5. Equazioni di bilancio per sistemi aperti.

5.1. *[base]* Una portata pari a 0.5 kg/s di elio fluisce in un condotto orizzontale. Nella sezione di ingresso è nota T_1 = 330 °C, w_1 = 150 m/s e P_1 = 6 bar, mentre in quella di uscita è nota T_2 = 30 °C, w_2 = 30 m/s e P_2 = 1 bar. Nelle ipotesi che il condotto sia isolato termicamente dall'esterno e che il sistema sia in uno stato stazionario, determinare la potenza meccanica fornita dal sistema e la produzione di entropia per irreversibilità nell'unità di tempo.

[$\dot{\boldsymbol{L}}^{\rightarrow} = \mathbf{762.6}\ \boldsymbol{kW}$; $\dot{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{irr}} = \mathbf{74.74}\ \boldsymbol{W/K}$]

5.2. *[avanzato]* Una pompa ha la funzione di portare acqua da un bacino inferiore ad uno superiore posto 30 m sopra il livello del primo, entrambi a pressione atmosferica, attraverso una condotta di diametro d = 10 cm e lunghezza L = 60 m. Calcolare la potenza che assorbe la pompa nell'ipotesi che le velocità sulla sezione di ingresso e di uscita della condotta siano trascurabili e che la pompa operi in regime stazionario con una portata pari a 50 m^3/h. Si analizzi il caso ideale in cui le perdite di carico siano trascurabili ed il caso reale, in cui vi siano perdite di carico distribuite. Sono dati inoltre la massa volumica dell'acqua ρ = 1000 kg/m^3 e la sua viscosità dinamica $\mu = 10^{-3}$ Pa s.

[$\dot{\boldsymbol{L}}^{\leftarrow}_{\boldsymbol{ideale}} = \mathbf{4087.5}\ \boldsymbol{W}$; $\dot{\boldsymbol{L}}^{\leftarrow}_{\boldsymbol{reale}} = \mathbf{4285}\ \boldsymbol{W}$]

5.3. *[intermedio]* In una macchina operante in regime stazionario entra una corrente di gas caldo (gas ideale biatomico con M_m = 31 kg/kmol), con una portata pari a 14400 kg/h alla temperatura T_1 = 525 °C e alla pressione P_1 = 10 bar, ed esce a T_2 = 280 °C e P_2 = 1 bar. La potenza termica dispersa verso l'ambiente (in condizioni di equilibrio a temperatura ambiente 80 °C) è di 100 kW. Assumendo che le variazioni di energia cinetica e potenziale fra ingresso e uscita siano trascurabili, determinare:

- La potenza meccanica prodotta.
- L'entropia eventualmente generata per irreversibilità nell'unità di tempo.

[$\dot{\boldsymbol{L}}^{\rightarrow} = \mathbf{822.0}\ \boldsymbol{kW}$; $\dot{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{irr}} = \mathbf{1.377}\ \boldsymbol{kW/K}$]

5.4. *[intermedio]* L'impianto di riscaldamento di un edificio è costituito da un sistema di radiatori opportunamente dimensionati. La centrale termica produce acqua calda a temperatura di 80 °C mentre l'alimentazione dei corpi scaldanti è controllata da una valvola a 3 vie che svolge la funzione di mantenere l'acqua di alimentazione dei radiatori ad una temperatura prefissata di 70 °C. La valvola a 3 vie miscela opportunamente acqua proveniente dalla centrale termica con l'acqua di ritorno dai radiatori alla temperatura di 60 °C. Sapendo che la potenza termica dell'impianto è 20 kW, determinare la portata di acqua uscente dalla caldaia ($\dot{m}_1$), la portata di ricircolo ($\dot{m}_2$), la portata fluente ai radiatori ($\dot{m}_3$). Si trascurino le perdite di carico.

[$\boldsymbol{\dot{m}_1 = 0{,}239\ kg/s}$; $\boldsymbol{\dot{m}_2 = 0{,}239\ kg/s}$; $\boldsymbol{\dot{m}_3 = 0{,}478\ kg/s}$]

5.5. *[base]* Determinare il rendimento isoentropico di espansione e l'entropia specifica prodotta per irreversibilità da una turbina a gas adiabatica operante in regime stazionario che produce un lavoro specifico l_T = 2000 kJ/kg espandendo una portata di elio da uno stato di ingresso noto (P_1 = 8 bar, T_1 = 800 °C) ad una condizione di uscita con pressione P_2 = 2 bar.

[$\boldsymbol{\eta_T = 0.843}$; $\boldsymbol{s_{irr} = 0.573\, kJ/kgK}$]

5.6. *[base]* Determinare il lavoro specifico prodotto con l'espansione di vapore d'acqua in una turbina a vapore che opera adiabaticamente e in regime stazionario con rendimento isoentropico di espansione 0.85. Determinare inoltre l'entropia specifica generata per irreversibilità. Nelle condizioni di ingresso in turbina il vapore si trova a 200 bar e 600 °C, mentre allo scarico la pressione è di 2 bar.

[$\boldsymbol{l_T = 913\ kJ/kg}$; $\boldsymbol{s_{irr} = 0.4096\, kJ/kgK}$]

5.7. *[base]* Un compressore opera adiabaticamente e in regime stazionario con rendimento η_c =0.8. L'aria aspirata può essere considerata un gas ideale biatomico con massa molare 29 kg/kmol, pressione P_1 = 110 kPa e temperatura T_1 = 280 K. La velocità dell'aria aspirata può essere considerata trascurabile. La mandata avviene alla pressione P_2 = 11 bar. Calcolare:

- La temperatura di uscita dell'aria.
- Il lavoro massico assorbito dal compressore.
- L'energia elettrica a esso associata, nell'ipotesi che il rendimento elettrico sia η_{el} =0.95.

[$\boldsymbol{T_2 = 605.7\, K}$; $\boldsymbol{l_C = 326.9\, kJ/kg}$; $\boldsymbol{l_e = 344.06\, kJ/kg}$]

5.8. *[avanzato]* In uno scambiatore di calore fluiscono 10 kg/s di acqua. Nella sezione di ingresso si ha un vapore a temperatura T_i = 140 °C e titolo x = 0.85. Si vuole raffreddare a pressione costante l'acqua fino alla temperatura T_f = 90 °C ponendo il condotto dello scambiatore a contatto con una sorgente isoterma a temperatura T_s = 70 °C e operando in regime stazionario. Tracciare sul diagramma T-s la trasformazione subita dalla portata fluente di acqua e determinare la potenza termica che deve essere asportata. Determinare inoltre la variazione di entropia della sorgente isoterma nell'unità di tempo e la produzione di entropia per irreversibilità dell'intero processo.

$[\dot{\boldsymbol{Q}}_{SC}^{\leftarrow} = -\mathbf{20346}\ \boldsymbol{kW};\ \boldsymbol{dS/dt} = \mathbf{59.29}\ \boldsymbol{kW/K};\ \dot{\boldsymbol{S}}_{irr} = \mathbf{9.717}\ \boldsymbol{kW/K}]$

5.9. *[base]* Si consideri un sistema aperto costituito da un tubo orizzontale di diametro d = 0.7 m nel quale transita aria, schematizzabile come gas ideale biatomico di massa molare 29 kg/kmol. Sono note temperatura (15 °C), pressione (1 atm) e velocità dell'aria (7 m/s) nella sezione d'ingresso e pressione (1.3 bar) e velocità dell'aria (6 m/s) nella sezione d'uscita. Nell'ipotesi di regime stazionario e condotto adiabatico si calcoli:

- La portata in massa.
- La temperatura nella sezione d'uscita.
- La potenza meccanica scambiata.
- L'entropia prodotta per irreversibilità.

$[\dot{\boldsymbol{m}} = \mathbf{3.304}\ \boldsymbol{kg/s};\ \boldsymbol{T_2} = \mathbf{316.9}\ \boldsymbol{K};\ \dot{\boldsymbol{L}}^{\rightarrow} = -\mathbf{95.2}\ \boldsymbol{kW};\ \dot{\boldsymbol{S}}_{irr} = \mathbf{0.0791}\ \boldsymbol{kW/K}]$

5.10. *[intermedio]* Si dispone di uno scaldabagno domestico elettrico ad accumulo (V = 80 l) che viene assunto perfettamente isolato termicamente. Si richiede di:

a. Determinare il tempo necessario per riscaldare l'acqua contenuta da 15 °C a 50 °C assorbendo dalla rete una potenza elettrica costante pari a 2 kW. Si assuma per l'acqua una massa volumica ρ = 1000 kg/m^3 e la si consideri liquido incomprimibile ideale, con calore specifico c = 4.186 kJ/kgK.

b. Si valuti quale potenza elettrica sarebbe necessaria nel caso di scaldabagno elettrico istantaneo (sistema aperto) con una portata in massa di acqua pari a 6 l/min.

$[\boldsymbol{t_a} = \mathbf{5860.4}\ \boldsymbol{s}\ (\mathbf{1}\ \boldsymbol{h}\ \mathbf{37'40''});\ \dot{\boldsymbol{L}}_{b}^{\leftarrow} = \mathbf{14.65}\ \boldsymbol{kW}]$

5.11. *[base]* In una valvola di laminazione entra acqua in condizioni di liquido saturo alla temperatura di 200 °C e si ha un'espansione sino alla pressione P_2 = 1 bar. Determinare lo stato dell'acqua in uscita dalla valvola e la produzione di entropia per irreversibilità per unità di portata massica.

$[\boldsymbol{x_2} = \mathbf{0.193}\ (\boldsymbol{vapore\ umido});\ \boldsymbol{s_{irr}} = \mathbf{0.1387}\ \ \boldsymbol{kJ/kgK}]$

5.12. *[base]* Una turbina produce una potenza $\dot{L}_e^{\rightarrow}$ = 150 kW. Nella sezione di ingresso della turbina che opera in regime stazionario ed è adiabatica si ha vapore d'acqua surriscaldato con temperatura T_1 = 500 °C, pressione P_1 = 8 bar. Nella sezione di uscita si ha vapore saturo alla temperatura T_2 = 30 °C. Determinare:

- La portata di vapore d'acqua nella turbina.
- La pressione che si ha nella sezione di uscita.
- Il rendimento isoentropico di espansione.

[$\boldsymbol{\dot{m} = 0.1623\, kg/s}$; $\boldsymbol{P_2 = 0.0424\, bar}$; $\boldsymbol{\eta_{iso,T} = 0.839}$]

5.13. *[intermedio]* Si vuole pompare una portata di 2 kg/s di acqua da condizioni di liquido saturo a temperatura di 30 °C sino alla pressione di 100 bar. Il rendimento isoentropico di compressione è pari a 0.9. Determinare la temperatura di uscita dalla pompa, la potenza assorbita e l'entropia prodotta per irreversibilità.

[$\boldsymbol{T_2 = 30.27\, °C}$; $\boldsymbol{\dot{L}^{\leftarrow} = 22.30\, kW}$; $\boldsymbol{\dot{S}_{irr} = 7.3534\, W/K}$]

5.14. *[intermedio]* Si dispone di un compressore adiabatico utilizzato per comprimere una portata in volume Γ = 1500 m^3/h di aria (M_m = 29 kg/kmol) dalla pressione di 1 bar alla pressione di 12 bar. La temperatura iniziale dell'aria è 300 K. Considerando il compressore come ideale, calcolare:

- La temperatura di fine compressione.
- La potenza del compressore ad uno stadio.
- La potenza del compressore a due stadi, con raffreddamento intermedio fino alla temperatura iniziale e pressione all'uscita del primo stadio pari a 6 bar.

[$\boldsymbol{T_2 = 610.2\, K}$; $\boldsymbol{\dot{L}_I^{\leftarrow} = 150.3\, kW}$; $\boldsymbol{\dot{L}_{II}^{\leftarrow} = 129.4\, kW}$]

5.15. *[intermedio]* In un impianto industriale si produce vapore saturo alla pressione di 8 bar miscelando una portata $\dot{m}_1$ = 2.5 kg/s di vapore surriscaldato a 8 bar e 350 °C con acqua liquida a 8 bar e 40 °C. L'operazione avviene in regime stazionario, il processo può ritenersi adiabatico e le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili. Si richiede di calcolare la portata in massa di acqua liquida $\dot{m}_2$ e l'entropia prodotta per irreversibilità nel processo.

[$\boldsymbol{\dot{m}_2 = 0.38\, kg/s}$; $\boldsymbol{\dot{S}_{irr} = 0.4337\, W/K}$]

5.16. *[avanzato]* Del vapore d'acqua è contenuto in un serbatoio rigido di volume pari a V = 4 m^3 alle condizioni di P_1 = 58 bar e T_1 = 520 °C. Si propone di espanderlo mediante una turbina fino alla pressione P_2 = 0.5 bar per produrre lavoro meccanico. Il processo può ritenersi adiabatico e le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili. Calcolare:

- Il lavoro prodotto da una turbina ideale.
- Il lavoro prodotto dalla turbina reale, se il rendimento isoentropico fosse pari a 0.9.
- L'entropia prodotta per irreversibilità della turbina reale.

$[\boldsymbol{L_i^{\rightarrow} = 46486\ kJ; L_r^{\rightarrow} = 39547\ kJ; S_{irr} = 19.60\ kJ/K}]$

5.17. *[avanzato]* Si consideri lo svuotamento di una bombola di volume pari a 0.2 m^3, contenente aria a P_1 = 10 bar e T_1 = 293 K. La condizione finale è caratterizzata da P_2 = 1 bar. Il processo può ritenersi adiabatico e le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili. Calcolare:

- Le masse d'aria iniziale e finale contenute nella bombola.
- La temperatura finale T_2.
- L'entropia prodotta per irreversibilità.

Nota: Risolvere l'esercizio con l'approccio per i sistemi aperti, in seguito verificare i risultati risolvendo con un approccio per sistemi chiusi.

$[\boldsymbol{m_i = 2.38\ kg; m_f = 0.32\ kg; T_2 = 217.66\ K; S_{irr} = 0.861\ kJ/K}]$

5.18. *[avanzato]* Un gasometro (contenitore a pressione costante e volume variabile), inizialmente vuoto, viene alimentato da una bombola, attraverso una valvola (riduttore di pressione), con gas elio (gas ideale). La bombola ha volume V = 0.7 m^3 ed all'inizio del processo contiene gas alla pressione P_1 = 80 bar e temperatura T_1 = 27 °C. Alla fine del processo, che può considerarsi adiabatico, la pressione del gas nella bombola e nel gasometro è uguale a P_2 = 1 bar.

Valutare, considerando quasi-statica l'espansione del gas residuo nella bombola, la massa m" di gas fluita nel gasometro e la temperatura T_2 del gas nel gasometro alla fine del processo (ad equilibrio raggiunto).

$[\boldsymbol{m'' = 8.333\ kg; T_2 = 81.58\ °C}]$

5.19. [intermedio] Un serbatoio a pareti rigide di volume $V = 60\ m^3$ contiene inizialmente aria, considerata gas ideale biatomico con $M_m = 29$ kg/kmol, alla pressione $P_1 = 1$ bar e temperatura $T_1 = 27$ °C. Un compressore aspira aria dall'ambiente esterno, a pressione pari a P_1 e temperatura T_1, e la immette nel serbatoio fino a che la pressione in quest'ultimo raggiunge il valore $P_2 = 9$ bar, Assumendo che siano nulli tutti gli scambi di calore con l'esterno, valutare il lavoro assorbito dal compressore e la massa d'aria M_f presente nel serbatoio alla fine del processo, nell'ipotesi che tutte le trasformazioni si possano considerare quasi-statiche.

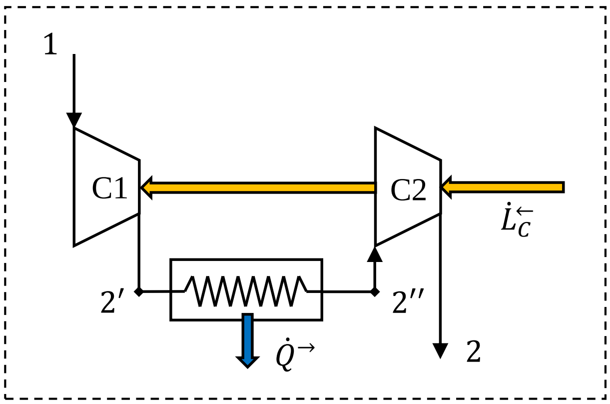
[$\boldsymbol{L^{\leftarrow} = 40116\ kJ}; \boldsymbol{M_f = 335\ kg}$]

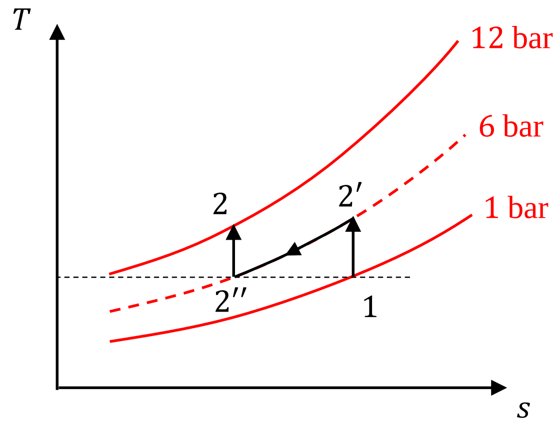
5.20. *[intermedio]* Tre gas ideali, ammoniaca (NH_3), ossigeno (O_2) e elio (He), sono miscelati alle condizioni di 200 kPa e 400 °C. La miscela è caratterizzata da una composizione molare del 30% di NH_3, 50% di He, 20% di O_2. La miscela è scaldata a volume costante fino a 600 °C: calcolare la variazione di energia interna molare della miscela e il calore specifico a volume costante massico.

[$\Delta \boldsymbol{U_{mix} = 3575.02\ J/mol}; \boldsymbol{c_v = 1.324\ \ kJ/kgK}$]

Soluzioni parziali di alcuni esercizi

5.14. Impostazione compressore a due stadi con raffreddamento intermedio

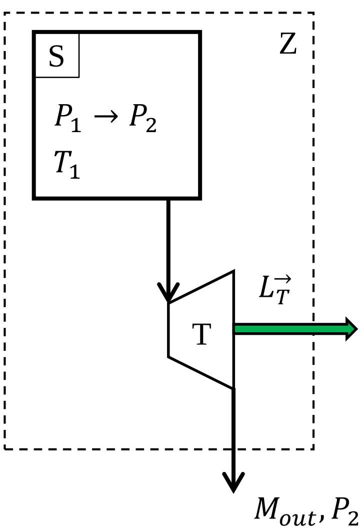




Di seguito sono riportate le ipotesi che si possono adottare:

- il fluido di lavoro è aria considerato come un gas perfetto biatomico;
- le compressioni sono isoentropiche (adiabatiche reversibili);
- le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili;
- il sistema (aperto) opera in regime stazionario.

5.16. Soluzione Turbina Ideale



Di seguito sono riportate le ipotesi che si possono adottare:

- il serbatoio è un sistema a volume costante (rigido) e adiabatico;
- il volume della turbina è trascurabile;

- il fluido di lavoro è vapore acqueo, useremo le tabelle del vapore per determinare le grandezze di stato;
- le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili;
- il processo NON è stazionario.

I dati disponibili sono i seguenti:

	INIZIALE	**FINALE**
Stato	**1**	**2**
V [m^3]	4	4
M [kg]	?	?
P [bar]	58	0.5
P [Pa]	58×10^5	0.5×10^5
T [°C]	520	?
T [K]	793.15	?
v [m^3/kg]	?	?
u [kJ/kg]	?	?
h [kJ/kg]	?	?
s [kJ/kgK]	?	?

Si impostano i bilanci di massa, energia e entropia per il volume di controllo (aperto):

- bilancio di massa:

$$\frac{dM_Z}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}$$

- bilancio di energia:

$$\frac{dE_Z}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow}\left(h + gz + \frac{w^2}{2}\right)_k + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\rightarrow}$$

- bilancio di entropia:

$$\frac{dS_Z}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} s_k + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr}$$

Con

$$\frac{dM_Z}{dt} = \frac{dM_S}{dt} + \cancelto{0}{\frac{dM_T}{dt}} \qquad \frac{dE_Z}{dt} = \frac{dE_S}{dt} + \cancelto{0}{\frac{dE_T}{dt}} \qquad \frac{dS_Z}{dt} = \frac{dS_S}{dt} + \cancelto{0}{\frac{dS_T}{dt}}$$

Il sistema ha solo un uscita quindi $\dot{m}_{in} = 0$. Inoltre le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili e il processo è adiabatico quindi i bilanci diventano:

- bilancio di massa:

$$\frac{dM_S}{dt} = -\dot{m}_{out}$$

- bilancio di energia:

$$\frac{dE_S}{dt} = -\dot{m}_{out}h_{out} - \dot{L}_e^{\rightarrow}$$

- bilancio di entropia:

$$\frac{dS_Z}{dt} = -\dot{m}_{out}s_{out} + \dot{S}_{irr}$$

Integrando nel tempo otteniamo:

- bilancio di massa:

$$M_{finale} - M_{iniziale} = -M_{espansa}$$
$$M_2 - M_1 = -M_E$$

- bilancio di energia:

$$E_{finale} - E_{iniziale} = -M_E h_2 - L_e^{\rightarrow}$$
$$M_2 u_2 - M_1 u_1 = -M_E h_2 - L_e^{\rightarrow}$$

- bilancio di entropia:

$$S_{finale} - S_{iniziale} = -M_E s_2 + S_{irr}$$
$$M_2 s_2 - M_1 s_1 = -M_E s_2 + S_{irr}$$

Note: l'energia totale E è dato dalla somma $u + gz + \frac{w^2}{2}$ ma le variazioni di energia potenziale e cinetica sono trascurabili.
Attenzione: una volta integrati, il lavoro e l'entropia generata per irreversibilità non sono più per unità di tempo ($\dot{L}_e^{\rightarrow}$ diventa $L_e^{\rightarrow}$ e $\dot{S}_{irr}$ diventa S_{irr}).

Considerando il caso di turbina ideale ($S_{irr} = 0$) e sostituendo il bilancio di massa nel bilancio energetico e entropico ($M_2 = M_1 - M_E$), si ottiene:

- bilancio di energia:

$$L_{ID}^{\rightarrow} = M_1(u_1 - u_2) - M_E(h_2 - u_2)$$
$$L_{ID}^{\rightarrow} = M_1(u_1 - u_2) - M_E P_2 v_2$$

- bilancio di entropia:

$$M_1 s_2 - \cancel{M_E s_2} - M_1 s_1 = -\cancel{M_E s_2}$$
$$s_2 = s_1$$

Avendo ricavato la condizione di trasformazione isoentropica, possiamo determinare lo stato finale (2) nel caso ideale usando le tabelle.

Stato 1) Vapore surriscaldato
Interpolazione trilineare per tra gli stati a 500 °C e 600 °C e 50 bar e 60 bar.

$$v_1 = 0.06053 \quad m^3/kg$$

$$h_1 = 3472.7 \quad kJ/kg$$
$$s_1 = 6.9609 \quad kJ/kgK$$
$$u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 3121.6 \quad kJ/kg$$
$$M_1 = \frac{V_1}{v_1} = 66.08 \quad kg$$

Stato 2) Vapore espanso alle condizioni di uscita della turbina

$$s_2 = s_1 = 6.9609 \quad kJ/kgK$$

Vapore umido con

$$x_2 = \left.\frac{s_2 - s_{LS}}{s_{VS} - s_{LS}}\right|_{P_{sat}=0.5\ bar} = 0.93$$

$$h_2 = 2421.2 \quad kJ/kg$$
$$v_2 = 2.9251 \quad m^3/kg$$
$$u_2 = 2274.9 \quad kJ/kg$$
$$M_2 = \frac{V_2}{v_2} = 1.37 \quad kg$$

Ricavo la massa espansa dal bilancio di massa

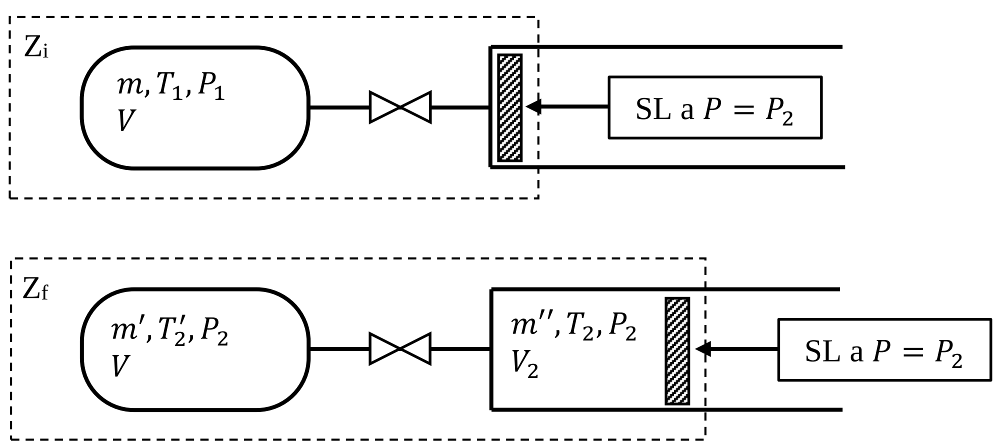
$$M_E = M_1 - M_2 = 64.71 \quad kg$$

Calcolo il lavoro ideale prodotto dal sistema

$$L_{ID}^{\rightarrow} = 66.08[kg] \cdot (3121.6 - 2274.9) \times 10^3 \left[\frac{J}{kg}\right] - 64.71[kg] \cdot 0.5 \times 10^5 [Pa] \cdot 2.9251 \left[\frac{m^3}{kg}\right]$$

$$L_{ID}^{\rightarrow} = 46486\ kJ$$

5.18. Soluzione Parziale



Di seguito sono riportate le ipotesi che si possono adottare:

- la bombola è un sistema a volume costante (rigido);
- il gasometro è un sistema a pressione costante (pareti mobili);

- il fluido di lavoro è elio considerato gas perfetto monoatomico;
- il gasometro è inizialmente vuoto;
- il processo è adiabatico (con l'esterno);
- la trasformazione nella bombola può essere considerata quasi-statica (internamente reversibile) mentre non è specificato per la trasformazione nel gasometro e quindi è da considerare irreversibile;
- il processo NON è stazionario.

I dati disponibili sono i seguenti:

	INIZIALE		**FINALE**	
Stato	**Bombola**	**Gasometro**	**Bombola**	**Gasometro**
V [m^3]	0.7	0	0.7	?
M [kg]	?	0	?	?
P [bar]	80		1	1
P [Pa]	80×10^5		1×10^5	1×10^5
T [°C]	27		?	?
T [K]	300.15		?	?

Si impostano i bilanci di massa, energia e entropia per il volume di controllo:

- bilancio di massa: $m = m' + m''$
- bilancio di energia: $\Delta U_Z = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$ $\quad \Delta U_Z = -L^{\rightarrow}$ $\quad (Q^{\leftarrow} = 0)$
- bilancio di entropia: $\Delta S_Z = S_Q^{\leftarrow} + S_{irr}$ $\quad \Delta S_Z = S_{irr}$ $\quad (Q^{\leftarrow} = 0)$

Lo scambio di lavoro con il serbatoio di lavoro avviene in modo esternamente reversibile (serbatoio a P e T costanti), per cui $L^{\rightarrow} = P\Delta V = P_2(V_2 - 0)$

Il bilancio di energia si sviluppa come

$$\Delta U_Z = -P_2 V_2 \qquad U_f - U_i = -P_2 V_2$$
$$U_2' + U_2 - U_1 = -P_2 V_2$$
$$m'u_2' + m''u_2 - mu_1 = -P_2 V_2$$

Utilizzando la variazione di energia interna per un gas perfetto tra un generico stato (1, 2' o 2) e uno stato di riferimento (ref), otteniamo

$$\Delta u = c_V \Delta T \qquad u - u_{ref} = c_V\left(T - T_{ref}\right)$$

$$m'\left(u_{ref} + c_V\left(T_2' - T_{ref}\right)\right) + m''\left(u_{ref} + c_V\left(T_2 - T_{ref}\right)\right) - m\left(u_{ref} + c_V\left(T_1 - T_{ref}\right)\right) = -P_2 V_2$$

Utilizzando il bilancio di massa, u_{ref} e T_{ref} si cancellano e otteniamo, con $P_2V_2 = m''R^*T_2$

$$m'c_VT_2' + m''c_VT_2 - mc_VT_1 = m''R^*T_2$$
$$m'c_VT_2' + m''(c_V + R^*)T_2 - mc_VT_1 = 0$$

Utilizzando la relazione di Mayer, $c_P = c_V + R^*$, otteniamo

$$m'c_VT_2' + m''c_PT_2 - mc_VT_1 = 0$$

Il sistema di equazioni utile alla risoluzione del problema è quindi

$$\begin{cases} m = m' + m'' \\ m'c_VT_2' + m''c_PT_2 - mc_VT_1 = 0 \end{cases}$$

Passaggi successivi:

- la massa iniziale m è calcolabile dall'equazione di stato dei gas ideali;
- la temperatura della bombola alla fine del processo T_2' è diversa della temperatura del gasometro T_2 ed è calcolabile considerando la trasformazione avendo luogo nella bombola;
- la massa finale m' presente nella bombola è calcolabile dall'equazione di stato dei gas ideali;
- la massa m'' è calcolabile dal bilancio di massa;
- la temperatura T_2 è calcolabile dal bilancio energetico.