

# FISICA TECNICA - riassunto

Federico Mainetti Gambera

6 maggio 2020

## Indice

**Parte I**  
**Teoria**

# 1 L01-Introduzione

## 1.1 Introduzione

La **termodinamica** è la scienza che studia l'**energia**, la **materia** e le **leggi** che governano le loro interazioni (scambi).

### 1.1.1 Sistema termodinamico

Il sistema termodinamico è inteso come porzione di spazio limitata da un **contorno** che lo racchiude completamente (il contorno è costituito da una superficie reale o immaginaria, rigida o deformabile).

Tutto ciò che è esterno al sistema termodinamico è il **mondo esterno** e quando il mondo esterno è di massa infinita viene chiamato **ambiente**.

I termini **serbatoio**, **sorgente** o **pozzo** fanno riferimento ad ambienti che interagiscono con il sistema termodinamico.

Un **sistema composto** è un insieme di sistemi e sottosistemi a massa finita e/o infinita.

Il sistema può essere **monocomponente** (sostanza pura o miscela di sostanze pure in rapporto fisso, quale ad esempio l'aria) o **policomponente** cioè composto da più componenti.

Ogni sistema monocomponente può essere in diversi **stati di aggregazione** (solido, liquido, aeriforme). I sistemi saranno **monofase** o **polifase**.

### 1.1.2 Il sistema semplice

- Chimicamente e fisicamente omogeneo ed isotropo;
- non soggetto a campi gravitazionali, elettrici o magnetici;
- chimicamente inerte
- esente da effetti di superficie per via delle grandi dimensioni.

## 1.2 Stato di equilibrio

Lo **stato di equilibrio** è il particolare stato cui perviene spontaneamente il sistema isolato.

E' **riproducibile** e **descrivibile** da poche proprietà del sistema stesso.

### 1.2.1 Variabili termodinamiche

Il sistema all'equilibrio è compiutamente descritto attraverso un numero ristretto di **variabili termodinamiche** (anche dette grandezze o proprietà di stato, variabili o funzioni di stato).

Le grandezze si dividono in:

- **Grandezza intensiva**: valore **non dipende** dall'estensione del sistema (per esempio temperatura, pressione, densità). Ne consegue che lo stato interno del corpo non dipende dalla sua estensione.
- **Grandezza estensiva**: valore **dipende** dall'estensione del sistema (per esempio massa, volume). La grandezza estensiva è additiva e di conseguenza il suo valore riferito ad un sistema risulta somma dei valori relativi ai sottosistemi che lo compongono.
- **Grandezza estensiva specifica**: grandezza estensiva divisa per un'altra grandezza estensiva (tipicamente massa o numero di moli, per esempio  $v = \frac{V}{M}$ ).

Massa: 200 g	dividendo il sistema in 2 →	Massa: 100 g	Massa: 100 g
Volume: 2 L		Volume: 1 L	Volume: 1 L
Temperatura: 10 °C		Temperatura: 10 °C	Temperatura: 10 °C
Pressione: 1 bar		Pressione: 1 bar	Pressione: 1 bar

Le grandezze estensive specifiche ed intensive vengono normalmente usate per descrivere lo stato di equilibrio di un sistema termodinamico.

Indicheremo le grandezze estensive, riferite cioè all'intera massa, con le lettere maiuscole e le estensive specifiche con le lettere minuscole.

#### Leggedi Duhem:

«Nel caso di sistema monocomponente, il numero di parametri termodinamici intensivi o estensivi specifici indipendenti atti a descrivere compiutamente lo stato interno di equilibrio è due.»

### 1.2.2 Regola di Gibbs

La differenza di ruolo tra grandezza estensiva specifica ed intensiva è messa in evidenza dalla regola di Gibbs

$$V = C + 2 - F$$

$C$ : numero di componenti;

$F$ : numero di fasi;

$V$ : numero di variabili intensive indipendenti utilizzabili.

Concludendo la coppia intensiva-intensiva è sufficiente a descrivere il sistema monocomponente monofase, mentre per il sistema monocomponente bifase sarà necessaria la coppia intensiva-estensiva e per il sistema monocomponente trifase sarà necessaria una coppia estensiva-estensiva.

## 1.3 Tipologie di sistemi termodinamici

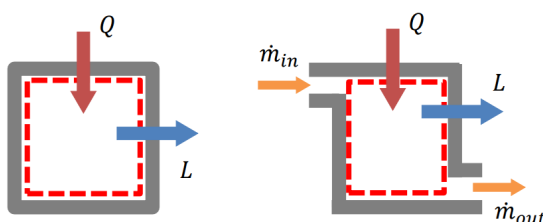
Tipologie di **contorni**:

CONTORNO	CALORE	LAVORO	MASSA
Adiabatico	NO		
Diatermano	SI		
Rigido		NO	
Deformabile		SI	
Impermeabile (chiuso)			NO
Permeabile (aperto)			SI
Sistema isolato	NO	NO	NO

Sistema **aperto** e **chiuso**:

Si parlerà di sistema chiuso se il contorno del sistema non consente scambi di massa con l'esterno; in tal caso la massa del sistema rimane costante mentre sono possibili scambi di energia sotto forma di lavoro e/o di calore con l'ambiente circostante. Un caso particolare di sistema chiuso è costituito dal sistema isolato il quale non ha scambi di energia con l'esterno.

Il sistema viene inoltre definito aperto se può scambiare con l'ambiente massa.



## 1.4 Trasformazioni termodinamiche

L'**insieme degli stati intermedi** successivi, tra lo stato iniziale e finale, a seguito di una variazione del sistema termodinamico, definisce la **trasformazione termodinamica**.

Le trasformazioni termodinamiche si dividono in:

- **Quasi-statica** o **internamente reversibile**: Costituita da una successione di stati di equilibrio; può non essere reversibile.
- **Reversibile**: Se percorsa in senso inverso, riporta il sistema e ambiente nello stato iniziale. Per trasformazione reversibile si intende spesso una trasformazione lenta.
  - Trasformazione **internamente reversibile**: nessuna irreversibilità si verifica all'interno del sistema.
  - Trasformazione **esternamente reversibile**: nessuna irreversibilità si verifica all'esterno del sistema.
  - Trasformazione **totalmente reversibile (o reversibile)**: non implica alcuna irreversibilità sia all'interno sia all'esterno del sistema.
- **Irreversibile**: Trasformazione in parte o per intero non reversibile. Non è rappresentabile su un diagramma di stato. Per trasformazione irreversibile si intende spesso una trasformazione veloce.
- **Chiusa** o **ciclica**: Gli estremi della trasformazione coincidono.
- **Elementare**: Se una delle grandezze di stato si mantiene costante durante la trasformazione.

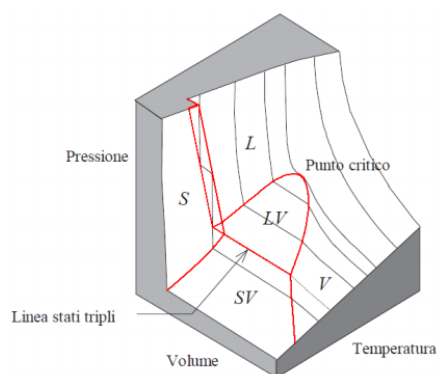
## 1.5 Equazione di stato nelle coordinate P,v,T

equazione di stato:

$$f(P, v, T) = 0$$

In molti casi, l'equazione di stato è ignota.

L'**equazione di stato** di un **sistema semplice** è rappresentata in uno spazio cartesiano tridimensionale da una superficie detta «**superficie di stato**», luogo dei punti rappresentativi di **tutti i possibili stati** termodinamici di **equilibrio**.



Lo stato termodinamico (punto appartenente alla superficie di stato) può anche essere geometricamente rappresentato da un punto su un piano cartesiano sui cui assi vi sono due delle tre variabili prescelte. In particolare si possono realizzare piani termodinamici in coordinate (P,v), (P,T) e (T,v).

### 1.5.1 Equazione di stato per i gas ideali

$$PV = NRT$$

P: pressione [Pa]

V: volume [ $m^3$ ]

N: moli [kmole]

T: temperatura [K]

$R$ : costante universale dei gas ideali  $\rightarrow R = 8314[J/(kmole\ K)]$

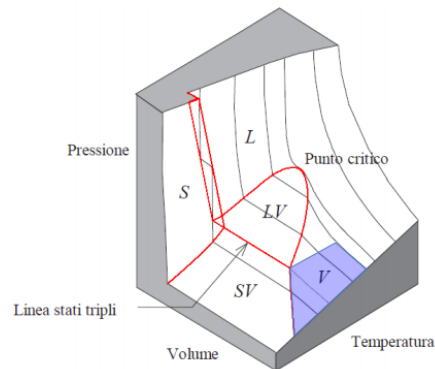
Oppure:

$$PV = MR^*T$$

$M$ : massa  $[kg]$

$M_m$ : massa molare  $[kg/kmole]$

$R^*$ : costante caratteristica del gas considerato  $\rightarrow R^* = \frac{R}{M_m}$



### 1.5.2 Equazione di stato per i gas reali

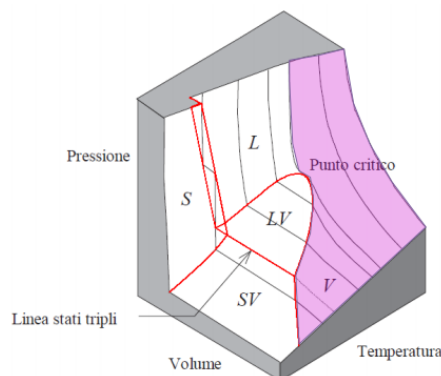
Modello di equazione di stato più complesso per descrivere il comportamento di gas in condizioni di **temperatura e pressioni elevate**.

Equazione di van der Waals:

$$\left(P + \frac{a}{v_m^2}\right)(v_m - b) = RT$$

Ove  $a$  e  $b$  sono caratteristiche del particolare gas considerato:

Gas	$a$ $[kPa(m^3/kmole)^2]$	$b$ $(m^3/kmole)$
aria	135.8	0.0366
He	3.46	0.0237
H <sub>2</sub>	24.8	0.0266
N <sub>2</sub>	136.6	0.0386
O <sub>2</sub>	137.8	0.0318
CO <sub>2</sub>	364.0	0.0427
NH <sub>3</sub>	426.5	0.0373
CH <sub>4</sub>	228.5	0.0427



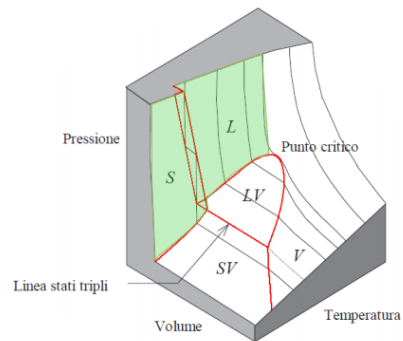
### 1.5.3 Equazione di stato per liquidi e solidi

$$dv = \beta v dT - K_T v dP$$

$$\begin{aligned} \text{Coefficiente di dilatazione termica isobara} \quad \beta &= \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \\ \text{Coefficiente di comprimibilità isoterma} \quad K_T &= -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_T \end{aligned}$$

Siccome  $\beta$  e  $K_T$  possono essere considerati costanti per ampi intervalli di temperatura e di pressione, la precedente relazione differenziale è integrabile e lo stato calcolabile.

Sostanza	Intervallo di temperatura (°C)	$\beta \cdot 10^5$ (K <sup>-1</sup> )	$K_T \cdot 10^{10}$ (Pa <sup>-1</sup> )
acqua	0-30	-6.43	0.49 - 4.45
	30-50	46.5	4.4
rame	10-50	5.04	0.778
alluminio	10-90	0.666	12.8
platino	0-1000	0.259	3.45



Un modello semplificato è quello per **liquidi e solidi incompressibili**, in cui si considera  $v = \text{costante}$ .

## 2 L02-Principi di conservazione

### 2.1 Principi di conservazioni

- Conservazione della **massa**;
- Conservazione dell'**energia** (**primo principio della termodinamica**);
- Conservazione dell'**entropia** (**secondo principio della termodinamica**).

### 2.2 Principio di conservazione della massa

Un sistema chiuso non scambia massa e quindi la massa totale del sistema è sempre costante.

Per i sistemi aperti il discorso è differente (vedremo più avanti).

### 2.3 Primo principio della termodinamica per sistemi chiusi

#### Formulazione assiomatica

Per un sistema semplice all'equilibrio è definita una proprietà intrinseca (funzione di stato) detta **energia interna**  $U$  la cui variazione è il risultato di interazioni del sistema con l'ambiente esterno.

$$\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

che in forma differenziale diventa

$$du = \delta q^{\leftarrow} - \delta l^{\rightarrow}$$

dove  $d$  è un differenziale esatto e  $\delta$  indica il differenziale di una grandezza che non è una funzione di stato (dal punto di vista matematico hanno lo stesso significato, è solo una notazione usata per indicare se si sta parlando di funzioni di stato o meno).

**Lavoro**  $L$ : energia fornita ad un sistema termodinamico semplice che sia riconducibile alla variazione di quota di un grave.

**Calore**  $Q$ : energia fornita ad un sistema termodinamico semplice che non è riconducibile alla variazione di quota di un grave.

#### Osservazioni:

- L'energia interna totale di un sistema, cioè l'energia interna riferita alla intera massa del sistema,  $M$ , è una quantità estensiva e perciò additiva:

$$U = M \cdot u$$

- In un sistema isolato il bilancio energetico diviene

$$\Delta U_{\text{isolato}} = 0$$

- Per un sistema che subisce una trasformazione ciclica si ha

$$\Delta U_{\text{ciclo}} = 0$$

- Per un sistema  $Z$  composto da due (o più) sottosistemi  $A, B$  l'energia interna totale è

$$U_Z = U_A + U_B$$

$$\Delta U_Z = \Delta U_A + \Delta U_B$$



- Se  $Z$  è un sistema composto da più sottosistemi ( $Z = A + B + \dots$ ) e non è isolato la variazione della sua energia interna risulta

$$\Delta U_Z = \Delta U_A + \Delta U_B + \dots = Q_Z^{\leftarrow} - L_Z^{\rightarrow}$$

### Formulazione classica

L'energia che è immagazzinata in un sistema e che non va a cambiare né l'energia cinetica del centro di massa, né quella potenziale (e neanche l'energia elastica, o chimica, o elettrica) è chiamata energia interna.

## 2.4 Secondo principio della termodinamica per sistemi chiusi

### Formulazione assiomatica

In un sistema termodinamico all'equilibrio esiste una funzione intrinseca dello stato del sistema (funzione di stato) detta **entropia**  $S$  la cui variazione per una trasformazione reversibile è data da

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q_{\text{rev}}^{\leftarrow}}{T}$$

### Osservazioni:

- L'entropia totale di un sistema, cioè l'entropia riferita all'intera massa del sistema,  $M$ , è una quantità estensiva

$$S = M \cdot s$$

- La variazione di entropia totale di un sistema isolato sede di trasformazioni termodinamiche è sempre maggiore di zero e tende a zero con il tendere dei processi alla reversibilità

$$\Delta S_{\text{isolato}} \geq 0$$

- Essendo  $S$  una quantità estensiva (additiva), se il sistema  $Z$  è composto da due (o più) sottosistemi  $A, B, \dots$  l'entropia totale è

$$S_Z = S_A + S_B$$

$$\Delta S_Z = \Delta S_A + \Delta S_B$$

- In un sistema chiuso sede di trasformazioni termodinamiche il **bilancio entropico** può essere scritto come

$$\Delta S = S_Q^{\leftarrow} + S_{\text{irr}}$$

dove il termine  $S_Q^{\leftarrow}$  rappresenta l'**entropia entrante** attraverso i confini del sistema come conseguenza dello scambio di calore  $Q$ , mentre  $S_{\text{irr}}$  è il termine di **generazione entropica per irreversibilità**.

Notiamo che  $S_{\text{irr}} \geq 0$  è sempre maggiore di zero.

Notiamo che il segno di  $S_Q^{\leftarrow}$  è uguale al segno di  $Q^{\leftarrow}$ .

## 2.5 Osservazioni sul primo e secondo principio

- Il primo principio non individua il verso delle trasformazioni spontanee. Il primo principio non precisa per esempio che il calore fluisce nel verso delle temperature decrescenti.
- Il primo principio non pone alcun limite alla possibilità di trasformazione di calore in lavoro, ma si limita a postularne la equivalenza metrologica.
- Il primo principio non stabilisce le condizioni di equilibrio termico e meccanico non vincolato.
- Il secondo principio colma le lacune individuate nei punti precedenti.

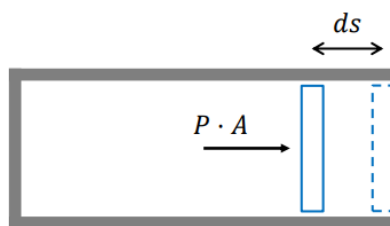
## 3 L03-Trasformazioni

Per variabile di stato si intende una grandezza che dipende dallo stato del sistema, viceversa variabili come il lavoro e il calore (che non sono di stato) non dipendono dallo stato del sistema, ma bensì dal percorso che hanno seguito per raggiungere quel determinato stato.

### 3.1 Il lavoro termodinamico

In un dispositivo cilindro-pistone, uno squilibrio di forze infinitesimo tra forze esterne e forza interna ( $P \cdot A$ ) provoca uno spostamento infinitesimo del pistone a cui corrisponde un **lavoro**

$$\delta L^{\rightarrow} = P A ds = P \cdot dV$$



In termini di grandezze specifiche, la relazione diventa

$$\delta l^{\rightarrow} = P \cdot dv$$

Quando il sistema evolve da uno stato **iniziale** (i) ad uno stato **finale** (f) attraverso una successione di **stati di equilibrio**, allora sarà possibile esprimere una legge, detta **equazione della trasformazione**, tra le variabili di stato  $P$  e  $v$  e la integrazione di  $P dv$  rappresenterà il lavoro scambiato durante la trasformazione.

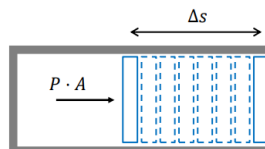
Il lavoro termodinamico è dunque calcolabile come

$$l^{\rightarrow} = \int_i^f P dv$$

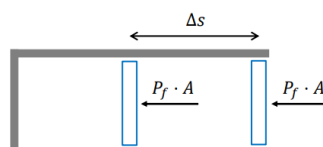
che è un integrale calcolabile solo se si conosce la funzione  $P = P(v)$  detta equazione della trasformazione.

#### 3.1.1 Il lavoro termodinamico nelle trasformazioni reversibili e irreversibile

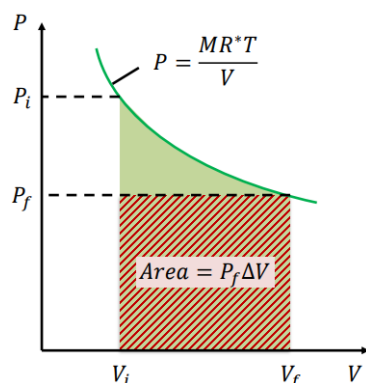
Nel caso di trasformazione **reversibile** in un cilindro-pistone la pressione interna è sempre omogenea all'interno del cilindro.



Nel caso di trasformazione **irreversibile** in un cilindro-pistone la pressione interna non è omogenea all'interno del cilindro. Quindi per ricavare la forza applicata al pistone si usa la pressione dell'ambiente esterno che agisce sul pistone.



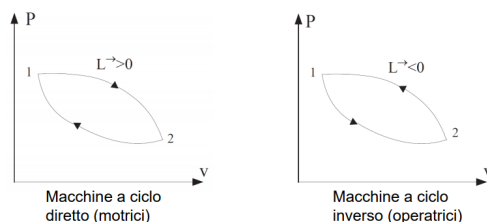
Solitamente il lavoro reversibile è maggiore del lavoro irreversibile, come si vede bene dal seguente grafico:



L'area verde insieme all'area a linee rosse (cioè tutta quella sottesa alla curva) rappresenta il lavoro nel caso di trasformazione reversibile, la sola area a linee rosse rappresenta, invece, il lavoro nel caso di trasformazione irreversibile.

### 3.1.2 Il lavoro termodinamico di un ciclo

Un ciclo è una trasformazione che termina con lo stato iniziale. In funzione di come avviene il ciclo, orario o antiorario per esempio, avremo che il lavoro uscente dal sistema è positivo o negativo. Nel piano  $PV$  chiamiamo macchine a **ciclo diretto** (motrici) quelle che eseguono trasformazioni in senso orario, mentre chiameremo macchine a **ciclo inverso** (operatrici) quelle che eseguono trasformazioni in senso antiorario.



## 3.2 Il calore

**Capacità termica:** è il rapporto fra il calore fornito al sistema e la variazione di temperatura del sistema stesso

$$C_x = \left( \frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x$$

**Calore specifico:** è il rapporto tra la capacità termica del sistema e la sua massa

$$c_x = \frac{1}{M} \left( \frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x$$

I calori specifici possono essere interpretati come **derivate parziali di funzioni termodinamiche**.

Il pedice  $x$  precisa la **trasformazione** lungo la quale viene scambiato il calore  $\delta Q$ . Vediamo i casi in cui  $x$  è la pressione e il caso in cui è il volume.

### 3.2.1 Calori specifici a volume costante $c_V$

$$c_V = \frac{1}{M} \left( \frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_V = \left( \frac{\delta q^{\leftarrow}}{dT} \right)_V$$

Partendo dal primo principio della termodinamica e dalla definizione di lavoro data precedentemente si può scrivere che  $\delta q^{\leftarrow} = du + Pdv$  e che quindi  $\delta q^{\leftarrow} = \left( \frac{\delta u}{\delta T} \right)_V dT + \left( \frac{\delta u}{\delta T} \right)_T dv + Pdv$ , e proseguendo

considerando il fatto che il volume è costante ricaviamo che  $\delta q^{\leftarrow} = \left(\frac{\delta u}{\delta T}\right)_V dT$ , da cui ricaviamo che

$$c_V = \left(\frac{\delta u}{\delta T}\right)_V$$

Siccome è una **derivata di una funzione di stato**, può in generale essere espresso come funzione di una coppia di variabili termodinamiche (in particolare della coppia  $T, P$ ):

$$c_V = c_V(T, P)$$

### 3.2.2 Calori specifici a pressione costante $c_P$

$$c_P = \frac{1}{M} \left(\frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT}\right)_P = \left(\frac{\delta q^{\leftarrow}}{dT}\right)_P$$

Per lavorare sul calore specifico a pressione costante dobbiamo introdurre la funzione di stato **entalpia**, che esprime la quantità di energia che un sistema può scambiare con l'ambiente ed è definita come

$$h = u + Pv$$

Per le trasformazioni che avvengono a pressione costante, la variazione di entalpia è uguale al calore scambiato dal sistema con l'ambiente esterno. Col suo differenziale possiamo riscrivere il primo principio come  $dh = du + v dP + P dv$ , da cui, ricordando che siamo a pressione costante, ricaviamo che  $\delta q^{\leftarrow} = dh - v dP = \left(\frac{\delta h}{\delta T}\right)_P dT + \left(\frac{\delta h}{\delta T}\right)_T dP - v dP$ , e quindi  $\delta q^{\leftarrow} = \left(\frac{\delta h}{\delta T}\right)_P dT$ , da cui ricaviamo che

$$c_P = \left(\frac{\delta h}{\delta T}\right)_P$$

Siccome è una **derivata di una funzione di stato**, può in generale essere espresso come funzione di una coppia di variabili termodinamiche (in particolare della coppia  $T, P$ ):

$$c_P = c_P(T, P)$$

### 3.2.3 $c_V$ e $c_P$ per i gas ideali

Per un gas ideale la variazione di energia interna e l'entalpia sono funzioni della sola temperatura  $u = u(T)$  e  $h = h(T)$ , per cui i calori specifici da derivate parziali diventano derivate esatte:

$$c_V = c_V(T) = \left(\frac{du}{dT}\right)$$

$$c_P = c_P(T) = \left(\frac{dh}{dT}\right)$$

Vale inoltre la **relazione di Mayer**

$$c_P = c_V + R^*$$

### 3.2.4 $c_V$ e $c_P$ per i gas perfetti

Per i gas ideali i calori specifici dipendono dalla temperatura, ma questa relazione di dipendenza è molto debole, per cui in intervalli ristretti di temperatura i calori specifici si ritengono spesso costanti: in questo caso il gas viene definito **perfetto**.

Per calcolare i calori specifici si usano le seguenti relazioni:

- **Gas monoatomico** ( $He, Ar$ )

$$c_v = \frac{3}{2}R^*; \quad c_P = \frac{5}{2}R^*$$

- **Gas biatomico o poliatomico lineare:** ( $N_2, O_2, CO_2$ )

$$c_v = \frac{5}{2}R^*; \quad c_P = \frac{7}{2}R^*$$

- **Gas poliatomico non lineare:** ( $CH_4$ )

$$c_v = \frac{6}{2}R^*; \quad c_P = \frac{8}{2}R^*$$

### 3.2.5 $c_V$ e $c_P$ per i liquidi (e solidi) incompressibili ideali

$$c_V = c_P = c(T)$$

### 3.2.6 $c_V$ e $c_P$ per i liquidi (e solidi) incompressibili perfetti

$$c_V = c_P = c = \text{costante}$$

## 3.3 Le trasformazioni politropiche

Una **trasformazione politropica** è una trasformazione **quasi-statica**, cioè internamente reversibile, di un **gas ideale** per la quale  $c_x = \text{costante}$ .

Si definisce **indice della politropica**:

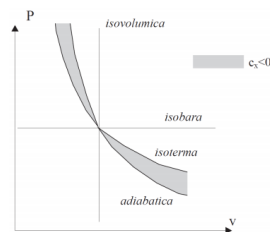
$$n = \frac{c_x - c_P}{c_x - c_V}$$

e l' **equazione della politropica**:

$$Pv^n = \text{costante}$$

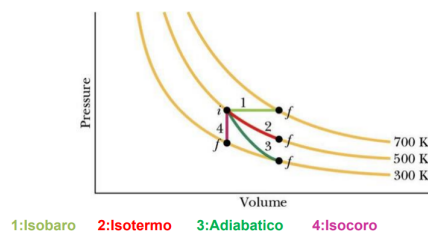
### 3.3.1 Trasformazione politropica per un gas ideale

Per un gas ideale il valore di  $n$  è calcolabile



### 3.3.2 Trasformazione politropica per un gas perfetto

Per un gas perfetto il valore di  $n$  è calcolabile



### 3.3.3 Espressioni della politropica

$$Pv^n = \text{costante}$$

$$Tv^{n-1} = \text{costante}$$

$$PT^{\frac{n}{1-n}} = \text{costante}$$

$$Pvv^{n-1} = \text{costante}$$

$$T \left( \frac{R^*T}{P} \right)^{n-1} = \text{costante}$$

$$\frac{T^n}{P^{n-1}} = \text{costante}$$

### 3.3.4 Politropiche per trasformazioni elementari

Trasformazione	$c_x$	$n = \frac{c_x - c_P}{c_x - c_V}$
Isotherma ( $T = \text{costante}$ )	$\pm\infty$	1
Isocora ( $v = \text{costante}$ )	$c_V$	$\pm\infty$
Isobara ( $P = \text{costante}$ )	$c_P$	0
Adiabatica ( $q = \text{costante}$ )	0	$k = \frac{c_P}{c_V}$

### 3.3.5 Lavoro di una generica politropica

- per  $n \neq 1$

$$l^{\rightarrow} = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]$$

$$l^{\rightarrow} = \frac{P_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

- per  $n = 1$

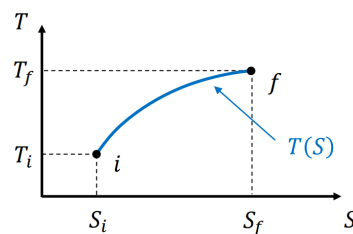
$$l^{\rightarrow} = P_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$l^{\rightarrow} = P_1 v_1 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

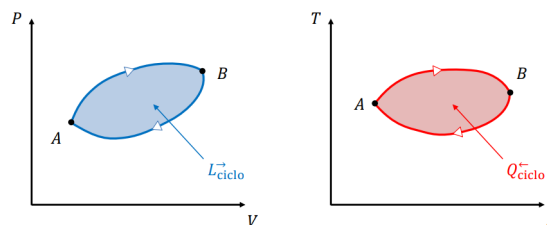
### 3.3.6 Politropiche nel diagramma T-S

In un diagramma T-S, l'area sottesa dalla curva rappresentativa di una trasformazione **internamente reversibile** è uguale al **calore** scambiato dal sistema nella trasformazione:

$$Q_{rev} = \int_i^f \delta Q_{rev} = \int_i^f T(S) dS$$



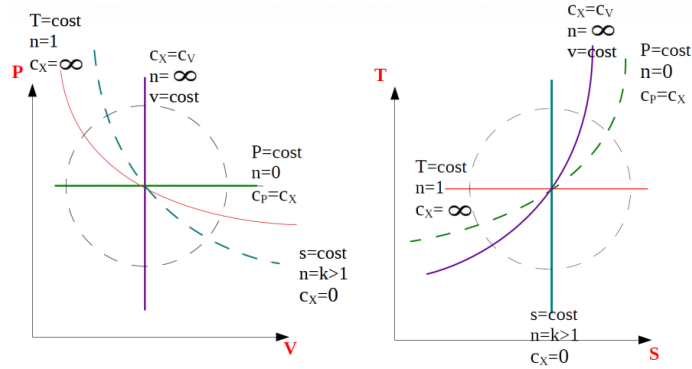
Per una trasformazione **ciclica** e **internamente reversibile**, le aree incluse nelle curve chiuse rappresentative del ciclo nei diagrammi P-V e T-S sono **uguali**, essendo, per il primo principio  $L^{\rightarrow} = Q^{\leftarrow}$



Nel piano T-S (o T-s) tutte le **politropiche** sono rappresentate da **esponenziali**:

$$T = T_0 e^{\frac{s-s_0}{c_x}}$$

- Isotherme:** avendo  $c_x = \infty$ , sono **rette orizzontali** e così, per il **gas ideale**, anche le isoentalpiche dato che  $h = h(T)$ .
- Adiabatiche reversibili (isoentalpiche)** invece sono **rette verticali** visto che  $c_x = 0$ .
- Isocore**, essendo  $c_V < c_P$  sono **più ripide** delle **isobare**.



### 3.4 Calcolo di grandezze termodinamiche ( $u, h, s, l, q$ )

Per il calcolo dell'**energia interna**:

- Per i **gas perfetti**:  $\Delta u = c_v \Delta T$
- Per i **liquidi (e solidi) incompressibili perfetti** ( $v = \text{costante}$ ):  $\Delta u = c \Delta T$

Per il calcolo dell'**entalpia**:

- Per i **gas perfetti**:  $\Delta h = c_p \Delta T$

Per il calcolo di **lavoro** e **calore** per **sistemi chiusi, determinate trasformazioni** e **GAS PERFETTI**:

TRASF. INTERN. REVERSIBILE	$l = \int P dv$	$q = \int dq$
$P = \text{cost}$	$P \Delta v$	$c_p \Delta T$
$v = \text{cost}$	0	$c_v \Delta T$
$T = \text{cost}$	$R^* T \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-R^* T \ln \frac{P_2}{P_1}$	$R^* T \ln \frac{v_2}{v_1}$ $-R^* T \ln \frac{P_2}{P_1}$
$q = 0$	$-c_v \Delta T$	0
$c_x = \text{cost}$	$(c_x - c_v) \Delta T$	$c_x \Delta T$

Per il calcolo dell'**entropia**:

- Per un **generico sistema**:  $\delta s = \frac{du}{T} + \frac{P}{T} dv$
- Per **gas ideali**:  $ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v}$
- per **gas perfetti** ( $c_v = \text{costante}$  e  $c_p = \text{costante}$ ) possiamo integrare l'espressione e otteniamo:

$$\begin{aligned}
 \Delta s = s_2 - s_1 &= c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R^* \ln \frac{v_2}{v_1} = \\
 &= c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1} = \\
 &= c_p \ln \frac{v_2}{v_1} + c_v \ln \frac{P_2}{P_1}
 \end{aligned}$$

- per **liquidi (e solidi) incompressibili perfetti** ( $v = costante$ ):

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c \ln \frac{T_2}{T_1}$$



## 4 L04-Sistemi bifase

### 4.1 Sistema eterogeneo

Un sistema **omogeneo** è un sistema con un solo stato di aggregazione.

Un sistema **eterogeneo** è un sistema con più stati di aggregazione.

Un sistema **monocomponente** è un sistema con una sola sostanza al suo interno.

Un sistema **multicomponente** è un sistema con più sostanze al suo interno.

Le generiche **grandezze estensive specifiche**  $e$  di un sistema eterogeneo costituito da due stati di aggregazione  $\alpha$  e  $\beta$  possono essere rappresentate come **media pesata sulle masse** dei valori delle grandezze estensive specifiche delle singole fasi:

$$e = \frac{M_\alpha}{M} e_\alpha + \frac{M_\beta}{M} e_\beta$$

Si definisce **frazione massica** le proporzioni di massa in uno stato di aggregazione rispetto alla massa complessiva. Per esempio in un generico sistema eterogeneo con due stati di aggregazione  $\alpha$  e  $\beta$ :

$$x_\alpha = \frac{M_\alpha}{M} \quad x_\beta = \frac{M_\beta}{M}$$

Ricordiamo inoltre che

$$x_\alpha + x_\beta = 1$$

e che una generica grandezza estensiva specifica può quindi essere espressa come

$$e = x_\alpha e_\alpha + x_\beta e_\beta = (1 - x_\beta) e_\alpha + x_\beta e_\beta$$

#### 4.1.1 Regola di gibs per sistemi eterogenei

**Regola di Gibbs:**

$$V = C + 2 - F$$

$V$ : numero di **variabili intensive indipendenti** utilizzabili per descrivere il generico stato di equilibrio.

$C$ : numero di componenti.

$F$ : numero di fasi.

- Per il generico sistema **monocomponente e monofase**  $V = 2$ , quindi per descrivere uno stato di equilibrio è sufficiente una coppia intensiva-intensiva (per esempio  $P$  e  $T$ ).
- Per il generico sistema **monocomponente bifase**  $V = 1$ , quindi per descrivere lo stato termodinamico è necessaria una coppia intensiva-estensiva oppure una coppia estensiva-estensiva:  
 $(P, v)$   $(T, v)$   $(P, u)$   $(T, u)$   $(P, h)$   $(T, h)$   $(P, s)$   $(T, s)$   $(v, u)$   $(v, h)$   $(v, s)$   $(u, h)$   $(u, s)$   $(h, s)$
- Per il generico sistema **monocomponente trifase**  $V = 0$ , quindi per descrivere uno stato di equilibrio è necessaria una coppia estensiva-estensiva:  
 $(v, u)$   $(v, h)$   $(v, s)$   $(u, h)$   $(u, s)$   $(h, s)$

#### 4.1.2 Transizione di fase

Una **transizione di fase**:

- è il passaggio da uno stato di aggregazione ad un altro;
- avviene a pressione (e temperatura) costanti.

Definiamo l'**entalpia di transizione** come la quantità di energia necessaria per passare da uno stato a un altro:

$$dh = \delta q^{\leftarrow}$$

### 4.1.3 Sistemi eterogenei monocomponente

Possibili configurazioni:

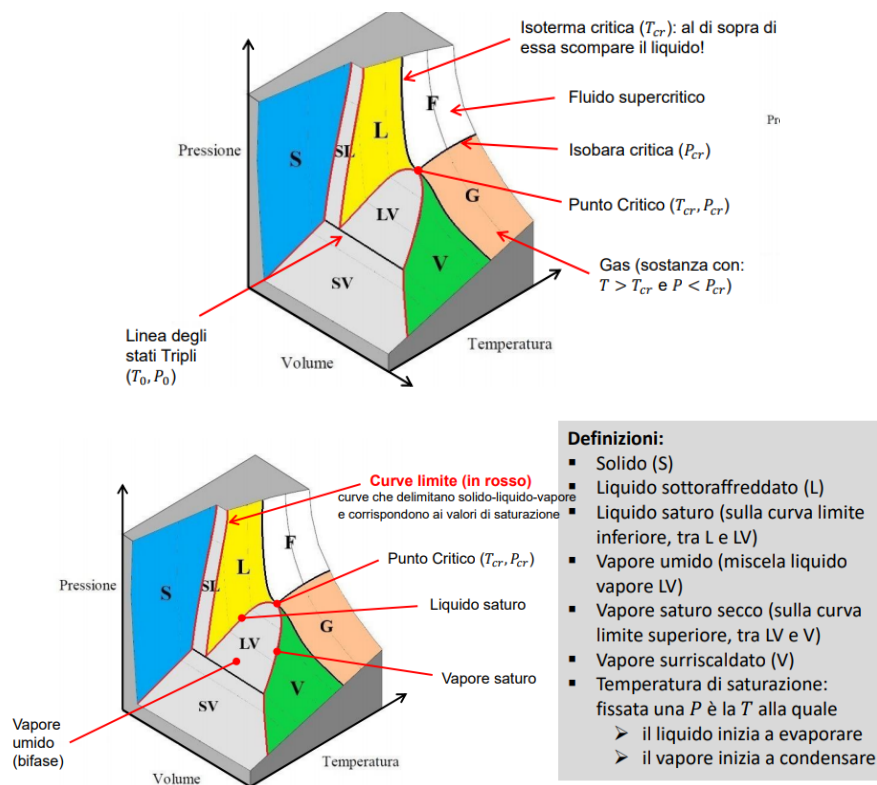
- **Stati monofase:**
  - Solido
  - Liquido
  - Aeriforme (Gas)
- **Stati bifase:**
  - Coesistenza di solido e liquido
  - Coesistenza di solido e aeriforme (vapore)
  - Coesistenza di liquido e aeriforme (vapore)
- **Stati tripli:**
  - Coesistenza di solido, liquido e aeriforme (vapore)

Terminologia:

- **Liquido sottoraffreddato:** liquido non in procinto di evaporare (temperatura di sistema sotto temperatura di saturazione)
- **Liquido saturo:** liquido in procinto di evaporare (liquido a temperatura di saturazione)
- **Vapore saturo:** vapore in condizioni di incipiente condensazione (gas a temperatura di saturazione)
- **Vapore surriscaldato:** vapore non in procinto di condensare (temperatura di sistema sopra temperatura di saturazione)
- **Temperatura di saturazione:** temperatura alla quale una sostanza pura comincia ad evaporare (se è un liquido) oppure condensare (se è un gas), fissata la pressione.

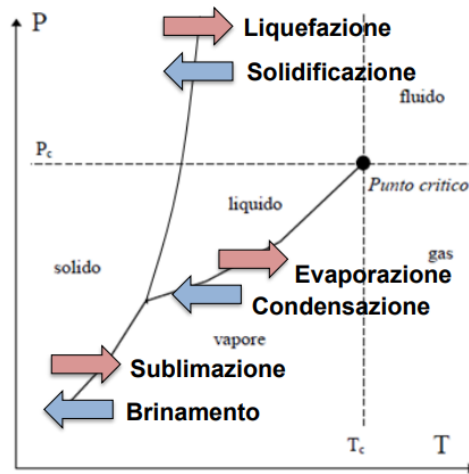
## 4.2 Diagramma di stato P-v-T

### 4.2.1 terminologia



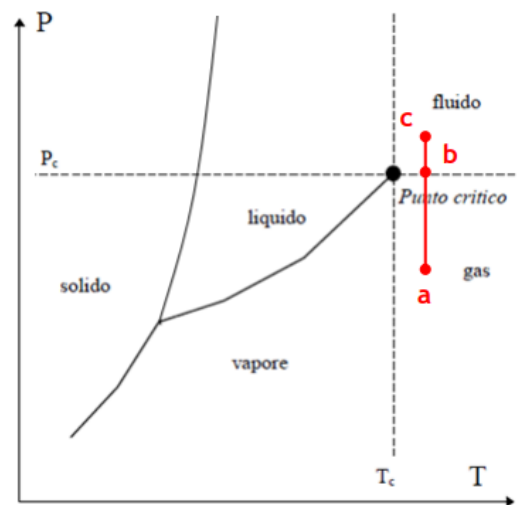
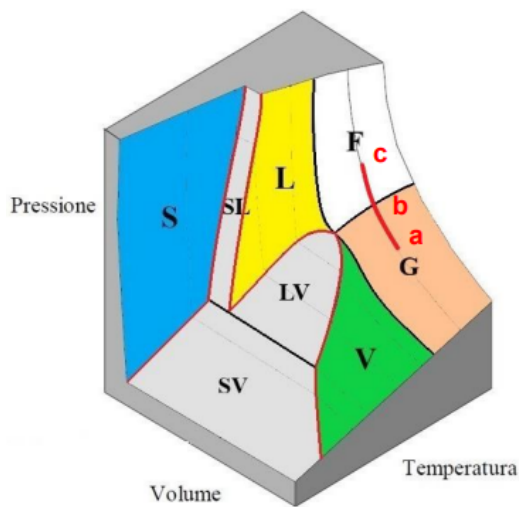
## 4.2.2 Proiezione del diagramma P-v-T in un grafico P-T

Transizioni di fase:

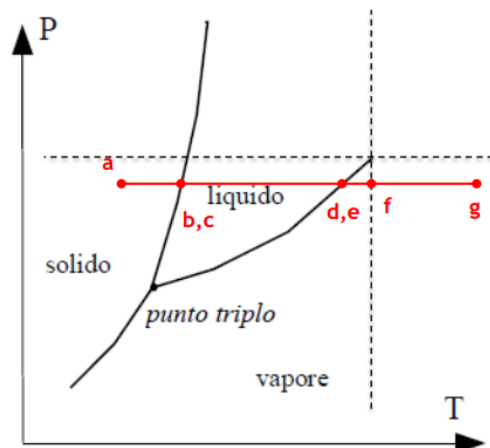
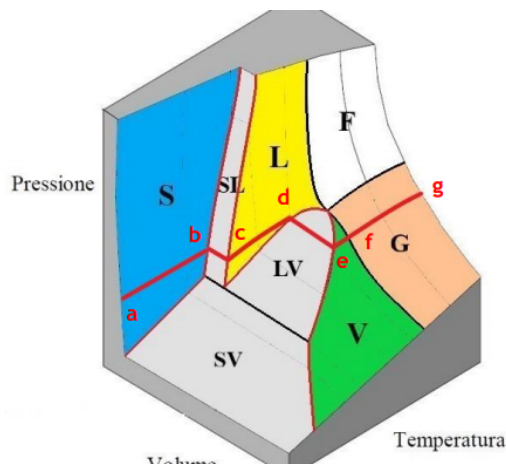


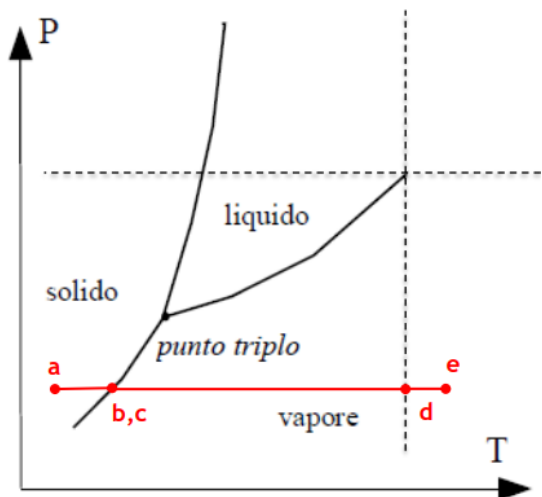
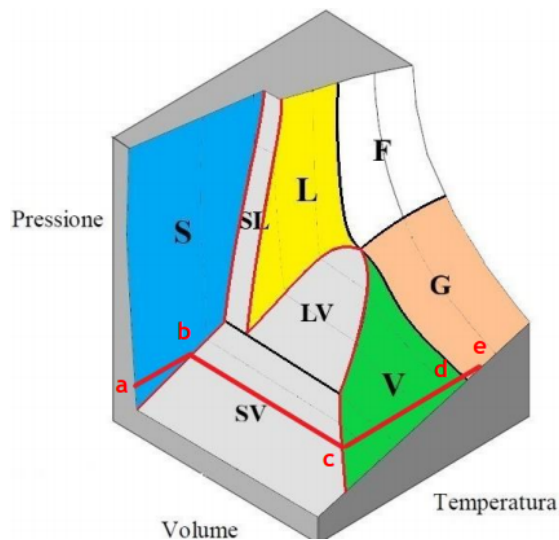
## 4.2.3 Gas

Fluido a  $P < P_{cr}$  e  $T > T_{cr}$  che non può essere liquefatto attraverso una trasformazione di compressione isoterma:

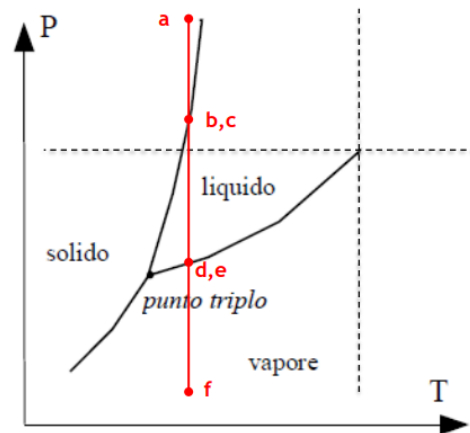
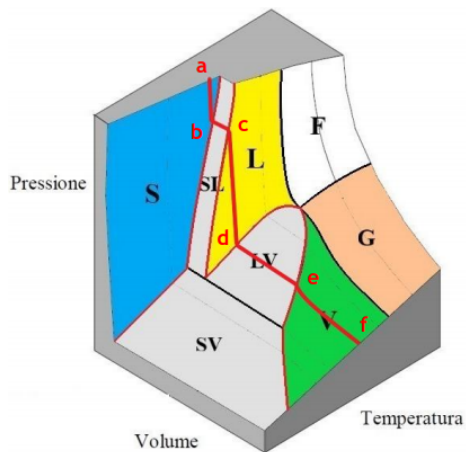


## 4.2.4 Trasformazione isobara



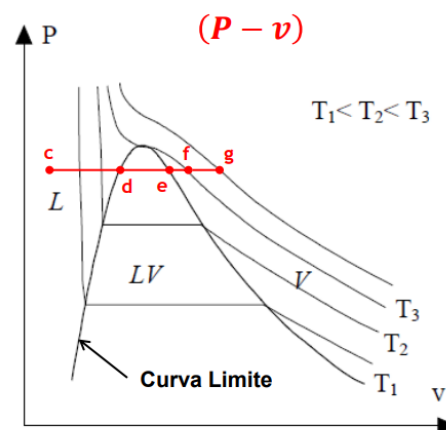
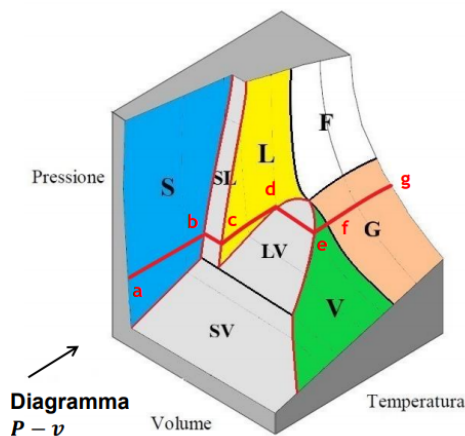


#### 4.2.5 Traformazione isoterma

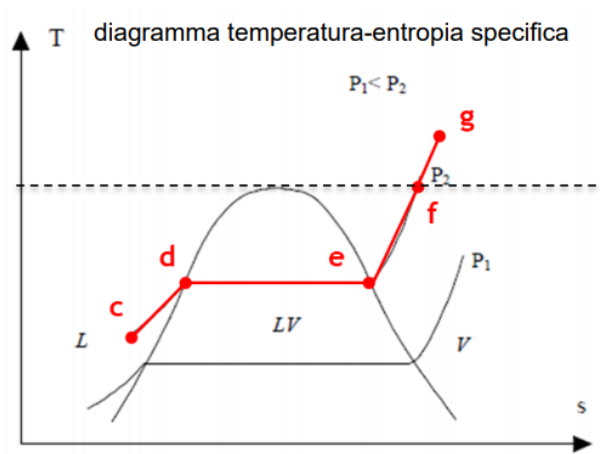


#### 4.2.6 Proiezione del diagramma P-v-T in un grafico P-s e P-h

Uno dei problemi del proiettare la superficie di stato nel diagramma  $P-T$ , è che difficilmente riusciamo a rappresentare le transizioni di fase, perchè, per esempio le zone SL e LV corrispondono soltanto a un punto. Perciò il diagramma  $P-T$  è poco utile per rappresentare i cambi di stato. Per ovviare a ciò dobbiamo fare diverse proiezioni della superficie di stato, rispetto a una coppia di grandezze  $(P, v)$ , per esempio:



Una soluzione a questo problema di rappresentazione è l'utilizzo del diagramma temperatura-entropia, per esempio:



Il tipo di diagramma utilizzato varia a seconda dello scopo che si vuole raggiungere, ce ne sono anche molti altri, per esempio quello  $P - h$  e quello  $h - s$ .

## 4.3 Proprietà termodinamiche dei sistemi eterogenei

### 4.3.1 Entalpia di transizione di fase

$$h_{\text{solido}} < h_{\text{liquido}} < h_{\text{vapore}}$$

- entalpia di **liquefazione**:  $h_{\text{liquido}} - h_{\text{solido}} > 0$
- entalpia di **solidificazione**:  $h_{\text{st}} = h_{\text{solido}} - h_{\text{liquido}} < 0$
- entalpia di **evaporazione**:  $h_{\text{vt}} = h_{\text{vapore}} - h_{\text{liquido}} > 0$
- entalpia di **condensazione**:  $h_{\text{liquido}} - h_{\text{vapore}} < 0$
- entalpia di **sublimazione**:  $h_{\text{svt}} = h_{\text{vapore}} - h_{\text{solido}} > 0$
- entalpia di **brinamento**:  $h_{\text{solido}} - h_{\text{vapore}} < 0$

### 4.3.2 Titoli

Le frazioni massiche dei tre stati di aggregazione prendono il nome di **titolo**:

- **titolo di vapore**:  $x_v = \frac{M_v}{M}$
- **titolo di liquido**:  $x_l = \frac{M_l}{M}$
- **titolo di solido**:  $x_s = \frac{M_s}{M}$

Ricordiamo che  $x_v + x_l + x_s = 1$  e che una generica **grandezza estensiva**  $e$  può essere espressa come:

$$e = (1 - x_l - x_v)e_s + x_l e_l + x_v e_v$$

## 4.4 Tabelle termodinamiche

### 4.4.1 Tabella di saturazione in pressione

E' detta "in pressione" perchè sulla prima colonna sono indicate le **pressioni**.  
La seconda colonna rappresenta delle **temperature**.

La prima riga è sempre quella che rappresenta il **punto triplo**.

Ogni coppia di valori Pressione-Temperatura presente in tabella segue la **curva di saturazione liquido-vapore** proiettata su un diagramma  $P - T$ .

Per ogni coppia  $P - T$  specificato in tabella sono indicati i seguenti valori:

- **volume specifico** (terza, quarta, quinta colonna)
- **entalpia specifica** (sesta, settima, ottava colonna)
- **entropia specifica** (nona, decima, undicesima colonna)

Per ognuno di questi valori viene indicato il valore per **liquido saturo**, per **vapore saturo** e la differenza fra questi ultimi due.

Tabelle di saturazione dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/Vel. VDMA Deutscher Ingenieure - Dissociation VDI-Vel., 1993

		liquido saturo			vapore saturo			liquido saturo			vapore saturo			liquido saturo			vapore saturo		
P (bar)	T (°C)	$v_f$ (m³/kg)	$v_g-v_f$ (m³/kg)	$v_g$ (m³/kg)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)	$s_f$ (kJ/kgK)	$s_g-s_f$ (kJ/kgK)	$s_g$ (kJ/kgK)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)	$s_f$ (kJ/kgK)	$s_g-s_f$ (kJ/kgK)	$s_g$ (kJ/kgK)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)
0.00611	0.01	0.0010002	206.1619	206.1629	0.0	2501.6	2501.6	0.0000	9.1575	9.1575									
0.01	6.96	0.0010001	129.2097	129.2107	29.3	2485.0	2514.4	0.1060	8.8706	8.9767									
0.02	17.51	0.0010012	67.0106	67.0116	73.5	2460.2	2533.6	0.2606	8.4640	8.7246									
0.03	24.10	0.0010027	45.6690	45.6700	101.0	2444.6	2545.6	0.3543	8.2242	8.5785									
0.04	28.96	0.0010040	34.8023	34.8033	121.4	2433.1	2554.5	0.4225	8.0530	8.4755									
0.05	32.90	0.0010052	28.1935	28.1945	137.8	2423.8	2561.6	0.4763	7.9197	8.3960									
0.06	36.18	0.0010064	23.7396	23.7406	151.5	2416.0	2567.5	0.5209	7.8103	8.3312									
0.07	39.03	0.0010074	20.5294	20.5304	163.4	2409.2	2572.6	0.5591	7.7176	8.2767									
0.08	41.54	0.0010084	18.1028	18.1038	173.9	2403.2	2577.1	0.5926	7.6370	8.2295									
0.09	43.79	0.0010094	16.2024	16.2034	183.3	2397.9	2581.1	0.6224	7.5657	8.1881									
0.10	45.83	0.0010102	14.6727	14.6737	191.8	2392.9	2584.8	0.6493	7.5018	8.1511									
0.15	54.00	0.0010140	10.0211	10.0221	226.0	2373.2	2599.2	0.7549	7.2544	8.0093									
0.20	60.09	0.0010172	7.6482	7.6492	251.5	2358.4	2608.9	0.8321	7.0773	7.9094									
0.25	64.96	0.0010199	6.2030	6.2040	272.0	2346.4	2618.3	0.8933	6.9390	7.8323									
0.30	69.13	0.0010223	5.2290	5.2299	289.3	2336.1	2625.4	0.9441	6.8254	7.7695									
0.35	72.71	0.0010245	4.5245	4.5255	304.3	2327.2	2631.5	0.9878	6.7288	7.7166									
0.40	75.89	0.0010265	3.9922	3.9932	317.7	2319.2	2636.9	1.0261	6.6448	7.6709									
0.45	78.74	0.0010284	3.5751	3.5761	329.6	2312.0	2641.7	1.0603	6.5703	7.6306									
0.50	81.35	0.0010301	3.2391	3.2401	340.6	2305.4	2646.0	1.0912	6.5035	7.5947									
0.60	85.95	0.0010333	2.7307	2.7317	359.9	2293.6	2653.6	1.1455	6.3872	7.5327									
0.70	89.96	0.0010361	2.3637	2.3647	376.8	2283.3	2660.1	1.1921	6.2883	7.4804									
0.80	93.51	0.0010387	2.0859	2.0869	391.7	2274.0	2665.8	1.2330	6.2022	7.4352									
0.90	96.71	0.0010412	1.8681	1.8691	405.2	2265.6	2670.9	1.2696	6.1258	7.3954									
1.00	99.63	0.0010434	1.6927	1.6937	417.5	2257.9	2675.4	1.3027	6.0571	7.3598									
1.01325	100.00	0.0010437	1.6720	1.6730	419.1	2256.9	2676.0	1.3069	6.0485	7.3554									
1.20	104.81	0.0010476	1.4271	1.4281	439.4	2244.1	2683.4	1.3609	5.9375	7.2984									
1.40	109.32	0.0010513	1.2352	1.2363	458.4	2231.9	2690.3	1.4109	5.8356	7.2465									
1.60	113.32	0.0010547	1.0900	1.0911	475.4	2220.9	2696.2	1.4550	5.7467	7.2017									
1.80	116.93	0.0010579	0.97612	0.9772	490.7	2210.8	2701.5	1.4944	5.6677	7.1622									
2.00	120.23	0.0010608	0.88434	0.8854	504.7	2201.6	2706.3	1.5301	5.5967	7.1268									
2.50	127.43	0.0010676	0.71733	0.7184	535.4	2181.0	2716.4	1.6072	5.4448	7.0520									
3.00	133.54	0.0010735	0.60446	0.6055	561.4	2163.2	2724.7	1.6717	5.3192	6.9909									

#### 4.4.2 Tabella di saturazione in temperatura

E' detta "in temperatura" perchè sulla prima colonna sono indicate le **temperature**. La seconda colonna rappresenta delle **pressioni**.

Il contenuto della tabella è il medesimo della tabella precedente, solo che il riferimento è basato sulla temperatura (sono in ordine di temperatura) e non sulla pressione.

Tabelle di saturazione dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/Vel. VDMA Deutscher Ingenieure - Dissociation VDI-Vel., 1993

		liquido saturo			vapore saturo			liquido saturo			vapore saturo			liquido saturo			vapore saturo		
T (°C)	P (bar)	$v_f$ (m³/kg)	$v_g-v_f$ (m³/kg)	$v_g$ (m³/kg)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)	$s_f$ (kJ/kgK)	$s_g-s_f$ (kJ/kgK)	$s_g$ (kJ/kgK)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)	$s_f$ (kJ/kgK)	$s_g-s_f$ (kJ/kgK)	$s_g$ (kJ/kgK)	$h_f$ (kJ/kg)	$h_g-h_f$ (kJ/kg)	$h_g$ (kJ/kg)
0.01	0.006112	0.001000	206.162	206.163	0.0	2501.6	2501.6	0.0000	9.1575	9.1575									
2	0.007055	0.001000	179.922	179.923	8.4	2496.8	2505.2	0.0306	9.0741	9.1047									
4	0.008129	0.001000	157.271	157.272	16.8	2492.1	2508.9	0.0611	8.9915	9.0526									
6	0.009345	0.001000	137.779	137.78	25.2	2487.4	2512.6	0.0913	8.9102	9.0015									
8	0.01072	0.001000	120.965	120.966	33.6	2482.6	2516.2	0.1213	8.8300	8.9513									
10	0.01227	0.001000	106.429	106.43	42.0	2477.9	2519.9	0.1510	8.7510	8.9020									
15	0.017139	0.001001	77.977	77.978	62.9	2466.1	2529.1	0.2243	8.5582	8.7826									
20	0.023366	0.001002	57.837	57.838	83.9	2454.3	2538.2	0.2963	8.3721	8.6684									
25	0.03166	0.001003	43.401	43.402	104.8	2442.5	2547.3	0.3670	8.1922	8.5592									
30	0.042415	0.001004	32.928	32.929	125.7	2430.7	2556.4	0.4365	8.0181	8.4546									
35	0.056216	0.001006	25.244	25.245	146.6	2418.8	2565.4	0.5049	7.8495	8.3543									
40	0.07375	0.001008	19.545	19.546	167.5	2406.9	2574.4	0.5721	7.6861	8.2583									
45	0.09582	0.001010	15.275	15.276	188.4	2394.9	2583.3	0.6383	7.5277	8.1661									
50	0.12335	0.001012	12.045	12.046	209.3	2382.9	2592.2	0.7035	7.3741	8.0776									
55	0.15741	0.001015	9.5779	9.5789	230.2	2370.8	2601.0	0.7677	7.2248	7.9925									
60	0.1992	0.001017	7.6775	7.6785	251.1	2358.6	2609.7	0.8310	7.0798	7.9108									
65	0.25009	0.001020	6.2013	6.2023	272.0	2346.3	2618.4	0.8933	6.9388	7.8321									
70	0.31162	0.001023	5.0453	5.0463	293.0	2334.0	2626.9	0.9548	6.8017	7.7565									
75	0.38549	0.001026	4.1331	4.1341	313.9	2321.5	2635.4	1.0154	6.6681	7.6835									
80	0.4736	0.001029	3.4081	3.4091	334.9	2308.8	2643.8	1.0753	6.5380	7.6133									
85	0.57803	0.001033	2.8278	2.8288	355.9	2296.1	2652.0	1.1343	6.4111	7.5454									
90	0.70109	0.001036	2.3603	2.3613	376.9	2283.2	2660.1	1.1925	6.2873	7.4798									
95	0.84526	0.001040	1.9812	1.9822	398.0	2270.2	2668.1	1.2501	6.1665	7.4166									
100	1.01325	0.001044	1.672	1.673	419.1	2256.9	2676.0	1.3069	6.0485	7.3554									
105	1.208	0.001048	1.4183	1.4193	440.2	2243.6	2683.7	1.3630	5.9331	7.2962									
110	1.4327	0.001052	1.2089	1.2099	461.3	2230.0	2691.3	1.4185	5.8203	7.2388									
115	1.6906	0.001056	1.0353	1.0363	482.5	2216.2	2698.7	1.4733	5.7099	7.1832									
120	1.9854	0.001061	0.89046	0.89152	503.7	2202.2	2706.0	1.5276	5.6017	7.1293									
125	2.321	0.001065	0.76917	0.77023	525.0	2188.0	2713.0	1.5813	5.4957	7.0769									
130	2.7013	0.001070	0.66707	0.66814	546.3	2173.6	2719.9	1.6344	5.3917	7.0261									

#### 4.4.3 Tabella del vapore surriscaldato

Questa tabella mostra le pressioni sulle righe e le temperature sulle colonne, per un sistema monofase, in cui  $P$  e  $T$  descrivono uno stato di equilibrio.

Per ogni riga di pressione, è mostrata la **temperatura**  $T_s$  di **saturazione** a tale pressione.

Per ogni coppia temperatura - pressione che andiamo a cercare troviamo i valori di **volume specifico**, **entalpia specifica**, **entropia specifica**.



La zona evidenziata in giallo, senza valori, rappresentano i valori oltre la curva limite, cioè la zona di liquido sottoraffreddato, dove  $T_s > T$ .

Tabelle vapore surriscaldato dell'acqua

Tratto da VDI Atlas, Verein Deutscher Ingenieure - Düsseldorf VDI-Verl., 1991

P (bar)		Temperatura											
Ts (°C)		50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
0.02	v	74.524	86.08	97.628	109.171	120.711	132.251	143.79	155.329	178.405	201.482	224.558	247.634
	h	2504.4	2688.5	2783.7	2880	2977.7	3078.8	3177.7	3279.7	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	8.9220	9.1834	9.4327	9.6479	9.8441	10.0251	10.1934	10.3512	10.6413	10.9044	11.1404	11.3712
0.04	v	37.24	43.027	48.806	54.58	60.351	66.122	71.892	77.662	89.201	100.74	112.278	123.816
	h	2593.9	2688.3	2783.5	2879.9	2977.8	3078.8	3177.4	3279.7	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	8.6016	8.873	9.1125	9.3279	9.5241	9.7051	9.8735	10.0313	10.3214	10.5845	10.8265	11.0513
0.06	v	24.812	28.676	32.532	37.383	40.232	44.079	47.927	51.773	59.467	67.159	74.852	82.544
	h	2593.5	2688	2783.4	2879.8	2977.6	3078.7	3177.4	3279.6	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	8.4135	8.6854	8.9251	9.1406	9.3369	9.5179	9.6883	9.8441	10.1342	10.3973	10.6394	10.8642
0.08	v	18.598	21.501	24.395	27.284	30.172	33.058	35.944	38.829	44.599	50.369	56.138	61.908
	h	2593.1	2697.8	2783.2	2879.7	2977.5	3078.7	3177.3	3279.6	3489.1	3705.5	3928.8	4158.7
	s	8.2797	8.5521	8.7921	9.0077	9.2041	9.3851	9.5535	9.7113	10.0014	10.2646	10.5066	10.7314
0.1	v	14.869	17.195	19.512	21.825	24.136	26.445	28.754	31.062	35.679	40.295	44.91	49.526
	h	2592.7	2687.5	2783.1	2879.6	2977.4	3078.6	3177.3	3279.6	3489.1	3705.5	3928.8	4158.7
	s	8.1757	8.4486	8.6888	8.9045	9.101	9.282	9.4504	9.6083	9.8984	10.1616	10.4036	10.6284
0.5	v	3.4181	3.8893	4.356	4.8205	5.2839	5.7467	6.2091	6.6713	7.1335	8.0574	8.981	9.9044
	h	2682.6	2780.1	2877.7	2976.1	3075.7	3176.6	3279	3388.7	3488.7	3705.2	3928.6	4158.5
	s	7.9553	7.9456	8.1587	8.3584	8.538	8.7068	8.8649	9.1552	9.4185	9.6606	9.8855	10.0955
1	v	1.9955	1.9353	2.1723	2.4081	2.6387	2.8706	3.1025	3.3343	3.5662	4.0277	4.4898	4.9517
	h	2676.2	2776.1	2875.4	2974.5	3074.5	3175.6	3278.2	3388.1	3488.1	3704.8	3928.2	4158.3
	s	7.3618	7.6137	7.8349	8.0342	8.2166	8.3858	8.5442	8.6948	8.8348	9.0982	9.3405	9.5654
2	v	0.95954	1.0804	1.1989	1.3162	1.4328	1.5492	1.6652	1.7812	2.0129	2.2442	2.4754	2.7065
	h	2768.5	2870.5	2971.2	3072.1	3173.8	3276.7	3387	3487	3704	3927.6	4157.8	4387.9
	s	7.2794	7.5072	7.7096	7.8937	8.0638	8.2226	8.3713	8.5139	8.7776	9.0201	9.2452	9.4552
3	v	0.63374	0.71635	0.79644	0.87529	0.95352	1.0314	1.1085	1.1841	1.3412	1.4957	1.6499	1.8039
	h	2760.4	2865.5	2967.9	3068.7	3171.9	3278.2	3386	3486	3703.2	3927	4157.3	4387.5
	s	7.0771	7.3119	7.5178	7.7034	7.8744	8.0336	8.1827	8.3257	8.5899	8.8325	9.0577	9.2677
133.6	v	0.47066	0.53426	0.59519	0.65485	0.71385	0.7725	0.88919	1.0054	1.1214	1.2372	1.3529	1.4686
	h	2752	2860.4	2964.5	3067.2	3170	3273.6	3384.9	3484.9	3702.3	3926.4	4156.9	4387.4
	s	6.9265	7.1708	7.38	7.5675	7.7395	7.8994	8.1919	8.4563	8.6902	8.9246	9.159	9.3934
143.0	v	0.42496	0.47443	0.52258	0.57005	0.61716	0.71078	0.80395	0.89685	0.98955	1.08225	1.17495	1.26765
	h	2855.1	2961.1	3064.8	3168.1	3272.1	3383.8	3483.8	3701.5	3925.8	4156.4	4387.0	4617.6
	s	7.0592	7.2721	7.4614	7.6343	7.7948	7.9498	8.0879	8.3626	8.5957	8.8213	9.0469	9.2725

#### 4.4.4 Interpolazione lineare

Siccome non è possibile creare tabelle con ogni possibile valore, per tutti quei casi in cui non si trova una corrispondenza precisa nella tabella, si usa l' **interpolazione lineare**

$$Y = Y_A + \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}(X - X_A)$$

$Y$ : grandezza che si vuole ricavare.

$X$ : grandezza conosciuta.

$A, B$ : stati di riferimento (presenti in tabella) con  $X_A < X < X_B$ .

#### 4.4.5 interpolazione bilineare

Nel caso in cui più di una grandezza non corrisponda a nessun valore preciso della tabella usiamo la formula di **interpolazione bilineare**

$$Y = Y_A + \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}(X - X_A)$$

$$Y_A = Y_{A1} + \frac{Y_{A2} - Y_{A1}}{X_{A2} - X_{A1}}(X_A - X_{A1})$$

$$Y_B = Y_{B1} + \frac{Y_{B2} - Y_{B1}}{X_{B2} - X_{B1}}(X_B - X_{B1})$$

#### 4.4.6 Formule per l'acqua sottoraffreddata

Vediamo come calcolare tutti quei valori per cui non esistono tabelle, per esempio i valori per un liquido sottoraffreddato.

##### Modello di liquido incompressibile ideale

Per un liquido incompressibile ideale abbiamo  $c_P = c(T)$ ,  $\beta = 0$ ,  $K_T = 0$  e

$$dh = c(T)dT + vdp$$

$$ds = c(T)\frac{dT}{T}$$

che sono forme differenziali e per poterle integrare devo conoscere la funzione  $c(T)$ , che però non conosciamo. L'ipotesi che quindi facciamo è quella di liquido incompressibile perfetto, cioè con  $c$  costante.

##### Modello di liquido incompressibile perfetto

Per un liquido incompressibile perfetto abbiamo  $c = \text{costante}$  e quindi possiamo integrare le formule viste precedentemente e otteniamo

$$\Delta h = c\Delta T + v\Delta P$$

$$\Delta s = c \ln \frac{T_2}{T_1}$$

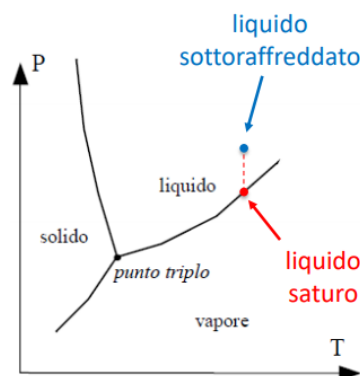
Dalla prima di queste due formule posso scrivere che

$$h - h_{ref} = c(T - T_{ref}) + v(P - P_{ref})$$

dove col pedice "ref" si intendono valori che troviamo in tabella per liquidi saturi.

Possiamo ora procedere in due maniere: fissando la temperatura (corretto) o fissando la pressione (sbagliato).

**Approccio a temperatura costante:**



La situazione è questa: stiamo cercando di calcolare il punto azzurro di "liquido sottoraffreddato" usando le tabelle di liquido saturo che ci permettono di individuare il punto rosso di "liquido saturo" alla medesima temperatura.

sostituiamo i valori con pedice "ref" dell'equazione precedentemente trovata

$$h - h_{ref} = c(T - T_{ref}) + v(P - P_{ref})$$

con i valori che troviamo con la tabella di liquido saturo eccetto per la temperatura che teniamo fissa:

$$h(P, T) - h_{ls}(P_{sat}(T)) = c(T - T) + v(P - P_{sat}(T))$$

$$h(P, T) = h_{ls}(P_{sat}(T)) + v(P - P_{sat}(T))$$

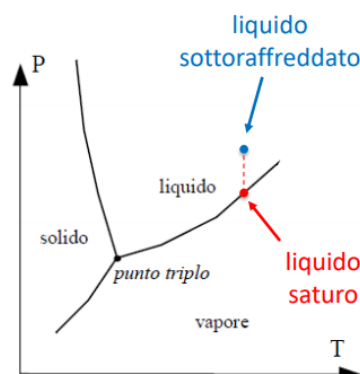
inoltre per  $v$  si può usare il valore del liquido saturo fornito dalla tabella  $v = v_{ls}(P_{sat}(T))$ .

Notiamo che negli esercizi il valore di  $v(P - P_{sat}(T))$  è trascurabile e lo approssimiamo a 0 e quindi la formula diventa:

$$h(P, T) = h_{ls}(P_{sat}(T))$$

**Approccio a pressione costante:**

**N.B. non usare questo approccio!**





La situazione è questa: stiamo cercando di calcolare il punto verde di "liquido sottoraffreddato" usando le tabelle di liquido saturo che ci permettono di individuare il punto rosso di "liquido saturo" alla medesima pressione.

Se seguiamo il medesimo procedimento di prima ma con pressione fissa, otteniamo:

$$h(P, T) - h_{ls}(T_{sat}(P)) = c(T - T_{sat}(P)) + v(P - P)$$

$$h(P, T) = h_{ls}(P_{sat}(T)) + c(T - T_{sat}(P))$$

che non è valido perchè in genere  $c \neq \text{costante}$  per pressioni elevate.

Cosa fare se si conosce  $P$  e non  $T$ ? (vedi esercizio ES03-01.6)

**Caso nel quale si conosce (P,h) e si vuole conoscere T**

$$h(P, T) = h_{ls}(P_{sat}(T)) + v(P - P_{sat}(T))$$

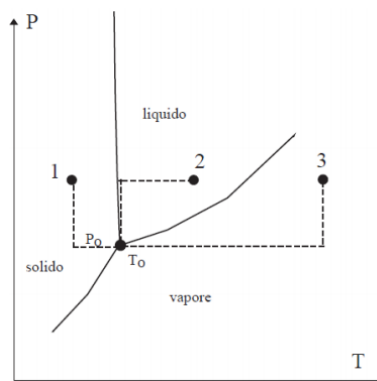
in cui solitamente  $v(P - P_{sat}(T))$  è solitamente trascurabile, e dunque si interpola in tabella di saturazione la temperatura per la quale  $h_{ls}(T) = h$ .

**Caso nel quale si conosce (P,s) e si vuole conoscere T**

Approccio simile a quello precedente.

## 4.5 Relazioni semplificate vicino al punto triplo per l'acqua

In assenza di tabelle, si possono usare le seguenti relazioni semplificate che rimangono valide in prossimità **punto triplo** per lo stato solido, lo stato liquido e lo stato vapore.



### 4.5.1 Stato solido

$$h(P, T) = h_0 + h_{lst} + c_s(T - T_0) + v_s(P - P_0)$$

$$s(P, T) = s_0 + s_{lst} + c_s \ln \frac{T}{T_0} = s_0 + \frac{h_{lst}}{T_0} + c_s \ln \frac{T}{T_0}$$

con

$P_0, T_0$ : pressione e temperatura del punto triplo ( $P_0 = 0,00611 \text{ bar}$ ;  $T_0 = 0,01^\circ \text{C}$ )

$h_0$ : entalpia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $h_0 = 0 \text{ kJ/kg}$ )

$s_0$ : entropia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $s_0 = 0 \text{ kJ/kgK}$ )

$h_{lst}$ : entalpia di solidificazione al punto triplo ( $h_{lst} = -333 \text{ kJ/kg}$ )

$c_s$ : calore specifico del ghiaccio ( $c_s = 2093 \text{ J/kgK}$ )

$v_s$ : volume specifico del ghiaccio ( $v_s = 0,00109 \text{ m}^3/\text{kg}$ )

Possiamo approssimare  $T_{sat,L-S}(P) = T_0$ .

### 4.5.2 Stato liquido

(USARE LE TABELLE)

$$h(P, T) = h_0 + c_l(T - T_0) + v_l(P - P_0)$$

$$s(P, T) = s_0 + c_l \ln \frac{T}{T_0}$$

con

$P_0, T_0$ : pressione e temperatura del punto triplo ( $P_0 = 0,00611 \text{ bar}$ ;  $T_0 = 0.01^\circ \text{C}$ )

$h_0$ : entalpia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $h_0 = 0 \text{ kJ/kg}$ )

$s_0$ : entropia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $s_0 = 0 \text{ kJ/kgK}$ )

$c_l$ : calore specifico dell'acqua liquida ( $c_l = 4186 \text{ J/kgK}$ )

$v_l$ : volume specifico dell'acqua liquida ( $v_l = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$ )

### 4.5.3 Stato vapore

(USARE LE TABELLE)

$$h(P, T) = h_0 + h_{lvt} + c_p(T - T_0)$$

$$s(P, T) = s_0 + s_{lvt} + c_p \ln \frac{T}{T_0} - R^* \ln \frac{P}{P_0} = s_0 + \frac{h_{lvt}}{T_0} c_p \ln \frac{T}{T_0} - R^* \ln \frac{P}{P_0}$$

con

$P_0, T_0$ : pressione e temperatura del punto triplo ( $P_0 = 0,00611 \text{ bar}$ ;  $T_0 = 0.01^\circ \text{C}$ )

$h_0$ : entalpia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $h_0 = 0 \text{ kJ/kg}$ )

$s_0$ : entropia di riferimento al punto triplo in fase liquida ( $s_0 = 0 \text{ kJ/kgK}$ )

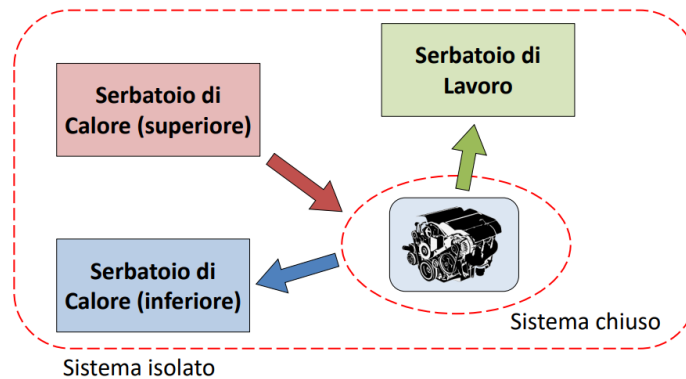
$h_{lvt}$ : entalpia di evaporazione al punto triplo ( $h_{lvt} = 2501.6 \text{ kJ/kg}$ )

$c_p$ : calore specifico a pressione costante dell'acqua vapore ( $c_p = 2009 \text{ J/kgK}$ )

## 5 L05-Macchine termodinamiche

### 5.1 Macchina termodinamica

Per rappresentare **macchine termodinamiche** utilizziamo solitamente questa struttura:



La **macchina termodinamica** è un sistema termodinamico **composto** e **isolato**, che, nella sua forma più semplice, è realizzato da:

- due serbatoi di calore, uno superiore e uno inferiore;
- un serbatoio di lavoro;
- una macchina ciclica, che è in grado di produrre od assorbire con continuità lavoro interagendo con il serbatoio di lavoro ed i serbatoi di calore.

#### 5.1.1 Serbatoio di calore

Il **serbatoio di calore** è un sistema termodinamico che scambia **solo calore** con l'esterno senza alterare il suo stato termodinamico (cioè la temperatura e la pressione del serbatoio rimangono costanti, tutto ciò che è al suo interno rimane costante, il suo stato non cambia); gli scambi avvengono con trasformazioni quasi-statiche (**internamente reversibili**).

Questa definizione di serbatoio è sinonimo di un sistema **a massa infinita**: se la massa di un sistema  $A$  è enormemente maggiore della massa di un sistema  $B$ , durante un interazione fra  $A$  e  $B$ ,  $A$  sembrerà rimanere invariata, poichè tutte le trasformazioni e tutte le grandezze sono legate in proporzione alla massa.

Un tipico esempio di serbatoio di calore è l'atmosfera terrestre.

#### 5.1.2 Serbatoio di lavoro

Il **serbatoio di lavoro** è un sistema termodinamico che scambia **solo lavoro** con l'esterno senza alterare il suo stato termodinamico; gli scambi avvengono con trasformazioni quasi-statiche (**internamente reversibili**).

Un tipico esempio di serbatoio di lavoro è la rete elettrica.

## 5.2 Macchina motrice

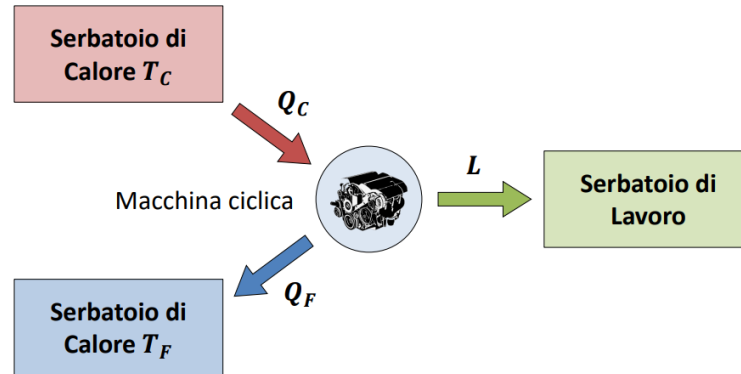
Per **macchina ciclica** si intendono macchine che compiono trasformazioni con stato finale e stato iniziale identici e ripetono  $n$  volte tale ciclo.

Esistono due schemi principali di macchine cicliche: quelle motrici e quelle operatrici. Vediamo la

macchina motrice.

Il **serbatoio superiore** è a **temperatura calda**  $T_C$  e prende il nome di **camera di combustione**.

Il serbatoio di calore a  $T_C$  e la macchina ciclica, producono un lavoro verso il serbatoio di lavoro e devono rilasciare calore verso un **serbatoio inferiore** a **temperatura fredda**  $T_F$  che tipicamente è l'ambiente.



Vediamo la macchina motrice da un punto di vista analitico.

Dalle equazioni di bilancio otteniamo:

$$\begin{cases} \Delta U_Z = 0 \\ \Delta S_Z = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_C + \Delta U_F + \Delta U_{SL} + \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{SL} + \Delta S_M = S_{irr} \end{cases}$$

Osservando i singoli sottosistemi otteniamo:

$$\begin{cases} \Delta U_C = Q_C^{\leftarrow} \\ \Delta S_C = \frac{Q_C^{\leftarrow}}{T_C} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_F = Q_F^{\leftarrow} \\ \Delta S_F = \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_{SL} = -L_{SL}^{\rightarrow} \\ \Delta S_{SL} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_M = 0 \end{cases}$$

Per cui deriviamo che

$$\begin{cases} Q_C^{\leftarrow} + Q_F^{\leftarrow} - L_{SL}^{\rightarrow} = 0 \\ \frac{Q_C^{\leftarrow}}{T_C} + \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} -Q_C + Q_F + L = 0 \\ -\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$

### 5.2.1 Rendimento

:

Da queste equazioni ricaviamo che il lavoro è massimo quando il processo è **reversibile**, per cui il **rendimento** è

$$\eta = \frac{\text{EFFETTO UTILE}}{\text{SPESA}}$$

La definizione di rendimento si traduce in formule per la macchina motrice così:

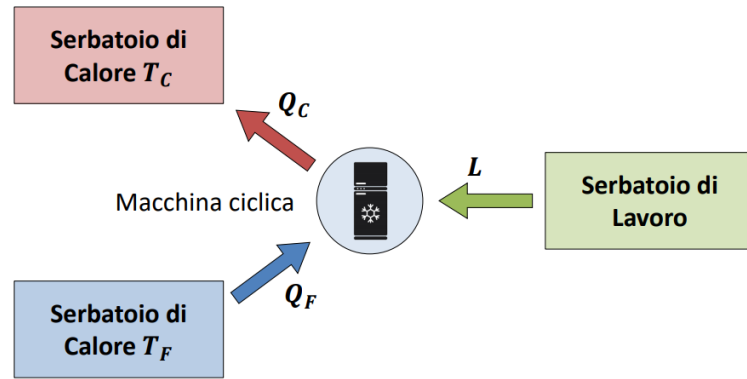
$$\eta = \frac{L}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F}{Q_C} S_{irr} \quad \eta_{reversibile} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

dove  $\eta_{reversibile}$  viene utilizzato per calcolare il rendimento massimo che si può avere.

Queste formule sono valide per serbatoi di calore a temperatura costante, nel momento in cui questa condizione viene meno, non possiamo più usarle, però possiamo sempre usare la definizione di rendimento (effetto utile/ spesa).

## 5.3 Macchina operatrice

La **macchina operatrice** ha un meccanismo opposto alla macchina motrice: usa del lavoro dal **serbatoio di lavoro** per assorbire calore da un **serbatoio freddo**, a causa dell'utilizzo di questo lavoro c'è bisogno di rilasciare del calore in un **serbatoio caldo**.



Vediamo la macchina operatrice da un punto di vista analitico.  
Dalle equazioni di bilancio otteniamo:

$$\begin{cases} \Delta U_Z = 0 \\ \Delta S_Z = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_C + \Delta U_F + \Delta U_{SL} + \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{SL} + \Delta S_M = S_{irr} \end{cases}$$

Osservando i singoli sottosistemi otteniamo:

$$\begin{cases} \Delta U_C = Q_C^{\leftarrow} \\ \Delta S_C = \frac{Q_C^{\leftarrow}}{T_C} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_F = Q_F^{\leftarrow} \\ \Delta S_F = \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_{SL} = -L_{SL}^{\rightarrow} \\ \Delta S_{SL} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_M = 0 \end{cases}$$

Per cui deriviamo che

$$\begin{cases} Q_C^{\leftarrow} + Q_F^{\leftarrow} - L_{SL}^{\rightarrow} = 0 \\ \frac{Q_C^{\leftarrow}}{T_C} + \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} Q_C - Q_F - L = 0 \\ \frac{Q_C}{T_C} - \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$

L'unica cosa che cambia rispetto alla macchina motrice sono i segni.

### 5.3.1 Efficienza o COP (coefficient of performance)

:

Il lavoro è minimo quando il processo è **reversibile**, per cui l'**efficienza** è

$$\epsilon = \frac{\text{EFFETTO UTILE}}{\text{SPESA}}$$

Vediamo ora la formula dell'efficienza nei casi particolari di macchina operatrice **frigorifera** e **pompa di calore**:

**Macchina frigorifera:**

$$\epsilon_F = \frac{Q_F}{L} = \frac{T_F}{T_C - T_F + \frac{T_C T_F S_{irr}}{Q_F}} \quad \epsilon_{F, reversibile} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

dove  $\epsilon_{reversibile}$  viene utilizzato per calcolare l'efficienza massima che si può avere.

**Pompa di calore:**

$$\epsilon_P = \frac{Q_C}{L} = \frac{T_C}{T_C - T_F + \frac{T_C T_F S_{irr}}{Q_C}} \quad \epsilon_{P, reversibile} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

dove  $\epsilon_{reversibile}$  viene utilizzato per calcolare l'efficienza massima che si può avere.

Queste formule sono valide per serbatoi di calore a temperatura costante, nel momento in cui questa condizione viene meno, non possiamo più usarle, però possiamo sempre usare la definizione di efficienza (effetto utile/ spesa).

C'è un legame fra l'efficienza della macchina frigorifera e l'efficienza della pompa di calore:

$$\epsilon_P = \frac{Q_C}{L} = \frac{Q_F + L}{L} = \epsilon_F + 1$$

## 5.4 Macchina motrice con serbatoio caldo a massa finita

Fino ad ora abbiamo analizzato il comportamento di macchine termodinamiche con serbatoi a massa infinita e quindi temperatura costante. Vediamo ora il ragionamento che sta sotto l'analisi di macchine motrici con serbatoio caldo a **massa finita**.

Per semplificare la trattazione analizziamo **Macchina motrice con serbatoio caldo a massa finita contenente liquido incompressibile perfetto** (vediamo il caso con liquido incompressibile perfetto, ma questo dettaglio ha un impatto irrilevante sulla trattazione, lo usiamo solo per semplicità di esposizione, si può rieseguire il ragionamento anche con gas perfetti e altro ancora...).

Dalle equazioni di bilancio otteniamo:

$$\begin{cases} \Delta U_Z = 0 \\ \Delta S_Z = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_C + \Delta U_F + \Delta U_{SL} + \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{SL} + \Delta S_M = S_{irr} \end{cases}$$

Nel serbatoio a caldo la temperatura iniziale è maggiore di quella finale ( $T_1 > T_2$ ), l'altro serbatoio rimane invece a temperatura costante, per cui:

$$\begin{cases} \Delta U_{C,12} = Mc(T_2 - T_1) \\ \Delta S_{C,12} = Mc \ln \frac{T_2}{T_1} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_F = Q_F^{\leftarrow} \\ \Delta S_F = \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_{SL} = -L_{SL}^{\rightarrow} \\ \Delta S_{SL} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta U_M = 0 \\ \Delta S_M = 0 \end{cases}$$

Per cui deriviamo che

$$\begin{cases} Mc(T_2 - T_1) + Q_F^{\leftarrow} - L_{SL}^{\rightarrow} = 0 \\ Mc \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{Q_F^{\leftarrow}}{T_F} = S_{irr} \end{cases} \quad \begin{cases} Mc(T_2 - T_1) + Q_F + L = 0 \\ Mc \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$

**Caso reversibile**  $S_{irr} = 0$ :  $Q_C^{\leftarrow} = Mc(T_2 - T_1)$  negativo uscente;  
 $Q_C = Mc(T_2 - T_1)$  valore assoluto;

$Q_F^{\leftarrow} = -McT_F \ln \frac{T_2}{T_1} = McT_F \ln \frac{T_1}{T_2}$  positivo entrante;  
 $Q_F = McT_F \ln \frac{T_1}{T_2}$  valore assoluto.

$L^{\rightarrow} = Q_C^{\leftarrow} + Q_F^{\leftarrow} = Mc(T_2 - T_1) + McT_F \ln \frac{T_1}{T_2}$  negativo entrante;  
 $L = Q_C - Q_F = Mc(T_1 - T_2) - McT_F \ln \frac{T_1}{T_2}$  valore assoluto.

Rendimento  $\eta = \frac{L}{Q_C}$  e  $\eta_{rev} = \frac{L_{rev}}{Q_C}$ .

### 5.4.1 Rendimento di secondo principio

**Rendimento di secondo principio per la macchina motrice:**

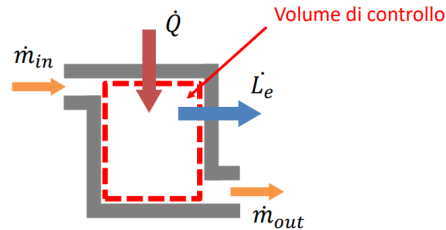
$$\eta_{II} = \frac{\eta}{\eta_{rev}} = \frac{L}{L_{rev}}$$

**Rendimento di secondo principio per la macchina operatrice:**

$$\eta_{II} = \frac{\epsilon}{\epsilon_{rev}} = \frac{L_{rev}}{L}$$

## 6 L06-Sistemi aperti

### 6.1 Sistema aperto



Un **sistema aperto** è un sistema dal quale può **uscire** ed **entrare massa**, per semplicità consideriamo una sola sezione di ingresso ed una sola sezione di uscita.

Il sistema è percorso da **flussi monodimensionali**:

- sono presenti **condizioni di equilibrio** termodinamico sulle sezioni di **ingresso** e di **uscita**;
- non viene fatta alcuna ipotesi in merito alla trasformazione termodinamica che il fluido subisce all'interno del sistema;

È un **sistema fluente** e di conseguenza è necessario introdurre la **variabile tempo** ( $t$ ) e di conseguenza i **flussi di massa, di energia, di entropia**, etc.

$$\dot{m} \quad \dot{E} \quad \dot{U} \quad \dot{H} \quad \dot{S} \quad \dot{Q} \quad \dot{L}$$

### 6.2 Equazioni di bilancio

#### 6.2.1 Bilancio di massa

Il bilancio di massa analizza la variazione di massa nel tempo del volume di controllo.

$$\frac{dM}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow}$$

dove per  $k$  si intendono le sezioni di passaggio, nel nostro caso 2, quella d'ingresso e quella d'uscita:

$$\frac{dM}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}_u$$

**Equazione di continuità:**

$$\dot{m} = \rho w \Omega$$

$\dot{m}$ : portata;

$\rho$ : massa volumica;

$w$ : velocità media;

$\Omega$ : area della sezione di passaggio;

#### 6.2.2 Bilancio di energia

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E}^{\leftarrow}$$

L'**energia netta** entrante nel sistema:

$$\dot{E}^{\leftarrow} = \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}^{\rightarrow} + \sum_k \dot{E}_{m,k}^{\leftarrow} + \text{sorgenti}$$

$\dot{Q}^{\leftarrow}$ : calore scambiato;

$\dot{L}^{\rightarrow}$ : lavoro scambiato;

La sommatoria rappresenta lo scambio di energia associata al trasporto di massa per ogni sessione di passaggio, nel nostro caso 2, quella d'ingresso e quella d'uscita;

Le sorgenti sono le fonti di energia dovute a sorgenti (es. radiazioni, reazioni chimiche, etc.).

### 6.2.3 Calore scambiato

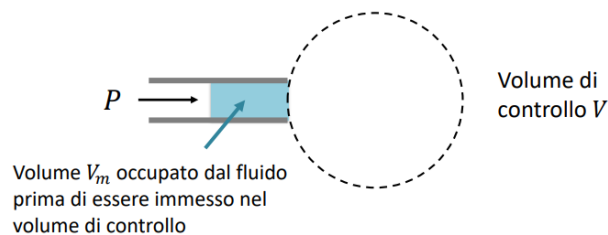
- Calore scambiato per unità di tempo attraverso le sezioni non attraversate dalla massa:  $\dot{Q}^{\leftarrow}$ ;
- Calore scambiato per unità di tempo attraverso le sezioni attraversate dalla massa (ingresso e uscita): **trascurabile**

### 6.2.4 Lavoro scambiato

- Lavoro scambiato per unità di tempo attraverso le sezioni non attraversate dalla massa: **lavoro di elica**  $-\dot{L}_e^{\rightarrow}$  (che è la potenza meccanica che possiamo sfruttare);
- Lavoro scambiato per unità di tempo attraverso le sezioni attraversate dalla massa (ingresso e uscita): **lavoro di pulsione**  $\dot{L}_P^{\leftarrow}$

### 6.2.5 Lavoro di pulsione

il **lavoro di pulsione** è il lavoro necessario per immettere nel sistema la massa che il sistema scambia con l'esterno.



Si consideri un sistema  $V + V_m$  occupato dalla massa  $M + M_i$ . Se si immette la massa  $M_i$  nel volume  $V$  il sistema complessivo subisce una variazione (riduzione) di volume mantenendo costante la massa.

Questo è un sistema chiuso che scambia con l'esterno un lavoro  $L_P^{\leftarrow}$ :

$$L_P^{\leftarrow} = - \int_{V-V_m}^V P dv = PV_m$$

dove  $P$  è una costante.

Per la **sessione di ingresso**:

$$L_P^{\leftarrow} = M_i P v_i$$

dove

$M_i$ : massa immessa nel sistema;

$P$ : pressione costante che agisce su  $M_i$ ;

$v_i$ : volume specifico della sessione di ingresso.

Allo stesso modo possiamo calcolarlo per la **sessione di uscita**.

Questo termine di lavoro compare per ogni sezione di ingresso e di uscita della massa.

### 6.2.6 Energia associata al trasporto di massa

Nel valutare l'energia entrante nel sistema occorre tenere presente che la massa che attraversa la superficie di controllo trasporta con sé energia ( $E_m$ ).



Risulta somma delle energie associate ai flussi di massa (energia interna, energia potenziale ed energia cinetica):

$$\dot{E}_m = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} \left( u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_k$$

dove

$k$ : è il solito indice che itera su tutte le sessioni di scambio con l'esterno, nel nostro caso sono 2, quella di ingresso e quella d'uscita;

$\dot{m}_k^{\leftarrow}$ : portata;

$u$ : energia interna;

$gz$ : energia potenziale, con  $g$  accelerazione gravitazionale e  $z$  altitudine della sessione di passaggio;

$\frac{w^2}{2}$ : velocità media.

### 6.2.7 Bilancio energetico

Ritorniamo ora sul bilancio di energia

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E}_m + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\rightarrow} + \sum_k (\dot{L}_P^{\leftarrow})_k$$

ma espandiamo tutti i termini che abbiamo visto:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_i \left( u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_i - \dot{m}_u \left( u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_u + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\rightarrow} + \dot{m}_i (Pv)_i - \dot{m}_u (Pv)_u$$

dove

$\dot{m}_i \left( u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_i$  è l'energia associata alla massa entrante.

$\dot{m}_u \left( u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_u$  è l'energia associata alla massa uscente.

$\dot{Q}^{\leftarrow}$  è il valore entrante dal contorno del sistema.

$\dot{L}_e^{\rightarrow}$  è il lavoro uscente dal contorno del sistema (di elica).

$\dot{m}_i (Pv)_i$  è il lavoro di pulsione all'ingresso.

$\dot{m}_u (Pv)_u$  è il lavoro di pulsione all'uscita.

Ricordando ora che l'entalpia di una sessione generica  $k$  è esprimibile come  $(u + Pv)_k = (h)_k$  possiamo riscrivere l'espressione come:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} \left( h + gz + \frac{w^2}{2} \right)_k + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\rightarrow}$$

### 6.2.8 Bilancio entropico

In modo analogo al bilancio di energia è possibile ricavare l'equazione di bilancio entropico:

$$\frac{dS}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} s_k + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr}$$

### 6.2.9 Regime stazionario

Tra le situazioni che si presentano più frequentemente in ingegneria vi sono le cosiddette **condizioni di stazionarietà o di regime permanente**, in cui le variazioni di massa, di energia e di entropia nel sistema sono nulle nel tempo:

$$\frac{dM}{dt} = 0 \quad \frac{dE}{dt} = 0 \quad \frac{dS}{dt} = 0$$

Con questa semplificazione i bilanci visti precedentemente diventano:

$$\dot{m}_i^{\leftarrow} = -\dot{m}_u^{\leftarrow} = \dot{m}$$

$$\dot{m} \left[ (h_i - h_u) + g(z_i - z_u) + \frac{w_1^2 - w_u^2}{2} \right] + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\rightarrow} = 0$$

$$\dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr} = 0$$

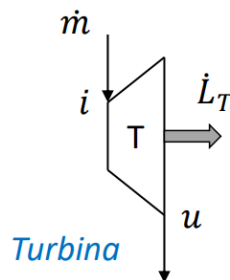
## 6.3 Macchina aperta

La **macchina aperta** è un **dispositivo adiabatico** destinato a **scambiare lavoro** per il quale si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale e di energia cinetica tra le sezioni di ingresso e di uscita.

I bilanci diventano:

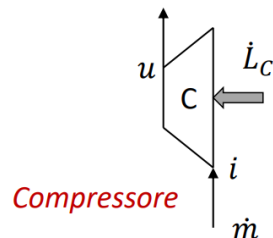
$$\dot{m}(h_i - h_u) - \dot{L}_e = 0 \qquad \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_{irr} = 0$$

**Turbina:**

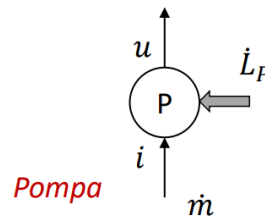


La macchina termica prende il nome di turbina se produce lavoro, cioè genera potenza meccanica. Le turbine sfruttano il flusso di massa al loro interno per trasformare l'energia che la massa porta in lavoro da scambiare con l'esterno. Come lo fanno? la turbina ottiene il suo scopo riducendo il suo contenuto entalpico. Se parliamo di un gas in una turbina, quest'ultimo si espande, riduce la sua pressione e temperatura, e così aumenta il suo volume specifico. Da notare che nel disegno il lato di ingresso è quello corto e quello d'uscita è quello lungo, per simboleggiare che la sostanza si espande. nel caso della turbina il lavoro di elica uscente è positivo, quindi l'entalpia in ingresso è maggiore dell'entalpia in uscita.

**Compressore e pompa:**



*il fluido di lavoro è un gas*



*il fluido di lavoro è un liquido*

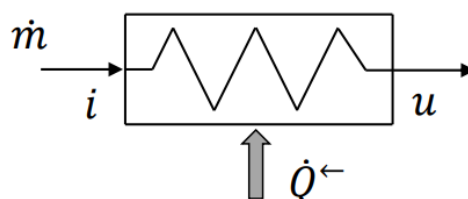
Se la macchina aperta assorbe lavoro dall'esterno, si parla di compressore o pompa a seconda del fluido di lavoro. Nel compressore la situazione è opposta a quella della turbina: la potenza meccanica inserita nel compressore è trasformata in entalpia. La pompa cerca di aumentare la pressione del liquido al suo interno, la differenza col compressore sta nel fatto che essendo il liquido solitamente incompressibile, il volume specifico del liquido non varia.

## 6.4 Scambiatore di calore

Lo **scambiatore di calore** è un dispositivo destinato a **scambiare calore** e che **non scambia lavoro** per il quale si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale e di energia cinetica tra le sezioni di ingresso e di uscita.

E' la macchina opposta alla macchina aperta.

Lo scambio di calore può essere entrante o uscente.



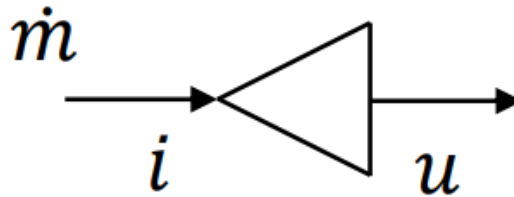
I bilanci diventano:

$$\dot{m}(h_i - h_u) + \dot{Q}^{\leftarrow} = 0 \qquad \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr} = 0$$

## 6.5 Diffusore e ugello

I **diffusori** ( $w \searrow$ ) e gli **ugelli** ( $w \nearrow$ ) sono sistemi aperti stazionari che operano **senza scambio di lavoro nè calore** per i quali si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale tra le sezioni di ingresso e di uscita.

La differenza fra diffusore e ugello dipende se lo stato di ingresso si trova a una velocità di ingresso maggiore (diffusore) rispetto a quella d'uscita o viceversa (ugello).



I bilanci diventano:

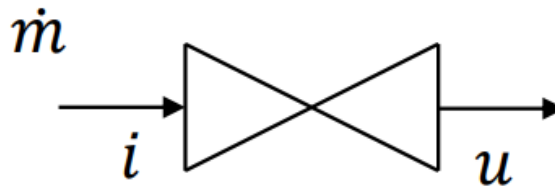
$$\left[ (h_i - h_u) + \frac{w_i^2 - w_u^2}{2} \right] = 0$$

$$\dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_{irr} = 0$$

## 6.6 Valvola di laminazione

La **valvola di laminazione** è un **dispositivo adiabatico** che **non scambia lavoro** per il quale si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale e di energia cinetica tra le sezioni di ingresso e di uscita. Si ottiene un processo detto di **laminazione isoentalpica** (cioè in cui l'entalpia in ingresso e in uscita sono identiche).

A livello pratico ciò che succede in questo sistema è che la pressione scende fra ingresso e uscita (come se ci fosse uno strozzamento).



I bilanci diventano:

$$(h_i - h_u) = 0 \qquad \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_{irr} = 0$$

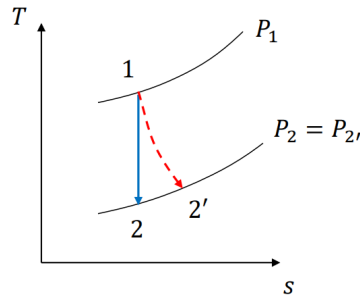
Da notare che il processo è **irreversibile** ed è presente la componente  $\dot{S}_{irr}$ .

## 6.7 Rendimento isoentropico di una macchina aperta

### 6.7.1 Turbina

Si chiama **rendimento isoentropico** di una **macchina motrice aperta** (turbina) il rapporto fra la potenza realmente ottenuta e la potenza massima ottenibile in condizioni ideali (trasformazione del fluido isoentropica e quindi adiabatica reversibile) a parità di condizioni in ingresso e a parità di pressione di fine espansione.

$$\eta_T = \frac{\dot{L}_{reale}^{\rightarrow}}{\dot{L}_{ideale}^{\rightarrow}} = \frac{(h_1 - h_{2'})}{(h_1 - h_2)}$$

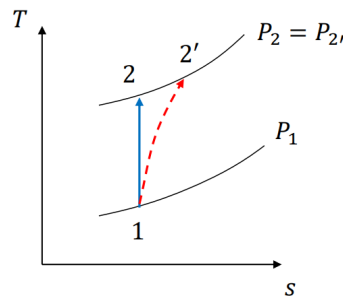


Per esempio un produttore di turbine, calcolare quale sarebbe la potenza meccanica prodotta in modo ideale con una certa pressione (e temperatura) di ingresso (1) e una certa pressione (e temperatura) di uscita (2), poi nella realtà si va a misurare i valori effettivamente trovati (2'). Andando a confrontare i due valori delle due potenze meccaniche calcolate (quella della turbina ideale e quella della turbina reale) possiamo trovare il parametro del rendimento isoentropico. Questo parametro mostra le prestazioni della turbina.

### 6.7.2 Compressore e pompa

Si chiama **rendimento isoentropico** di una **macchina operatrice aperta** (compressore e pompa) il rapporto fra la potenza minima spesa in condizioni ideali (trasformazione del fluido isoentropica e quindi adiabatica reversibile) e la potenza realmente spesa a parità di condizioni in ingresso e a parità di pressione di fine espansione.

$$\eta_C = \frac{\dot{L}_{reale}}{\dot{L}_{ideale}} = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_1 - h_{2'})}$$



## 6.8 Irreversibilità interna e lavoro specifico

Illustrazione e dimostrazione del legame fra le irreversibilità che possono accadere all'interno di un sistema aperto e altre grandezze (in questo caso la temperatura). Vediamo una dimostrazione:

### 6.8.1 Irreversibilità interna associata al moto del fluido

Si consideri il moto stazionario di un fluido in un tratto di condotta infinitesimo con l'ipotesi che lo scambio di calore con l'esterno sia realizzato in modo reversibile. Dopo opportuni passaggi e trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, il bilancio energetico ed entropico per unità di massa sono:

$$-dh + \delta q_{rev}^{\leftarrow} - \delta l_e^{\rightarrow} = 0$$

$$-ds + \frac{\delta q_{rev}^{\leftarrow}}{T} + ds_{irr} = 0$$

e quindi

$$Tds = \delta q_{rev}^{\leftarrow} + Tds_{irr}$$

Ricordando che  $dh = du + vdp + Pdv$  (definizione) e  $du = \delta q^{\leftarrow} - \delta l^{\rightarrow}$  (primo principio), essendo  $u$  funzione di stato posso considerare una trasformazione reversibile e scrivere  $du = Tds - Pdv$ , da cui otteniamo  $d0 = Tds + vdp$ .

Si ottiene quindi

$$dh = \delta q_{rev}^{\leftarrow} - \delta l_e^{\rightarrow}$$

$$dh = \delta q_{rev}^{\leftarrow} + T ds_{irr} + v dP$$

e quindi

$$\delta l_e^{\rightarrow} = -v dP - T ds_{irr}$$

Integrando fra la sezione di ingresso e quella di uscita:

$$l_e^{\rightarrow} = - \int_i^u v dP - \int_i^u T ds_{irr}$$

dove

$\int_i^u v dP$  è il lavoro reversibile di elica  $l_{rev}^{\rightarrow}$  (da notare che nel sistema chiuso questo era uguale all'integrale di  $P dv$  e qua è diventato l'integrale di  $v dP$ !);

$\int_i^u T ds_{irr}$  è l'energia dissipata per irreversibilità interna (in generale porta a un incremento di  $T$ ).

Cosa ne deduciamo?

Per esempio in una turbina il lavoro d'elica è positivo ed essendo la temperatura e  $s_{irr}$  positivi, ottengo che se ho irreversibilità il mio lavoro è minore rispetto al lavoro reversibile, perchè una parte della mia energia viene dissipata per via delle irreversibilità interne (es. gli attriti), in generale questo comporta un aumento della temperatura.

Nell'esempio del compressore, invece, il lavoro d'elica è negativo (spendiamo energia per far funzionare il compressore) e quando ci sono irreversibilità ho una spesa maggiore rispetto al caso ideale, perchè una parte dell'energia viene dissipata dalle irreversibilità interne, quindi anche qua c'è spesso un incremento di temperatura.

In generale l'irreversibilità interna associata al moto si traduce in una spesa energetica per movimentare il fluido che però essere espressa come

$$\dot{L} = \dot{V} \Delta P$$

dove

$\dot{L}$ : potenza meccanica necessaria a movimentare il fluido ( $W$ );

$\dot{V} = w\Omega$ : portata volumetrica ( $m^3/s$ );

$\Delta P$ : perdite di carico (Pa), questa variazione di pressione dipende dal fluido, dalle condizioni della macchina e da molti altri fattori come attrito, cambi di direzione, cambi di sezione, ostacoli, etc. Le perdite di carico sono la differenza che c'è fra il comportamento ideale e quello reale, le perdite di carico sono la componente legata alle irreversibilità del sistema.

Nel caso di **perdite di carico concentrate**:

$$\Delta P = K \rho \frac{w^2}{2}$$

con pressione dinamica  $\rho \frac{w^2}{2}$  e la costante di proporzionalità  $K$  che dipende dalla singolarità geometrica e che è determinata sperimentalmente. Qualche esempio nella seguente tabella:

	Restringimento brusco	Allargamento brusco	Gomito a 40°	Gomito a 60°	Gomito a 90°	Curva a 90°	Diramaz. a T (per entrambi i flussi)	Diramaz. a gomito	Tratto che segue la diramaz.
K	0,5	1	0,14	0,36	1	0,5	3	1,5	1

Nel caso di **perdite distribuite** (energia dissipata per via dell'attrito):

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \rho \frac{w^2}{2}$$

con pressione dinamica  $\rho \frac{w^2}{2}$  e con  $L$  e  $D$  rispettivamente la lunghezza ed il diametro del condotto. Il coefficiente adimensionale  $f$  è detto fattore di attrito (di Darcy) ed è funzione delle caratteristiche di moto del fluido, in particolare del numero di Reynolds ( $Re = \rho w D / \mu$ ).

Per moto laminare ( $Re < 2000$ ):  $f = \frac{64}{Re}$

Per un moto turbolento (Blauius):  $f = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$

## 7 L07-Cicli a gas

### 7.1 Cicli termodinamici a gas

Vedremo molte formule e molti passaggi che però non è essenziale imparare benissimo. Queste formule semplificate saranno solo **valide per cicli ideali**, quindi nel momento in cui si analizza un ciclo reale non valgono più. Ciò che sarà applicabile anche nei casi reali sono le definizioni che mostreremo.

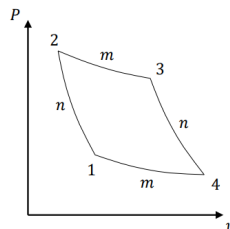
Nei cicli termodinamici a gas faremo sempre l'**ipotesi** semplificativa **di gas perfetti** (anche se non è sempre propriamente valido).

Esistono numerosi cicli:

- Ciclo di Carnot (ciclo puramente teorico, irrealizzabile nella realtà);
- Ciclo Joule-Brayton (tipico degli aerei);
- Ciclo Otto (tipico ciclo che utilizza benzina, quindi automobili, tosaerba, etc);
- Ciclo Diesel (tipico per le applicazioni a potenze elevate);
- Ciclo Stirling (importante a livello storico);
- Ciclo Ericsson;

#### 7.1.1 Proprietà dei cicli simmetrici

Un ciclo termodinamico è tipicamente rappresentato da 4 **politropiche**, uguali a due a due, per cui prende il nome di ciclo **simmetrico**. Non sempre questa ipotesi di simmetria è presente.



Nel caso di **ciclo ideale** (politropiche senza irreversibilità, cioè trasformazioni internamente reversibili) e ipotesi di **gas ideale**:

$$\begin{aligned}v_1 v_3 &= v_2 v_4 \\ P_1 P_3 &= P_2 P_4 \\ T_1 T_3 &= T_2 T_4\end{aligned}$$

(Queste formule derivano dalla scrittura delle politropiche di ogni trasformazione e utilizzando l'equazione di stato dei gas ideali e facendo alcuni passaggi e calcoli).

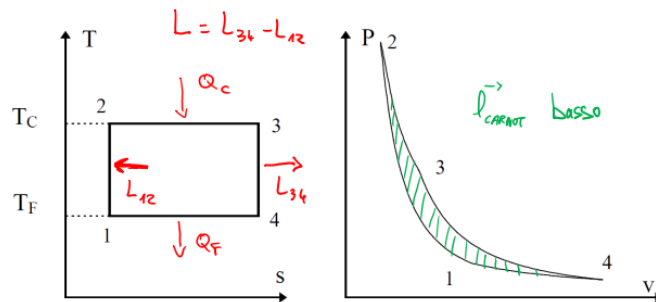
La maggior parte dei cicli che andremo a vedere sono principalmente utilizzati per macchina motrici (che producono lavoro). Più avanti vedremo esempi di cicli inversi che verranno usati per macchine operatrici.

Fino ad ora per le macchine termodinamiche abbiamo parlato dei serbatoi di calore a temperatura calda e fredda e del serbatoio di lavoro, ora ci focalizziamo sulla macchina ciclica che opera su questi serbatoi.

Il termine  $S_{irr}$  che abbiamo nel bilancio entropico può essere scomposto in  $S_{irr,est}$ , cioè le irreversibilità esterne (legate ai serbatoi e agli scambi), e  $S_{irr,int}$ , cioè le irreversibilità interne della macchina ciclica (irreversibilità delle trasformazioni). Nel caso ideale non avremo irreversibilità esterne, quindi nessuna irreversibilità nei serbatoi e negli scambi con la macchina ciclica. Se le tr

## 7.2 Ciclo di Carnot

Il **ciclo di Carnot** è un **ciclo teorico** composto da 4 trasformazioni tutte internamente reversibili e l'unica combinazioni di trasformazioni politropiche che soddisfano queste richieste sono **due isoentropiche e due isoterme**.



In (2-3) avviene lo scambio di calore con il serbatoio di calore superiore, in (4-1) avviene lo scambio di calore con il serbatoio di calore inferiore. Queste due sono le trasformazioni isoterme. Invece lungo le isoentropiche (1-2) e (3-4) non abbiamo scambi di calore, ma solo di lavoro, le isoentropiche sono adiabatiche reversibili. Il lavoro totale uscente dal ciclo (il lavoro prodotto) sarà calcolabile come  $L = L_{34} - L_{12}$ .

Questo ciclo rappresenta il ciclo ideale che si cerca di ottenere per una macchina per avere il rendimento massimo.

Guardando il diagramma P-V vediamo che l'area interna al ciclo (che rappresenta il lavoro specifico) è molto ridotto. Il lavoro specifico del ciclo di Carnot è molto basso, nonostante il rendimento sia massimo. Questo vuol dire che per avere una certa potenza dobbiamo avere un impianto di dimensioni notevoli.

### 7.2.1 Rendimento del ciclo

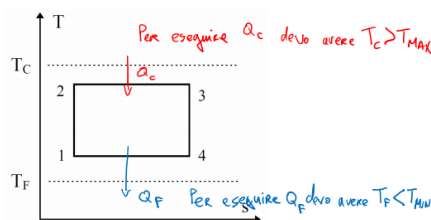
:

$$\eta = \frac{L}{Q_C} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

**Possibili fonti di irreversibilità per una macchina termodinamica:**

- **Irreversibilità esterna** ( $T_{min} > T_F$  e  $T_{max} < T_C$ ):

Ricordiamo che  $T_1 = T_4 = T_{min}$  e  $T_2 = T_3 = T_{max}$ .



Tipico caso di irreversibilità esterna è il fatto che le temperature dei serbatoi non coincidano con le temperature delle trasformazioni.

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_F}{T_C} > \eta_{ciclo} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$$

Bilancio entropico su tutta la macchina termica (reale):

$$-\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr}$$

Per il ciclo di Carnot vale:

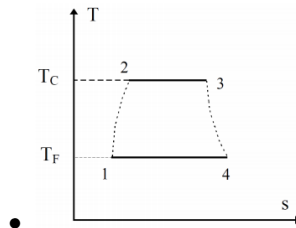
$$\frac{Q_C}{T_3} = \frac{Q_F}{T_1} = \Delta S$$

Che risulta rispetto a  $Q_F$ :

$$Q_C \left( \frac{1}{T_F} \frac{T_1}{T_3} - \frac{1}{T_C} \right) = S_{irr}$$

$$Q_C \left( \frac{T_C T_1 - T_F T_3}{T_3 T_C T_F} \right) = S_{irr,est} > 0$$

- **Irreversibilità interna** ( $s_1 > s_2$  e  $s_3 < s_4$ ):



In questo caso non abbiamo più isoentropiche, ma trasformazioni reali, per cui si ha un incremento di entropia.

Bilancio entropico su tutta la macchina termica (reale):

$$-\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr}$$

per cui:

$$\frac{Q_C}{T_C} = S_3 - S_2$$

$$\frac{Q_F}{T_F} = S_4 - S_1$$

e sostituendo:

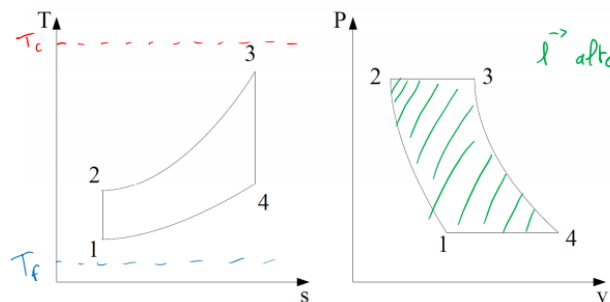
$$S_2 - S_3 + S_4 - S_1 = S_{irr,int} > 0$$

Nel caso in cui si abbiano entrambe le irreversibilità, le due componenti si sommano.

## 7.3 Ciclo di Joule-Bryton

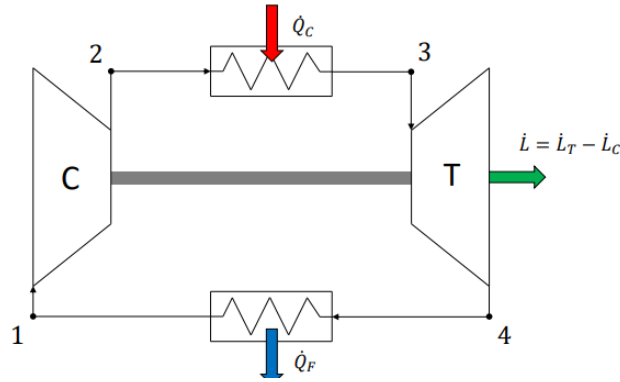
**Caso simmetrico costituito da due isoentropiche e due isobare:**

Abbiamo detto che il ciclo di Carnot è ideale, per cui non ha applicazioni reali interessanti. Una miglioria che si può fare è quella di considerare trasformazioni isobare per lo scambio termico. Così facendo si ha un forte incremento della potenza prodotta (area interna al ciclo nel grafico P-V):



Struttura della macchina ciclica per il ciclo di Brayton:





dove

$C$ : è un compressore che esegue la prima isoentropica;

In alto: uno scambiatore di calore che fa il suo scambio in maniera isobara;

$T$ : turbina a gas che esegue la seconda isoentropica;

La barra grigia in centro: mostra che c'è un collegamento fra turbina e compressore, o meglio che turbina e compressore sono sullo stesso asse di rotazione e quindi c'è una trasmissione diretta di potenza fra la turbina e il compressore (una parte di lavoro generata dalla turbina è utilizzata per alimentare il compressore);

In basso: un'altro scambiatore di calore isobaro.

### 7.3.1 Rendimento del ciclo J-B (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)

Con l'ipotesi di gas perfetto, le equazioni di bilancio energetico per i due serbatoi di calore sono:

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_3 - h_2) \quad \dot{Q}_F = \dot{m}(h_4 - h_1)$$

che con l'ipotesi dei gas perfetti diventa:

$$\dot{Q}_C = \dot{m}c_P(T_3 - T_2) \quad \dot{Q}_F = \dot{m}c_P(T_4 - T_1)$$

Il rendimento termodinamico del ciclo vale:

$$\eta_{J-B} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1 \left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Inserendo il bilancio di entropia fra 1 e 2 per i gas perfetti:

$$\Delta s_{12} = c_P \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{c_P} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{R^*}$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R^*}{c_P}} = r_P^{\frac{R^*}{c_P}} = r_P^{\frac{k-1}{k}}$$

dove  $r_P$  è il **rapporto di compressione**  $\left( \frac{P_2}{P_1} \right)$ , che è  $\frac{P_{max}}{P_{min}}$  per cui il rendimento è riscrivibile come

$$\eta_{J-B} = 1 - \frac{1}{r_P^{\frac{k-1}{k}}}$$

dove  $k$  è l'indice della politropica e vale  $k = \frac{c_P}{c_V} = \text{costante}$ .

Il rendimento del ciclo Joule-Brayton è funzione del solo rapporto di compressione e presenta un minimo (rendimento nullo) quando la pressione  $P_2$  tende alla pressione  $P_1$  e quindi

$$r_{P,min} = 1$$

mentre ha un valore massimo quando  $T_2$  tende a  $T_3$ , e pertanto

$$r_{P,max} = \left( \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

### 7.3.2 Lavoro specifico del ciclo J-B (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)

Possiamo fare lo stesso ragionamento anche per il lavoro specifico, cioè il lavoro prodotto. Anche il lavoro specifico utile del ciclo Joule-Brayton ideale è funzione del solo rapporto di compressione

$$l = l_T - l_C = c_P(T_3 - T_4) - c_P(T_2 - T_1)$$

$$l = c_P T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) - c_P T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$$

$$l = c_P T_3 \left(1 - \frac{1}{r_P^{\frac{k-1}{k}}}\right) - c_P T_1 \left(r_P^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)$$

Per cui si ha il massimo lavoro specifico in corrispondenza del rapporto di compressione:

$$r_{P,opt} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}} = \sqrt{r_{P,max}}$$

Ricordando poi che in una turbina isoentropica

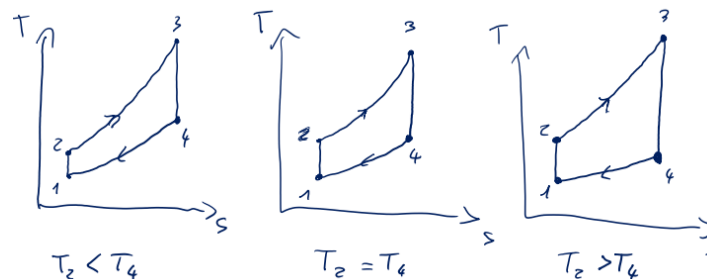
$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{R^*}{c_P}} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

E inserendo in questa espressione al posto di  $\frac{P_3}{P_4}$  (pari a  $\frac{P_2}{P_1}$ ) il valore di  $r_{P,opt}$  e sfruttando le proprietà dei cicli simmetrici, si ottiene:

$$T_4 = T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$$

cioè il lavoro specifico è massimo nel ciclo in cui la temperatura di fine espansione coincide con quella di fine compressione.

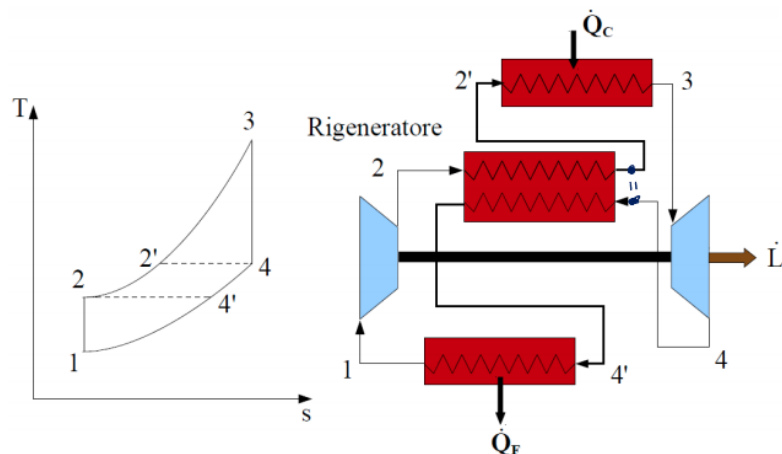
Questo risultato ci dice che per un ciclo in cui non vale  $T_4 = T_2$  (cioè in cui non si ha un lavoro ottimale), per migliorare il ciclo bisogna cercare di avvicinare il più possibile questi valori di temperature.



L'immagine centrale rappresenta il caso ottimale. Le immagini laterali no, a sinistra l'uscita della turbina è più calda rispetto all'uscita del compressore, a destra l'uscita della turbina è più fredda dell'uscita del compressore.

### 7.3.3 Ciclo Joule-Brayton con rigenerazione

Una delle soluzioni che può portare a un miglioramento del rendimento e del lavoro specifico prodotto che si può applicare al caso  $T_2 < T_4$ , ovvero in cui la temperatura in uscita dalla turbina è maggiore della temperatura in uscita dal compressore.



La corrente calda in uscita dalla turbina in eccesso viene sfruttata per innalzare la temperatura in uscita dal compressore.

Per fare questo preriscaldamento durante il riscaldamento (2-3) possiamo utilizzare un rigeneratore (che è uno scambiatore) in modo da trasferire calore fra ciò che esce dalla turbina verso quello che esce dal compressore e quindi recuperare questa energia. Sfruttando questa energia in più il compressore dovrà solo eseguire una trasformazione (2'-3) e non più (2-3) e così si ha un risparmio sulla spesa.

### 7.3.4 Rendimento del ciclo rigenerato ideale

Per ciclo rigenerato **ideale** si intende che  $T_{2'} = T_4$  (si è recuperata tutta l'energia), che si lavora con gas perfetti e che il ciclo è ideale e simmetrico.

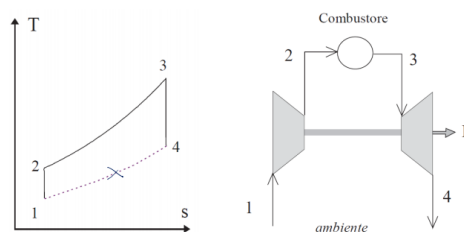
$$\eta_{rig} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C} = \frac{\dot{L}_T - \dot{L}_C}{\dot{Q}_C} = \frac{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}{(T_3 - T_4)} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4}$$

$$\eta_{rig} = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \frac{T_2 T_1}{T_3 T_1}$$

$$\eta_{rig} = 1 - \frac{T_1}{T_3} r_P^{\frac{k-1}{k}}$$

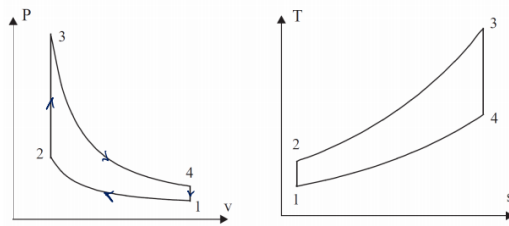
In una rigenerazione ideale si ha che  $T_{2'} = T_4$ , mentre in una reale si ha che  $T_{2'} < T_4$  (è necessario un salto termico per effettuare lo scambio).

### 7.3.5 Ciclo J-B aperto



## 7.4 Ciclo otto

Il ciclo di Carnot è costituito da due isoentropiche e due isoterme, nel **ciclo otto**, invece delle isoterme, usiamo due **isocore** (a pari volume).



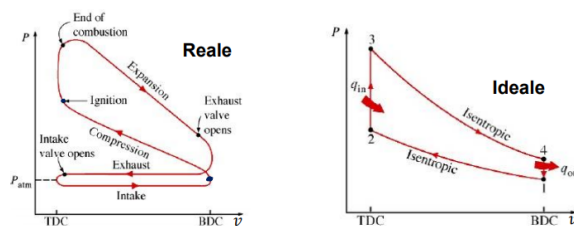
- (1-2) è la prima isoentropica;
- (2-3) seguita dalla prima isocora;
- (3-4) seconda isoentropica;
- (4-1) seconda isocora.

Gli scambi di calore avvengono fra (2-3) e (4-1), perchè le isoentropiche sono adiabatiche reversibili e quindi avranno solo scambio di potenza meccanica.

### 7.4.1 Studio termodinamico del ciclo Otto

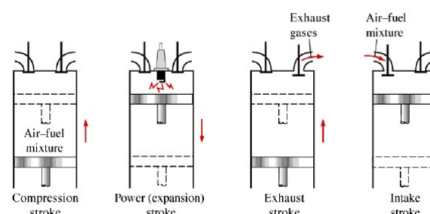
Il ciclo otto **ideale** è costituito da quattro trasformazioni internamente reversibili:

- compressione isoentropica;
- adduzione di calore a volume costante;
- espansione isoentropica;
- sottrazione di calore a volume costante.



A sinistra abbiamo una rappresentazione di un ciclo reale, e a destra quello di un ciclo ideale. La differenza principale che c'è fra un ciclo reale e ideale è che in quello ideale non andiamo a considerare il fatto di andare a caricare e scaricare il fluido di lavoro (Exhaust e intake).

Analizziamo la fase di compressione:



### 7.4.2 Rendimento termodinamico del ciclo Otto

Trattiamo il caso di ciclo ideale simmetrico con gas perfetto.

Gli scambi di calore avvengono in un sistema chiuso e in maniera isocora, quindi vale il concetto che

$$q_C = u_3 - u_2$$

Ipotizzando costante il calore specifico nell'intervallo di temperatura si ha:

$$q_c = c_V(T_3 - T_2)$$

Analogamente l'espressione del calore sottratto vale:

$$q_F = u_4 - u_1 = c_V(T_4 - T_1)$$

Il rendimento termodinamico del ciclo (ideale) vale:

$$\eta_{otto} = \frac{q_c - q_f}{q_c} = 1 - \frac{q_f}{q_c} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{t_1 \left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Inserendo il bilancio di entropia fra 1 e 2 per i gas perfetti:

$$\Delta s_{12} = c_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R^* \ln \frac{V_2}{V_1} = 0$$

da cui

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{c_V} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{R^*}$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{R^*}{c_V}} = r_V^{\frac{R^*}{c_V}} = r_V^{k-1}$$

per cui

$$\eta_{otto} = 1 - r_V^{1-k}$$

dove  $r_V$  prende il nome di **rapporto di compressione volumetrico** ( $\frac{V_1}{V_2}$ , che è  $\frac{V_{max}}{V_{min}}$ ).

Ci sono spesso problemi nel cercare di migliorare il rendimento del ciclo otto, dovuti al fatto che se si diminuisce troppo  $V_{min}$  (quindi aumentare troppo la pressione massima allo stato 2), allora si iniziano ad avere combustioni non controllate (spontanee e non volute) della miscela benzina-aria e quindi problemi dal punto di vista del funzionamento (problemi di fattibilità). Nel caso ideale il fluido è aria, e quindi non ci sono problemi, nella pratica è una miscela aria-benzina.

### 7.4.3 Lavoro specifico del ciclo otto

Trattiamo il caso di ciclo ideale simmetrico con gas perfetto.  
Con un ragionamento del tutto simile al precedente:

$$l = c_V(T_3 - T_4) - c_V(T_2 - T_1)$$

$$l = c_V T_3 \left( 1 - \frac{T_4}{T_3} \right) - c_V T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

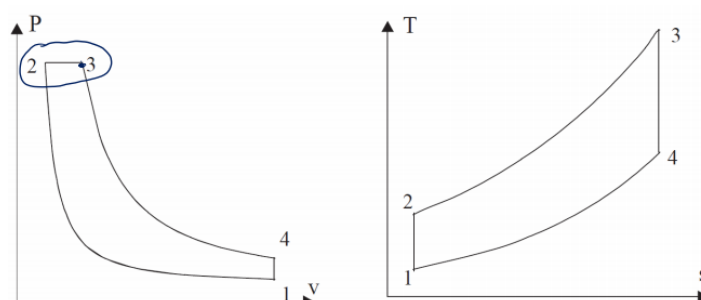
$$l = c_V T_3 \left( 1 - \frac{1}{r_V^{k-1}} \right) - c_V T_1 (r_V^{k-1} - 1)$$

Il lavoro è ottimale quando il rapporto di compressione vale

$$r_{V,opt} = \left( \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{2(k-1)}}$$

## 7.5 Ciclo Diesel

Il **ciclo diesel** è simile al ciclo otto, ed è composto da **due isoentropiche**, **una isocora** e **una isobara**



### 7.5.1 Rendimento termodinamico del ciclo Diesel

Consideriamo anche in questo caso un ciclo **ideale** simmetrico di un gas perfetto.

$$\eta_{Diesel} = \frac{L}{Q_C} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{c_V(T_4 - T_1)}{c_P(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{c_V T_1 \left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{c_P T_2 \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}$$

La cosa fondamentale che cambia rispetto al ciclo Otto è che  $Q_F$  è lo scambio termico lungo una isocora.

Definiamo:

$$r = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{che è uguale a dire} \quad \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

$$z = \frac{V_3}{V_2} \quad \text{che è uguale a dire} \quad \frac{V_{fine\ combustion}}{V_{inizio\ combustion}}$$

dove  $r$  è il **rapporto di compressione volumetrico** e  $z$  è il **rapporto di combustione**.

Allora possiamo dire:

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \frac{1}{k} \frac{(z^k - 1)}{(z - 1)}$$

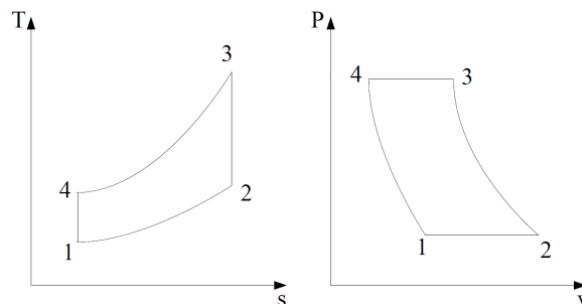
Confrontando il rendimento del ciclo Diesel con quello del ciclo Otto a parità di compressione volumetrica, ci si accorge che il ciclo Otto ha un rendimento maggiore.

### 7.5.2 Vantaggi del motore Otto rispetto al motore Diesel

- Maggiore leggerezza;
- Maggiore frequenza di rotazione;
- Minore rumorosità;
- Minore rendimento globale;
- Brusco calo di rendimento al diminuire del carico;
- Utilizzo di combustibili più pregiati

## 7.6 Ciclo Joule-Brayton inverso

Il **ciclo Joule-Brayton inverso** è un ciclo **frigorifero** (per macchine operatrici) simmetrico costituito da **due isoentropiche** e **due isobare**.



### 7.6.1 Efficienza del ciclo

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C - \dot{Q}_F}$$

$$\epsilon = \left( \frac{T_2 - T_1}{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)} \right)$$

$$\epsilon = \frac{T_2}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_4 - T_1} = \left( \frac{1}{r_P^{\frac{k-1}{k}} - 1} \right)$$

solo per cicli simmetrici:

- alta efficienza quando  $r_P \rightarrow 1$  però aumentano le dimensioni dell'impianto;
- miglioramento ottenibile con l'impiego della rigenerazione;

## 7.7 Ciclo Stirling

Ciclo simmetrico costituito da due isoterme e due isocore

## 7.8 Ciclo Ericsson

Ciclo simmetrico costituito da due isoterme e due isobare

## 7.9 Riassunto dei cicli

### Ciclo di Carnot

ciclo simmetrico costituito da **due isoentropiche** e **due isoterme**

### Ciclo Joule-Brayton

ciclo simmetrico costituito da **due isoentropiche** e **due isobare**

### Ciclo Joule-Brayton Inverso

ciclo frigorifero simmetrico costituito da **due isoentropiche** e **due isobare**

### Ciclo Otto

ciclo simmetrico costituito da **due isoentropiche** e **due isocore**

### Ciclo Diesel

ciclo costituito da **due isoentropiche**, **una isocora** ed **una isobara**

### Ciclo Stirling

ciclo simmetrico costituito da **due isoterme** e **due isocore**

### Ciclo Ericsson

ciclo simmetrico costituito da **due isoterme** e **due isobare**

../pdf/L08-Cicliavapore-con-annotazioni.pdf

## 8 L08-Cicli a vapore



**Parte II**

## **NOTE SUGLI ESERCIZI**

## 9 Linee guida per gli esercizi

### 9.1 Impostazione del problem

- Leggere bene il testo del problema.
- Effettuare una schematizzazione del problema: identificare il tipo di sistema, il suo contorno, la sostanza evolvente nel sistema, gli scambi di massa, calore e lavoro con l'ambiente e la loro direzione.
- Scrivere i dati forniti dal testo del problema, e le incognite da ricavare per risolverlo. Convertire i dati in unità di misura congruenti e conformi al Sistema Internazionale.
- Se avvengono trasformazioni termodinamiche, rappresentarle qualitativamente su un diagramma opportuno.

### 9.2 Soluzione del problema

- Scrivere i bilanci di massa, energia ed entropia per il volume di controllo considerato. Elencare le ipotesi applicabili al sistema (riguardo la natura del contorno del sistema, delle trasformazioni che avvengono al suo interno, delle sostanze delle quali è composto), e semplificare i bilanci di conseguenza, ponendo attenzione alle convenzioni di segno.
- Scrivere la soluzione analitica del problema.
- Risolvere il problema numericamente. Si raccomanda di scrivere sempre le unità di misura delle grandezze calcolate e di fare l'analisi dimensionale delle equazioni scritte.
- Fare sempre caso alla ragionevolezza dei risultati

### 9.3 Unità di misura

Unità derivate del Sistema Internazionale (SI) di interesse			
Grandezza	Nome	Simbolo	Equivalenza in termini di unità fondamentali SI
forza	newton	N	$\text{kg m s}^{-2}$
pressione	pascal	Pa	$\text{N m}^{-2}$ $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$
energia, lavoro, calore, entalpia	joule	J	$\text{N m}$ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$
potenza	watt	W	$\text{J s}^{-1}$ $\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$
frequenza	hertz	Hz	$\text{s}^{-1}$

Altre unità del Sistema Internazionale (SI) di interesse			
Grandezza	Nome	Simbolo	Equivalenza in termini di unità fondamentali SI
area	metro quadro	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
volume	metro cubo	m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>
velocità	metro al secondo	m/s	m s <sup>-1</sup>
accelerazione		m/s <sup>2</sup>	m s <sup>-2</sup>
densità o massa volumica		kg/m <sup>3</sup> o kg/mc	kg m <sup>-3</sup>
entropia		J/K	J K <sup>-1</sup>
viscosità dinamica	poiseuille	Pl	Pa s      kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>
conduttività termica		W/mK	W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> kg m s <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup>
calore specifico		J/kgK	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup>

Fattore di moltiplicazione	Prefisso	
	Nome	Simbolo
10 <sup>18</sup>	exa	E
10 <sup>15</sup>	peta	P
10 <sup>12</sup>	tera	T
10 <sup>9</sup>	giga	G
10 <sup>6</sup>	mega	M
10 <sup>3</sup>	kilo	k
10 <sup>2</sup>	etto	h
10 <sup>1</sup>	deca	da
10 <sup>-1</sup>	deci	d
10 <sup>-2</sup>	centi	c
10 <sup>-3</sup>	milli	m
10 <sup>-6</sup>	micro	μ
10 <sup>-9</sup>	nano	n
10 <sup>-12</sup>	pico	p
10 <sup>-15</sup>	femto	f
10 <sup>-18</sup>	atto	a

Grandezza	Conversione	
Pressione	bar → Pa	1 bar = 10 <sup>5</sup> Pa
	atm → Pa	1 atm = 101325 Pa
Temperatura	°C → K	T[K] = T[°C] + 273.15
	°F → °C	T[°C] = (T[°F] – 32) / 1.8
Energia, lavoro, calore	kcal → J	1 kcal = 4186 J <i>calore specifico dell'acqua liquida</i>
	kWh → J	1 kWh = 3600 kJ = 3600000 J

## 10 Equazioni di bilancio per i sistemi chiusi

Un **sistema chiuso** è un sistema per il quale non sono consentiti scambi di massa attraverso il suo contorno. Per tale sistema non è in uso applicare **equazioni di bilancio di massa** essendo implicita la sua conservazione nella definizione di sistema chiuso.

Nelle soluzioni di problemi con sistemi chiusi le equazioni fondamentali sono **l'equazione di bilancio energetico** e **l'equazione di bilancio entropico** che assumono la forma:

$$\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

$$\Delta S = S_Q + S_{irr}$$

cioè la variazione di energia interna è pari alla differenza tra il calore entrante nel sistema e il lavoro ceduto dal sistema; la variazione di entropia è pari alla somma della entropia  $S_Q$  entrante attraverso il contorno del sistema con il calore Q e della quantità  $S_{irr}$  generata all'interno del sistema per

irreversibilità. Questa ultima quantità è sempre positiva e tende a zero col tendere dei processi alla reversibilità. Inoltre il segno del termine  $S_Q$  è sempre uguale al segno di  $Q$ .

L'**energia interna** e l'**entropia** sono proprietà **estensive e additive**. Quindi dato un sistema  $Z$  composto da due sottosistemi  $A$  e  $B$ , posso scrivere:

$$\Delta U_Z = \Delta U_A + \Delta U_B = Q_Z^+ - L_Z^+ \quad \Delta S_Z = \Delta S_A + \Delta S_B = S_{Q,Z} + S_{irr,Z}$$

Se il **lavoro scambiato** è lavoro meccanico quasi-statico (internamente reversibile), è determinabile con l'espressione:

$$L = \int_i^f P dV$$

Questa espressione è integrabile se è nota l'equazione della trasformazione ovvero la funzione:

$$P = P(V)$$

Il **calore scambiato**, nell'ipotesi di trasformazione quasi-statica, può essere determinato avendo noto il calore specifico della trasformazione:

$$Q = Mc_x(T_2 - T_1)$$

L'**energia interna** di un sistema in uno stato di equilibrio può essere espressa in funzione di altre proprietà intensive ed estensive specifiche del sistema come la temperatura, il volume specifico, la pressione. Particolarmente utili sono i due seguenti casi in cui è possibile esprimere in una forma analitica elementare il legame funzionale tra la variazione di energia interna tra due stati di equilibrio e la variazione di temperatura.

**Gas perfetto:**  $\Delta u = c_V(T_2 - T_1)$

**Liquido incompressibile perfetto:**  $\Delta u = c(T_2 - T_1)$

Inoltre:

- Per un sistema isolato  $\Delta U_{isolato} = 0$ .
- Per un sistema che subisce una trasformazione ciclica:  $\Delta U_{ciclo} = 0$

Il caso di trasformazioni quasi-statiche a pressione costante o trasformazioni irreversibili in un sistema con stato iniziale e finale alla stessa pressione consente di scrivere l'equazione di bilancio energetico per il sistema chiuso come:

$$\Delta H = Q \quad \text{dove } h = u + Pv$$

Per esempio la miscelazione adiabatica e isobara di due sottosistemi produce uno stato finale caratterizzato da un valore di entalpia totale pari alla somma delle entalpie iniziali dei due sottosistemi.

L'**entalpia specifica** di un sistema in uno stato di equilibrio può essere espressa in funzione di altre proprietà intensive ed estensive specifiche del sistema come la temperatura, il volume specifico, la pressione. Particolarmente utili sono i due seguenti casi in cui è possibile esprimere in una forma analitica elementare il legame funzionale tra la variazione di entalpia specifica tra due stati di equilibrio e la variazione di temperatura.

**Gas perfetto:**  $\Delta h = c_P(T_2 - T_1)$

**Liquido incompressibile perfetto:**  $\Delta h = c(T_2 - T_1) + v(P_2 - P_1)$

L'**entropia** è una proprietà del sistema e quindi dipende solo dallo stato del sistema: ne consegue che noti gli stati iniziale e finale di un processo, la determinazione della variazione di entropia prescinde dalla conoscenza di qualsiasi dettaglio del processo (ivi compresa la sua reversibilità). Particolarmente utili sono i due seguenti casi in cui è possibile esprimere in una forma analitica elementare il legame funzionale tra l'entropia e altre proprietà del sistema. Per il gas perfetto sono possibili 3 diverse espressioni che fanno uso di 3 diverse coppie di coordinate termodinamiche indipendenti.

**Gas perfetto:**

$$\begin{aligned} \Delta s &= c_P \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1} & \Delta s &= c_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R^* \ln \frac{V_2}{V_1} \\ \Delta s &= c_V \ln \frac{P_2}{P_1} + c_P \ln \frac{V_2}{V_1} \end{aligned}$$

**Liquido incompressibile perfetto:**  $\Delta s = c \ln \frac{T_2}{T_1}$

Inoltre:

- Per definizione la variazione di entropia di un serbatoio di lavoro ( $\Delta S_{SL}$ ) è nulla.
- Per definizione la variazione di entropia di un serbatoio di calore ( $\Delta S_{SC}$ ) ha solo la componente reversibile, gli scambi avvengono con trasformazioni quasi-statiche (internamente reversibili).
- Un processo è impossibile da realizzare nel momento in cui  $S_{irr} < 0$ .
- La variazione di entropia per una trasformazione reversibile è data da  $\Delta S = \int_i^f \frac{1}{T} \delta Q_{rev}^{\leftarrow}$  (per i casi in cui  $T$  è costante, allora  $\Delta S = \frac{Q}{T}$ ).
- La variazione di entropia totale di un sistema isolato sede di trasformazioni termodinamiche è sempre maggiore di zero e tende a zero con il tendere dei processi alla reversibilità  $\Delta S_{isolato} \geq 0$ .
- $S_{irr} \geq 0$  è sempre maggiore di zero e il segno di  $S_Q^{\leftarrow}$  è uguale al segno di  $Q^{\leftarrow}$

**L'energia interna, l'entalpia e l'entropia** sono proprietà del sistema e quindi dipendono solo dallo stato del sistema: ne consegue che noti gli stati iniziale e finale di un processo, la determinazione della loro variazione prescinde dalla conoscenza di qualsiasi dettaglio del processo (ivi compresa la sua reversibilità). Non è invece possibile determinare **il lavoro ed il calore** scambiato dal sistema nel caso in cui si conoscano solo stato iniziale e finale e in tal caso non si ricorre pertanto alla scrittura del bilancio di energia (primo principio) e di entropia (secondo principio) che risulterebbero indeterminati, ma si ricorre alle equazioni di stato (per i gas perfetti o per i liquidi incompressibili perfetti...) che utilizzano solamente dati dello stato iniziale e finale.

## 11 Stati monofase: equazioni di stato e trasformazioni

Le sostanze nello stato monofase possono schematicamente essere suddivise in sostanze nello stato aeriforme, liquido o solido. I modelli di equazioni di stato sono, in prima approssimazione, ricondotti a modelli ideali o modelli reali.

### 11.1 Gas ideali

Le equazioni di stato dei **gas ideali** sono:

$$PV = MR^*T$$

$$U = U(T) \quad \Delta U = Mc_V \Delta T \rightarrow \Delta u = c_V \Delta T$$

La costante  $R^*$  rappresenta la costante del gas ed è determinabile con la relazione:

$$R^* = \frac{R}{M_m}$$

$$R = 8314 [J/kmoleK] = \text{costante universale dei gas} \quad M_m = \text{massa molare}$$

Gas	$M_m$ (kg/kmole)	$R^*$ (J/kgK)
N <sub>2</sub>	28	296.9
H <sub>2</sub>	2	4157
O <sub>2</sub>	32	259.8
He	4	2078.5
CH <sub>4</sub>	16	519.6
CO <sub>2</sub>	44	188.9
aria	29	286.7

*Masses molari e costanti dei gas di più comune impiego*

La grandezza  $c_V$  rappresenta il calore specifico a volume costante funzione del gas e della sua struttura molecolare. Qualora il calore specifico a volume costante possa assumersi indipendente dalla temperatura (e quindi costante) si parla di gas perfetto.

## 11.2 Liquidi e solidi incompressibili ideali

Le equazioni di stato dei fluidi incompressibili ideali (liquidi e solidi) sono:

$$v = \text{costante}$$

$$U = U(T) \quad \Delta U = Mc\Delta T \rightarrow \Delta u = c\Delta T$$

dove  $c$  è il calore specifico della sostanza.

## 11.3 Gas reali

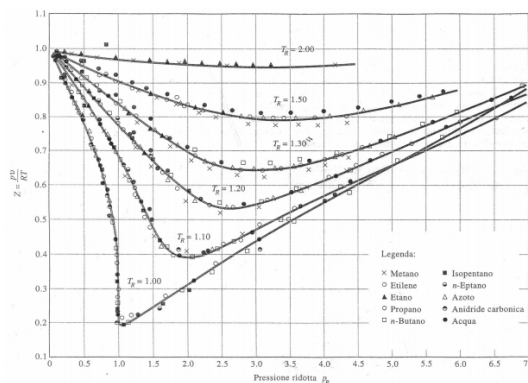
Una possibile equazione di stato dei gas reali è:

$$Pv = ZRT$$

dove  $Z$  è il fattore di compressibilità. Tale coefficiente è determinabile attraverso il diagramma generalizzato che riporta il fattore di compressibilità in funzione della pressione e della temperatura ridotta. La pressione e la temperatura ridotte sono valori adimensionali ottenuti dalle relazioni:

$$P_R = \frac{P}{P_{cr}} \quad T_R = \frac{T}{T_{cr}}$$

in cui  $P_{cr}$  e  $T_{cr}$  rappresentano i valori di pressione e temperatura nello stato critico.



## 11.4 Liquidi e solidi reali

Le equazioni di stato dei liquidi e solidi reali sono formulate in forma differenziale:

$$dv = \beta v \cdot dT - K_T v \cdot dP$$

$$\text{Coefficiente di dilatazione termica isobaro} \quad \beta = \frac{1}{v} \left( \frac{\delta v}{\delta T} \right)_P$$

$$\text{Coefficiente di comprimibilità isoterma} \quad K_T = -\frac{1}{v} \left( \frac{\delta v}{\delta P} \right)_T$$

Siccome  $\beta$  e  $K_T$  possono essere considerati costanti per ampi intervalli di temperatura e di pressione, la precedente relazione differenziale è integrabile e lo stato calcolabile.

Sostanza	Intervallo di temperatura (°C)	$\beta \cdot 10^5$ (K <sup>-1</sup> )	$K_T \cdot 10^{10}$ (Pa <sup>-1</sup> )
acqua	0-30	-6.43	0.49 - 4.45
	30-50	46.5	4.4
rame	10-50	5.04	0.778
alluminio	10-90	0.666	12.8
platino	0-1000	0.259	3.45

## 11.5 Trasformazioni politropiche

Le **trasformazioni politropiche** sono trasformazioni termodinamiche **internamente reversibili** proprie dei **gas perfetti** e caratterizzate dall'aver un calore specifico  $c_x$  **costante**.

L'equazione della politropica in coordinate P,v risulta

$$Pv^n = \text{costante} \quad \text{dove l'indice della politropica è } n = \frac{c_x - c_P}{c_x - c_V}$$

Con l'ausilio dell'equazione di stato dei gas ideali è possibile ottenere espressioni dell'equazione della politropica in coordinate T,P e T,v:

$$P^{1-n}T^n = \text{costante}$$

$$Tv^{n-1} = \text{costante}$$

Si distinguono alcune trasformazioni elementari particolarmente utili tra le politropiche:

Trasformazione	$c_x$	$n = \frac{c_x - c_P}{c_x - c_V}$
Isoterma ( $T = \text{costante}$ )	$\pm\infty$	1
Isocora ( $v = \text{costante}$ )	$c_V$	$\pm\infty$
Isobara ( $P = \text{costante}$ )	$c_P$	0
Adiabatica ( $q = \text{costante}$ )	0	$k = \frac{c_P}{c_V}$

Si ricorda che il **primo principio** è **sempre applicabile** ed essendo la trasformazione **quasi statica** vale inoltre sempre:

$$Q = \int_1^2 TdS \quad L = \int_1^2 PdV$$

Per la trasformazione **isoterma** (cioè con  $n = 1$ ) il calore e il lavoro diventano:

$$Q = MT(s_2 - s_1) \quad L = P_1 V_1 \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$$

Per le trasformazioni **isocore**, **isobare** e **adiabatiche** (cioè con  $n \neq 1$ ), invece, il calore e il lavoro diventano:

$$Q = Mc_x(T_2 - T_1) \quad L = \frac{P_1 V_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]$$

Si suggerisce di ricorrere al calcolo degli integrali per determinare il lavoro e il calore scambiato soltanto quando strettamente necessario. Essendo questi due termini comunque legati tra loro dalla equazione di bilancio energetico.

## 12 Cicli a gas e a vapore