24/03/2020

E7) Dato il SD NL TI a TC

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^2 + x_2 - 2u^3 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 \\ y = x_1^4 + x_2 + u^2 \end{cases}$$

Basta che una equazione non sia lineare e il sistema diventa non lineare.

1) $\bar{x}$ e $\bar{y}$ per $u(t) = \bar{u} = 1$? Determinare i vari stati e le uscite di equilibrio per un determinato u(t) =\bar{u}= 1

2) Stabilità equilibri ? Discutere la stabilità degli equilibri eventualmente trovati

3) Sist. linearizzati ? Determinare i sistemi linearizzati nell'intorno degli equilibri eventualmente trovati

1) calcolo stati equilibrio

$$\begin{cases} 0 = \bar{x}_1^2 + \bar{x}_2 - 2\bar{u}^3 \\ 0 = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = \bar{x}_1 \text{ (ricavato dalla seconda equazione)} \\ \text{sostituisco nella prima equazione} \\ \bar{x}_1^2 + \bar{x}_1 - 2 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \bar{x}_1 = \dfrac{-1 \mp \sqrt{1+8}}{2} = \begin{cases} -2 \\ 1 \end{cases} \\ \bar{x}_2 = \bar{x}_1 \end{cases}$$

$\bar{u} = 1$

Quindi vi sono 2 stati di equilibrio:

$$\bar{x}_a = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} x\_1a \\ x\_2a \end{array} \qquad \bar{x}_b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} x\_1b \\ x\_2b \end{array}$$

(come convenzione i vari stati di equilibrio li distinguiamo con delle lettere ai pedici (_a e_b), così non facciamo confusione fra i pedici che denotano la variabile di stato (numeri) e i pedici che denotano gli stati di equilibrio (lettere)) e in corrispondenza l'uscita agli stati di equilibrio valgono:

$$\bar{y}_a = (-2)^4 - 2 + 1^2 = 15$$

$$\bar{y}_b = (1)^4 + 1 + 1^2 = 3$$

2) calcolo matrice A del generico sist. linearizzato

(derivata di x_1^2) derivata di x_2

$$f_x = \begin{bmatrix} 2x_1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

derivata di x_1 derivata di -x_2

Piccolo ricordo sulla teoria (meglio comunque controllare nella parte di teoria): Il sistema linearizzato è fatto sviluppando l'equazione di stato in serie fermandosi al primo ordine, e al primo ordine il termine noto è 0 (per definizione di equilibrio) e poi abbiamo la matrice delle deriivate parziali delle funzioni f rispetto alle variabili x

Equilibrio a:

Mettiamo ora dentro la matrice appena trovata i valori di equilibrio che sono:

$$\bar{x}_1 = -2 \quad \bar{x}_2 = -2 \quad \bar{u} = 1$$

$$f_x \Big|_{\text{equilibrio a}} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = A_a$$

matrice A nello stato di equilibrio a

non riesco a trarre conclusioni a priori su questa matrice, quindi guardiamo il polinomio caratteristico

$$\det(sI - A_a) = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} s+4 & -1 \\ -1 & s+1 \end{bmatrix} = 0 \qquad s^2 + 5s + 3 = 0$$

coeff. concordi e 2° grado $\Rightarrow$ 2 radici con Re < 0 $\Rightarrow$ sist. lin. AS $\Rightarrow$ Ep. AS

Equilibrio b: (stessa cosa che abbiamo fatto per l'equilibrio a)

$$\bar{x}_1 = 1, \quad \bar{x}_2 = 1, \quad \bar{u} = 1$$

$$f_x\Big|_{\text{equilibrio b}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = A_b$$

In questo caso senza fare conti aggiuntivi notiamo che la traccia è negativa, quindi:

traccia $> 0 \Rightarrow$ almeno un autovalore con Re > 0 $\Rightarrow$ Eq. I

$\square$

Ricordiamo il meccanismo di studio della stabilità degli equilibri:
Se il sistema linearizzato nell'intorno di un equilibrio è asintoticamente stabile, l'equilibrio è asintoticamente stabile.
Se il sistema linearizzato nell'intorno di un equilibrio ha almeno un autovalore con parte reale positiva (che non significa dire che il sistema linearizzato è instabile), allora l'equilibrio è instabile.
In tutti gli altri casi non si può dire nulla (dipendono da termini di sviluppo in serie maggiori del primo, quindi non si può dire nulla guardando il sistema linearizzato), non ci sarà mai richiesto.

3) sistemi linearizzati

Sistema linearizzato generico:

$$\begin{cases} \delta\dot{x} = f_x\big|_{\bar{x},\bar{u}}\,\delta x + f_u\big|_{\bar{x},\bar{u}}\,\delta u \\ \delta y = g_x\big|_{\bar{x},\bar{u}}\,\delta x + g_u\big|_{\bar{x},\bar{u}}\,\delta u \end{cases}$$

delta ... f ... f ... delta

delta ... g ... g ... delta

ricordando che:

$$\delta u = u - \bar{u}$$
$$\delta x = x - \bar{x}$$
$$\delta y = y - \bar{y}$$

Estraimo f_u, g_x e g_u

e anche f_x (ma lo abbiamo già calcolato al punto precendente)

derivata rispetto a u di x_1^2 + x_2 -2u^3

derivata rispetto a x_1 dell'uscita y

$$f_u = \begin{bmatrix} -6u^2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g_x = \begin{bmatrix} 4x_1^3 & 1 \end{bmatrix}, \quad g_u = 2u$$

f_x=[...] derivate delle funzioni di stato rispetto a x, l'abbiamo calcolata qualche slide indietro

derivata delle funzioni di stato rispetto a u

derivata rispetto a u di x_1 - x_2

derivata dell'uscita rispetto a x

derivata rispetto a x_2 dell'uscita y

derivata rispetto a u dell'uscita y

- Sist. lin. attorno a eq. a

Compilo inserendo i valori all'equilibrio a

$$\begin{cases} \delta\dot{x} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \delta x + \begin{bmatrix} -6 \\ 0 \end{bmatrix} \delta u \\ \delta y = \begin{bmatrix} -32 & 1 \end{bmatrix} \delta x + 2\,\delta u \end{cases}$$

$$\delta u = u - 1$$

$$\delta x = x - \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\delta y = y - 15$$

fare la stessa cosa per l'equilibrio b ...

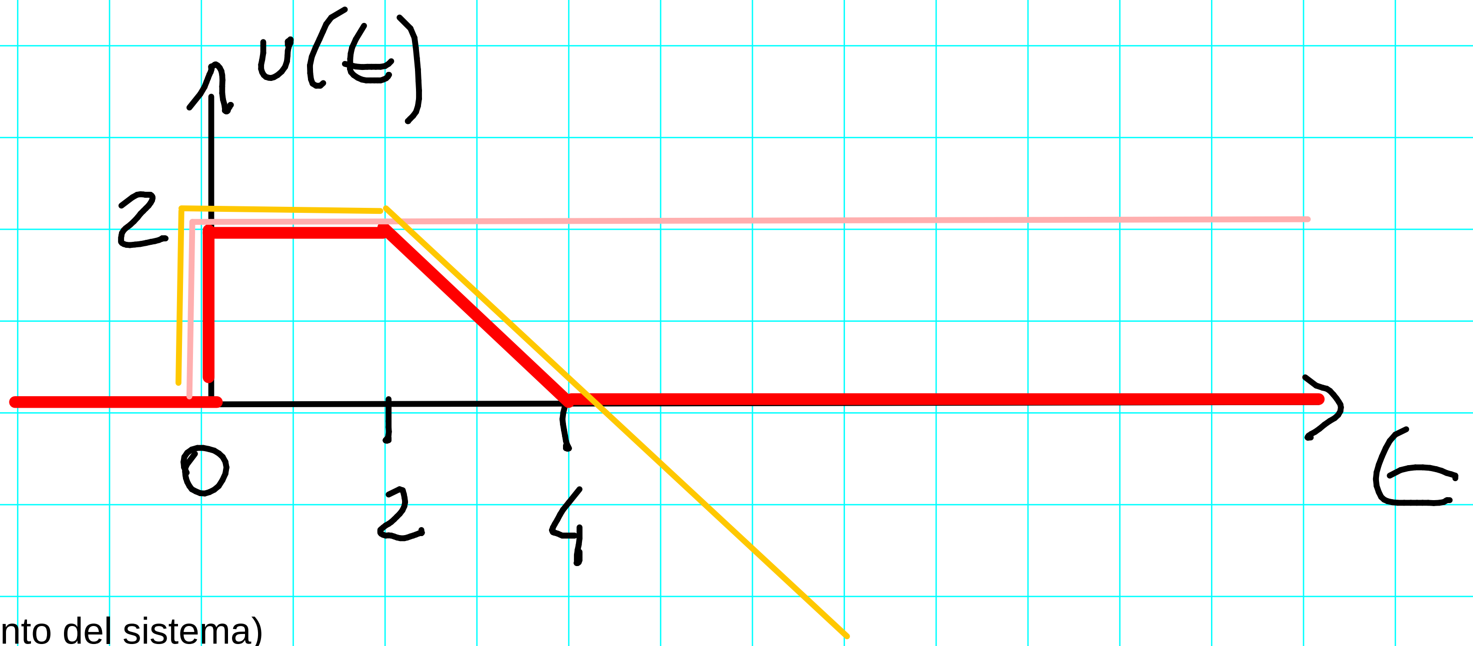
eq. b ...

E8

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

SD LTI a TC,
Notiamo subito che è asintoticamente stabile, la matrice A è triangolare inferiore e i suoi autovalori sono nella diagonale principale (-1 e -2) hanno parte reale negativa.
E' strettamente proprio, cioè non compare u nell'equazione d'uscita.

dati x(0) -------> $x(0) = 0$ e u(t) ------------------>



domanda: $y(t) \quad t \geq 0$? (calcolare il movimento del sistema)

Sappiamo già che il movimento del sistema tende a 0 per t che tende all'infinito (lo si vede dal grafico di u(t))

- Esprimo u(t) come somma di segnali canonici

$$u(t) = 2\,\mathrm{sca}(t) - \mathrm{ram}(t-2) + \mathrm{ram}(t-4)$$

Quindi

Trasformata di Laplace

$$U(s) = \frac{2}{s} - \underbrace{\underbrace{\frac{1}{s^2}}_{\text{ram}(t)} e^{-2s}}_{\text{ram}(t-2)} + \frac{1}{s^2} e^{-4s}$$

- Calcolo la FdT del sistema

$$G(s) = c(sI - A)^{-1} b + d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ -1 & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{(s+1)(s+2)} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ 1 & s+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{2}{(s+1)(s+2)}$$

gli zeri nelle righe e nelle colonne tolgono interi pezzi dalle matrici.

- Esprimo $Y(s)$ (c'è soltanto TF)

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)}\left(\frac{2}{s} - \frac{1}{s^2}e^{-2s} + \frac{1}{s^2}e^{-4s}\right)$$

$$= \underbrace{\frac{4}{s(s+1)(s+2)}}_{Y_1(s)} + \underbrace{\frac{2}{s^2(s+1)(s+2)}}_{Y_2(s)}\left(e^{-4s} - e^{-2s}\right)$$

Dobbiamo in generale raggiungere una forma come questa:

in generale (N, D polinomi)

$$\sum_i \underbrace{\frac{N_i(s)}{D_i(s)}}_{\text{Heaviside} \to g_i(t)} \sum_j e^{-\underbrace{T_j}_{\text{ritardi con cui appaiono le } g_i(t)} s}$$

somma di termini razionali

somma di termini esponenziali

Heaviside → $g_i(t)$

ritardi con cui appaiono le $g_i(t)$

quindi abbiamo una somma di termini razionali ciascuno dei quali è moltiplicato per una somma di termini esponenziali

Questo primo termine non ha la forma esponenziale, semplicemente vale 0

Questo secondo termine, invece si vede chiaramente che è moltiplicato per una sommatoria di esponenziali

→ ... Heaviside

Il meccanismo con cui si procede ora è che si utilizza l'antitrasformazione di Heaviside per i termini razionali trasformandoli quindi da Y(s) a y(t), mentre le varie sommatorie di termini esponenziali ci mostrano (tramite il coefficiene con cui è moltiplicata la s nell'esponente) i ritardi con cui appaiono le y(t)

STRETTAMENTE LEGATA ALLA PROSSIMA SLIDE !

STRETTAMENTE LEGATA ALLA SLIDE PRECEDENTE

$$y_1(t) = \left(2 + 2e^{-2t} - 4e^{-t}\right)\mathrm{sca}(t)$$

$$y_2(t) = \left(-\frac{3}{2} + t - \frac{1}{2}e^{-2t} + 2e^{-t}\right)\mathrm{sca}(t)$$

Antitrasformiamo quindi i termini razionali
Y_1(s) e Y_2(s) (saltiamo i conti, fatti con maxima)

Componendo

aggiungiamo ora i ritardi degli esponenziali: i ritardi sono i coefficienti con cui sono moltiplicate le s negli esponenti.

(a y_1 non mettiamo ritardo,
non ci sono esponenziali)

(y_2 ha due ritardi: -2 e -4)

$$y(t) = y_1(t) - y_2(t-2) + y_2(t-4) \longrightarrow$$

(da notare anche i segni - e + di questi due termini,
che corrispondono ai segni - e + degli esponenziali)

$$\left[\ \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{N(s)}{D(s)}e^{-s\tau}\right] = y(t-\tau)\ \right]$$

HEAVISIDE $y(t)$

N, D polinomi

Riassumendo: Heaviside si usa per anitrasformare per trasformate di Laplace razionali fratte, se poi la trasformata di Laplace razionale fratta è moltiplicata per un termine esponenziale devo aggiungere un ritardo. L'importante è non unire l'esponenziale al numeratore della razionale fratta, ma tenerlo separato e aggiugnerlo successivamente come ritardo!

Continuiamo coi calcoli componendo tutto quanto:

$$
\begin{aligned}
y(t) &= y_1(t) - y_2(t-2) + y_2(t-4) \\
&= \left(2 + 2e^{-2t} - 4e^{-t}\right)\mathrm{sca}(t) \\
&\quad - \left(-\frac{3}{2} + (t-2) - \frac{1}{2}e^{-2(t-2)} + 2e^{-(t-2)}\right)\mathrm{sca}(t-2) \\
&\quad + \left(-\frac{3}{2} + (t-4) - \frac{1}{2}e^{-2(t-4)} + 2e^{-(t-4)}\right)\mathrm{sca}(t-4)
\end{aligned}
$$

$\square$

E 9

Consideriamo una FdT $G(s)$ già scomposta in somma di fratti semplici

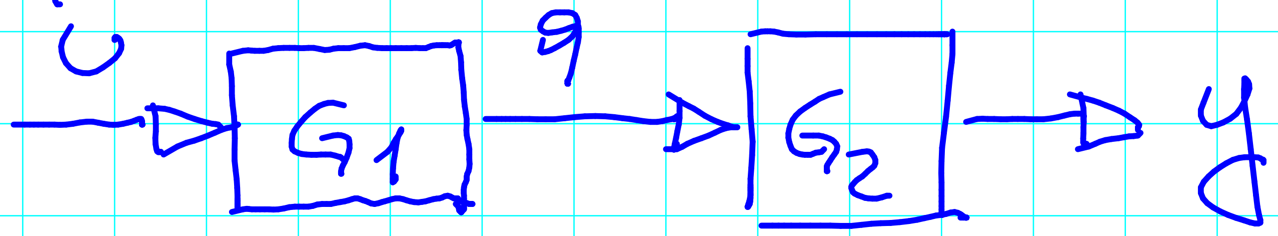
$$G(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{2}{s} + \frac{3}{(s+2)^2}$$

Possiamo riscriverla come una somma di profotti di fratti semplici con denominatori di primo grado:

$$= \frac{1}{s+1} + \frac{2}{s} + \frac{3}{s+2} \cdot \frac{1}{s+2}$$

Somma di ~~prodotti~~ potenze di F. semplici con den. di 1° grado

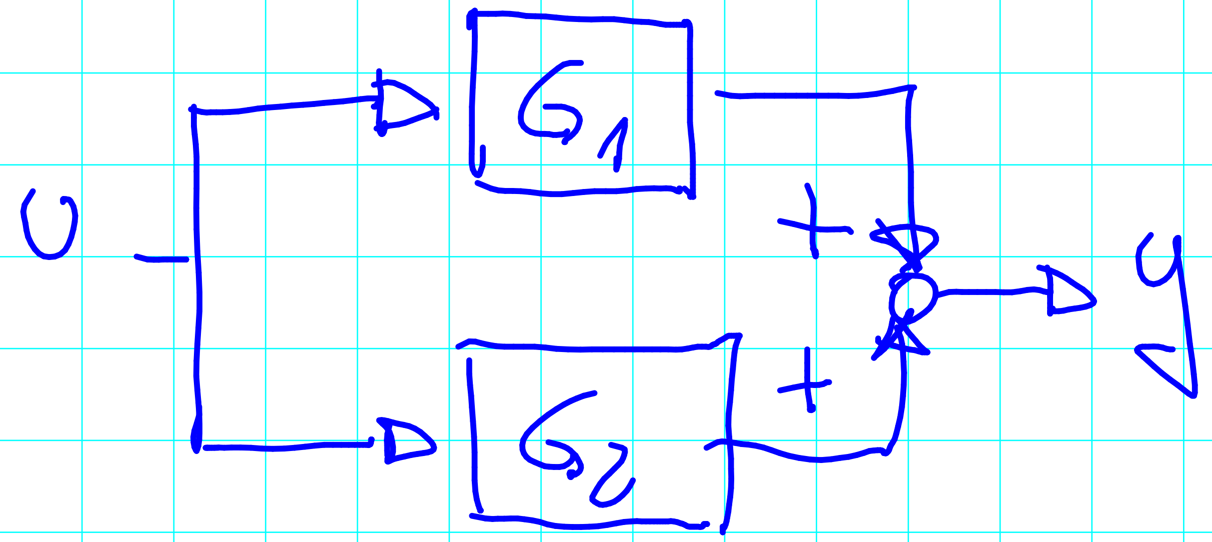
Anticipazione



$$Q = G_1 \cdot U$$

$$Y = G_2 Q = G_2 G_1 U$$

(per mostrarci che blocchi in serie equivalgono alla moltiplicazione delle funzioni di trasferimento)



$$Y = G_1 U + G_2 U$$

$$= (G_1 + G_2) U$$

Blocchi in parallelo invece si uniscono con nodi sommatori e quindi si esprimono così

$$y(t) = G(s)\, u(t)$$

scritture "operatoriale"

scrittura operatoriale

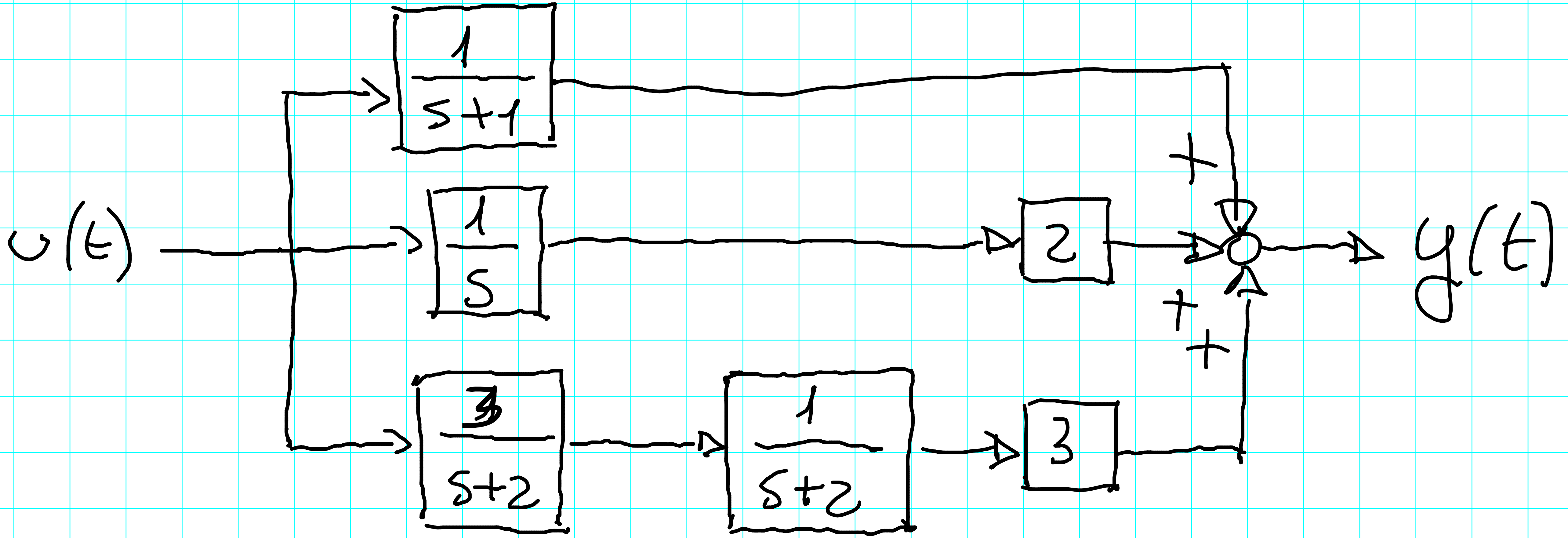
Leggasi $\mathcal{L}[y(t)] = G(s)\, \mathcal{L}[u(t)]$

leggasi (che si legge)

Queste ultime due righe le ha scritte per dirci che Y grande o y piccolo si possono scrivere in una stessa espressione intendendo che in realtà c'è una realazione di trasformata fra le due.

Scriviamo ora lo schema a blocchi della funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{2}{s} + \frac{3}{s+2} \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$



Qualunque funzione di trasferimento razionale fratta può condurmi in uno schema a blocchi !

Per ora noi siamo capaci di passare dalle matrici A b c d alla funzione di trasferimento G, non sappiamo ancora fare il viceversa, vediamo come fare:

Intermezzo:

Supponiamo il seguente

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + bu \\ y = cx \end{cases}$$

ordine 1, (a b c) scalari

s. proprio

sistema di ordine 1 (quindi con a b c scalari) e il sistema è strettamente proprio (non c'è termine d)

Siccome siamo in un caso scalare, la funzione di trasferimento G(s) è facilmente calcolabile come segue:

$$G(s) = c(s-a)^{-1} b = \frac{bc}{s-a}$$

Quindi

Data una funzione di trasferimento in questa forma:

$$G(s) = \frac{r}{s-p} \longrightarrow$$

Possiamo ricavare facilmente un sistema fatto così:

$$\begin{cases} \dot{x} = px + ru \\ y = x \end{cases}$$

Finchè il sistema è scalare questa operazione è semplice.
Se il sistema non è scalare questo metodo non funziona, vediamo nelle prossime slide come affrontare il caso matriciale.

Applico questo concetto al sistema in questione

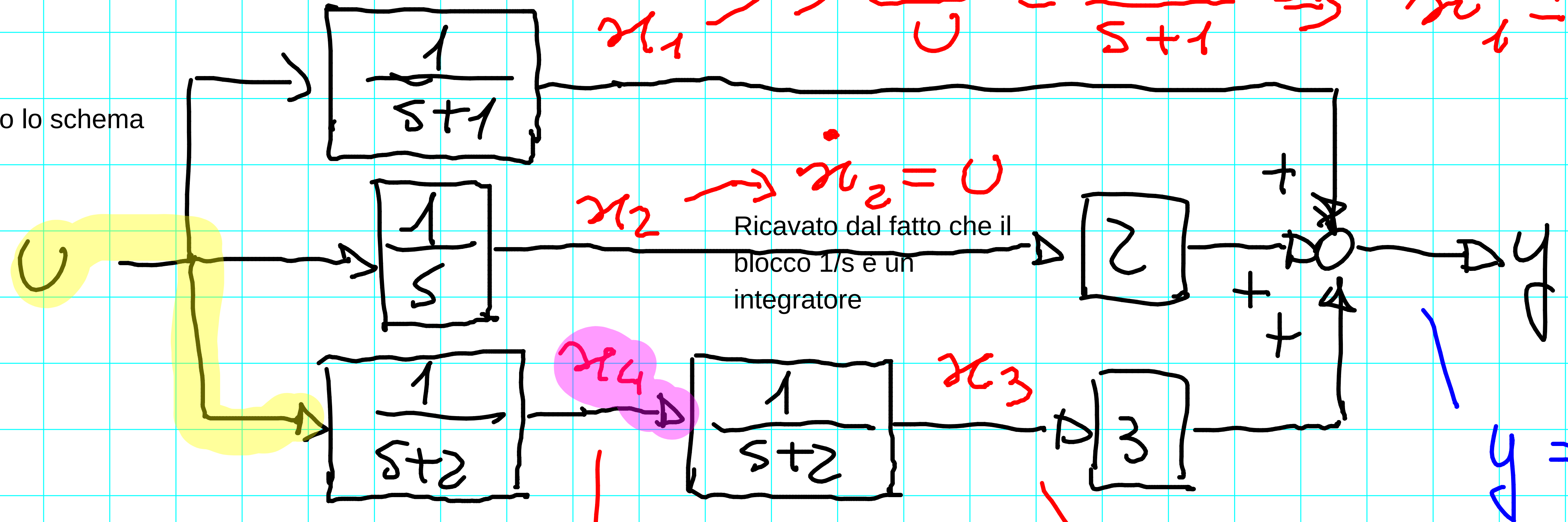
questione

Primo passo: decidiamo di chiamare x_1, x_2, x_3, x_4 le varie uscite dai singoli blocchi, e facciamo le considerazioni che seguono le freccie in rosso.

$x_1 \rightarrow \frac{X_1}{U} = \frac{1}{s+1} \Rightarrow \dot{x}_1 = -x_1 + U$

Passaggi:
(s+1) X_1 = U
sX_1 +X_1 = U
\dot{x}_1 + x_1 = U
\dot{x}_1 = - x_1 + U

RIcopiamo lo schema di prima:



$x_2 \rightarrow \dot{x}_2 = U$

Ricavato dal fatto che il blocco 1/s e un integratore

$y = x_1 + 2x_2 + 3x_3$

semplice nodo sommatore

$\dot{x}_4 = -2x_4 + U$

stessi passaggi fatti per x_1

$\dot{x}_3 = -2x_3 + x_4$

stessi passaggi di x_1 solo che invece di U abbiamo x_4 cerchiamo ora di rendere il tutto in forma matriciale

Quindi

matrice A — matrice b

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

compiliamo le tre matrici con le osservazioni fatte sullo schema a blocchi nella slide precedente

matrice c

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} x$$

il terine noto d moltiplicato per u non lo mettiamo perchè nello schema a blocchi non c'è.

autovalori (perchè la matrice è triangolare alta)
inoltre notiamo che gli autovalori sono i poli dei vari blocchi nella slide precedente

autovalori multipli ⇒ blocco sulla diagonale

Vediamo nella prossima slide il caso generale !

Forma di Jordan

gli autovalori semplici compaiono una sola volta lungo la diagonale,
gli autovalori multipli compaiono più di una volta (pari alla loro molteplicità algebrica) e di seguito sulla diagonale. Gli autovalori multipli formano dei blocchi chiamati blocchi di Jordan.

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & & & & & & \\ & \lambda_2 & & & & & & 0 & & \\ & & \ddots & & & & & & & \\ & & & \lambda_p & \bullet & 0 & & & & \\ & & & & \lambda_p & \bullet & & & & \\ & & 0 & 0 & & \lambda_p & & & & \\ & & & & & & \ddots & & & \\ & & & & & & & \lambda_q & \bullet & 0 \\ & & & & & & & & \lambda_q & \bullet \\ & & & & & & & 0 & & \lambda_q \;\bullet \\ & & & & & & & & & \lambda_q \end{bmatrix}$$

La zona superiore sono tutti zeri, eccetto per i termini vicini agli autovalori multipli (quelli con un puntino rosso) che possono essere 1 o 0

sotto sono tutti zeri,
la matrice è triangolare alta

BLOCCO DI JORDAN

• 1 oppure 0

MINIBLOCCO DI JORDAN

generico blocco

(zoom su un blocco di jordan generico)

$$\begin{bmatrix} \lambda_u & 1 & & & & & & & \\ & \lambda_u & 1 & & & & & & \\ & & \ddots & 1 & & & & & \\ & & & \lambda_u & 0 & & & & \\ & & & & \ddots & 1 & & & \\ & & & & & \ddots & 1 & & \\ & & & & & & \ddots & 0 & \\ & & & & & & & \ddots & 1 \\ & & & & & & & & \lambda_u \end{bmatrix}$$

tutti zeri

diagonale principale: autovalore multiplo (tutta composta dallo stesso numero). diagonale sopra alla diagonale principale: tutta fatta di 1 e 0. Gli 0 e 1 dividono il blocco di Jordan in ulteriori mini blocchi di Jordan.

tutti zeri

Vogliamo ora vedere la relazione fra la matrice di Jordan e la stabilità:

Il + piccolo mini blocco di Jordan (di dim. > 1) possibile è

il miniblocco più piccolo che esiste è ovviamente un autovalore preso da solo.

Analiziamo il più piccolo miniblocco di jordan possibile di dimensione maggiore di 1, che è fatto così:

$$\begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

studiamolo

studiamolo

Studiamo cioè $e^{\begin{bmatrix}\lambda & 1\\ 0 & \lambda\end{bmatrix}t}$

Questa matrice sembra apparentemente non diagonalizzabile. però possiamo riscriverla in maniera diversa

$$\begin{bmatrix}\lambda & 1\\ 0 & \lambda\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{bmatrix}}_{M} + \underbrace{\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}}_{N}$$

Spiegazione scritta in rosso:
Il miniblocco (che è di dimenisone 2) da cui siamo partiti, presenta un valore "1" sopra gli autovalori lambda, per questo siamo giunti ad avere la matrice N. Se non avessimo avuto l'"1", ci sarebbe stato uno "0" (gli zeri "tagliano" i miniblocchi") e quindi quello non sarebbe stato più un miniblocco di dimensione 2, ma sarebbero stati due miniblocchi di dimensione 1 (i singoli autovalori lambda).

1 miniblocco di dim. 2 oppure 2 di dim. 1

dipende solo da 1 o 0 in pos. (1,2) nel BLOCCO di Jordan

$$e^{\begin{bmatrix}\lambda & 1\\ 0 & \lambda\end{bmatrix}t} = e^{(M+N)t} = e^{Mt}\,e^{Nt} = \begin{bmatrix}e^{\lambda t} & 0\\ 0 & e^{\lambda t}\end{bmatrix} e^{Nt}$$

L'unica cosa che rimane da "svolgere" è e^{Nt}, vediamo come risolvere nella prossima slide

Possiamo scrivere questa uguaglianza solo e soltanto perchè

M ed N commutano

communtare significa che: $(MN = NM)$

nilpotente, cioè che N^2:

Osservo che N è nilpotente : $N^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\Downarrow$

Siccome è nilpotente possiamo semplicemente scrivere:

$$\Rightarrow \quad e^{Nt} = I + Nt \quad \underline{\text{E BASTA}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} t = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Allora

e^{Mt} e^{Nt}

$$e^{\begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} t} = \begin{bmatrix} e^{\lambda t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\lambda t} & t e^{\lambda t} \\ 0 & e^{\lambda t} \end{bmatrix} = Q$$

In questo caso

cioè nel caso di

miniblocco di dim 2

Supponiamo che la parte reale dell'autovalore lambda sia negativa, allora la parte evidenziata tende a 0 per t -> infinito.

$Re(\lambda) < 0 \iff Q \to 0$ per $t \to \infty$

Stesso ragionamento della riga precedente

$Re(\lambda) > 0 \Rightarrow Q$ diverge " " " " in modo EXP

in modo esponenziale

in modo lineare

$Re(\lambda) = 0 \Rightarrow Q$ diverge " " " " " " LIN

Se è presente il termine evidenziato in giallo, e la parte reale dell'autovalore è nulla, allora diverge per t-> infinito. Perchè non diverga c'è bisogno che non ci sia il termine evidenziato in giallo e che quindi la dimensione massima del miniblocco di Jordan associato all'autovalore con parte reale nulla sia 1 (non 2 come in questo caso in cui diverge).

Quindi detti λ_i gli autovalori di A

- $Re(\lambda_i) < 0 \quad \forall i \iff$ sistema AS
- $\exists i \mid Re(\lambda_i) > 0 \implies$ sistema I
- $Re(\lambda_i) \leq 0 \quad \forall i$
  $\exists i \mid Re(\lambda_i) = 0$
  ma in tal caso il
  più grande
  + grande miniblocco
  di Jordan ha dim. 1 $\implies$ sistema S
- Altrimenti $\implies$ sistema I

Un buon modo per ricordarlo è usare due esempi che abbiamo visto nella scorsa esercitazione:
la matrice

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

ha due miniblocchi di dimensione 1 ed è semplicemente stabile.
Invece la matrice

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

ha un miniblocco di dimensione 2 ed è instabile.

Il succo del discorso è che se ho parte reale dell'autovalore negativa, vado a guardare la dimenisone del miniblocco di Jordan più grande: se è di dimensione 1 (quindi ci sono solo zeri sopra agli autovalori) allora la matrice A rimane limitata senza divergere, ma se il miniblocco più grande ha dimensione maggiore di 1 (cioè se esiste almeno un uno sopra agli autovalori) allora diverge.

$\square$