25/05/2020

E7) Dato uno schema di controllo in retroazione dove

$$P(s) = \frac{5\, e^{-0,7s}}{(1+10s)(1+3s)}$$

determinare un regolatore di tipo PI o PID in modo che ω_c sia il più possibile vicina a 0,1 r/s e che $\varphi_m \geq 50°$

PS) Non serve, R(s) deve avere due zeri e due poli di cui uno nell'origine (se PID) oppure un solo zero e un solo polo nell'origine (se PI)

PD) ...

Modo 1

PID: uso i due zeri del regolatore per cancellare i due poli di $P(s)$

(cosa lecita, ~~TAL~~ cancellare in zona vietata)

$$\Rightarrow R(s) = K \frac{(1+10s)(1+3s)}{s(1+sT)}$$

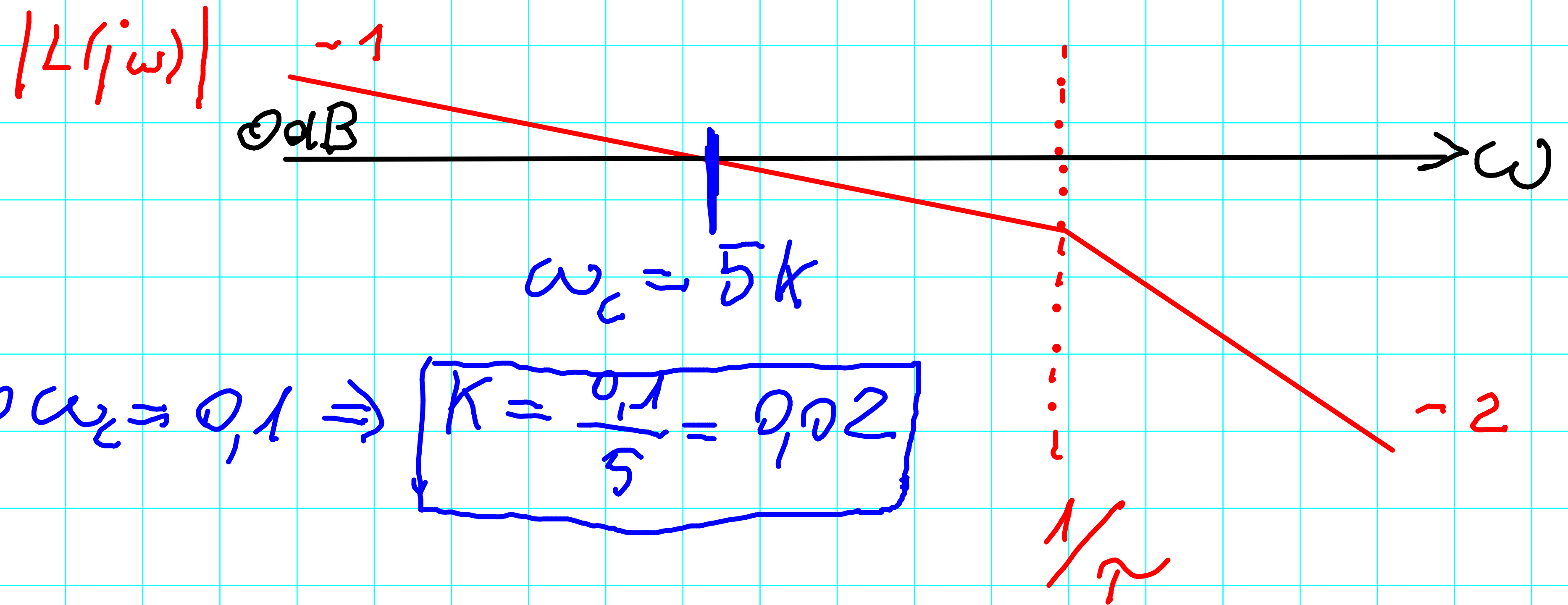
parametri da determinare

Così facendo

$$L(s) = K\frac{\cancel{(1+10s)}\cancel{(1+3s)}}{s(1+s\tau)}\,\frac{5e^{-0{,}7s}}{\cancel{(1+10s)}\cancel{(1+3s)}}$$

$$= \frac{5Ke^{-0{,}7s}}{s(1+s\tau)}$$

($K, \tau > 0$ per crit. Bode)



Voglio $\omega_c = 0{,}1 \Rightarrow \boxed{K = \frac{0{,}1}{5} = 0{,}02}$

$$\varphi_c = \angle^{\circ} L(j\omega_c) = -90^{\circ} - \operatorname{arctg}^{\circ}(\underset{\omega_c}{0{,}1}\,\tau) - \underset{\omega_c}{0{,}1} \cdot \overset{RT}{0{,}7}\,\frac{180^{\circ}}{\pi}$$

$$\Rightarrow \varphi_m = 90^{\circ} - 5^{\circ} - \operatorname{arctg}^{\circ}(0{,}1\tau)$$

Voglio $\varphi_m = 50^{\circ} \Rightarrow \operatorname{arctg}^{\circ}(0{,}1\,\tau) = 35^{\circ}$

$$\tau = 10\,\operatorname{tg} 35^{\circ} \simeq 7$$

Modo 2

PI: Uso lo zero di $R(s)$ per cancellare il polo più lento di $P(s)$

$$R(s) = K \frac{1+10s}{s}$$

$$L(s) = K \frac{\cancel{1+10s}}{s} \frac{5 e^{-0,7s}}{\cancel{(1+10s)}(1+3s)} = \frac{5K e^{-0,7s}}{s(1+3s)}$$

...

$\square$

Osservazione:

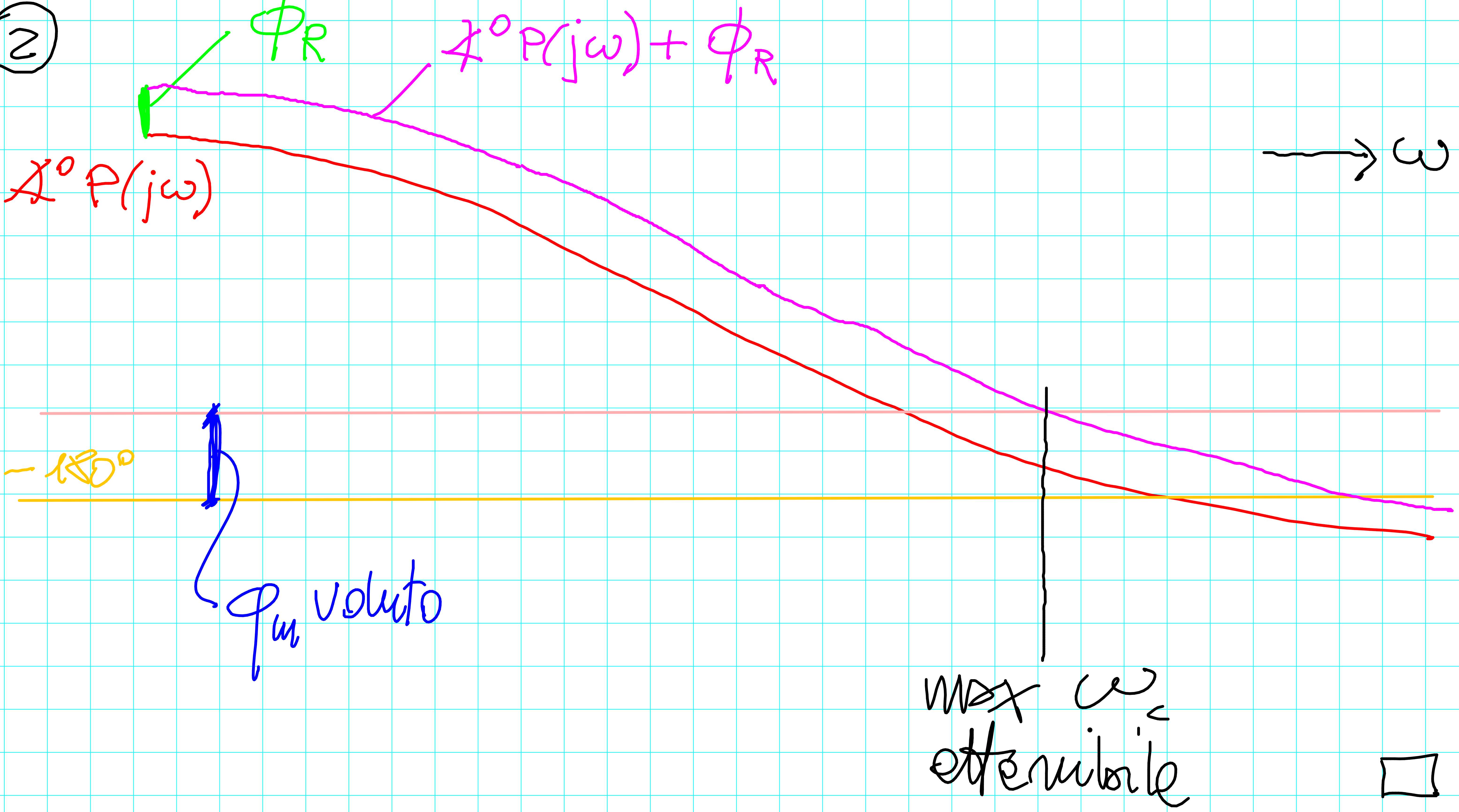
Fissata la struttura di $R(s)$ - per esempio PID - e scelto un φ_m minimo da ottenere, ne consegue una ω_c massima possibile (NB ipotesi di Bode)

Ragionamento in 2 passi

(1) Fissata la struttura di R so qual è il valore max ottenibile per $\measuredangle^\circ R(j\omega)$ supposti tutti nel ss

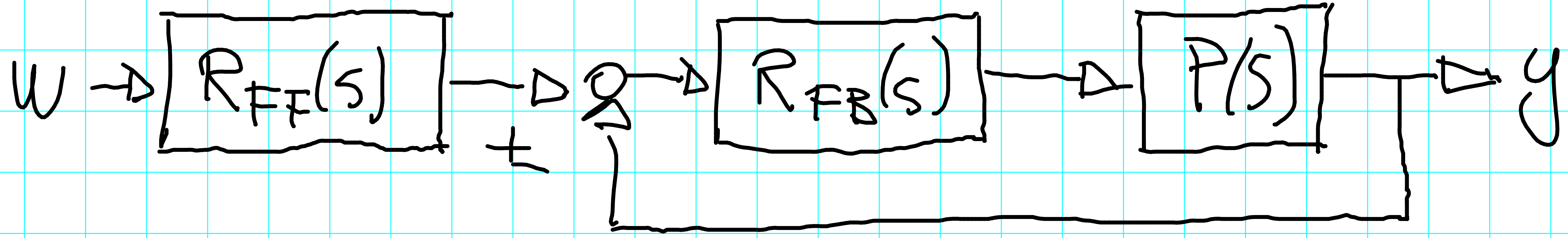
$$\Phi_R = \max_{\omega} \measuredangle^\circ R(j\omega) = \measuredangle^\circ \mu_R + 90^\circ \cdot \#\text{zeri di } R$$

2



E8

Dato lo schema di controllo



dove $P(s) = \dfrac{6}{(1+s)^2}$ e $R_{FB}(s) = 0,05\,\dfrac{1+s}{s}$

determinare $R_{FF}(s)$ in modo che il tempo di assestamento della risposta di y a uno scalino di w non superi i 5 secondi

Parte in AC del sistema:

$$w \longrightarrow \boxed{R_{FF}} \longrightarrow \boxed{\frac{R_{FB}P}{1+R_{FB}P}} \longrightarrow y \qquad\qquad \frac{y}{w} = R_{FF} \cdot T$$

$$\hookrightarrow T(s) = \frac{L}{1+L} = \frac{0,25}{s^2+s+0,25}$$

Idealmente

$$R_{FF} = \frac{\text{FdT voluta da } w \text{ a } y}{T(s)}$$

Calcolare R_{FF} è un problema di controllo in AA !!

PERO' fino a che la dinamica dominante da imporre tra w e y insiste su una banda abbastanza più stretta rispetto a quella dell'anello, l'anello stesso riduce (idealmente annulla) l'incertezza sulla dinamica vista da R_{FF}

(*) cost. di temp. della risposta voluta di y a w più grande di $1/\omega_c$ dell'anello

Se uso R_{FF} per "rallentare" (*) la risp. di y a w $\Rightarrow$ OK AA !! :)

se no è più critico

Torniamo all'esempio

t. assest. 5 sec $\Rightarrow \dfrac{4}{w} \sim \dfrac{1}{1+s}$ (cost. di tempo $\frac{5}{5} = 1$)

NB $\omega_c = 0{,}25$ $\qquad \dfrac{1}{\omega_c} = 4$ $\qquad \dfrac{4}{}$

$$R_{FF} = \frac{1}{1+s} \, \frac{s^2+s+0{,}25}{0{,}25} \, \frac{1}{1+0{,}1s}$$

Faccio w. per avere zi... 1 decade oltre

aggiungo 1 polo "+ veloce" della din. dominante

II

E9 15/07/2016, E2

NON si può cancellare

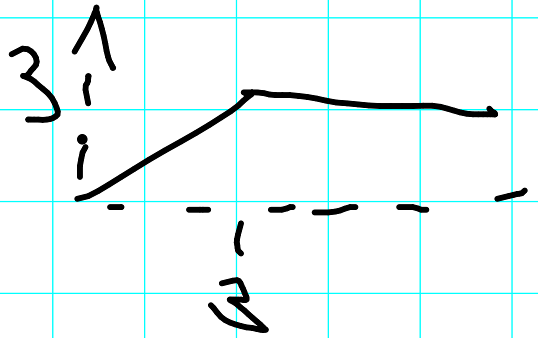
$$P(s) = \frac{\boxed{1-0,1s}}{(1+s)(1+5s)}$$

$w(t) = -2\, sca(t)$, $d_a(t) = ram(t) - ram(t-3)$

$d_r(t) = D_r \sin(\omega_r t)$, $|D_r| \leq 1$, $\omega_r \geq 30$

$R(s)$ tale che

- e_∞ prodotto da w e d_a nullo
- $\omega_c \geq 1\, r/s$, $\varphi_m \geq 55°$
- amp. eff. asint. di d_r su $y \leq 0,01$

P5) per $t \to \infty$ $d_o(t)$  $\sim 3\,\mathrm{sca}(t)$

... $g_L = 1, \ \forall \mu_L > 0$ (Bode)

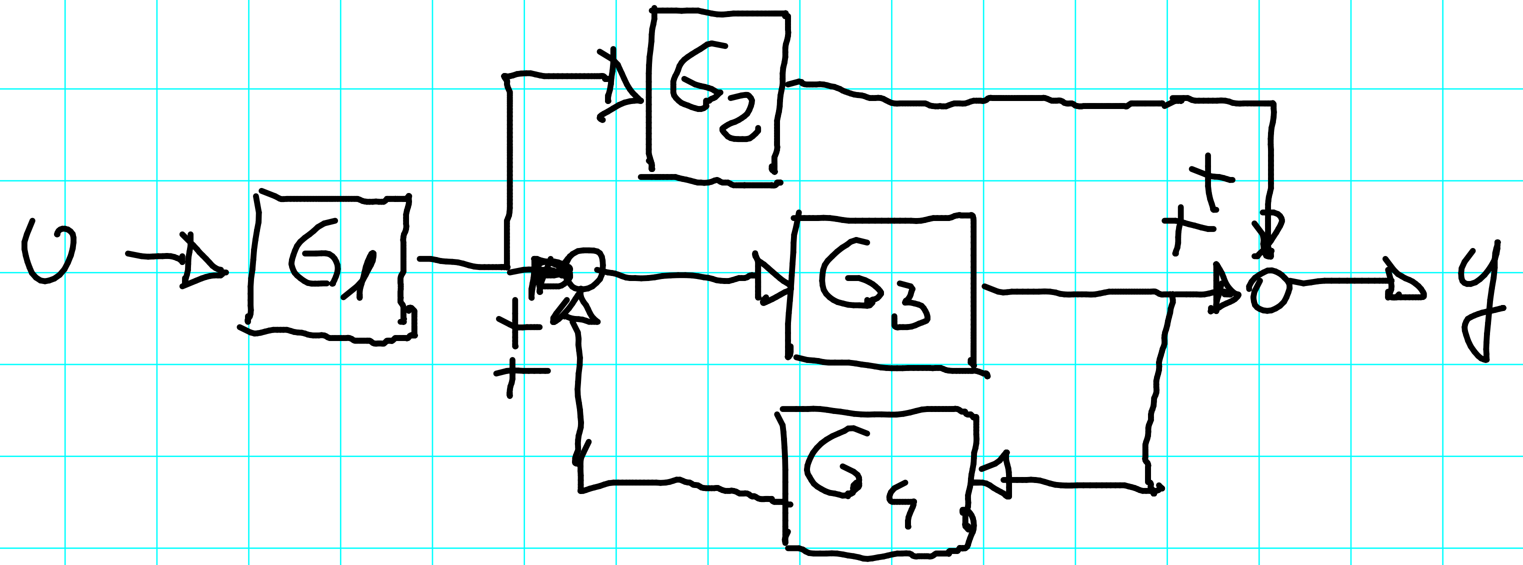
PD) $\Rightarrow$ Foglio semilogaritmico (1)

Ottengo $\omega_c \simeq 1$ e $\varphi_m \simeq 61°$ ✓ con

$$R(s) = \frac{L(s)}{P(s)} = \frac{\cancel{1-0,1s}}{s(1+s/2,5)}\,\frac{(1+s)(1+5s)}{\cancel{1-0,1s}} = \frac{(1+s)(1+5s)}{s(1+s/2,5)}$$

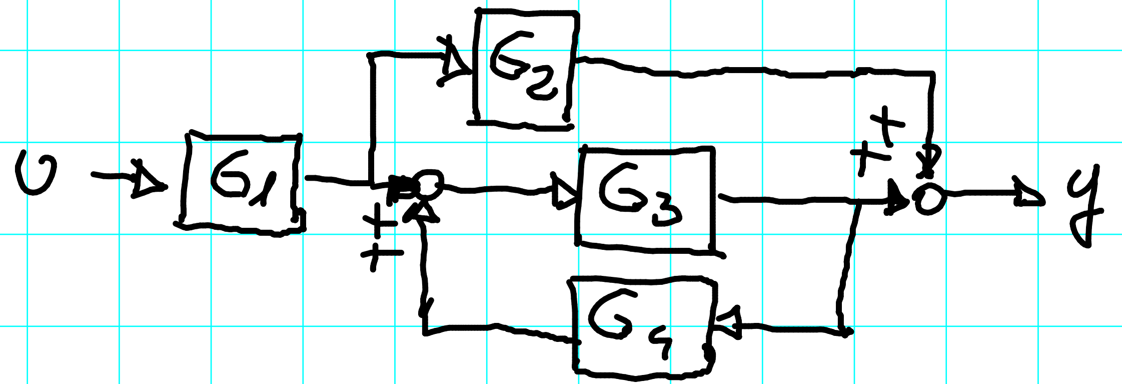
E 10

Dato lo schema a blocchi

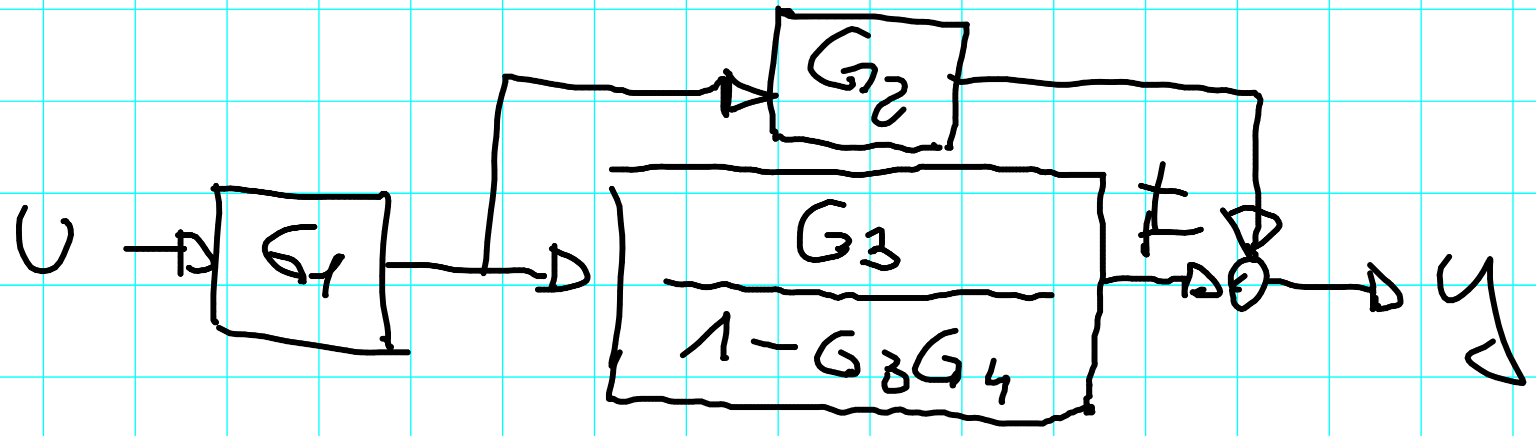


1) esprimere $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$ in funzione di $G_1 \dots G_4$

2) dire se la stab. as. di ciascuno dei blocchi $G_1 \dots G_4$ è necessaria o sufficiente per la stab. as. del sistema complessivo



1)



$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = G_1\left(G_2 + \frac{G_3}{1 - G_3 G_4}\right)$$

2)

- $G_i = \dfrac{N_i}{D_i}$ ..... è nec. la stab. as. di coloro i cui D compaiono A FATTORE nel D del complessivo

- È nec. la stab. as. di G_1 e G_2 in quanto non fanno parte di alcun anello

∎

E11

Dato il SD LTI a TD

$$\begin{cases} x(k) = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,1 \\ 1 & -0,5 \end{bmatrix} x(k-1) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k-1) \\ y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x(k) \end{cases}$$

1) AS/S/I?

2) $\bar{x}$ e $\bar{y}$ per $u(k) = 2$?

3) FdT $G(z)$?

4) Calcolare i primi 4 campioni di $y_F(k)$ per $u(k) = \mathrm{imp}(k)$ (a partire da $k=0$) usando $G(z)$

1) Autovalori di A

$$\det \begin{bmatrix} z-0,5 & -0,1 \\ -1 & z+0,5 \end{bmatrix} = 0$$

$$z^2 - 0,35 = 0 \qquad z = \mp\sqrt{0,35} \simeq \mp 0,6$$

Ambedue con modulo $< 1 \Rightarrow$ sist. AS

2)

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,1 \\ 1 & -0,5 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \overset{\bar{u}}{2}$$

$$\bar{x} = (I - A)^{-1} b \bar{u} = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,1 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 2$$

$$= \dots$$

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \bar{x} = \dots$$

3) $G(z) = c(zI - A)^{-1} b + d$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z-0{,}5 & -0{,}1 \\ -1 & z+0{,}5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \ldots = \frac{z+2{,}5}{z^2-0{,}35}$$

4) $u(k) \longrightarrow \boxed{G(z)} \longrightarrow y(k)$

$$G(z) = \frac{z+2,5}{z^2-0,35} = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

$$u(k) = \mathrm{ram}(k)$$

$$(z+2,5)\,U(z) = (z^2-0,35)\,Y(z)$$

$$u(k+1)+2,5\,u(k) = y(k+2)-0,35\,y(k)$$

$$\hookrightarrow\ y(k) = 0,35\,y(k-2)+u(k-1)+2,5\,u(k-2)$$

k	$u=\mathrm{ram}(k)$
0	0
1	1
2	2
3	3

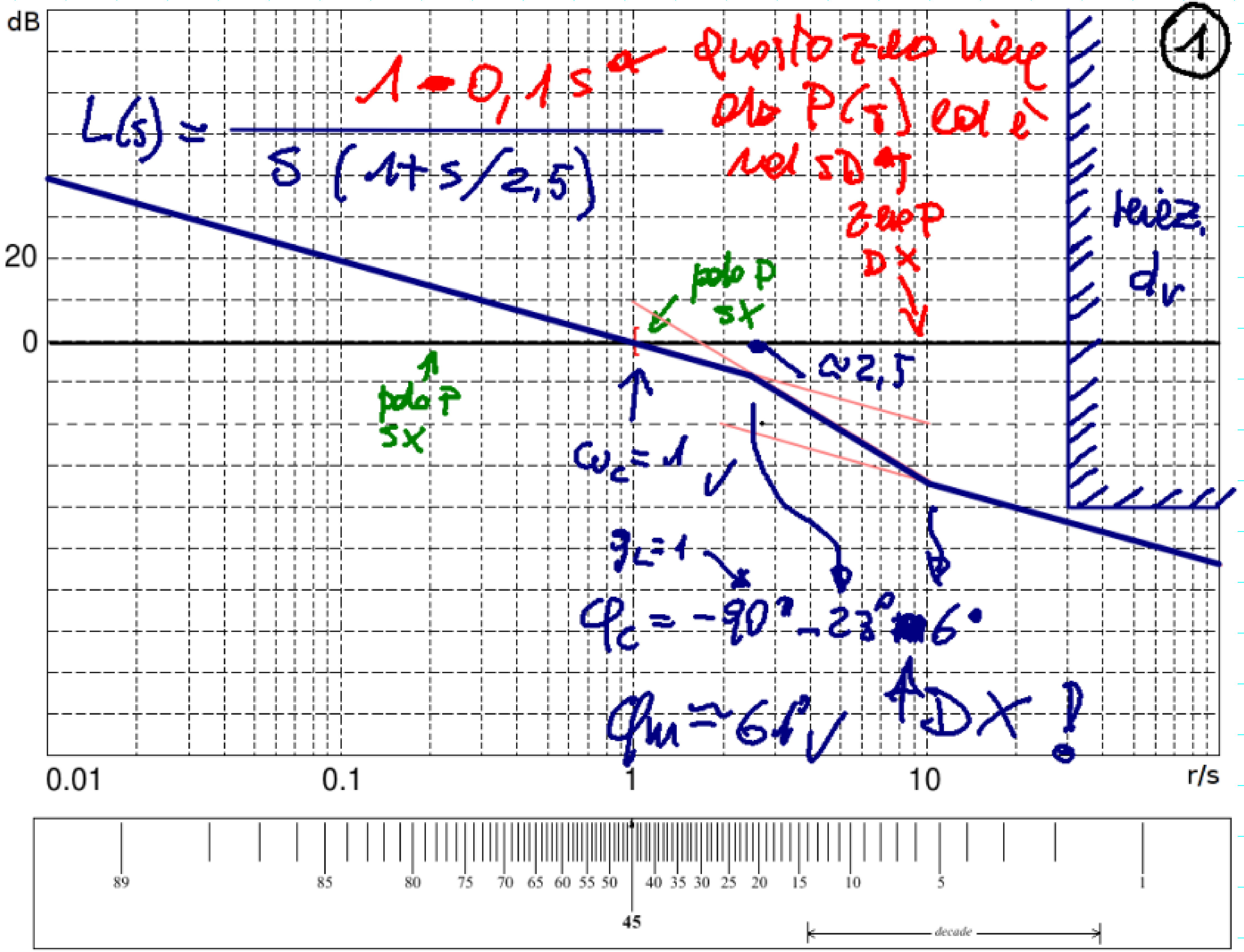
$$y(0) = \cancel{0,35\,\overset{0}{y(-2)}} + \cancel{\overset{0}{u(-1)}} + 2,5\,\overset{0}{u(-2)} = 0$$

$$y(1) = 0,35\,y(-1)+u(0)+2,5\,u(-1) = 0$$

$$y(2) = 0,35\,y(0)+u(1)+2,5\,u(0) = 1$$

$$y(3) = 0,35\,y(1)+u(2)+2,5\,u(1) = 2+2,5 = 4,5$$

$\square$


1
dB
20
0
0.01
0.1
1
10
r/s
L(s) = 1 − 0,1 s / s (1+s/2,5)
questo zero viene da P(s) ed è nel SD
zero P DX
polo P SX
polo P SX
ω 2,5
ω_c = 1
g_L = 1
φ_c = −90° − 23° − 6°
φ_m ≃ 61°
DX !
Reiez. d_r
89
85
80
75
70
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
1
decade