Esercitazione 01 - Bilanci e Equazione di Stato

Esercizio 05 (link registrazione)

Corso di Fisica Tecnica
a.a. 2019-2020

Prof. Gaël R. Guédon
Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

E01: Bilanci e Equazione di Stato

Esercizio 05

1.5. *[avanzato]* Una bombola del volume $V = 0.2\ m^3$ è collegata con una valvola ad una linea di distribuzione di aria compressa alla pressione $P_1 = 30$ bar e temperatura $T_1 = 20$ °C. Viene aperto il rubinetto di intercettazione e la bombola, inizialmente vuota, viene riempita di aria fino alla pressione $P_2 = P_1$. Trascurando la capacità termica della bombola, supponendo il processo adiabatico e trattando l'aria come un gas ideale a calori specifici caratteristici costanti, trovare la temperatura T_2 alla fine del riempimento e la massa M_2 dell'aria contenuta nella bombola.

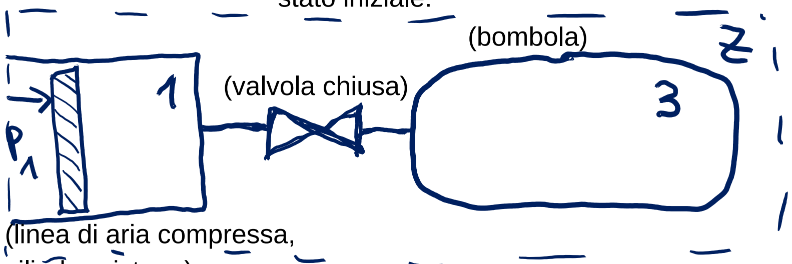
Risolvere il problema nel caso che la bombola non sia inizialmente vuota ma contenga aria alla pressione $P_3 = 12$ bar ed alla temperatura $T_3 = -30$ °C.

$[\boldsymbol{T_2} = \mathbf{137.26\ °C};\ \boldsymbol{M_2} = \mathbf{5.1\ kg};\ \boldsymbol{T_{2,caso2}} = \mathbf{48.74\ °C};\ \boldsymbol{M_{2,caso2}} = \mathbf{6.5\ kg}]$

Oggi vediamo solo il caso della bombola vuota allo stato iniziale, il secondo caso è lasciato a noi.

Prima cosa da fare è schematizzare il problema. L'unico componenete difficile da rappresentare è la linea di aria compressa, perchè vorremmo rappresentarlo come un sistema chiuso. Una buona rappresentazione è il cosiddetto cilindro-pistonea cui applicchiamo la pressione P_1. Il cilindro-pistone è comodo per calcolare la massa di aria che entra nella bombola.

stato iniziale:

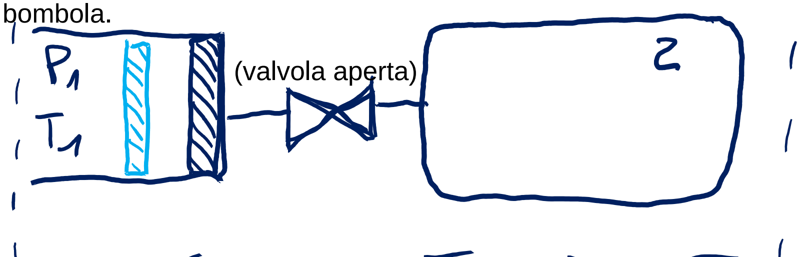


Z, INIZIALE

stato finale:

il pistone azzurro chiaro rappresenta un'ipotetica posizione finale. Per semplificare la trattazione, però, ipotiziamo che il pistone giunge perfettamente fino alla fine per riempire la bombola.

Z, FINALE



dati:

$P_1 = 30 \text{ bar} = 30 \times 10^5 \text{ Pa}$ $\quad V_2 = 0{,}2 \text{ m}^3$

$T_1 = 20°C = 293{,}15 \text{ K}$

$P_2 = P_1 \quad T_2 \ ? \quad M_2 \ ?$

CASO 1 $\quad M_3 = 0$

CASO 2 $\quad P_3 = 12 \text{ bar}$

$T_3 = -30°C$

IPOTESI:

- LINEA ARIA COMPRESSA È ASSIMILABILE A UN SERBATOIO DI MASSA A P = cost
T = cost
- TRASF. È ADIABATICA E IRREVERSIBILE (quando la valvola viene aperta tutto accade velocemente)
- SCAMBIO DI LAVORO CON LA LINEA AVVIENE A P=cost
Possiamo quindi calcolare il lavoro dalla variazione di volume
- GAS (ARIA) BIATOMICO E PERFETTO
- CAPACITA TERMICA BOMBOLA È TRASC. (NON ASSORBE CALORE)
Se non ci fosse questa ipotesi dovremmo considerare la parete della bombola come un altro sottosistema.

E01: Bilanci e Equazione di Stato

Esercizio 05

Questo esercizio è molto simile a un espansione libera, con la differenza che la pressione finale P_2 è uguale alla pressione P_1, mentre nell'espansione libera la pressione finale è più bassa di quella iniziale. Un altra differenza è che c'è una variazione di volume, mentre nell'espansione libera no.

$\delta \vec{L} = P\, dv$

nel bilancio della massa capiamo perchè abbiamo impostato lo schema del cilindro-pistone in modo che il pistone raggiunga completamente la fine: non dobbiamo considerare la massa rimasta

- BIL. MASSA $\quad M_i = M_F \qquad M_1 + M_3 = M_2$
- BIL. ENERGIA $\quad \Delta U_2 = \cancel{Q^{\leftarrow}} - L^{\rightarrow} \qquad \Delta U_2 = -L^{\rightarrow}$

0 adiabatico

- BIL. ENTROPIA $\quad \Delta S_2 = \cancel{S_Q^{\leftarrow}} + S_{irr} \qquad \Delta S_2 = S_{irr}$

0 adiabatico

Questi tre bilanci non sono sufficienti per trovare le soluzioni, quindi cerchiamo altre equazioni:

$$L^{\rightarrow} = P\Delta V = P_1 (V_{F,LINEA} - V_{i,LINEA}) = P_1 (0 - V_1) = -P_1 V_1$$

$$\Delta U_2 = P_1 V_1$$

$$U_{F,2} - U_{i,2} = P_1 V_1$$

$$U_2 - (U_1 + U_3) = P_1 V_1$$

$$M_2 u_2 - M_1 u_1 - M_3 u_3 = P_1 V_1$$

N.B. per capire i numeri ai pedici guardate il disegno della slide precedente.

Capiamo ora perchè il prof ha scritto così quest'ultimo passaggio (prossima slide) siccome $ARIA$ è un gas perfetto $G.P.$ => $\Delta u = c_v \Delta T$, dobbiamo evitare di scrivere: $\cancel{u = c_v T}$

Grave errore. Alla fine di tutti i passaggi arriveremo a scriverlo così, ma prima di poterlo fare dobbiamo assicurarci che il ragionamento stia in piedi.

Per un generico stato u (che sia 1, 2 o 3) scrivo: $u - u_{REF} = c_v (T - T_{REF})$

Quindi esplicitando questa formula per i tre casi u_1, u_2, u_3 partendo dall'ultima formula della slide precedente:

$$M_2\left(u_{REF} + c_v\left(T_2 - T_{REF}\right)\right) - M_1\left(u_{REF} + c_v\left(T_1 - T_{REF}\right)\right) - M_3\left(u_{REF} + c_v\left(T_3 - T_{REF}\right)\right) = P_1 V_1$$

$$u_{REF}\underbrace{\left(M_2 - M_1 - M_3\right)}_{=0} - c_v T_{REF}\underbrace{\left(M_2 - M_1 - M_3\right)}_{=0} + M_2 c_v T_2 - M_1 c_v T_1 - M_3 c_v T_3 = P_1 V_1$$

$$M_2 c_v T_2 - M_1 c_v T_1 - M_3 c_v T_3 = P_1 V_1$$

Cerchiamo ora di esprimere P_1 V_1 in funzione di una temperatura grazie a:

equazione di stato: EdS del $G.I.$ gas ideale $P_1 V_1 = M_1 R^* T_1$

$$M_2 c_v T_2 - M_1 \big(\underbrace{c_v + R^*}_{c_p}\big) T_1 - M_3 c_v T_3 = 0$$

E01: Bilanci e Equazione di Stato
Esercizio 05

Bilancio energetico può quindi essere scritto come -->

Bilancio di massa -->

$$\boxed{\begin{cases} M_2 c_v T_2 - M_1 c_p T_1 - M_3 c_v T_3 = 0 \\ M_1 + M_3 = M_2 \end{cases}}$$

Con questo sistema di equazioni possiamo risolvere l'esercizio (sia il caso 1, sia il caso 2)

vediamo i lcaso 1 dell'esercizio velocemente:

CASO 1: $M_3 = 0$

$$\begin{cases} M_1 = M_2 \\ M_2 c_v T_2 - M_1 c_p T_1 = 0 \end{cases}$$

$$T_2 = \frac{M_1 c_p}{M_2 c_v} T_1 = \frac{c_p}{c_v} T_1 = \frac{7/\cancel{2} \cancel{R^*}}{5/\cancel{2} \cancel{R^*}} 293{,}15\,[K] = 410{,}41\,[K]$$

$$T_2 = 137{,}26\ °C$$

Uso l'equazione dei gas perfetti per trovare la massa finale:

$$M_2 = \frac{P_2 V_2}{R^* T_2} = \frac{30 \times 10^5 [Pa] \times 0{,}2 [m^3]}{\frac{8314}{29}\left[\frac{J}{\cancel{kmol}\, K} \times \frac{\cancel{kmol}}{kg}\right] \times 410{,}41 [K]}$$

$$M_2 = 5{,}1 \left[\frac{kg}{\cancel{m}\, \cancel{s^2}} \times \cancel{m^3} \times \frac{\cancel{s^2}}{\cancel{m^2}\, \cancel{kg}} \times \frac{\cancel{kg}\, \cancel{K}}{1} \times \frac{1}{\cancel{K}}\right]$$

$$M_2 = 5{,}1 \ kg$$

Per assicurarsi che le unità di misura siano corrette basta essere sicuri di avere tutto el sistema internazionale, quindi pressione in pascal, temperature in kelvin etc