FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Federico Mainetti Gambera

19 luglio 2020

Indice

Parte I
Prima parte del corso

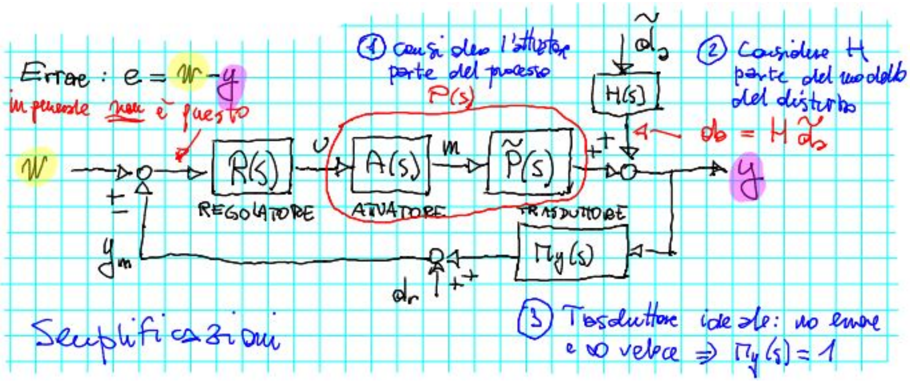
Parte II
Seconda parte del corso

LEZIONE 18 9/04/2020
link clicca qui

1 Schema fondamentale di un anello di controllo (SD LTI a TC, SISO)

1.1 Schema completo

[immagine dagli appunti del prof]



Ogni blocco rappresenta una funzione di trasferimento e prendiamo come presupposto che tutti i blocchi singoli blocchi non abbiano parti nascoste, anche se il complessivo potrebbe averne.

$\tilde{P}(s)$ prende il nome di **processo**. La funzione di trasferimento $A(s)$ prende il nome di **attuatore** che ha in ingresso il segnale di controllo u e che in base ad esso invia al processo un segnale m.

Abbiamo poi il **regolatore** (o controllore) $R(s)$. Prima del regolatore è presente un **nodo formatore** (o comparatore) che prende in ingresso il **segnale di riferimento** w (output desiderato).

Dopo il processo è presente un nodo sommatore che aggiunge un **disturbo** esterno $\tilde{d}_a$ che segue la sua dinamica $H(s)$.

Infine abbiamo il blocco $M_y(s)$, che prende il nome di **trasduttore**. A sua volta il traduttore ha dei disturbi esterni che indichiamo con d_r e solo ora abbiamo la **variabile controllata** y_m.

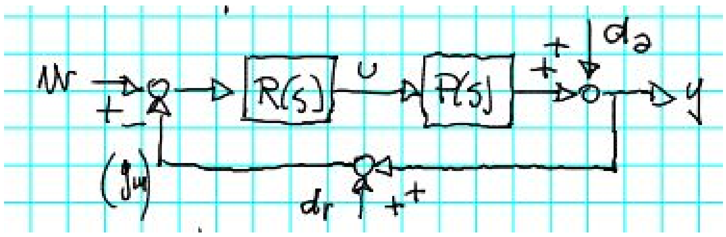
Definiamo ora l'**errore** come $w - y$, che in generale non è il segnale in ingresso nel regolatore, in quanto non lavoriamo con la quantità y, ma con la misurazione y_m.

1.2 Schema semplificato

Facciamo delle semplificazioni di questo schema:

- consideriamo l'attuatore parte del processo: $P(s)$ è la serie di $A(s)$ e $\tilde{P}(s)$;
- consideriamo H parte del modello del disturbo: $d_a = H\tilde{d}_a$;
- consideriamo un trasfuttore ideale: non c'è errore ed è infinitamente veloce, $M_y(s) = 1$.

Quindi lo schema semplificato che useremo sarà così:
[immagine dagli appunti del prof]

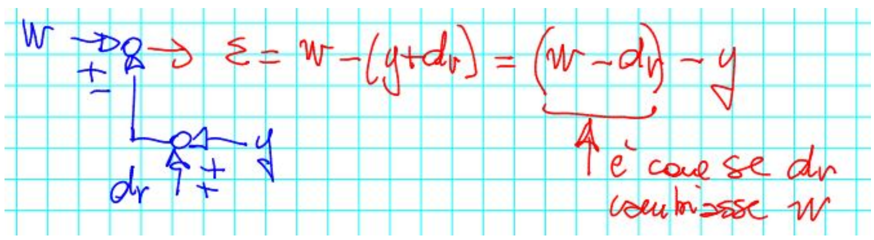


oss. d_a fa raramente cambiare y, d_r no, si limita a corromperne la misura.

In questo schema semplificato le funzioni di trasferimento di interesse sono:

- $L(s) = R(s)P(s)$ che è la funzione di trasferimento di anello (aperto);
- $S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$, che prende il nome di **funzione di sensitività**, notiamo che $S = \frac{Y}{D_a}$;
- $T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$, che prende il nome di **funzione di sensitività complementare**, in cui il termine "complementare" viene da fatto che $S + T = 1$, notiamo che $T = \frac{Y}{W}$;
- $Q(s) = \frac{R(s)}{1+L(s)}$, che prpende il nome di **funzione di sensitività del controllo**, ed è l'unica a non dipendere soltanto da L.

Analiziamo l'influenza del disturbo d_r, abbiamo che:
$T = \frac{L}{1+L} = \frac{Y}{W}$;
$S = \frac{1}{1+L} = \frac{Y}{D_a}$;
$\frac{Y}{D_r} = -\frac{L}{1+L} = -T$;
da cui deduciamo che, a meno del segno, w e d_r hanno lo stesso effetto su y.
Infatti se analiziamo il nodo in cui entra w otteniamo il seguente schema:



dove ricordiamo che ϵ è diverso dall'errore $w - y$ e vale:

$$\epsilon = w - (y + d_r) = (w - d_r) - y$$

da cui vediamo che d_r influisce direttametne su w.

Riassumendo:
$Y = \frac{Y}{W} \cdot W + \frac{Y}{D_a} \cdot D_a + \frac{Y}{D_r} \cdot D_r = TW + SD_a - TD_r$, perchè $T = \frac{Y}{W}$ e $S = \frac{Y}{D_a}$ e $-T = \frac{Y}{D_r}$.
Notiamo che nell'espressione precedente nel termine, per esempio, $\frac{Y}{W} \cdot W$, non si semplificano le W, perchè $\frac{Y}{W}$ va interpretato come " $\frac{\text{EFFETTO di } W \text{ su "Y"}}{W}$ ", cioè $\frac{\mathcal{L}[Y_F]}{\mathcal{L}[W]}\Big|_{D_a = D_r = 0}$.

1.3 Requisiti del controllo

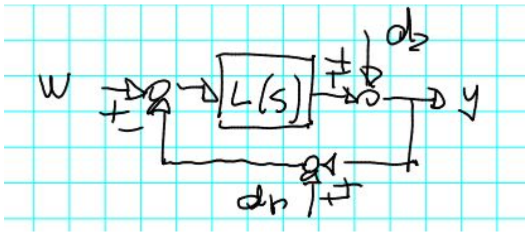
- **Anello chiuso asintoticamente stabile (AS)**.
- **Precisione statica**, cioè che se si impongono ingressi costanti ($w(t) = \bar{w}$, $d_a(t) = \bar{d}_a$, $d_r(t) = 0$), allora, assunto anche il punto precedente, esiste finito il limite $\lim_{t \to \infty} e(t) = e_\infty$, dove e_∞ prende il nome di **errore a regime**.
Detto in maniera più semplice possiamo dire che precisione statica significa che presi degli ingressi costanti, a transitorio esaurito, l'errore deve essere piccolo.
Tipicamente viene richiesto che proprio questo errore a regime sia $e_\infty = 0$ oppure $e_\infty <$ tot.
oss. questi concetti possono poi essere estesi a segnali canonici.
- **Precisione dinamica**, cioè quando cambio w, y lo deve raggiungere "presto e bene", per esempio senza oscillazioni eccessive.

- **Grado di stabilità**. Il sistema deve essere "abbastanza lontano" dal perdere la stabilità asintotica a seguito di variazioni di qualche suo parametro fisico.

- **Moderazione del controllo**. A parità delle altre proprietà è preferibile il controllore che sollecita meno l'attuatore.

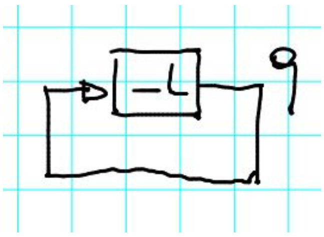
2 Stabilità asintotica di sistemi retroazionati (SD LTI a TC SISO)

[immagine dagli appunti del prof]



Poichè la stabilità non dipende dagli ingressi, posso studiare questo schema:
[immagine dagli appunti del prof]

Posto $L(s) = \frac{L_n(s)}{L_d(s)}$ con L_n e L_s polinomi (cioè, per ora li stiamo considerando senza ritardi), allora definendo q possiamo dire:
[immagine dagli appunti del prof]



$-Lq = q$
$q + Lq = 0 \Rightarrow q + \frac{L_n}{L_d}q = 0$
$(1 + \frac{L_n}{L_d})q = 0 \Rightarrow \frac{L_n+L_d}{L_d}q = 0$
da cui ricaviamo che

$$L_n + L_d = 0$$

che prende il nome di **equazione caratteristica del sistema in anello chiuso (AC)** e le sue radici sono i poli del sistema in AC.

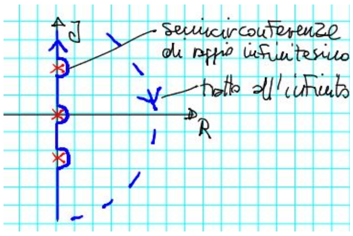
Ci occorrono quindi criteri per studiare la stabilità asintotica dell'anello **chiuso** osservando la funzione di trasferimento $L(s)$ dell'anello **aperto**, perchè, siccome $L = RP$, se trovo una "buona" $\bar{L}$ è immediato calcolare $R = \frac{\bar{L}}{P}$.

Per farlo vedremo due criteri: **Nyquist** e **Bode**.

2.1 Diagramma di Nyquist

Definiamo il **diagramma di Nyquist** di una funzione di trasferimento $G(s)$ come l'immagine secondo $G(s)$ del percorso di Nyquist relativo a $G(s)$.

Definiamo il **percorso di Nyquist** come segue:



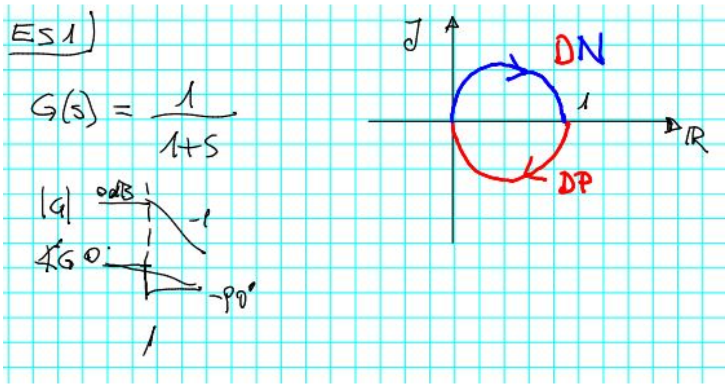
Si identificano (con le crocette rosse) eventuali poli di $G(s)$ sull'asse J. Il percorso è composto dall'asse immaginario percorso dal basso verso l'alto, i poli vengono "schivati" con delle semicirconferenze infinitesime, e il percorso di conclude con una semicirconferenza all'infinito.

oss. il percorso di Nyquist circonda in senso orario il semipiano destro.

Poichè $G(-j\omega) = \bar{G}(j\omega)$, il diagramma di Nyquist (DN) è simmetrico rispetto all'asse reale ed è fatto dal percorso di Nyquist completato appunto con tale simmetrico.

2.1.1 Esempi

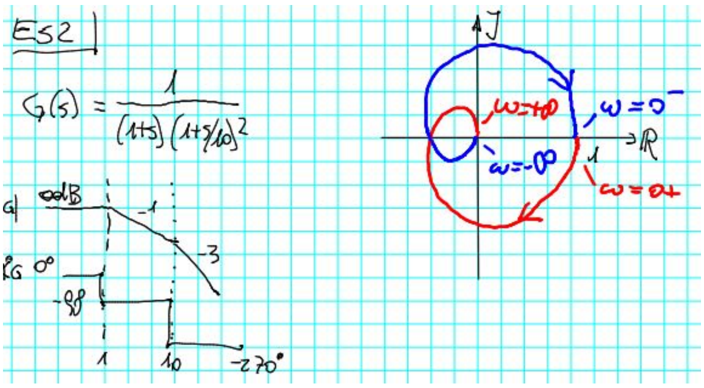
es.



(diagramam polare in rosso, diagramma di Nyquist in rosso+blu, completato a partire da quello polare con il suo simmetrico)

---

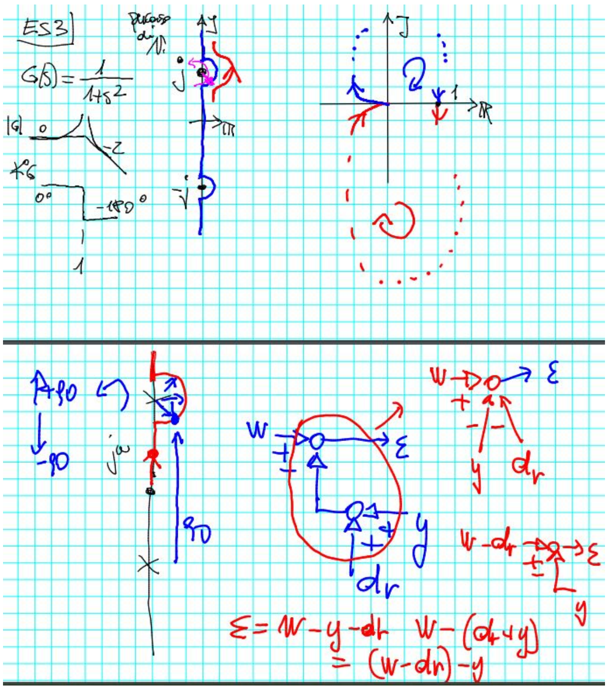
es.



(diagramam polare in rosso, diagramma di Nyquist in rosso+blu, completato a partire da quello polare con il suo simmetrico)

---

es.



(diagramam polare in rosso, diagramma di Nyquist in rosso+blu, completato a partire da quello polare con il suo simmetrico)

Parte III

Esercitazioni