$

$$\begin{cases} \dot{x}_B = \dot{b} - c\dot{\gamma}\sin\gamma \\ \dot{y}_B = c\dot{\gamma}\cos\gamma \end{cases}$$

SOSTITUENDO $\dot{b} = R\omega$, $\dot{\gamma} = -\omega$ E PER $\gamma = \frac{3}{2}\pi$ OTTENGO

$$\dot{x}_B = R\omega - 2R\omega = -R\omega$$

$$\dot{y}_B = 0$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = -R\omega\,\vec{i}$$

DERIVO ULTERIORMENTE PER RICAVARE L'ACCELERAZIONE DEL PUNTO B

$$\vec{a}_B = \ddot{b} + i c \ddot{\gamma} e^{i\gamma} - c \dot{\gamma}^2 e^{i\gamma}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_B = \ddot{b} - c \ddot{\gamma} \sin\gamma - c \dot{\gamma}^2 \cos\gamma \\ \ddot{y}_B = c \ddot{\gamma} \cos\gamma - c \dot{\gamma}^2 \sin\gamma \end{cases}$$

SOSTITUENDO $\ddot{b} = R\dot{\omega}$, $\ddot{\gamma} = -\dot{\omega}$, PER $\gamma = \frac{3}{2}\pi$ OTTENGO

$$\ddot{x}_B = R\dot{\omega} - 2R\dot{\omega} = -R\dot{\omega}$$

$$\ddot{y}_B = 2R\omega^2$$

$$\Rightarrow \vec{a}_B = -R\dot{\omega}\vec{i} + 2R\omega^2\vec{j}$$

- SOLUZIONE CON RIVALS

SECONDO IL TEOREMA DI RIVALS PER LE VELOCITÀ:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega} \wedge (B - C) = R\omega\vec{i} + (\omega\vec{k} \wedge -2R\vec{j}) = (R\omega - 2R\omega)\vec{i} = -R\omega\vec{i}$$

OPPURE, OSSERVANDO CHE K È CIR DEL CORPO:

$$\vec{v}_B = \vec{\omega} \wedge (B - K) = -\omega\vec{k} \wedge -R\vec{j} = -\omega R\vec{i}$$

PER LE ACCELERAZIONI

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \dot{\vec{\omega}} \wedge (B - C) - \omega^2 (B - C) = R\dot{\omega}\vec{i} - \dot{\omega}\vec{k} \wedge -2R\vec{j} - \omega^2(-2R\vec{j}) =$$

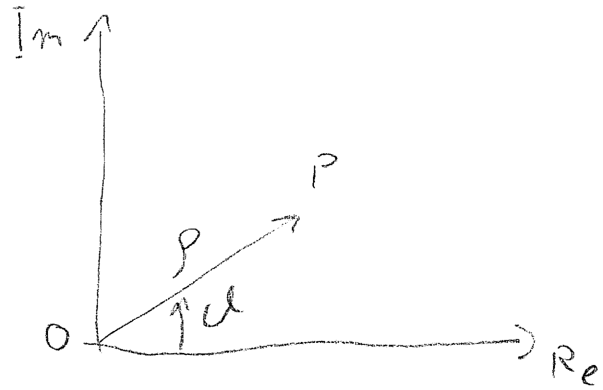
$$= R\dot{\omega}\vec{i} - 2R\dot{\omega}\vec{i} + 2\omega^2 R\vec{j} = -R\dot{\omega}\vec{i} + 2R\omega^2\vec{j}$$

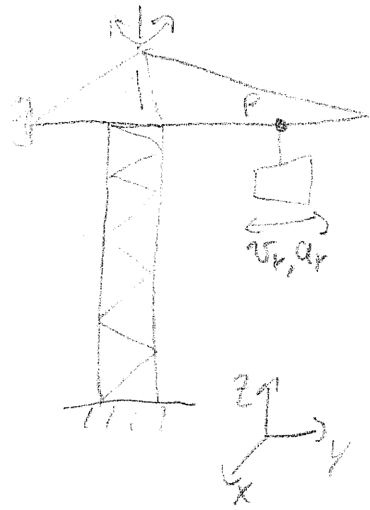
! HO UTILIZZATO COME PUNTO DI PARTENZA IL CENTRO DEL DISCO C PERCHÉ POSSO SCRIVERE FACILMENTE LA SUA VELOCITÀ E ACCELERAZIONE

SOLUZIONE CON I NUMERI COMPLESSI

ESERCITAZIONE 2

MOTO DI UN PUNTO NEL PIANO -> GRU A BRACCIO



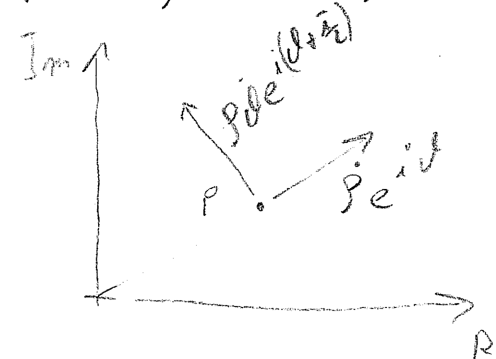


STUDIO IL MOTO DEL CARRELLO

$$(P-O) = \rho e^{i\vartheta} \qquad \rho, \vartheta \text{ variabili}$$

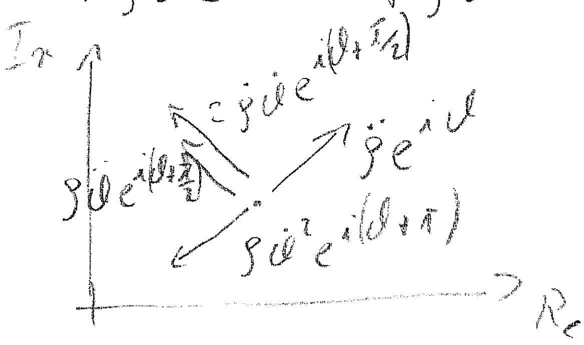
$$\begin{cases} x_P = \rho\cos\vartheta \\ y_P = \rho\sin\vartheta \end{cases}$$

$$\vec{v}_P = \dot\rho e^{i\vartheta} + i\rho\dot\vartheta e^{i\vartheta} = \dot\rho e^{i\vartheta} + \rho\dot\vartheta e^{i(\vartheta+\frac{\pi}{2})}$$



$$\begin{cases} \dot x_P = \dot\rho\cos\vartheta - \rho\dot\vartheta\sin\vartheta \\ \dot y_P = \dot\rho\sin\vartheta + \rho\dot\vartheta\cos\vartheta \end{cases}$$

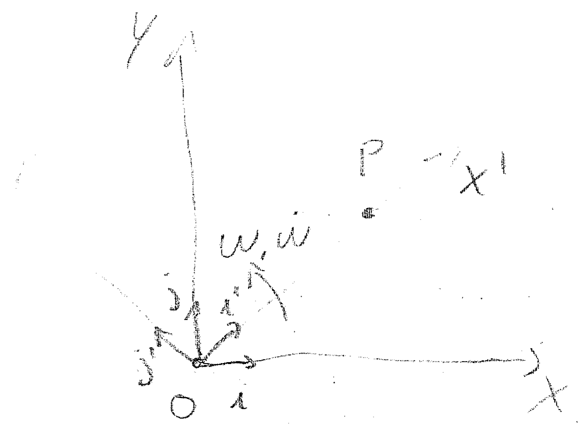
$$\vec{a}_P = \ddot\rho e^{i\vartheta} + i2\dot\rho\dot\vartheta e^{i\vartheta} + i\rho\ddot\vartheta e^{i\vartheta} - \rho\dot\vartheta^2 e^{i\vartheta} = \ddot\rho e^{i\vartheta} + 2\dot\rho\dot\vartheta e^{i(\vartheta+\frac{\pi}{2})} + \rho\ddot\vartheta e^{i(\vartheta+\frac{\pi}{2})} + \rho\dot\vartheta^2 e^{i(\vartheta+\pi)}$$



$$\begin{cases} \ddot x_P = \ddot\rho\cos\vartheta - 2\dot\rho\dot\vartheta\sin\vartheta - \rho\ddot\vartheta\sin\vartheta - \rho\dot\vartheta^2\cos\vartheta \\ \ddot y_P = \ddot\rho\sin\vartheta + 2\dot\rho\dot\vartheta\cos\vartheta + \rho\ddot\vartheta\cos\vartheta - \rho\dot\vartheta^2\sin\vartheta \end{cases}$$

FARE CONFRONTO CON VETTORI MOTI RELATIVI E DISCUTERE MODULI DIREZIONE E VERBI (SEGNI)

SOLUZIONE CON TERNE MOBILI



TERNA ROTANTE IN O SOLIDALE AL BRACCIO

SCELGO LA TERNA MOBILE IN MODO CHE IL MOTO RELATIVO DI P SIA NOTO

MOTO RELATIVO: TRAIETTORIA RETTILINEA // x'

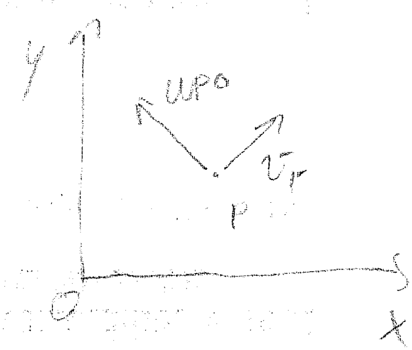
MOTO TRASCINAMENTO: TRAIETTORIA CIRCOLARE DI CENTRO O

$$\vec{v}_P^{\,A} = \vec{v}_P^{\,T} + \vec{v}_P^{\,R}$$

$$\vec{v}_P^{\,A} = \vec{\omega} \wedge (P-O) + v_r \vec{i}' = \omega PO\, \vec{j}' + v_r \vec{i}'$$

$$v_P^T = \omega PO$$

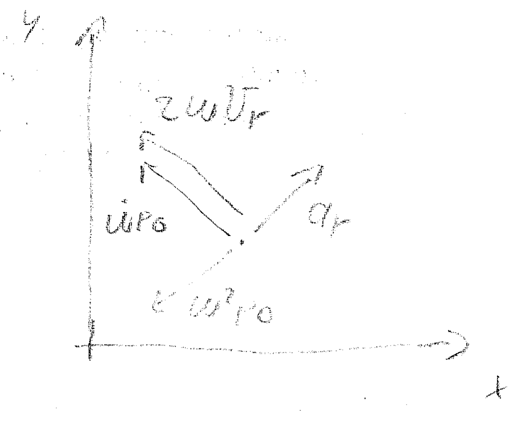
$$v_P^R = v_r$$



$$\vec{a}_P^{\,A} = \vec{a}_P^{\,T} + \vec{a}_P^{\,R} + \vec{a}_P^{\,C} = \vec{a}_{P_{t}}^{\,T} + \vec{a}_{P_{n}}^{\,T} + \vec{a}_P^{\,R} + \vec{a}_P^{\,C}$$

$$= \dot{\vec{\omega}} \wedge (P-O) - \omega^2 (P-O) + a_r \vec{i}' + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_P^{\,R} =$$

$$= \dot{\omega} PO\, \vec{j}' - \omega^2 PO\, \vec{i}' + a_r \vec{i}' + 2\omega v_r \vec{j}'$$



2