

# A.A. 2019/2020 Politecnico di Milano Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica, Automazione, Telecomunicazioni, Elettronica, Informatica

# Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

# Programma relativo al Corso - 082740 - <u>Analisi Matematica 1</u>

**Docente**: Ing. Federico M.G. Vegni

Studio: Dipartimento di Matematica "F. Brioschi", "Nave", via Bonardi 9,

IV piano, tel. 02.2399.4631

Ricevimento: su appuntamento inviare una mail il giorno prima

Email: <u>federico.vegni@polimi.it</u>
Web-info: <u>beep.metid.polimi.it</u>

#### **OBIETTIVI**

Si vogliono introdurre gli strumenti fondamentali del calcolo differenziale e integrale per funzioni reali di una variabile reale, sottolineando il significato geometrico e fisico. Oltre a fornire un chiaro fondamento teorico, che permetta un uso critico e consapevole del linguaggio matematico, ci si prefigge di coltivare nello studente la familiarità con il discorso scientifico abituandolo al necessario rigore nella discussione e verifica delle ipotesi ed alla sintesi nella formalizzazione.

## PROGRAMMA DETTAGLIATO

- 1. **Insiemi numerici.** Richiami sugli insiemi dei numeri naturali. Elementi di calcolo combinatorio. Numeri interi, dei numeri razionali. Principio di induzione. Binomio di Newton. Numeri reali. Ordinamento e completezza. Estremo superiore ed inferiore di un insieme.
- 2. **Numeri complessi.** Motivazioni. Struttura di R: campi ordinati. Definizione. Rappresentazione nel piano di Gauss. Forma algebrica e trigonometrica dei numeri complessi. Teoremi di De Moivre. Operazioni sui numeri complessi. Radici complesse. Equazioni algebriche e teorema fondamentale dell'algebra. Formula di Eulero.
- 3. Calcolo differenziale per funzioni reali di una variabile reale.
  - 3.1. Generalità. Funzione, dominio, codominio, grafico. Funzioni elementari. Funzioni simmetriche, monotone, limitate, periodiche. Funzione composta, funzione inversa.
  - 3.2. Limiti. Definizione di limite per successioni e per funzioni. Unicità del limite. Algebra dei limiti. Forme di indecisione. Teorema della permanenza del segno. Teorema del confronto. Limiti notevoli. Infinitesimi ed infiniti; ordine di un infinitesimo, di un infinito. Il simbolo di asintotico. Il simbolo di "o piccolo". Algebra e proprietà fondamentali degli asintotici. Esistenza del limite per funzioni monotone. Il numero e.
  - 3.3. Continuità. Definizione. Continuità delle funzioni elementari. Operazioni con funzioni continue. Punti di discontinuità e loro classificazione. Teoremi di Weierstrass, degli zeri e dei valori intermedi.
  - 3.4. Derivate. Definizione di derivata ed interpretazioni geometriche e fisiche. Derivate di funzioni elementari. Continuità e derivabilità. Differenziale e linearizzazione. Regole di derivazione. Derivata di funzione composta ed inversa. Ricerca di massimi e minimi: teoremi di Fermat, di Lagrange. Teorema di De L'Hospital. Concavità e convessità. Studio del grafico di una funzione.

3.5. Formula di Taylor. Approssimazione locale mediante polinomi.

# 4. Calcolo integrale per funzioni reali di una variabile reale.

- 4.1. Integrale definito di funzioni continue o continue a tratti su intervalli limitati; sue interpretazioni geometriche e fisiche. Proprietà elementari dell'integrale definito. Primitiva, integrale indefinito. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Metodi di integrazione per parti, per sostituzione.
- 4.2. Integrali generalizzati. Integrale generalizzato per funzioni illimitate su un intervallo limitato o definite su un intervallo illimitato. Criteri di integrabilità al finito e all'infinito. Integrabilità assoluta e integrabilità semplice. Criteri di confronto. Funzioni integrali e prime proprietà.

#### 5. Serie.

- 5.1. Serie numeriche. Serie convergenti, divergenti, oscillanti. Serie notevoli. Serie a termini positivi: criteri del confronto, confronto asintotico, confronto tra serie e integrale generalizzato. Serie a termini qualunque: convergenza semplice e convergenza assoluta. Serie a termini di segno alterno; criterio di Leibniz.
- 5.2. Serie di Taylor di una funzione infinitamente derivabile. Sviluppo in serie di Taylor delle funzioni trascendenti elementari.
- 5.3. Esponenziale complesso. Definizione dell'esponenziale nel campo complesso e delle altre trascendenti elementari mediante serie di potenze. Giustificazione della formula di Eulero e forma esponenziale dei numeri complessi.

## **PREREQUISITI**

Gli argomenti di matematica elementare che costituiscono oggetto del test di accesso alle facoltà di ingegneria del Politecnico di Milano.

### LIBRO DI TESTO

Marco Bramanti, Carlo Pagani, Sandro Salsa, Analisi matematica I, Zanichelli 2014.

# TESTI suggeriti per la consultazione ed ESERCIZIARI

- M. Bramanti, Esercitazioni di Analisi Matematica 1, Esculapio (2011);
- M. Bramanti, Esercitazioni di Analisi Matematica 2, Esculapio (2012);
- M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Analisi Matematica 2, Zanichelli (2009);
- M. Contedini, G. Grillo, Esercizi di Analisi Matematica I e algebra lineare, La Dotta (2015);
- E. Giusti, Analisi Matematica 1 terza edizione, Bollati Boringhieri (2003);
- E. Giusti, Elementi di Analisi Matematica, Bollati Boringhieri (2008);
- P. Marcellini, C. Sbordone, Esercizi di Analisi Matematica Vol. I, tomi 1, 2, 3, 4, Liguori (2009);

## **APPSTORE**

Matita - Matematica in tasca App per iPhone e iPad di F. Vegni