



POLITECNICO
MILANO 1863

Esercitazione 03 – Stati bifase

Esercizio 01 ([link registrazione](#), min 50 in poi)

Corso di Fisica Tecnica
a.a. 2019-2020

Prof. Gaël R. Guédon
Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

Esercizio 01

3.1. *[base]* Utilizzando la tabella dell'acqua satura e del vapore surriscaldato, determinare lo stato dell'acqua (liquido sottoraffreddato, bifase, liquido saturo, vapore saturo, vapore surriscaldato) e la grandezza indicata tra parentesi, per tutti i casi seguenti:

- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------|
| 1. $P = 10,561 \text{ MPa}$ | $s = 8.4521 \text{ kJ/kgK}$ | (stato dell'acqua) |
| 2. $T = 250 \text{ °C}$ | $v = 0.04276 \text{ m}^3/\text{kg}$ | (h) |
| 3. $v = 0.12 \text{ m}^3/\text{kg}$ | $P = 400 \text{ mbar}$ | (s) |
| 4. $T = 160 \text{ °C}$ | $P = 2 \text{ bar}$ | (h) |
| 5. $P = 60 \text{ bar}$ | $h = 3600 \text{ kJ/kg}$ | (T) |
| 6. $P = 80 \text{ bar}$ | $h = 1200 \text{ kJ/kg}$ | (T) |
| 7. $T = 80 \text{ °C}$ | $P = 10 \text{ kPa}$ | (h) |
| 8. $P = 2 \text{ bar}$ | $s = 5.5967 \text{ kJ/kg}$ | (v) |
| 9. $T = 250 \text{ °C}$ | $v = 0.27 \text{ m}^3/\text{kg}$ | (P) |
| 10. $P = 1000 \text{ kPa}$ | $h = 650 \text{ kJ/kg}$ | (T) |
| 11. $P = 2 \text{ MPa}$ | $x = 0,5$ | (s) |
| 12. $T = 200 \text{ °C}$ | $v = 25 \text{ m}^3/\text{kg}$ | (h) |
| 13. $P = 2500 \text{ kPa}$ | $h = 1800 \text{ kJ/kg}$ | (s) |
| 14. $T = 60 \text{ °C}$ | $P = 50 \text{ kPa}$ | (h) |
| 15. $T = 140 \text{ °C}$ | $x = 1$ | (P) |
| 16. $P = 70 \text{ kPa}$ | $s = 5.3 \text{ kJ/kgK}$ | (v) |

E03: Stati bifase

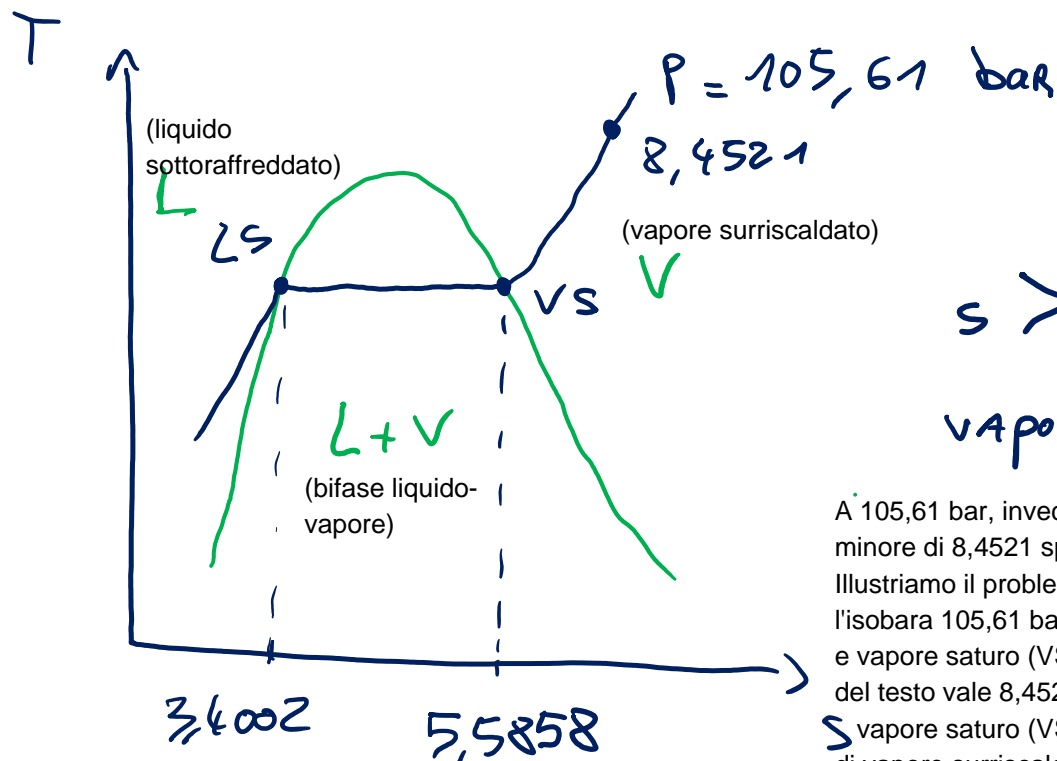
Esercizio 01

3

1. $P = 10,561 \text{ MPa}$
(che sono 105,61 bar)

$s = 8,4521 \text{ kJ/kgK}$ (stato dell'acqua)

Per prima cosa nella tabella di saturazione cerchiamo il valore 105,61 bar, non lo trovo, ma abbiamo 100 e 110. Controlliamo anche l'altra tabella e notiamo che qua invece siamo fortunati e troviamo la pressione richiesta di 105,61 bar. Continuiamo quindi con la seconda tabella. A 105,61 bar, il liquido saturo ha 3,4002 di entropia, nel testo dell'esercizio ho 8,4521 di entropia specifica, che è maggiore di quella trovata, dunque, nel grafico T-s, siamo ben più a destra del punto di liquido saturo. (continua sotto)



A 105,61 bar, invece, il vapore saturo vale 5,5858, anche in questo caso è minore di 8,4521 specificato nel testo.

Illustriamo il problema con questo disegno a sinistra: La linea blu rappresenta l'isobara 105,61 bar. nelle tabelle ho trovato i valori di stato liquido saturo (LS) e vapore saturo (VS) alla pressione 105,61 bar. Siccome il valore dell'entropia del testo vale 8,4521, vuol dire che siamo ancora più a destra del valore di $s_{\text{vapore saturo (VS)}}$. Quindi come conclusione deduco che sono nella zona di vapore surriscaldato.

Se il dato di entropia del problema fosse stato compreso fra 3,4002 e 5,5858 saremmo stati nella zona bifase, e se il dato di entropia del problema fosse stato minore di 3,4002 saremmo stati nella zona di liquido sottoraffreddato.

E03: Stati bifase

Esercizio 01

Per calcolare l'entalpia dobbiamo capire quale è lo stato. Quindi nella tabella di saturazione cerchiamo 250 gradi, che troviamo. Vogliamo ora trovare il volume specifico 0.04276. In tabella abbiamo il volume specifico del liquido saturo (0,001251) e quello del vapore saturo (0,050037). Il volume specifico richiesto dall'esercizio è quindi compreso fra i due trovati, quindi sono in una situazione di stato bifase (liquido + vapore).

$$2. T = 250^{\circ}\text{C}$$

$$v = 0.04276 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (\text{h})$$

$$v_{LS} (T_{\text{SAT}} = 250^{\circ}\text{C}) = 0,001251 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_{VS} (T_{\text{SAT}} = 250^{\circ}\text{C}) = 0,050037 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_{LS} < v < v_{VS} \Rightarrow \text{STATO BIFASE L+V}$$

Ora per calcolare l'entalpia devo usare la formula del bifase che è

$$h = h_{LS} + x (h_{VS} - h_{LS}) \quad x: \text{titolo vapore}$$

Ma come calcoliamo il titolo di vapore? possiamo usare i volumi specifici trovati in tabella:

$$v = v_{LS} + x (v_{VS} - v_{LS})$$

da cui ricavo che:

$$x = \frac{v - v_{LS}}{v_{VS} - v_{LS}} = \frac{0,04276 - 0,001251}{0,050037 - 0,001251} = 0,851$$

(questo denominatore è il valore della colonna centrale che si trova nelle tabelle)

Possiamo ora sostituire la x nel calcolo delle entalpia e otteniamo:

$$h = 1085,8 + 0,851 (2800,4 - 1085,8) = 2544,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

E03: Stati bifase

Esercizio 01

In questo esercizio cerchiamo di calcolare qualcosa che non è in tabella. Per prima cosa cerchiamo 160 gradi nella tabella di saturazione, per cui trovo che la pressione di saturazione è 6,1806 bar. Cosa significa? significa che per avere un bifase devo avere una pressione maggiore di 6,1806 bar, quindi noi avendo pressione 2 bar nella consegna dell'esercizio, o siamo un liquido sottoraffreddato o un vapore surriscaldato. Ma procedendo in questo modo il ragionamento diventa difficile. Proviamo invece a partire dalla pressione, per cui cerchiamo nell'altra tabella 2 bar, per cui la temperatura di saturazione è 120 gradi. Quindi in questo caso abbiamo una temperatura di 160 gradi che è maggiore di quella scritta in tabella (120), siamo quindi in una zona di vapore surriscaldato (la temperatura è maggiore e la pressione è la stessa). Se fossimo stati a 100 gradi invece che a 160, la temperatura sarebbe stata minore e quindi saremmo stati in una zona di liquido sottoraffreddato.

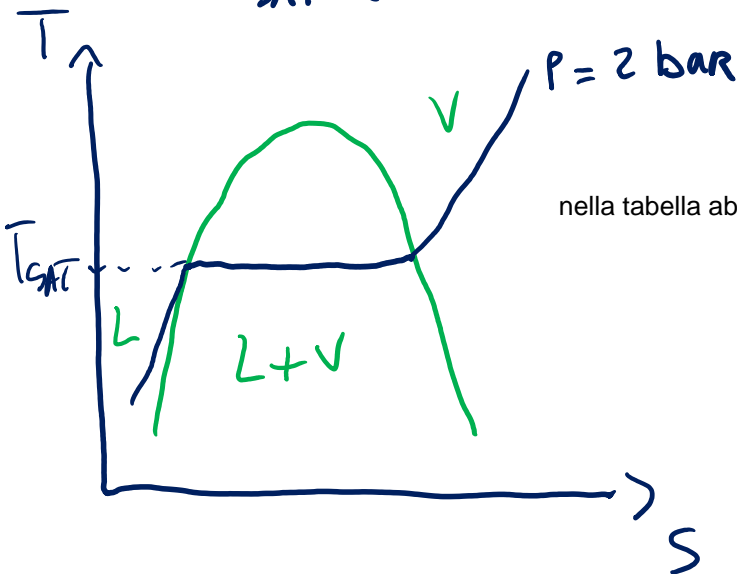
4. $T = 160^\circ\text{C}$

$P = 2 \text{ bar}$

(h) Ora che sappiamo di essere in zona di vapore surriscaldato, usiamo la tabella corrispondente. Alla pressione di 2 bar cerco 160 gradi, che non ho, ma ho 150 e 200 quindi usiamo l'interpolazione lineare

$$T_{\text{SAT}}(2 \text{ bar}) = 120,23^\circ\text{C}$$

$$T > T_{\text{SAT}} \Rightarrow \text{VAPORE SURRISCALDATO}$$



nella tabella abbiamo 1)

$$T_A < T < T_B$$

A: $T_A = 150^\circ\text{C}$ $P_A = 2 \text{ bar}$

2) B: $T_B = 200^\circ\text{C}$ $P_B = 2 \text{ bar}$

Prendiamo dalla tabella le entalpie corrispondenti

$$h_A = 2768,5 \text{ kJ/kg}$$

$$h_B = 2870,5 \text{ kJ/kg}$$

(Se non avessimo avuto neanche la pressione in tabella, avremmo dovuto fare l'interpolazione bilineare)

$$y = y_A + \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} (x - x_A)$$

(formula di interpolazione)

$$h = h_A + \frac{h_B - h_A}{T_B - T_A} (T - T_A) = 2788,9 \text{ kJ/kg}$$

(applichiamo l'interpolazione lineare all'entalpia coi dati che abbiamo trovato)

E03: Stati bifase

Esercizio 01

Cerco 80 bar nella tabella di saturazione, in cui l'entalpia di saturazione del liquido saturo è 1317,2, l'entalpia che ci viene fornita come dato è 1200, che quindi è minore, quindi siamo in presenza di un liquido sottoraffreddato, quindi la temperatura che stiamo cercando non è la temperatura di saturazione (294,98) segnata in tabella, ma sarà minore. A questo punto per calcolare l'entalpia del liquido sottoraffreddato uso le formule del liquido sottoraffreddato

6. $P = 80 \text{ bar}$

$h = 1200 \text{ kJ/kg}$ (T)

$$h_{LS}(P_{SAT} = 80 \text{ bar}) = 1317,2 \text{ kJ/kg}$$

$h < h_{LS} \Rightarrow$ LIQUIDO SOTTORAFF.

Formula dell'entalpia per il liquido sottoraffreddato:

$$h(P, T) = h_{LS}(P_{SAT}(T)) + \underbrace{v(P - P_{SAT}(T))}_{\text{trascurabile solitamente}}$$

trascurabile solitamente (lo approssimiamo = 0)

$$h(P, T) \approx h_{LS}(P_{SAT}(T))$$

Quindi ora in tabella posso andare a vedere il valore dell'entalpia del liquido saturo che vale 1200 che si trova fra 269,94 e 275,56 della temperatura, quindi fra 55 e 60 bar $\rightarrow Pa$

avevamo trascurato questo termine, ma per precisione vediamo ora una stima:

$$v(P - P_{SAT}(T)) \approx 0,00134 \text{ (dalla tabella)} (80 - 55) \times \frac{100000}{1000}$$

$P_{SAT}(T)$

potevamo usare anche 60, tanto è una stima

$\rightarrow J/kg \rightarrow kJ/kg$

$$v \Delta P \approx 3,35 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{LS}(P_{SAT}(T)) = h(P, T) - v \Delta P = 1200 - 3,35 = 1196,65 \text{ kJ/kg}$$

Ora quindi devo cercare in tabella non più 1200, ma 1196,65

Esercizio 01

Ora che sappiamo dove cade precisamente in tabella l'entalpia, interpoliamo la temperatura fra questi due valori:

$$1) A : T_A = 269,94 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad h_{LS,A} = 1184,9 \text{ kJ/kg}$$

$$2) B : T_B = 275,56 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad h_{LS,B} = 1213,7 \text{ kJ/kg}$$

Interpolazione lineare:

$$T = T_A + \frac{T_B - T_A}{h_{LS,B} - h_{LS,A}} (h_{LS} - h_{LS,A})$$

$$T = 269,94 + \frac{275,56 - 269,94}{1213,7 - 1184,9} (1196,65 - 1184,9)$$

$$T = 272,23 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

la soluzione nel testo è 272,9 perchè non è stata utilizzata la stima dell'entalpia (calcoli in colore rosso della slide precedente)

E03: Stati bifase

Esercizio 01

Questo approccio è stato mostrato anche nella lezione di teoria riguardo le formule per l'acqua sottoraffreddata, in cui per trovare la formula dell'entalpia, invece di esprimerla in funzione della temperatura, si esprime in funzione della medesima pressione... (vai a vedere quelle slide per capire meglio).

Questo approccio è sconsigliato, e in questa slide ci sta mostrando in pratica perchè lo è.

8

2° APPROCCIO (SCONSIGLIATO)

$$h(P, T) = h_{LS}(T_{SAT}(P)) + c(T - T_{SAT}(P))$$

$$\downarrow$$
$$1317,2 \text{ kJ/kg}$$

$$\downarrow$$
$$294,98$$

$$\rightarrow c = 4186 \text{ J/kg K}$$

(da trasformare le unità di misura)

MEGLIO \bar{c} : calore specifico medio tra T e T_{SAT}

$$T = T_{SAT}(P) + \frac{h - h_{LS}}{c}$$

$$T = 266,98^\circ \text{C}$$

Perchè è sbagliato? perchè il c a pressioni elevate non è costante.
Possiamo visualizzare questa cosa qua al link in basso.

<https://webbook.nist.gov/chemistry/>