

**ANALISI MATEMATICA 2**  
**Prof. F. Gazzola**  
**Programma dettagliato A.A.2019-20**

**Obiettivi**

Scopo del corso è presentare, dando per acquisiti gli elementi di base del corso di Analisi 1, alcuni argomenti dell'Analisi Matematica indispensabili per l'utilizzo consapevole del linguaggio e degli strumenti delle discipline fisiche ed ingegneristiche.

**Programma delle lezioni e delle esercitazioni**

*1 - Funzioni reali di due o più variabili reali*

*1.1 - Funzioni a valori reali*

Elementi di topologia nel piano e nello spazio: insiemi aperti, chiusi, connessi; frontiera di un insieme; insiemi limitati. Limiti e continuità; teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri. Derivate parziali, vettore gradiente, derivate direzionali: interpretazioni fisiche e geometriche. Curve (superficie) di livello. Differenziale, piano tangente, approssimazione lineare locale. Condizioni necessarie per la differenziabilità, formula del gradiente; condizione sufficiente di differenziabilità. Funzioni composte; regola di derivazione. Teorema del valor medio. Derivate seconde, teorema di Schwartz, matrice hessiana; differenziale secondo. Formula di Taylor al secondo ordine. Forme quadratiche e loro classificazione: metodo degli autovalori per il riconoscimento delle forme quadratiche. Ottimizzazione libera: punti stazionari; uso della formula di Taylor per il riconoscimento di massimi e minimi locali. Funzioni convesse. Ottimizzazione vincolata; metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

*1.2 - Funzioni a valori vettoriali*

Continuità e differenziabilità: matrice Jacobiana. Differenziabilità delle funzioni composte.

*2 - Integrali doppi e tripli*

Integrale doppio di una funzione continua: proprietà ed applicazioni fisiche e geometriche (volumi, baricentri, momenti d'inerzia). Formule di riduzione a due integrali semplici successivi. Cambio di variabili; coordinate polari. Integrale triplo di una funzione continua. Formule di riduzione. Coordinate cilindriche e sferiche. Cenni agli integrali impropri doppi e tripli.

*3 - Curve e campi vettoriali*

Curve in forma parametrica nel piano e nello spazio. Curve regolari. Curve rettificabili: lunghezza di un arco di curva regolare.

Campi vettoriali. Integrali di linea di un campo vettoriale: lavoro e circuitazione. Campi vettoriali conservativi; potenziale; caratterizzazione dei campi conservativi come campi con circuitazione nulla. Vettore rotore, campi irrotazionali. Insiemi semplicemente connessi.

*4 - Serie trigonometriche e serie di Fourier*

Serie di funzioni. Convergenza semplice e convergenza totale. Serie di potenze: raggio e cerchio di convergenza; serie di Taylor; serie esponenziale nel campo complesso. Polinomi trigonometrici e serie trigonometriche. Coefficienti e serie di Fourier di una funzione periodica. Approssimazione in media quadratica. Disuguaglianza di Bessel; uguaglianza di Parseval. Convergenza puntuale di una serie di Fourier. Forma esponenziale della serie di Fourier.

*5 - Equazioni differenziali ordinarie*

Modelli della meccanica classica e della dinamica delle popolazioni. Generalità: ordine, soluzione; problema di Cauchy. Riduzione di un'equazione scalare di ordine  $n$  ad un'equazione vettoriale del I ordine. Teorema di esistenza e unicità locale della soluzione di un problema di Cauchy.

Equazioni differenziali lineari scalari: principio di sovrapposizione, struttura dello spazio delle soluzioni dell'equazione omogenea e di quello dell'equazione completa.

Integrale generale delle equazioni lineari del primo ordine. Equazioni lineari del secondo ordine omogenee: lo spazio delle soluzioni ha dimensione 2; costruzione di un sistema fondamentale di integrali particolari per l'equazione omogenea a coefficienti costanti, ricerca di una soluzione particolare dell'equazione completa.

Vibrazioni libere, vibrazioni smorzate, vibrazioni forzate (in assenza di attrito). Equazioni di Eulero. Equazioni differenziali non lineari del primo ordine; equazioni a variabili separabili, equazioni omogenee, equazioni di Bernoulli.

## 6 - Sistemi differenziali lineari

Sistemi lineari: principio di sovrapposizione, struttura dello spazio delle soluzioni di un sistema omogeneo e di un sistema non omogeneo. Sistemi lineari omogenei: dimensione dello spazio delle soluzioni; sistema fondamentale di soluzioni; matrice Wronskiana. Sistemi lineari omogenei autonomi: costruzione di un sistema fondamentale di soluzioni; **matrice esponenziale**. Sistemi lineari completi: metodo della variazione delle costanti arbitrarie.

**N.B.** Una parte del programma, relativo alle equazioni differenziali lineari, verrà svolta in didattica innovativa con l'utilizzo di un M.O.O.C..

Le parti evidenziate in rosso sono leggermente diverse rispetto all'AA precedente.

### **Bibliografia consigliata**

Bramanti, M., Pagani, C.D., Salsa, S.: Analisi Matematica 2, Zanichelli, 2009.

Gazzola, F.: Analisi Matematica 2, Edizioni LaDotta, 2015.

Salsa, S., Squellati, A.: Esercizi di Analisi Matematica 2, Zanichelli, 2011.

Boella, M.: Analisi Matematica 2, Esercizi, Pearson Education, 2008.