

*Alle nostre famiglie.  
Per la forza che danno  
ogni giorno  
al nostro quotidiano agire  
con la loro presenza,  
discreta e costante,  
che fa eco alla nostra  
talvolta forzata e complice  
assenza*



# INTRODUZIONE

Nato a seguito delle nascenti esigenze didattiche legate al Nuovo Ordinamento degli studi universitari, il presente testo didattico si rivolge agli allievi ingegneri del primo e del secondo anno che si trovano ad affrontare, con differenti bagagli culturali in ingresso e future diramazioni formative in uscita, lo studio dei principi di base della Termodinamica e della Trasmissione del Calore.

Tra le specifiche caratterizzanti da sempre la figura dell'ingegnere (indipendentemente dal percorso specialistico) e riconosciute dal mondo industriale e accademico si possono menzionare:

- la predisposizione a cogliere e ad isolare in ogni realtà complessa gli effetti principali per poter costruire ed analizzare con le conoscenze tecnico scientifiche disponibili modelli semplificati.
- la capacità di effettuare stime e valutazioni quantitative dei fenomeni.

La capacità di analizzare la realtà fisica porta l'ingegnere alla piena consapevolezza delle potenzialità e dei limiti della scienza e della tecnica mentre il “senso del numero” garantisce una reale concretezza al suo operare.

La Fisica Tecnica è una materia, tra le prime apprese nel percorso formativo universitario, in grado di contribuire allo sviluppo delle suddette attitudini necessarie caratterizzanti la formazione ingegneristica.

Pertanto, da una parte l'esigenza di salvaguardare il valore culturale di un settore scientifico che ha contribuito, storicamente e in modi indipendenti dagli indirizzi specialistici, a costruire la formazione di base dell'ingegnere di matrice Politecnica e dall'altra l'indiscutibile esigenza di adeguare i contenuti, i materiali e di conseguenza gli sforzi richiesti per l'apprendimento al numero di crediti formativi assegnati alla Fisica Tecnica ha spinto gli autori a rivedere la propria visione, consolidata in anni di insegnamento nel vecchio ordinamento, della modalità didattica d'insegnamento.

Gli obiettivi formativi dei corsi di Fisica Tecnica erogati nei vari Corsi degli Studi di Ingegneria si focalizzano su alcuni aspetti comuni e ricorrenti: fornire allo studente le nozioni di base della termodinamica tecnica ed introdurre la fenomenologia dei principali meccanismi di trasmissione del calore, per agevolare lo studio delle macchine, dei sistemi termodinamici e di tutti i processi di conversione dell'energia.

In primo luogo si forniscono allo studente le metodologie necessarie per schematizzare, attraverso il concetto di sistema termodinamico alcuni problemi ingegneristici. La conoscenza dei vincoli a cui il sistema termodinamico (aperto o chiuso) è sottoposto consente di individuare le interazioni esterne con l'ambiente.

La conoscenza delle proprietà termofisiche delle sostanze (semplici o miscele) e delle rispettive trasformazioni consente di investigare l'evoluzione interna dei sistemi termodinamici.

Infine l'assimilazione dei concetti di rendimento (di primo e secondo principio) e delle interazioni tra sistemi completa la formazione termodinamica che abbinata alla comprensione delle principali fenomenologie di scambio termico, costituisce il bagaglio di conoscenze di base indispensabili per l'analisi dei processi in campo energetico.

In accordo con gli obiettivi proposti, le ore di apprendimento in aula e le ore di esercitazione devono combinarsi in modo sinergico: le prime essere funzionali all'apprendimento delle logiche di base e delle metodologie; le seconde strutturate per consolidare, attraverso le applicazioni a casi pratici, il più possibile aderenti alla realtà, le tecniche apprese e il linguaggio della materia.

L'introduzione si sofferma su una serie di linee guida funzionali all'apprendimento di un metodo di analisi per la soluzione di un generico problema di Fisica Tecnica e per la valutazione quantitativa dei risultati.

Ogni capitolo, focalizzato attorno ad un argomento specifico, comincia con un breve richiamo teorico, prosegue con una serie di esercizi svolti in modo completo, esaustivo e coerente con le linee guida anticipate e termina con una sessione di esercizi non risolti, funzionali all'autoapprendimento degli allievi. Una sessione conclusiva raccoglie applicazioni di ampio respiro che inquadrano le logiche, le metodologie e le tecniche della Fisica Tecnica nell'ambito di problemi complessi di natura ingegneristica.

I capitoli, trattando argomenti separati, sono assolutamente autonomi e non richiedono lo svolgimento sequenziale: ogni docente che voglia adottare il testo come supporto didattico si trova pertanto nella completa libertà di trascurare interi capitoli senza, in alcun modo, compromettere la comprensione e l'apprendimento delle nozioni contenute nei capitoli restanti.

Gli autori desiderano ringraziare con affetto particolare Luca Caracciolo, Stefania Mandirola e Claudio Rizzo che hanno dedicato parte del loro tempo libero ad una attenta e minuziosa opera di revisione dei testi e della grafica non mancando mai di sollevare critiche costruttive che hanno contribuito a migliorare la modalità di presentazione dei contenuti e della forma, sperando che questa esperienza possa aver rappresentato un utile momento di crescita personale e professionale, almeno quanto lo è stato per noi. Ringraziamenti vanno anche agli studenti del Nuovo Ordinamento che, con le loro domande, dubbi e critiche, hanno permesso agli autori di affinare i contenuti e la modalità di esposizione consentendo di giungere alla formalizzazione del presente testo. La prima edizione pilota è ovviamente ancora aperta a ricevere dai nuovi studenti linfa mentale per poter continuare a migliorarsi nei contenuti e nella forma ed arrivare ad essere uno strumento davvero utile, parimenti efficace ed efficiente nelle mani curiose degli allievi ingegneri.

*Emanuela Colombo e Fabio Inzoli*

---

# LINEE GUIDA PER GLI ESERCIZI

---

Nello svolgimento dagli esercizi si tengano presenti le seguenti raccomandazioni di carattere generale:

- Effettuare una schematizzazione del problema
- Elencare i dati del problema e convertirli in unità di misura congruenti (Sistema SI)
- Definire il contorno e segnare i confini del sistema sul quale verranno effettuati i bilanci evidenziando graficamente i flussi di calore, lavoro e massa; precisare la natura del contorno: aperto o chiuso, adiabatico, rigido, etc.
- Precisare tipo di sostanza evolvente nel sistema ed il suo stato fisico (sistema omogeneo, eterogeneo, gas, gas perfetto, vapore, liquido, solido, etc.)
- Applicare i principi di conservazione in forma appropriata.

## Ulteriori precisazioni:

Se il sistema è sede di una trasformazione termodinamica è utile venga rappresentata mediante un diagramma in opportune coordinate (T,s) o (P,v). Scrivere, se possibile, per gli areiformi, l'equazione della trasformazione reversibile.

Scrivere le relazioni termodinamiche da utilizzare nel caso specifico (equazioni di stato, trasformazioni, bilanci..).

Per diminuire le probabilità di commettere errori aritmetici, introdurre i numeri nelle relazioni il più tardi possibile.

Verificare l'omogeneità delle relazioni attraverso le unità di misura e porre particolare attenzione alle unità di misura dalla temperatura (deve essere una temperatura assoluta).

Il risultato deve apparire ragionevole sia per quanto attiene il valore numerico (se la temperatura raggiunta nel processo fosse per esempio pari  $10^8$  K, il calcolo sarebbe sicuramente errato in quanto temperature così elevate non sono raggiungibili), sia per quanto attiene le dimensioni (ad esempio la variazione di energia interna  $\Delta U$  non potrà risultare espressa in Pascal o in Newton).



---

# INDICE

---

Principi generali della termodinamica: equazioni di bilancio per i sistemi chiusi	1
Stati monofase: equazioni di stato e trasformazioni	17
Stati bifase: grandezze di stato e trasformazioni	41
Equazioni di bilancio per i sistemi aperti	59
Le interazioni tra i sistemi: le macchine termodinamiche	83
La termodinamica della macchina ciclica: cicli a gas e a vapore	99
Aspetti applicativi: termodinamica dell'aria umida	125
Aspetti applicativi: termodinamica della combustione	135
Trasmissione del calore: lo scambio termico per conduzione	151
Trasmissione del calore: lo scambio termico per convezione	175
Aspetti applicativi: gli scambiatori di calore	189
Trasmissione del calore: lo scambio termico per irraggiamento	201
Applicazioni ingegneristiche	217
Appendice A: Unità di misura	257
Appendice B: Tabelle termodinamiche	265

---

# CAPITOLO 1

---

## 1.1 PRINCIPI GENERALI DELLA TERMODINAMICA: EQUAZIONI DI BILANCIO PER I SISTEMI CHIUSI

### 1.1.1 Generalità

Il sistema chiuso è un sistema per il quale non sono consentiti scambi di massa attraverso il suo contorno. Per tale sistema non è in uso applicare equazioni di bilancio di massa essendo implicita la sua conservazione nella definizione di sistema chiuso.

### 1.1.2 Equazioni di bilancio

Nella soluzione di problemi con sistemi chiusi le equazioni fondamentali sono l'equazione di bilancio energetico e l'equazione di bilancio entropico che assumono la forma:

$$\Delta U = Q - L$$

$$\Delta S = S_Q + S_{\text{irr}}$$

cioè la variazione di energia interna è pari alla differenza tra il calore entrante nel sistema e il lavoro ceduto dal sistema; la variazione di entropia è pari alla somma della entropia  $S_Q$  entrante attraverso il contorno del sistema con il calore  $Q$  e della quantità  $S_{\text{irr}}$  generata all'interno del sistema per irreversibilità. Questa ultima quantità è sempre positiva e tende a zero col tendere dei processi alla reversibilità.

L'energia interna e l'entropia sono proprietà estensive e additive.

Se il lavoro scambiato è lavoro meccanico quasi-statico (internamente reversibile), è determinabile con l'espressione:

$$L = \int_1^2 P dV$$

Questa espressione è integrabile se è nota l'equazione della trasformazione ovvero la funzione:

$$P = P(V)$$

Lavoro quasi-statico (o internamente reversibile) di altro tipo (lavoro elettrico, magnetico, etc) è comunque sempre espresso dal prodotto di una quantità intensiva  $\epsilon$  per il differenziale di una estensiva:

$$L = \int_1^2 \epsilon dZ$$



Il calore scambiato, nell’ipotesi di trasformazione quasi-statica, può essere determinato avendo noto il calore specifico della trasformazione:

$$Q = Mc_x (T_2 - T_1)$$

L'energia interna di un sistema in uno stato di equilibrio può essere espressa in funzione di altre proprietà intensive ed estensive specifiche del sistema come la temperatura, il volume specifico, la pressione. Particolarmente utili sono i due seguenti casi in cui è possibile esprimere in una forma analitica elementare il legame funzionale tra la variazione di energia interna tra due stati di equilibrio e la variazione di temperatura.

**Gas perfetto**  $\Delta u = c_v (T_2 - T_1)$

**Liquido incompressibile perfetto**  $\Delta u = c(T_2 - T_1)$

Il caso di trasformazioni quasi-statiche a pressione costante o trasformazioni irreversibili in un sistema con stato iniziale e finale alla stessa pressione consente di scrivere l’equazione di bilancio energetico per il sistema chiuso come:

$$\Delta H = Q \qquad \text{dove } h = u + Pv$$

Per esempio la miscelazione adiabatica e isobara di due sottosistemi produce uno stato finale caratterizzato da un valore di entalpia totale pari alla somma delle entalpia iniziale dei due sottosistemi. L'entalpia specifica di un sistema in uno stato di equilibrio può essere espressa in funzione di altre proprietà intensive ed estensive specifiche del sistema come la temperatura, il volume specifico, la pressione. Particolarmente utili sono i due seguenti casi in cui è possibile esprimere in una forma analitica elementare il legame funzionale tra la variazione di entalpia specifica tra due stati di equilibrio e la variazione di temperatura.

**Gas perfetto**  $\Delta h = c_p (T_2 - T_1)$

**Liquido incompressibile perfetto**  $\Delta h = c(T_2 - T_1) + v(P_2 - P_1)$

L'entropia è una proprietà del sistema e quindi dipende solo dallo stato del sistema: ne consegue che noti gli stati iniziale e finale di un processo, la determinazione della variazione di entropia prescinde dalla conoscenza di qualsiasi dettaglio del processo (ivi compresa la sua reversibilità). Particolarmente utili sono i due seguenti casi in cui è possibile esprimere in una forma analitica elementare il legame funzionale tra l'entropia e altre proprietà del sistema. Per il gas perfetto sono possibili 3 diverse espressioni che fanno uso di 3 diverse coppie di coordinate termodinamiche indipendenti

**Gas Perfetto**  $\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1}$   $\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R^* \ln \frac{V_2}{V_1}$

$$\Delta s = c_v \ln \frac{P_2}{P_1} + c_p \ln \frac{V_2}{V_1}$$

**Liquido incompressibile perfetto**  $\Delta s = c \ln \frac{T_2}{T_1}$

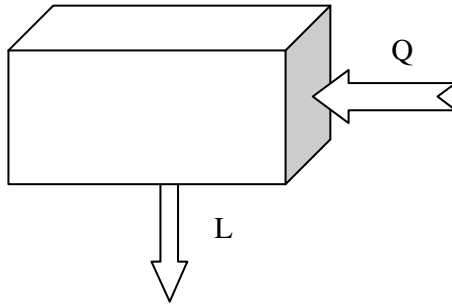
## 1.2 ESERCIZI SVOLTI

### ESERCIZIO 1 (*sistema chiuso semplice – black box*)

L'energia interna di un sistema chiuso aumenta di 60 kcal, in seguito ad uno scambio di lavoro pari a  $L=-300$  kJ. Sapendo che il sistema non è adiabatico, stabilire se c'è scambio di calore ed eventualmente determinarne valore e segno. Determinare la variazione di entropia del sistema.

#### Soluzione

A. La schematizzazione del sistema è:



B. I dati del problema, opportunamente espressi in unità del sistema internazionale sono:

$$\Delta U = 60 \text{ kcal} \cdot 4186.8 \text{ J/kcal} = 251208 \text{ J}$$

$$L = -300 \text{ kJ} = -300000 \text{ J}$$

C. Il sistema è caratterizzato da un contorno impermeabile alla massa, ma mobile e diatermo.

D. Non si conosce la sostanza evolvente all'interno del sistema e pertanto il sistema si presenta come una scatola nera al quale è possibile applicare il solo I° principio della termodinamica per poter analizzare gli scambi con l'ambiente e la relazione con la variazione di energia interna. Non è in questo problema utilizzabile alcuna legge tra  $U$  e  $T$  poiché non si conosce l'equazione di stato.

E. Per la soluzione di questo problema necessario applicare le equazioni di bilancio energetico ed entropico.

Il bilancio di energia per il sistema risulta :

$$\Delta U = Q - L$$

da cui si ricava:

$$Q = \Delta U + L$$

ovvero:

$$Q = (251208 - 300000) \text{ J} = -48792 \text{ J}$$

Il sistema cede all'ambiente 48.8 kJ sotto forma di calore.

Il bilancio di entropia si riduce a:

$$\Delta S = S_Q + S_{irr}$$

ma non è possibile effettuare alcuna considerazione complessiva sulla variazione di entropia.

$S_Q < 0$  in quanto il sistema cede calore all’ambiente

$S_{irr} \geq 0$  in quanto non è noto se la trasformazione che ha luogo nel sistema sia reversibile o irreversibile (sicuramente tale termine non può essere negativo).

Pertanto il segno del  $\Delta S = S_Q + S_{irr}$  risulta indeterminato poiché i due termini hanno segno opposto. Sarebbe necessario conoscerne i valori assoluti.

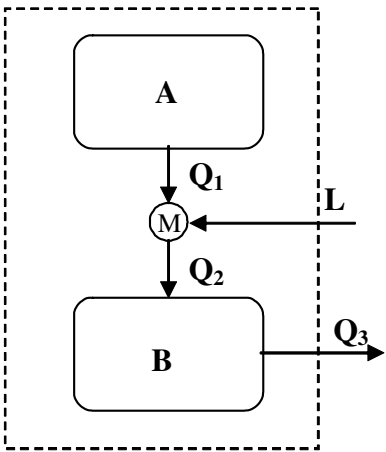
**ESERCIZIO 2** (*sistema chiuso e composto – black box*)

I sistemi A, B e M scambiano energia tra loro come risulta dalla figura ( $Q_1= 150$  J,  $Q_2= 200$  J,  $Q_3= 50$  J,  $L= 50$  J) ed evolvono in modo quasistatico (internamente reversibile). Si specifichino i valori algebrici degli scambi di calore, lavoro (facendo riferimento alle convenzioni di segno) e della variazione di energia interna. Si valutino la variazione complessiva di energia del sistema e il segno della variazione di entropia, nei casi in cui si consideri:

- 1. il solo sistema A;
- 2. il solo sistema M;
- 3. il solo sistema B;
- 4. il sistema Z composto dai sottosistemi A, B e M.

**Soluzione**

A. La schematizzazione illustrata consente di individuare i singoli sottosistemi, e il sistema composto in modo da evidenziare i singoli scambi di Q e di L e da poter formalizzare il primo principio per ciascun sistema e per il sistema composto.



B. I dati sono espressi in unità del sistema internazionale.

C. I sistemi sono tutti sistemi chiusi: A e B sono dotati di pareti diaterme e rigide (non scambiano lavoro) mentre il sistema M è dotato di pareti mobili e diaterme. Il sistema Z è ovviamente caratterizzato da pareti diaterme e mobili.

D. Non è nota la sostanza o le sostanze evolventi nei sistemi, pertanto non è possibile dedurre alcun legame per la variazione di energia interna con le grandezze del sistema termodinamico non essendo note le equazioni di stato.

E. Per la soluzione del problema è richiesto l'applicazione dei bilanci di energia e di entropia (formulabile per i sistemi semplici A, B, M e per il sistema composto Z).

I bilanci di energia e di entropia per i sistemi chiusi sono formulati (per i sistemi proposti A, B, M, Z) come segue:

$$\Delta U = Q - L$$

$$\Delta S = S_Q + S_{\text{irr}}$$

#### Caso 1: Sistema A

$$\Delta U_A = Q_A - L_A$$

i dati del problema sono:

$$Q_A = -Q_1$$

$$Q_A = -150 \text{ J}$$

$$L_A = 0$$

per cui si ricava:  $\Delta U_A = -150 \text{ J}$

La variazione di entropia, essendo la trasformazione internamente reversibile, risulta associata al solo termine legato agli scambi termici.

$$\Delta S_A = S_{Q_A} + S_{\text{irr}_A} = S_{Q_A} < 0$$

#### Caso 2: Sistema M

$$\Delta U_M = Q_M - L_M$$

i dati del problema sono:

$$Q_M = Q_1 - Q_2$$

$$Q_M = (150 - 200) \text{ J} = -50 \text{ J}$$

$$L_M = -50 \text{ J}$$

per cui si ricava:  $\Delta U_M = -50 \text{ J} - (-50 \text{ J}) = 0$

La variazione di entropia, essendo la trasformazione internamente reversibile, risulta associata al solo termine legato agli scambi termici.

$$\Delta S_M = S_{Q_M} + S_{\text{irr}_M} = S_{Q_M} < 0$$

**Caso 3: Sistema B**

$$\Delta U_B = Q_B - L_B$$

i dati del problema sono:

$$Q_B = Q_2 - Q_3$$

$$Q_B = (200 - 50)J = 150J$$

$$L_B = 0$$

per cui si ricava:  $\Delta U_B = 150J$

La variazione di entropia, essendo la trasformazione internamente reversibile, risulta associata al solo termine legato agli scambi termici.

$$\Delta S_B = S_{Q_B} + S_{irr_B} = S_{Q_B} > 0$$

**Caso 4: Sistema composto Z**

$$\Delta U_Z = Q_Z - L_Z$$

i dati del problema sono:

$$Q_Z = -50J$$

$$L_Z = -50J$$

per cui si ricava:  $\Delta U_Z = 0$

Poiché l'energia è una proprietà additiva, la variazione di energia interna per il sistema Z è anche esprimibile come somma delle variazioni delle energie interne dei singoli sottosistemi, cioè:

$$\Delta U_Z = \Delta U_A + \Delta U_B + \Delta U_M$$

per cui si ricava:

$$\Delta U_Z = (-150 + 150 + 0)J = 0$$

Per l'addittività dell'entropia risulta:

$$\Delta S_Z = \Delta S_A + \Delta S_B + \Delta S_M$$

ed occorre conoscere il valore assoluto delle variazioni dei sistemi semplici per determinarne il valore. Analogamente dal bilancio di entropia:

$$\Delta S_Z = S_{Q_Z} + S_{irr_Z} = \begin{cases} S_{Q_Z} < 0 \\ S_{irr} \geq 0 \end{cases}$$

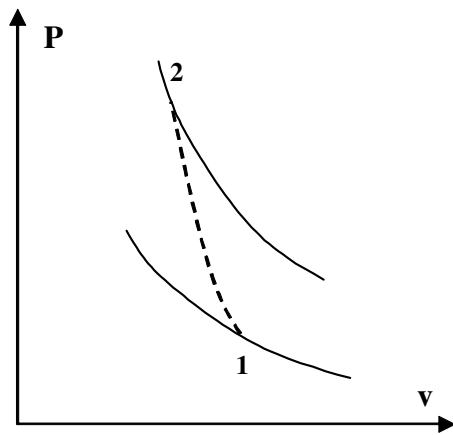
Il termine  $S_{irr}$  si annulla per il sistema composto nel solo caso in cui, oltre ad avere trasformazioni internamente reversibili per i sistemi semplici A, B, M si hanno scambi termici tra i sottosistemi senza produzione di entropia (senza differenza finita di temperatura).

**ESERCIZIO 3** (*sistema chiuso – gas perfetto*)

Un sistema cilindro-stantuffo contiene una massa  $M=30$  g di ossigeno alla temperatura  $T_1=50^\circ C$  e alla pressione  $P_1= 2$  bar. Si supponga che il gas sia compresso in modo irreversibile fino alla pressione  $P_2= 10$  bar, e che la temperatura del gas nel nuovo stato sia  $T_2= 100^\circ C$ . Determinare la variazione di energia interna, di entalpia e di entropia.

**Soluzione**

A. La schematizzazione proposta consente di individuare la trasformazione di compressione per il sistema chiuso in un piano P,v .



B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:

$$M = 30 \text{ g} = 0.03 \text{ kg}$$

$$T_1 = 50 \text{ }^\circ\text{C} = 323.15 \text{ K}$$

$$P_1 = 2 \text{ bar} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C} = 373.15 \text{ K}$$

$$P_2 = 10 \text{ bar} = 10 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

C. Il sistema è un sistema chiuso e le pareti potrebbero essere mobili e diaterme, ma la questione non è specificata direttamente nel testo.

D. E' nota la sostanza evolvente nel sistema schematizzabile come gas perfetto biatomico con massa molare  $M_m = 32 \text{ kg/kmol}$ .

E. E' possibile sfruttare le equazioni di stato per calcolare la variazione di energia interna.

L'energia interna, l'entalpia e l'entropia sono proprietà del sistema e quindi dipendono solo dallo stato del sistema: ne consegue che noti gli stati iniziale e finale di un processo, la determinazione della loro variazione prescinde dalla conoscenza di qualsiasi dettaglio del processo (ivi compresa la sua reversibilità). Non è invece possibile determinare il lavoro ed il calore scambiato dal sistema nel caso in esame e non si ricorre pertanto alla scrittura del bilancio di energia (primo principio) e di entropia (secondo principio) che risulterebbero indeterminati, ma si ricorre alle equazioni di stato per i gas perfetti sapendo che gli stati iniziale e finale del processo di compressione 1-2 subito dal gas sono dati del problema.

$$\Delta U = M c_v (T_2 - T_1)$$

$$\Delta H = M c_p (T_2 - T_1)$$

$$\Delta S = M \left[ c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1} \right]$$

Si devono valutare i calori specifici a volume ed a pressione costante:

$$c_v = \frac{5}{2} R^* \quad c_v = \left( \frac{5}{2} \cdot \frac{8314}{32} \right) \text{J/kgK} = 649.5 \text{ J/kgK}$$

$$c_p = \frac{7}{2} R^* \quad c_p = \left( \frac{7}{2} \cdot \frac{8314}{32} \right) \text{J/kgK} = 909.3 \text{ J/kgK}$$

e quindi si ricava:

$$\Delta U = [0.03 \cdot 649.5 \cdot (-323.15 + 373.15)] \text{J} = 974.25 \text{ J}$$

$$\Delta H = [0.03 \cdot 909.3 \cdot (-323.15 + 373.15)] \text{J} = 1363.9 \text{ J}$$

$$\Delta S = 0.03 \cdot \left[ 909.3 \cdot \ln \frac{373.15}{323.15} - \frac{8314}{32} \cdot \ln \frac{10^6}{2 \cdot 10^5} \right] \text{J/K} = -8.62 \text{ J/K}$$

Si noti che la variazione di entropia è negativa, ma dall'espressione di bilancio entropico:

$$\Delta S = S_Q + S_{\text{irr}}$$

si può dedurre che una variazione negativa di entropia nel processo 1-2 (cioè l'entropia del sistema nello stato finale è minore di quella nello stato iniziale) non è inconsistente con l'ipotesi che il processo sia irreversibile, perché il sistema non è adiabatico. Risulta infatti che la variazione di entropia è data dalla somma di due termini: l'entropia  $S_Q$  scambiata dal sistema con l'esterno a seguito di scambi termici, e l'entropia  $S_{\text{irr}}$  generata nel sistema per irreversibilità (per definizione positiva).

Pertanto la variazione negativa di entropia nella compressione irreversibile 1-2 significa solo che l'entropia prodotta per irreversibilità  $S_{\text{irr}}$  è minore di quella scambiata a seguito di scambi termici  $S_Q$  dal sistema con l'esterno (il sistema cede calore).

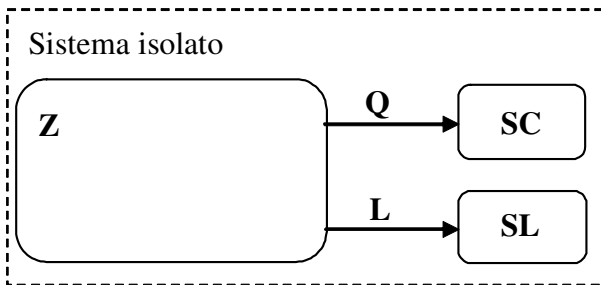
Il sistema complementare di quello considerato (il suo ambiente, o anche soltanto il serbatoio di calore che scambia calore con il sistema dato) avrà una variazione di entropia positiva e in modulo maggiore o uguale a quella calcolata in modo tale che la somma dei due (che formano un sistema isolato e pertanto per il postulati entropici  $\Delta S_{\text{isolato}} \geq 0$ ) sia una quantità positiva o al minimo nulla.

#### **ESERCIZIO 4** (*entropia e sistema composto – black box*)

Un sistema chiuso Z è sede di un processo che non determina variazione di entropia nel sistema ( $\Delta S_Z = 0$ ). Durante questo processo il sistema Z cede il calore  $Q = 600 \text{ J}$  ad un serbatoio di calore SC alla temperatura costante  $T_0 = 27^\circ \text{C}$  e cede il lavoro  $L = 150 \text{ J}$  ad un serbatoio di lavoro SL. Si chiede di calcolare la variazione di energia interna per il sistema Z e, giustificando la risposta, di valutare se il processo per il sistema composto da Z, SL e SC sia reversibile, irreversibile o impossibile.

**Soluzione**

A. Lo schema rappresentato consente di individuare il sistema Z e i suoi scambi con l'esterno. Inoltre l'insieme del sistema Z, del serbatoio di lavoro e del serbatoio di calore costituisce un sistema isolato.



B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:

$T_o = 27\text{ }^{\circ}\text{C} = 303.15\text{ K}$

$Q = 600\text{ J}$

$L = 150\text{ J}$

C. Il sistema Z è un sistema chiuso dotato di pareti diatermie e mobili.

D. Nulla si conosce della sostanza evolvente nel sistema Z e pertanto l'approccio di risoluzione del problema non deve richiedere l'utilizzo di alcuna equazione di stato, ma soltanto la formulazione del primo principio e del secondo principio (bilancio energetico ed entropico).

E. Per la soluzione del problema è necessario utilizzare le equazioni di bilancio energetico ed entropico.

Dal bilancio di energia si ottiene

$\Delta U_Z = Q_Z - L_Z \qquad \Delta U_Z = (-600 - 150)\text{ J} = -750\text{ J}$

Dall'equazione di bilancio entropico si ricava:

$\Delta S_Z = S_Q + S_{irr}$  e per essere  $\Delta S_Z = 0$  si ha che  $S_{irr} = -S_Q$

Per determinare il segno della variazione di entropia del sistema a seguito dello scambio di calore con un serbatoio a temperatura costante è sufficiente conoscere il segno del calore scambiato per il sistema. Dai dati del problema emerge che  $Q < 0$  e quindi anche  $S_Q < 0$ .

Ne consegue quindi che il processo è irreversibile essendo  $S_{irr} > 0$ .

Per valutare quantitativamente l'entropia prodotta per irreversibilità nel processo è opportuno analizzare il sistema composto dal sistema originario Z, dal serbatoio di lavoro e dal serbatoio di calore. Tale sistema è un sistema isolato per il quale l'equazione di bilancio entropico diventa:

$\Delta S_{is} = S_{irr}$



La variazione di entropia del sistema composto è la somma delle variazioni di entropia dei singoli sottosistemi:

$$\Delta S_{is} = \Delta S_Z + \Delta S_Q + \Delta S_L$$

Per definizione la variazione di entropia di un serbatoio di lavoro ( $\Delta S_L$ ) è nulla mentre, per essere la sorgente di calore isoterma (serbatoio di calore) si ha:

$$\Delta S_Q = \frac{Q_Q}{T_o}$$

La quantità di calore che entra nella sorgente di calore è  $Q_Q = Q$  per cui si ha:

$$\Delta S_Q = \frac{600}{300} \text{ J / K} = 2 \text{ J / K}$$

Si ottiene infine:  $\Delta S_{is} = (0 + 2 + 0) \text{ J / K} = 2 \text{ J / K}$  e quindi il processo è irreversibile.

**Attenzione** all’affermazione di cui sopra:

“Dall’equazione di bilancio entropico si ricava:  $\Delta S_Z = S_Q + S_{irr}$

e per essere  $\Delta S_Z = 0$  si ha che  $S_Q = -S_{irr}$

Per determinare il segno della variazione di entropia del sistema a seguito dello scambio di calore con un serbatoio di calore è sufficiente conoscere il segno del calore scambiato per il sistema”.

Se fosse risultato che  $Q > 0$  questo avrebbe implicato  $S_Q > 0$ ,  $S_{irr} < 0$  e di conseguenza si sarebbe potuto concludere che il processo è impossibile da realizzare.

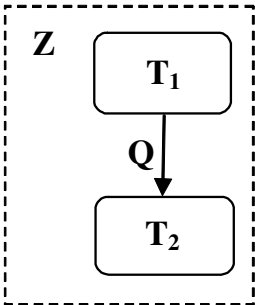
**ESERCIZIO 5** (*entropia e sistema composto – black box*)

Si dispone di un sistema isolato Z nel quale le trasformazioni di tutti i sottosistemi semplici si possono ritenere quasistatiche. I sottosistemi di cui è composto il sistema Z sono due serbatoi di calore a temperatura  $T_1 = 400 \text{ K}$  e  $T_2 = 300 \text{ K}$  che scambiano tra loro la quantità di calore  $Q = 600 \text{ J}$ .

Si chiede, giustificando la risposta, se il processo è reversibile, irreversibile o impossibile.

**Soluzione**

A. Il sistema Z è un sistema isolato ed è costituito dall’insieme di due serbatoi di calore.



B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:

$$T_1 = 400 \text{ K}$$

$$T_2 = 300 \text{ K}$$

$$Q = 600 \text{ J}$$

C. Il sistema Z è un sistema isolato. I due serbatoi evolvono in modo quasistatico e mantengono la temperatura costante.

D. Nulla si conosce della sostanza evolvente nel sistema Z e pertanto l'approccio di risoluzione del problema non deve richiedere l'utilizzo di alcuna equazione di stato, ma soltanto la formulazione del primo principio e del secondo principio (bilancio energetico ed entropico).

E. Per la soluzione del problema è necessario utilizzare le equazioni di bilancio energetico ed entropico.

La quasistaticità delle trasformazioni subite dai sottosistemi semplici non implica necessariamente che  $S_{\text{irr}_Z} = 0$ , mentre l'essere il sistema Z isolato implica  $S_{Q_Z} = 0$ . Pertanto il processo potrebbe essere tanto reversibile quanto irreversibile. Sfruttando la proprietà additiva dell'entropia:

$$\Delta S_Z = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S_1 = \frac{Q_1}{T_1} \quad \Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_2}$$

La quantità di calore che entra nella sorgente di calore è  $Q_1 = -Q_2 = Q$  per cui si ha:

$$\Delta S_Z = \left( -\frac{600}{400} + \frac{600}{300} \right) \text{ J/K} = (-1.5 + 2) \text{ J/K} = 0.5 \text{ J/K}$$

come era intuibile la variazione di entropia del sistema isolato risulta positiva. Si sarebbe annullata solo se gli scambi termici fossero avvenuti con i due sottosistemi alla medesima temperatura.

La variazione di entropia del sistema adiabatico Z è anche data dal bilancio di entropia esprimibile come segue:

$$\Delta S_Z = S_{Q_Z} + S_{\text{irr}} = S_{\text{irr}}$$

quindi risulta che  $S_{\text{irr}}$  per un sistema composto non si annulla soltanto se le trasformazioni interne che coinvolgono i sottosistemi sono quasistatiche ma anche se gli scambi di calore tra questi sottosistemi avvengono senza produzione di entropia (e quindi senza differenze di temperatura tra i sottosistemi stessi).

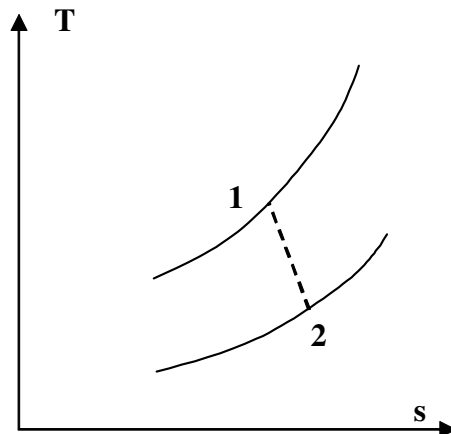
**Attenzione:** l'affermazione di cui sopra è vera se il sistema è composto. Infatti se il sistema adiabatico Z fosse stato semplice, l'assunzione di quasistaticità per le trasformazioni che lo coinvolgono sarebbe stata sufficiente per affermare che  $S_{\text{irr}}=0$  e pertanto essendo  $S_Q=0$  il processo sarebbe stato reversibile.

**ESERCIZIO 6** (*trasformazione irreversibile – gas perfetto*)

Una massa  $M = 1$  kg di azoto (gas perfetto), viene espansa adiabaticamente ed irreversibilmente, mediante un sistema cilindro-pistone. La produzione di entropia per irreversibilità è  $S_{\text{irr}} = 100$  J/K. Le condizioni iniziali sono:  $P_1 = 5$  bar e  $T_1 = 250$  °C. La condizione finale di pressione è:  $P_2 = 1$  bar. Si calcolino le variazioni di entropia, energia interna ed entalpia, e il lavoro ed il calore scambiato dal sistema.

**Soluzione**

- A. La schematizzazione proposta consente di individuare la trasformazione di compressione per il sistema chiuso in un piano T,s. Nel medesimo grafico si riporta anche la trasformazione adiabatica reversibile tra le medesime pressioni.



- B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:

$$P_1 = 5 \text{ bar} = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 250 \text{ °C} = 523.15 \text{ K}$$

$$P_2 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

- C. Il sistema sede della trasformazione è un sistema chiuso dotato di pareti adiabatiche e mobili.

- D. La sostanza evolvente è un gas perfetto mentre la trasformazione non è reversibile. Per il calcolo delle variazioni delle funzioni di stato è necessario e sufficiente, essendo noti i punti iniziale e finale della trasformazione ricorrere alle equazioni di stato. Il bilancio di energia, essendo la trasformazione adiabatica consente inoltre di determinare il lavoro che risulta legato alla variazione dell'energia interna.

- E. Per la soluzione del problema è necessario utilizzare le equazioni di bilancio energetico ed entropico. Sono inoltre necessarie le definizioni della variazione delle grandezze di stato associate.

Essendo il sistema chiuso e la trasformazione adiabatica irreversibile il sistema non scambia calore con l'esterno e quindi  $Q=0$  e  $S_Q=0$ ; le equazioni di bilancio energetico ed entropico diventano perciò:

$$\Delta U = -L \quad \Delta S = S_{\text{irr}}$$

Dalla seconda equazione si può determinare la variazione di entropia del sistema:

$\Delta S = 100 \text{ J/K}$ . Essendo la trasformazione irreversibile non è nota l'equazione della trasformazione e quindi non è valutabile il lavoro come  $L = \int P dV$ . Essendo un gas ideale la variazione di energia interna è:

$$\Delta U = M c_v (T_2 - T_1)$$

Occorre determinare la temperatura al termine della compressione. Ci viene in aiuto la conoscenza della variazione di entropia (funzione di stato):

$$\Delta S = M \left( c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1} \right)$$

I calori specifici a volume ed a pressione costante sono:

$$c_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{R}{M_m} = \left( \frac{5}{2} \cdot \frac{8314}{28} \right) \text{J/kgK} = 742.32 \text{ J/kgK}$$

$$c_p = \frac{7}{2} \cdot \frac{R}{M_m} = \left( \frac{7}{2} \cdot \frac{8314}{28} \right) \text{J/kgK} = 1039.25 \text{ J/kgK}$$

Risolvendo rispetto a  $T_2$  si ottiene:

$$T_2 = T_1 \cdot e^{\frac{\Delta S}{M c_p} + \frac{R^*}{c_p} \ln \frac{P_2}{P_1}}$$

$$T_2 = 523.15 \cdot e^{\frac{100}{1 \cdot 1039.25} + \frac{2}{7} \ln \frac{1}{5}} \text{K} = 363.67 \text{ K} \approx 90.52 \text{ °C}$$

La variazione di energia interna è quindi:

$$\Delta U = [1 \cdot 742.32 \cdot (363.67 - 523.15)] \text{J} = -118385 \text{ J}$$

Il lavoro fatto dal sistema è  $L = 117457 \text{ J}$ . La variazione di entalpia, noto ora  $T_2$  è:

$$\Delta H = M c_p (T_2 - T_1)$$

$$\Delta H = M c_p (T_2 - T_1)$$

$$\Delta H = [1 \cdot 1039.25 \cdot (364.92 - 523.15)] \text{J} = -165739 \text{ J}$$

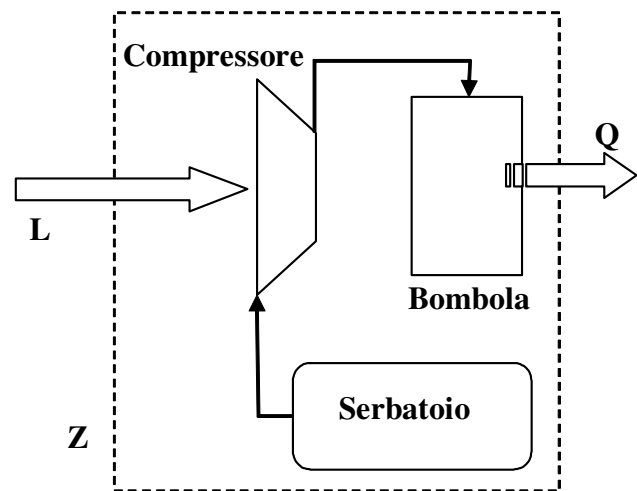
### **ESERCIZIO 7** (*processo complesso*)

Una bombola del volume  $V_B = 60 \text{ dm}^3$  viene caricata con azoto, prelevato da un serbatoio alla pressione  $P_R = 2 \text{ bar}$ , mediante un compressore adiabatico della potenza di  $\dot{L} = 1.1 \text{ kW}$ . La pressione finale dell'azoto nella bombola è  $P_2 = 170 \text{ bar}$ . Considerando come sistema chiuso  $Z$  l'insieme della bombola, del compressore e del serbatoio, nelle ipotesi che la variazione complessiva di energia del sistema tra stato iniziale e finale sia  $(U_2 - U_1) = 175 \text{ kJ}$  e che il

compressore abbia operato per 45 minuti, si indichino le interazioni subite dal sistema e se ne specifichino i loro valori relativi.

**Soluzione**

A. Il problema può essere schematizzato come segue. Il sistema Z composto dalla bombola, dal compressore e dal serbatoio assorbe energia dall'esterno sotto forma di lavoro, indicato con  $L_{el}$ , e cede energia all'esterno sotto forma di calore indicato con  $Q$ :



B. I dati del problema, in unità del SI, sono:

$$V_B = 60 \text{ dm}^3 = 0.06 \text{ m}^3$$

$$\dot{L} = 1100 \text{ W}$$

$$\tau = 45 \text{ min} = 2700 \text{ s}$$

$$P_R = 2 \text{ bar} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_2 = 170 \text{ bar} = 170 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

C. Il sistema è composto da serbatoio, bombola e compressore. E' un sistema chiuso.

D. La sostanza evolvente è un gas ideale biatomico con massa molare  $M_m = 28 \text{ kg/kmole}$ .

E. Per la soluzione del problema è necessario utilizzare le equazioni di bilancio energetico ed entropico.

Il bilancio di energia per il sistema chiuso Z è

$$\Delta U_z = Q_z - L_z$$

Il lavoro di compressione è dato dal prodotto della potenza  $\dot{L}$  per il tempo t:

$$L_{el} = \int \dot{L} dt = \dot{L} \cdot \tau$$

$$L_{el} = (1100 \cdot 2700) \text{ J} = 2970 \text{ kJ}$$

e poiché  $L_{el}$  è fatto sul sistema Z è

$$L_z = -2970 \text{ kJ}$$

dall'equazione di bilancio si ricava infine

$$Q_z = \Delta U_z + L_z$$

$$Q_z = (175 - 2970) \text{ kJ} = -2795 \text{ kJ}$$

che è l'energia ceduta dal sistema all'esterno sotto forma di calore.

**Attenzione:** I dati relativi al volume della bombola e alle pressioni iniziale e finale del gas nella bombola sono superflui per la soluzione di questo problema.

# 1.3 RACCOLTA DI ESERCIZI NON RISOLTI

## ESERCIZIO 1.1

Un sistema chiuso ha una interazione con l’ambiente durante la quale cede all’ambiente calore ( $Q = 200 \text{ kcal}$ ) ed assorbe lavoro ( $L = 40 \text{ kJ}$ ). Determinare la variazione di energia interna del sistema.

**[-797.2 kJ]**

## ESERCIZIO 1.2

Un sistema è costituito da quattro sottosistemi A, B C e D. Il sottosistema A cede un calore  $Q_{AB} = 300 \text{ kcal}$  al sottosistema B ed un calore  $Q_{AC} = 120 \text{ kcal}$  al sottosistema C. Il sottosistema C fornisce un lavoro  $L_{CB} = 230 \text{ kJ}$  al sottosistema B ed assorbe un lavoro  $L_{CD} = 400 \text{ kJ}$  dal sottosistema D. Si chiede di determinare le variazioni di energia interna dei 4 sottosistemi e del sistema completo.

**$[\Delta U_A = -1758.12 \text{ kJ}, \Delta U_B = 1485.8 \text{ kJ}, \Delta U_C = 672.32 \text{ kJ}, \Delta U_D = -400 \text{ kJ}, \Delta U_{\text{tot}} = 0 \text{ kJ}]$**

## ESERCIZIO 1.3

In un sistema chiuso ha luogo una trasformazione a seguito della quale non si ha variazione di energia interna mentre viene ceduto all’ambiente un calore  $Q = 150 \text{ kJ}$ . Determinare il lavoro che il sistema cede all’ambiente.

**[-150 kJ]**

## ESERCIZIO 1.4

Un sistema chiuso subisce una trasformazione reversibile tra uno stato iniziale 1 ed uno stato finale 2, durante il quale cede all’ambiente un lavoro  $L = 20 \text{ kJ}$  mentre la variazione di energia interna del sistema è  $\Delta U_{12} = 10 \text{ kcal}$ . Si chiede, giustificando la risposta, se la variazione di entropia del sistema è positiva, negativa, nulla o non determinabile con i dati a disposizione.

**$[\Delta S_{12} > 0]$**

## ESERCIZIO 1.5

Un sistema chiuso subisce una trasformazione irreversibile tra uno stato iniziale 1 ed uno stato finale 2, durante il quale cede all’esterno un lavoro  $L = 200 \text{ kJ}$  mentre si ha una variazione di energia interna  $\Delta U_{12} = 10 \text{ kcal}$ . Si chiede, giustificando la risposta, se la variazione di entropia del sistema è positiva, negativa, nulla o non determinabile con i dati a disposizione.

**$[\Delta S_{12} > 0]$**

---

# CAPITOLO 2

---

## 2.1 STATI MONOFASE: EQUAZIONI DI STATO E TRASFORMAZIONI

### 2.1.1 Generalità

Le sostanze nello stato monofase possono schematicamente essere suddivise in sostanze nello stato aeriforme, liquido o solido. I modelli di equazioni di stato sono, in prima approssimazione, ricondotti a modelli ideali o modelli reali.

### 2.1.2 Gas ideali

Le equazione di stato dei gas ideali sono:

$PV = MR^*T$

$U = U(T) \qquad \Delta U = Mc_v \Delta T \qquad \Rightarrow \qquad \Delta u = c_v \Delta T$

La costante  $R^*$  rappresenta la costante del gas ed è determinabile con la relazione:

$R^* = \frac{R}{M_m}$

ove  $R= 8314 \text{ J/kmoleK}$  è la costante universale dei gas mentre  $M_m$  è la massa molare del gas considerato. La tabella riporta il valore delle masse molari e della costante  $R^*$  dei gas più comuni.

Gas	$M_m \text{ (kg/kmole)}$	$R^* \text{ (J/kgK)}$
N <sub>2</sub>	28	296.9
H <sub>2</sub>	2	4157
O <sub>2</sub>	32	259.8
He	4	2078.5
CH <sub>4</sub>	16	519.6
CO <sub>2</sub>	44	188.9
aria	29	286.7

Masse molari e costanti dei gas di più comune impiego

La grandezza  $c_v$  rappresenta il calore specifico a volume costante funzione del gas e della sua struttura molecolare. Qualora il calore specifico a volume costante possa assumersi



indipendente dalla temperatura (e quindi costante) si parla di gas perfetto. In questo stesso, salvo esplicita indicazione, si tratteranno problemi con gas perfetti.

### 2.1.3 Liquidi e solidi incompressibili ideali

Le equazione di stato dei fluidi incompressibili ideali (liquidi e solidi) sono:

$v = \text{cost}$   
 $U = U(T) \qquad \Delta U = Mc\Delta T \qquad \Rightarrow \qquad \Delta u = c\Delta T$

ove  $c$  è il calore specifico della sostanza.

### 2.1.4 Gas reali

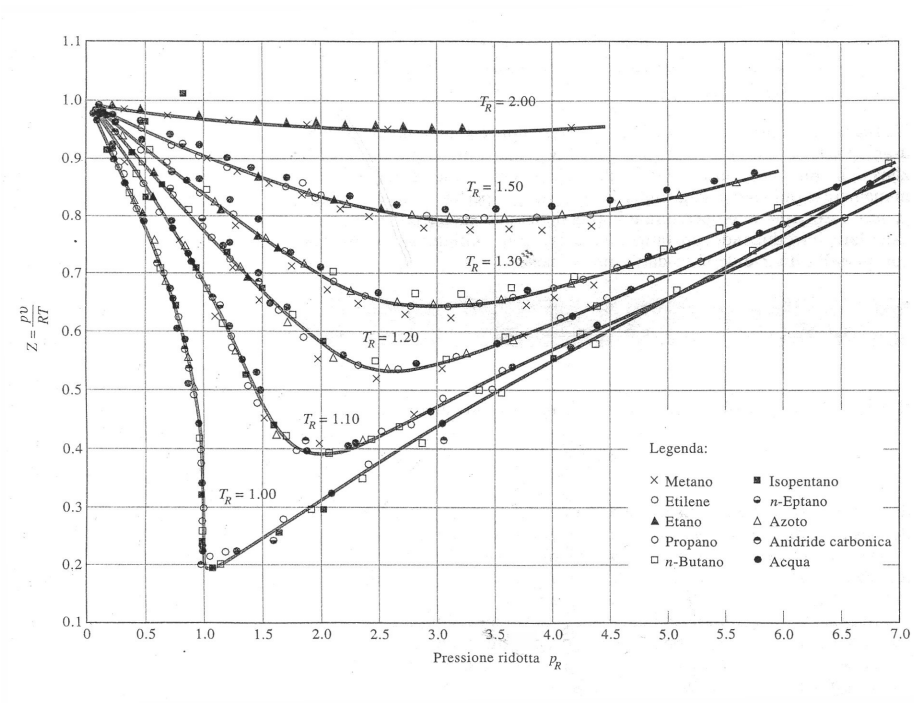
Una possibile equazione di stato dei gas reali è:

$Pv = ZRT$

ove  $Z$  è il fattore di compressibilità. Tale coefficiente è determinabile attraverso il diagramma generalizzato che riporta il fattore di compressibilità in funzione della pressione e della temperatura ridotta. La pressione e la temperatura ridotte sono valori adimensionali ottenuti dalle relazioni:

$P_R = \frac{P}{P_{cr}} \qquad T_R = \frac{T}{T_{cr}}$

in cui  $P_{cr}$  e  $T_{cr}$  rappresentano i valori di pressione e temperatura nello stato critico.



Fattore di comprimibilità per gas reali

2.1.5 Liquidi e solidi reali

Le equazione di stato dei liquidi e solidi reali sono formulate in forma differenziale:

dv = βv · dT – K\_T v · dP

I coefficienti termodinamici β e K\_T sono tabulati in funzione di temperatura e pressione.

2.1.6 Trasformazioni politropiche

Le trasformazioni politropiche sono trasformazioni termodinamiche internamente reversibili proprie dei gas perfetti e caratterizzate dall’avere un calore specifico c\_x costante.

L’equazione della politropica in coordinate P,v risulta

Pv^n = cost      dove l’indice n della politropica è      n = (c\_x - c\_p) / (c\_x - c\_v)

Con l’ausilio dell’equazione di stato dei gas ideali è possibile ottenere espressioni dell’equazione della politropica in coordinate T,P e T,v:

P^{1-n} T^n = cost

T v^{n-1} = cost

Si distinguono alcune trasformazioni elementari particolarmente utili tra le politropiche:

Isoterma: T= cost	=>	c_x= ±∞	=>	n= 1
Isocora: V= cost	=>	c_x= c_v	=>	n= ±∞
Isobara: P= cost	=>	c_x= c_p	=>	n= 0
Adiabatica: Q= 0	=>	c_x=0	=>	n= k= c_p/c_v

Si ricorda che il primo principio è sempre applicabile ed essendo la trasformazione quasistatica vale inoltre sempre:

Q = ∫\_1^2 TdS                      L = ∫\_1^2 PdV

Il calore e il lavoro scambiati possono essere valutati per le politropiche, e ad esclusione della trasformazione isoterma, con le relazioni:

Q = M c\_x (T\_2 - T\_1)

L = (P\_1 V\_1 / (n - 1)) [ 1 - (V\_1 / V\_2)^{n-1} ]

Per la trasformazione isoterma si utilizzano le relazioni:

Q = M T (s\_2 - s\_1)

L = P\_1 V\_1 ln (V\_1 / V\_2)

Si suggerisce di ricorrere al calcolo degli integrali per determinare il lavoro e il calore scambiato soltanto quando strettamente necessario. Essendo questi due termini comunque legati tra loro dalla equazione di bilancio energetico.

2.2 ESERCIZI SVOLTI

ESERCIZIO 1 (gas ideali)

In condizioni di equilibrio una massa M= 2 kg di CO<sub>2</sub> (gas ideale) è contenuta in un recipiente di volume V= 70 dm<sup>3</sup>, alla temperatura T= 90 °C. Determinare la pressione a cui si trova il gas.

Soluzione

A. Per la soluzione di questo problema non è richiesta alcuna schematizzazione.

B. I dati del problema, espressi con unità del SI sono:

T= 90 °C= 363.15 K

V= 70 dm<sup>3</sup>= 70·10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup>

M= 2 kg

C. Il sistema è chiuso e non ha alcuna interazione con l’ambiente esterno. Si chiede di analizzare uno stato termodinamico di equilibrio.

D. La sostanza presente nel sistema è un gas ideale poliatomico lineare con massa molare M<sub>m</sub>= 44 kg/kmole

E. Per la soluzione del problema è sufficiente utilizzare l’equazione di stato.

L’equazione di stato del gas ideale è:

PV = MR \*T

risolta rispetto a P consente di ottenere:

P =  $\frac{MR *T}{V}$   
 $P = \left( \frac{2 \cdot \frac{8314}{44} \cdot 363.15}{70 \cdot 10^{-3}} \right) Pa = 1960538 Pa \approx 19.6 bar$

ESERCIZIO 2 (gas ideali)

In una bombola avente volume V= 100 dm<sup>3</sup> è contenuta una massa M= 0.64 kg di metano (gas perfetto), alla pressione P = 1 MPa. Determinare la temperatura del gas.

Soluzione

A. Per la soluzione di questo problema non è richiesta alcuna schematizzazione.

B. I dati del problema, espressi con unità del SI sono:

$$V = 100 \text{ dm}^3 = 0.1 \text{ m}^3$$

$$P = 1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$$

$$M = 0.64 \text{ kg}$$

C. Il sistema è chiuso e non ha alcuna interazione con l'ambiente esterno. Si chiede di analizzare uno stato termodinamico di equilibrio.

D. La sostanza presente nel sistema è un gas ideale poliatomico non lineare con massa molare  $M_m = 16 \text{ kg/kmole}$

E. Per la soluzione del problema è sufficiente utilizzare l'equazione di stato.

L'equazione di stato del gas ideale è:

$$PV = MR^*T$$

risolta rispetto alla temperatura consente di ottenere:

$$T = \frac{PV}{MR^*}$$

$$T = \left( \frac{10^6 \cdot 0.1}{0.64 \cdot \frac{8314}{16}} \right) \text{ K} = 300.69 \text{ K} = 27.54 \text{ °C}$$

### **ESERCIZIO 3** (*fluidi incompressibili ideali*)

Determinare la variazione di temperatura di una massa  $M = 1 \text{ kg}$  di un solido incompressibile ideale ( $M = 1 \text{ kg}$ ) che subisce una variazione di energia interna  $\Delta U = 17400 \text{ J}$ . E' noto il calore specifico  $c = 870 \text{ J/kg K}$ .

#### **Soluzione**

A. Per la soluzione di questo problema non è richiesta alcuna schematizzazione.

B. I dati del problema sono già espressi in unità del SI.

C. Il sistema è chiuso ed ha, per definizione, pareti rigide. Nulla si dice sulla adiabaticità delle pareti.

D. La sostanza presente nel sistema è un fluido incompressibile perfetto.

E. Per la soluzione del problema è sufficiente utilizzare l'equazione di stato.

Per un liquido incompressibile ideale la seconda equazione di stato è:

$$\Delta U = Mc\Delta T$$

Risolvendo rispetto alla variazione di temperatura si ottiene:

$$\Delta T = \frac{\Delta U}{Mc} \qquad \Delta T = \left( \frac{17400}{1 \cdot 870} \right) K = 20 K$$

#### ESERCIZIO 4 (*fluidi incompressibili ideali*)

Determinare la variazione di energia interna di un volume d'acqua liquida  $V = 0.01 \text{ m}^3$  (massa volumica  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) che viene riscaldata da  $T_1 = 293 \text{ K}$  a  $T_2 = 308 \text{ K}$ . E' noto il calore specifico  $c = 4.18 \text{ kJ/kg K}$ .

##### Soluzione

A. Per la soluzione di questo problema non è richiesta alcuna schematizzazione.

B. I dati del problema sono già espressi in unità del SI.

C. Il sistema è chiuso ed ha per definizione pareti rigide non adiabatiche.

D. La sostanza presente nel sistema è un fluido incompressibile perfetto.

E. Per la soluzione del problema è sufficiente utilizzare l'equazione di stato.

Si ricorda che la massa di acqua è pari a :

$$M = \rho V \qquad M = (1000 \cdot 0.01) \text{ kg} = 10 \text{ kg}$$

L'equazione di stato per un liquido incompressibile ideale è

$$\Delta U = Mc\Delta T$$

da cui si ottiene direttamente:

$$\Delta U = Mc\Delta T \qquad \Delta U = (10 \cdot 4180 \cdot 15) \text{ J} = 627 \text{ kJ}$$

#### ESERCIZIO 5 (*gas reali*)

Si determini il volume specifico del refrigerante R-134a alla pressione di 10 bar e alla temperatura di 50 °C utilizzando: a) l'equazione di stato dei gas ideali ( $M_m = 102 \text{ kg/kmole}$ ). b) il diagramma generalizzato del fattore di compressibilità. Si confrontino i risultati ottenuti con il valore effettivo sperimentale di  $0.02171 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Sono noti per il refrigerante i valori di pressione critica e temperatura critica:  $P_{cr} = 4.067 \text{ MPa}$ ,  $T_{cr} = 374.3 \text{ K}$ .

##### Soluzione

A. Il problema richiede il calcolo di uno stato di equilibrio per un sistema termodinamico chiuso costituito da un gas. Per la soluzione di questo problema non è richiesta alcuna schematizzazione

B. I dati del problema, espressi in unità del sistema internazionale, sono:

$$P = 10 \text{ bar} = 10 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$T = 50\text{ }^{\circ}\text{C} = 323.15\text{ K}$   
 $P_{cr} = 4.076\text{ MPa} = 4.076 \cdot 10^6\text{ Pa}$   
 $T_{cr} = 374.3\text{ K}$

C. Non sono rilevanti le tipologie delle pareti dato che il sistema si sta analizzando uno stato di equilibrio.

D. La sostanza evolvente è un refrigerante commerciale di cui è assegnato il peso molecolare.

E. La soluzione del problema richiede sia l'uso dell'equazione di stato per un gas ideale, sia l'uso dell'equazione di stato per i gas reali con il fattore di comprimibilità.

#### A. gas ideale

Ipotizzando di utilizzare l'equazione di stato dei gas ideali si ottiene:

$$v = \frac{R^* T}{P} \quad v = \frac{8314}{102} \frac{323.15}{10 \cdot 10^5} \text{ m}^3 / \text{kg} = 0.02634 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

e quindi l'errore percentuale commesso è:

$$\text{errore} = \frac{v - v_{\text{sper}}}{v_{\text{sper}}} \quad \text{errore} = \frac{0.02634 - 0.02171}{0.02171} = 0.213 = 21.3\%$$

#### B. gas reale

Per utilizzare il diagramma generalizzato del fattore di comprimibilità per determinare il fattore di correzione Z, è necessario calcolare la pressione e la temperatura ridotte:

$$P_R = \frac{P}{P_{cr}} \quad P_R = \frac{10 \cdot 10^5}{4.076 \cdot 10^6} = 0.246$$

$$T_R = \frac{T}{T_{cr}} \quad T_R = \frac{323.15}{374.3} = 0.863$$

Dal grafico del fattore di comprimibilità si ricava  $Z = 0.863$  e quindi:

$$v_{\text{reale}} = Z \frac{R^* T}{P} \quad v_{\text{reale}} = 0.863 \frac{8314}{102} \frac{323.15}{10 \cdot 10^5} \text{ m}^3 / \text{kg} = 0.02211 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

L'errore percentuale commesso è, in questo caso:

$$\text{errore} = \frac{v_{\text{reale}} - v_{\text{sper}}}{v_{\text{sper}}} \quad \text{errore} = \frac{0.02211 - 0.02171}{0.02171} = 0.0184 = 1.84\%$$

### **ESERCIZIO 6** (*gas reali*)

Si determini la pressione del vapore d'acqua alla temperatura di  $315.6\text{ }^{\circ}\text{C}$  e di volume specifico pari a  $0.032\text{ m}^3/\text{kg}$  utilizzando: a) l'equazione di stato dei gas ideali ( $M_m = 18\text{ kg/kmole}$ ). b) il diagramma generalizzato del fattore di comprimibilità. Si confrontino i risultati ottenuti con il valore effettivo sperimentale di  $6.89\text{ MPa}$ . Sono noti per l'acqua i valori di pressione critica e temperatura critica:  $P_{cr} = 22.09\text{ MPa}$ ,  $T_{cr} = 647.3\text{ K}$

### Soluzione

A. Il problema richiede il calcolo di uno stato di equilibrio per un sistema termodinamico chiuso costituito da un gas. Per la soluzione di questo problema non è richiesta alcuna schematizzazione.

B. I dati del problema, espressi in unità del sistema internazionale, sono:

$$T = 315.6 \text{ }^{\circ}\text{C} = 588.75 \text{ K}$$

$$P_{cr} = 22.09 \text{ MPa} = 2.209 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

C. Non sono rilevanti le tipologie delle pareti dato che il sistema si sta analizzando uno stato di equilibrio.

D. La sostanza studiata è schematizzabile come un gas reale.

E. La soluzione del problema richiede sia l'uso dell'equazione di stato per un gas ideale, sia l'uso dell'equazione di stato per i gas reali con il fattore di comprimibilità.

#### A. gas ideale

Ipotizzando di utilizzare l'equazione di stato dei gas ideali si ottiene:

$$P = \frac{R^* T}{v} \quad P = \frac{8314}{18} \frac{588.75}{0.032} \text{ Pa} = 8.49 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

e quindi l'errore percentuale commesso, considerando il vapore d'acqua un gas ideale, è:

$$\text{errore} = \frac{P - P_{\text{sper}}}{P_{\text{sper}}} \quad \text{errore} = \frac{8.49 - 6.89}{6.89} = 0.232 = 23.2 \%$$

#### B. gas reale

Per utilizzare il diagramma generalizzato del fattore di comprimibilità è necessario calcolare la temperatura ridotta e il volume specifico ridotto ideale (valutato con l'equazione di stato dei gas ideali), che non è altro che il fattore Z:

$$T_R = \frac{T}{T_{cr}} \quad T_R = \frac{588.75}{647.3} = 0.9$$

$$Z = \frac{v}{\frac{R^* T_{cr}}{P_{cr}}} \quad Z = \frac{0.032}{0.01353} = 2.36$$

Dal grafico del fattore di comprimibilità si ricava  $P_{cr} = 0.32$  e quindi:

$$P_{\text{reale}} = P_R \cdot P_{cr} \quad P_{\text{reale}} = 0.32 \cdot 2.209 \cdot 10^7 \text{ Pa} = 7.069 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

L'errore percentuale commesso è, in questo caso:

$$\text{errore} = \frac{P_{\text{reale}} - P_{\text{sper}}}{P_{\text{sper}}} \quad \text{errore} = \frac{7.069 - 6.89}{6.89} = 0.026 = 2.6 \%$$

**ESERCIZIO 7** (*fluidi reali*)

Determinare la variazione di volume (% rispetto al volume iniziale) di un liquido con coefficiente di comprimibilità isoterma  $K_T$  costante sottoposto ad una compressione o ad una espansione isoterma.

**Soluzione**

- A. Per la soluzione di questo problema non è richiesta alcuna schematizzazione.
- B. I dati del problema non sono proposti se non nella tabella finale in quanto si desidera risolvere il problema dal punto di vista analitico.
- C. Il sistema è chiuso.
- D. La sostanza presente nel sistema è un fluido reale.
- E. Viene utilizzata esclusivamente l’equazione di stato di un fluido reale (liquido o solido)

L’equazione di stato, scritta in forma differenziale, è:

$dv = \beta vdT + K_T vdP$

dove :  $K_T = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T = \text{cost}$

Essendo la trasformazione isoterma risulta:

$-\frac{1}{v} dv = K_T \cdot dP \qquad -\ln \frac{v_2}{v_1} = K_T \cdot \Delta P$

$\frac{v_2}{v_1} = e^{-K_T \cdot \Delta P} \qquad v_2 = v_1 e^{-K_T \cdot \Delta P}$

$v_2 - v_1 = \Delta v = v_1 (e^{-K_T \cdot \Delta P} - 1)$

$\frac{\Delta v}{v_1} = e^{-K_T \cdot \Delta P} - 1$

In una compressione l’esponenziale diventa <0 e la variazione di volume è negativa. Il contrario avviene in una espansione. Il coefficiente  $K_T$  è molto piccolo è pertanto la variazione di volume % il valore sempre molto piccolo.  
Si confronti, per una valutazione quantitativa, la tabella di seguito riportata.

	$K_T \cdot 10^{10} \text{ (Pa}^{-1}\text{)}$	$\Delta P \text{ (MPa)}$	$\Delta v/v_1$
Acqua (T=30 °C)	3.13	10	-0.313 %
Rame (T =30°C)	0.778	10	-0.078 %
Alluminio(T=30°C)	12.8	10	-1.29 %

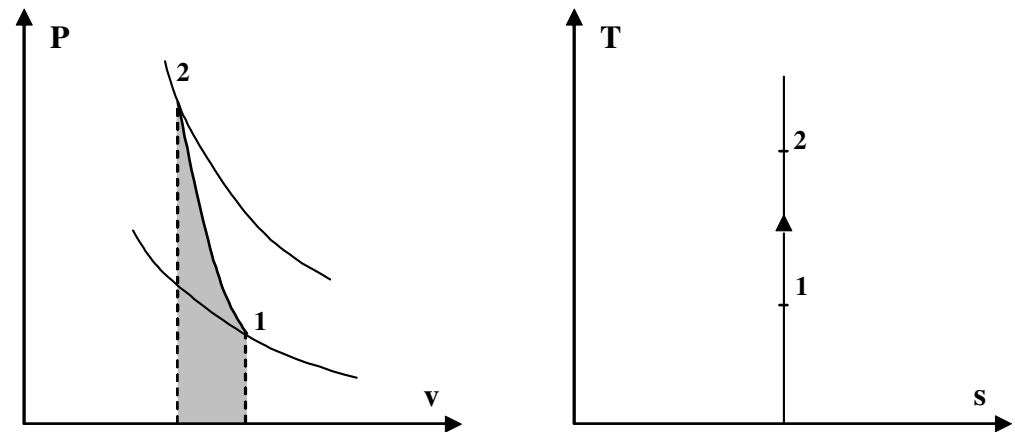


**ESERCIZIO 8** (*compressione quasistatica*)

Un certo quantitativo di azoto ( $M= 10\text{ kg}$ ) deve venire trasportato in opportune bombole. Il gas, originariamente a  $P_1= 1\text{ atm}$  e  $T_1= 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , viene compresso quasistaticamente sino a  $P_2= 10\text{ atm}$ . Durante il processo non si hanno né fughe né apporti di calore. Si chiede, previa schematizzazione del sistema TD semplificato di determinare temperatura  $T_2$  e volume  $V_2$  alla fine del processo, le variazioni di energia interna  $\Delta U$ , entalpia  $\Delta H$  ed entropia  $\Delta S$ , calore  $Q$  e lavoro  $L$  scambiati.

**Soluzione**

A. La schematizzazione del sistema è effettuata utilizzando una rappresentazione della trasformazione che il sistema chiuso subisce. Si riporta la trasformazione in esame sui piani  $P$ - $v$  e  $T$ - $s$ , utili per avere una rappresentazione grafica di lavoro e calore scambiati dal sistema con l’ambiente.



Si nota immediatamente che l’area sottesa dalla curva della trasformazione nel piano  $T$ - $s$  è nulla e quindi il calore scambiato è nullo.

B. I dati del problema, opportunamente espressi in unità del sistema internazionale sono:

$M= 10\text{ kg}$   
 $P_1= 1\text{ atm}= 101325\text{ Pa}$   
 $T_1= 20\text{ }^{\circ}\text{C}= 293.15\text{ K}$   
 $P_2= 10\text{ atm}= 1013250\text{ Pa}$

C. Il sistema è caratterizzato da un contorno impermeabile alla massa, e adiabatico. Il sistema si suppone ovviamente non rigido.

D. La sostanza evolvente è un gas perfetto biatomico con massa molare  $M_m= 28\text{ kg/kmole}$ .

E. La soluzione del problema richiede l’utilizzo delle equazioni di stato, dell’equazione di bilancio energetico e della equazione delle trasformazioni politropiche.

Le richieste sono suddivise tra variabili termodinamiche ( $T_2$ ,  $V_2$ ) nello stato finale determinabili con le equazioni di stato e le equazioni della trasformazione, le variazioni delle funzioni di stato  $\Delta U$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta S$ , determinabili una volta noti i punti iniziale e finale, indipendentemente dalla presenza di una trasformazione quasistatica. Infine la richiesta di determinare calore e lavoro (che rappresentano le grandezze di scambio con l'esterno) richiede la scrittura del bilancio energetico (primo principio) e/o l'integrazione dell'espressione analitica dell'equazione della politropica.

Per calcolare la temperatura finale  $T_2$  si utilizzi l'equazione delle trasformazioni politropiche in coordinate T-P. La trasformazione adiabatica e quasi-statica di un gas ideale è infatti una trasformazione politropica di indice  $n = k$ . Nel caso di gas biatomico  $k = 1.4$ .

$$T_1 P_1^{\left(\frac{1-k}{k}\right)} = T_2 P_2^{\left(\frac{1-k}{k}\right)}$$

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\left(\frac{1-k}{k}\right)}$$

Dunque risulta:

$$T_2 = 293.15 \left( \frac{101325}{1013250} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} \text{ K} = 566 \text{ K}$$

Il volume  $V_2$  si ottiene dalla legge dei gas perfetti:

$$v_2 = \frac{R^* T}{P_2} \quad v_2 = \frac{\frac{8314}{28} \cdot 566}{1013250} \text{ m}^3/\text{kg} = 0.1659 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$V_2 = M v_2 \quad V_2 = 1.659 \text{ m}^3$$

Per un gas perfetto la variazione di energia interna e di entalpia si possono calcolare come segue:

$$\Delta U = M c_v (T_2 - T_1)$$

$$\Delta H = M c_p (T_2 - T_1)$$

e pertanto risulta

$$\Delta U = 10 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{8314}{28} \cdot (566 - 293.15) \text{ J} = 2025 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = 10 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{8314}{28} \cdot (566 - 293.15) \text{ J} = 2835 \text{ kJ}$$

Infatti, essendo la trasformazione adiabatica e quasistatica (dati del problema), essa risulta anche isoentropica; dall'espressione del calore scambiato risulta infatti:

$$Q = \int_1^2 T dS = 0 \Rightarrow dS = 0$$

Confermato anche dal bilancio di entropia.

$$\Delta S = S_Q + S_{\text{irr}} = 0$$

Essendo il processo adiabatico si ha  $Q=0$  e pertanto dal bilancio di energia si deduce

$$\Delta U = Q - L \qquad \Delta U = -L$$

Il calcolo del lavoro non richiede alcuna integrazione poiché risulta pari alla variazione di una funzione di stato già calcolata.

$$L = -\Delta U \qquad L = -2025 \text{ kJ}$$

Con le convenzioni di segno adottate il lavoro risulta negativo (entrante), conformemente al fatto che per comprimere un gas bisogna fornire lavoro.

**ESERCIZIO 9** (*trasformazione politropica*)

Una massa di 0.5 kg di elio (He) contenuta in un recipiente alla pressione di 2 bar ed alla temperatura di 150 °C viene riscaldata di 50 °C. Si supponga che la trasformazione sia quasi statica e che avvenga a calore specifico costante. Prove sperimentali hanno fornito per questa trasformazione un calore specifico pari a  $c_x = (c_p + c_v)/2$ . Calcolare per la trasformazione in esame la pressione finale ( $P_2$ ),  $\Delta U$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta S$ ,  $Q$  e  $L$ .

**Soluzione**

A. Non si conosce la politropica in esame e una sua rappresentazione sul piano T,s o sul piano P,v non fornirebbe informazioni aggiuntive significative.

B. I dati del problema, espressi in unità del sistema internazionale, sono:

$$M = 0.5 \text{ kg}$$

$$P_1 = 2 \text{ bar} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 150 \text{ °C} = 423.15 \text{ K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 50 \text{ °C} = 50 \text{ K}$$

C. Il sistema è dotato di pareti impermeabili alla massa essendo un sistema chiuso, ma nulla si dice nel testo in merito alla adiabaticità e sulla mobilità delle pareti. Non è possibile a priori conoscere né  $Q$  né  $L$ .

D. La sostanza evolvente è un gas perfetto monoatomico con massa molare  $M_m = 4 \text{ kg/kmole}$ .

E. La soluzione del problema richiede l'utilizzo delle equazioni di stato, dell'equazione di bilancio energetico e della equazione delle trasformazioni politropiche.

L'elio è un gas monoatomico con  $M_m = 4 \text{ kg/kmol}$ ; dunque:

$$c_v = \frac{3}{2} R^* \qquad c_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{8314}{4} \text{ J/kgK} = 3117 \text{ J/kgK} ;$$

$$c_p = \frac{5}{2} R^* \qquad c_p = \frac{5}{2} \cdot \frac{8314}{4} \text{ J/kgK} = 5196 \text{ J/kgK}$$

E' possibile dedurre per la politropica in esame:

$$c_x = \frac{(c_p + c_v)}{2} \qquad c_x = \frac{5196 + 3117}{2} \text{ J/kgK} = 4156.5 \text{ J/kgK}$$

$$n = \frac{c_x - c_p}{c_x - c_v} \qquad n = \frac{\frac{c_p + c_v}{2} - c_p}{\frac{c_p + c_v}{2} - c_v} \qquad n = \frac{c_v - c_p}{c_p - c_v} = -1$$

La pressione finale si ricava dalla relazione della politropica in coordinate T-P:

$$P_2 = P_1 \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{n}{1-n}} \qquad \text{dunque} \qquad P_2 = 2 \text{ bar} \cdot \left( \frac{423.15 \text{ K}}{473.15 \text{ K}} \right)^{-\frac{1}{2}} = 2.115 \text{ bar}$$

Per la valutazione della variazione delle funzioni di stato, per un gas perfetto, si ha:

$$\Delta U = M c_v \Delta T \qquad \Delta U = 0.5 \cdot 3117 \cdot 50 \text{ J} = 78 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = M c_p \Delta T \qquad \Delta H = 0.5 \cdot 5196 \cdot 50 \text{ J} = 130 \text{ kJ}$$

Per il calcolo della variazione di entropia, si utilizza  $Tds = \delta q$  poiché la trasformazione è quasistatica:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \qquad \Delta S = \int_1^2 \frac{M c_x}{T} dT \qquad \Delta S = M c_x \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S = 0.5 \cdot 4156.5 \cdot \ln \frac{473.15}{423.15} \text{ J/K} = 0.232 \text{ kJ/K}$$

Il calore scambiato risulta:

$$Q = M c_x \Delta T \qquad Q = 0.5 \cdot 4156.5 \cdot 50 \text{ J} = 104 \text{ kJ}$$

Dal bilancio di energia per il sistema chiuso si ricava, noto il calore Q il lavoro L

$$\Delta U = Q - L \quad \Rightarrow \quad L = Q - \Delta U \qquad L = 104 \text{ kJ} - 78 \text{ kJ} = 26 \text{ kJ}$$

**Attenzione:** Per il calcolo di L è possibile utilizzare  $L = \int_1^2 PdV$  e dedurre il calore scambiato

Q dal primo principio.

### ESERCIZIO 10 (trasformazione politropica)

Un certo quantitativo di azoto di massa pari a 7 kg, contenuto in un recipiente munito di pistone mobile, viene compresso da una temperatura pari a 20 °C e da una pressione pari a 5 bar fino ad uno stato caratterizzato da una temperatura di 30 °C e da una pressione di 30 bar. Si supponga la trasformazione a calore specifico costante e quasi-statica. Calcolare per la trasformazione n, c<sub>x</sub>, ΔU, ΔH, ΔS, L, Q.

#### Soluzione

A. Non si conosce la politropica in esame e una sua rappresentazione sul piano T,s o sul piano P,v non è possibile.

B. I dati del problema, espressi in unità del sistema internazionale, sono:

$$M = 5 \text{ kg}$$

$$P_1 = 5 \text{ bar} = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 20 \text{ °C} = 293.15 \text{ K}$$

$$P_2= 30 \text{ bar}= 30\cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2= 30 \text{ }^{\circ}\text{C}= 303.15 \text{ K}$$

C. Il sistema è dotato di pareti impermeabili alla massa essendo un sistema chiuso, ma nulla si dice nel testo in merito alla adiabaticità e sulla mobilità delle pareti. Non è possibile a priori annullare né Q nè L:

D. La sostanza evolvente è un gas perfetto (azoto) che si assume biatomico con massa molare  $M_m= 28 \text{ kg/kmole}$ .

E. La soluzione del problema richiede l’utilizzo delle equazioni di stato, dell’equazione di bilancio energetico e della equazione delle trasformazioni politropiche.

La costante dell’azoto vale:

$$R^* = \frac{R}{M_m} \qquad R^* = \frac{8314}{28} \text{ J / kgK} = 296.93 \text{ J / kgK}$$

L’azoto è un gas biatomico con  $M_m= 28 \text{ kg/kmol}$ ; dunque:

$$c_v = \frac{5}{2} R^* \qquad c_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{8314}{28} \text{ J / kgK} = 742.3 \text{ J / kgK} ;$$

$$c_p = \frac{7}{2} R^* \qquad c_p = \frac{7}{2} \cdot \frac{8314}{28} \text{ J / kgK} = 1039.2 \text{ J / kgK}$$

Si determina il volume occupato dal gas negli stati iniziale e finale sfruttando la legge dei gas ideali.

$$V_1 = \frac{MR^*T_1}{P_1} \qquad V_1 = \frac{7 \cdot 296.93 \cdot 293.15}{500000} \text{ m}^3 = 1.22 \text{ m}^3$$

Attraverso l’equazione della politropica si determina l’indice n:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^n \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{P_1}{P_2} = n \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\ln \frac{P_1}{P_2}}{\ln \frac{V_2}{V_1}} \qquad n = \frac{\ln \frac{5}{30}}{\ln \frac{0.21}{1.22}} = 1.019$$

Dall’espressione di n si ricava il  $c_x$  della trasformazione, tenendo conto per i calori specifici a pressione e volume costanti che  $N_2$  è una molecola biatomica.

$$n = \frac{c_x - c_p}{c_x - c_v} \quad \Rightarrow \quad c_x = \frac{nc_v - c_p}{n - 1} \qquad c_x = \frac{1.019 \cdot 742.3 - 1039.2}{1.019 - 1} \text{ J / kgK} = -14.88 \text{ kJ / kgK}$$

Dal punto di vista fisico, avere  $c_x < 0$  ( $c_x = \frac{1}{M} \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_x$ ) significa avere per  $dT > 0$  un  $\delta Q < 0$ .

Per la valutazione della variazione delle funzioni di stato energetiche ed entropiche si procede come per gli esercizi precedenti e si ottiene:

$$\Delta U = Mc_v \Delta T \qquad \Delta U = 7 \cdot 742.3 \cdot 10 \text{ J} = 51.96 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = Mc_p \Delta T \qquad \Delta H = 7 \cdot 1039.2 \cdot 10 \text{ J} = 72.7 \text{ kJ}$$

$$\Delta S = Mc_x \ln \frac{T_2}{T_1} \quad \Delta S = 7 \cdot (-14.88) \cdot \ln \frac{303.15}{293.15} \text{ J / K} = -3.49 \text{ kJ/K}$$

Inoltre:

$$Q = Mc_x \Delta T \quad Q = 7 \cdot (-14.88) \cdot 10 \text{ J} = -1041.6 \text{ kJ}$$

Dal primo principio della termodinamica scritto nella forma  $\Delta U = Q - L$  si ottiene il lavoro fornito al sistema.

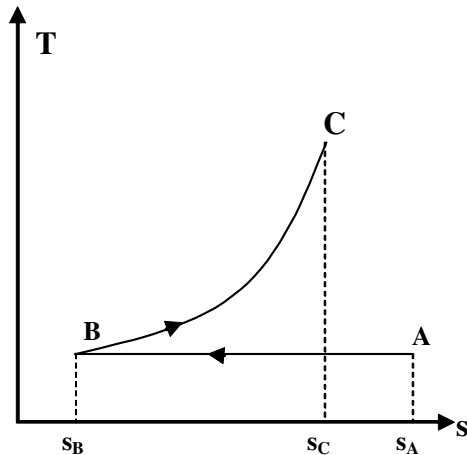
$$L = Q - \Delta U \quad L = -1041.6 \text{ kJ} - 51.96 \text{ kJ} = -1093.56 \text{ kJ}$$

### ESERCIZIO 11 (*trasformazione politropica composta*)

Determinare la variazione di entropia  $\Delta S$ , il calore  $Q$  e il lavoro  $L$  scambiati da una massa  $M$  di metano ( $\text{CH}_4$ ) che esegue una trasformazione, in un sistema termodinamico chiuso, composta quasi-statica costituita da: (1) trasformazione a temperatura costante di  $20^\circ\text{C}$  tra uno stato iniziale di equilibrio con pressione e volume rispettivamente di 2 bar e di  $1000 \text{ cm}^3$  ed uno stato finale con volume di  $500 \text{ cm}^3$ ; (2) trasformazione a pressione costante con incremento di temperatura di  $7^\circ\text{C}$ .

#### Soluzione

A. E' possibile schematizzare in un piano T,s la trasformazione composta da una trasformazione isoterma AB e da una trasformazione isobara BC.



B. I dati del problema, espressi in unità del sistema internazionale, sono:

$$T_A = T_B = 20^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$$

$$P_A = 2 \text{ bar} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_A = 1000 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_B = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_B = P_C = 4 \text{ bar} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_C = 300.15 \text{ K}$$

C. Il sistema è dotato di pareti impermeabili alla massa essendo un sistema chiuso, ma nulla si dice nel testo in merito alla adiabaticità e sulla mobilità delle pareti. Non è possibile a priori annullare né Q né L.

D. La sostanza evolvente è un gas perfetto poliatomico non lineare (metano) con massa molare  $M_m = 16 \text{ kg/kmole}$ .

E. La soluzione del problema richiede l'utilizzo delle equazioni di stato, dell'equazione di bilancio energetico e della equazione delle trasformazioni politropiche.

Note le coordinate termodinamiche nello stato iniziale è possibile, con l'equazione di stato, determinare la massa di gas:

$$M = \frac{P_A V_A}{R^* T_A} \quad M = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}{\frac{8314}{16} \cdot 293.15} \text{ kg} = 0.001313 \text{ kg}$$

Per la trasformazione AB è possibile, con l'ausilio della equazione della trasformazione in coordinate PV, determinare la pressione nello stato B.

$$P_A V_A = P_B V_B \quad P_B = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}{0.5 \cdot 10^{-3}} \text{ Pa} = 400000 \text{ Pa} = 4 \text{ bar}$$

Essendo l'energia interna funzione della sola temperatura ed essendo la trasformazione AB isoterma si ha  $\Delta U_{AB} = 0$

Per una generica politropica, essendo una trasformazione quasistatica, ed in particolare per l'isoterma, essendo  $T = T_A$  costante, si ha:

$$Q_{AB} = \int_A^B T dS = T \Delta S_{AB}$$

$$\Delta S_{AB} = \frac{Q_{AB}}{T_A}$$

Occorre quindi valutare il calore scambiato lungo la trasformazione isoterma. Per determinare questo termine è sufficiente valutare il lavoro scambiato lungo la trasformazione AB.

Il lavoro per l'isoterma è calcolabile mediante una semplice integrazione

$$L_{AB} = \int_A^B P dV \quad L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} M R^* T_A \frac{dV}{V} \quad L_{AB} = M R^* T_A \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$L_{AB} = 0.001313 \frac{8314}{16} \cdot 293.15 \cdot \ln \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} \text{ J} = -138.6 \text{ J}$$

Ed essendo  $\Delta U_{AB} = 0$  si deduce:

Primo principio per i sistemi chiusi

$$Q_{AB} = L_{AB} \quad Q_{AB} = -138.6 \text{ J}$$

Quindi risulta anche definita la variazione di entropia

$$\Delta S_{AB} = \frac{Q_{AB}}{T_A} \quad \Delta S_{AB} = \frac{-138.6}{293.15} \text{ J/K} = -0.473 \text{ J/K}$$

Per determinare il volume dello stato C è possibile utilizzare o l'equazione della trasformazione isobara BC o l'equazione di stato essendo già noto pressione e temperatura nello stato C. Utilizzando l'equazione di stato si ottiene:

$$V_C = \frac{MR^* T_C}{P_C} \quad V_C = 0.001313 \frac{8314 \cdot 300.15}{16 \cdot 400000} \text{ m}^3 = 0.000512 \text{ m}^3$$

Per la generica politropica vale inoltre:

$$Q_{BC} = Mc_x \Delta T$$

Per una isobara si ha  $c_x = c_p$  mentre il metano, essendo un gas poliatomico non lineare, ha un calore specifico a pressione costante pari a:

$$c_p = \frac{8}{2} R^* \quad c_p = \frac{8 \cdot 8314}{2 \cdot 16} \text{ J/kgK} = 2078.5 \text{ J/kgK}$$

Si ottiene quindi:

$$Q_{BC} = Mc_p (T_C - T_B) \quad Q_{BC} = 0.001313 \cdot 2078.5 \cdot 7 \text{ J} = 19.1 \text{ J}$$

Si ottiene:

$$\Delta S_{BC} = \int_B^C \frac{\delta Q}{T} \quad \Delta S_{BC} = \int_B^C \frac{Mc_p}{T} dT \quad \Delta S_{BC} = Mc_p \ln \frac{T_C}{T_B}$$

$$\Delta S_{BC} = 0.001313 \cdot 2078.5 \cdot \ln \frac{300.15}{293.15} \text{ J/K} = 0.0644 \text{ J/K}$$

Il lavoro scambiato lungo l'isobara può facilmente essere determinato con la relazione:

$$L_{BC} = \int_B^C P dV$$

ed essendo la pressione costante:

$$L_{BC} = P_B (V_C - V_B)$$

$$L_{BC} = 4 \cdot 10^5 \cdot (0.000512 - 0.0005) \text{ J} = 4.8 \text{ J}$$

Infine per la trasformazione composta si ottiene:

$$\Delta S_{\text{tot}} = (S_C - S_B) + (S_B - S_A) \quad \Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_{BC} + \Delta S_{AB}$$

$$\Delta S_{\text{tot}} = (0.0644 - 0.473) \text{ J/K} = -0.4086 \text{ J/K}$$

$$L_{\text{tot}} = L_{BC} + L_{AB} \quad L_{\text{tot}} = (4.8 - 138.6) \text{ J} = -133.8 \text{ J}$$

$$Q_{\text{tot}} = Q_{BC} + Q_{AB} \quad Q_{\text{tot}} = (19.1 - 138.6) \text{ J} = -119.5 \text{ J}$$

**Attenzione:** Si osservi che la variazione di entropia e la variazione di energia interna per la trasformazione composta, noti i punti finale ed iniziale, sarebbero ricavabili come variazioni di funzioni di stato tra i medesimi punti

$$\Delta U_{\text{tot}} = \Delta U_{BC} = Q_{\text{tot}} - L_{\text{tot}}$$

$$\Delta S_{\text{tot}} = S_C - S_A$$

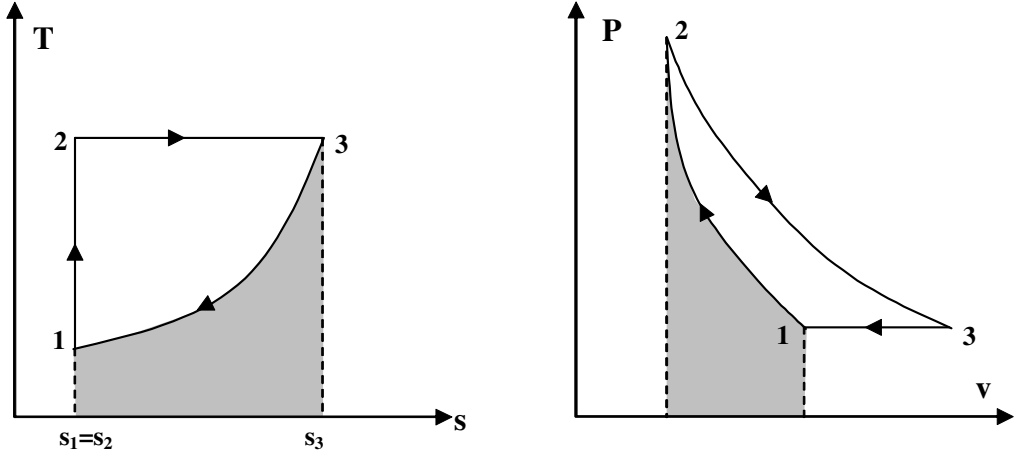


**ESERCIZIO 12** (*trasformazione ciclica*)

Un recipiente chiuso munito di pistone mobile contiene 3 kg di aria alla pressione di 1 bar ed alla temperatura di 20 °C. Il gas viene compresso adiabaticamente fino a raggiungere una pressione di 5 bar; successivamente viene espanso isotermicamente fino alla pressione iniziale e infine viene riportato nello stato di partenza attraverso un raffreddamento isobaro. Ipotizzando tutte le trasformazioni internamente reversibili, rappresentare sul piano T-s e sul piano P-v il processo in esame e valutare:  
il lavoro della trasformazione adiabatica;  
il calore scambiato durante la trasformazione isobara;  
la variazione di entropia della trasformazione isoterma.

**Soluzione**

A. Si schematizza la trasformazione composta sui piani T-s e P-v.



B. I dati del problema, espressi in unità del sistema internazionale, sono:

M=3 kg  
T<sub>1</sub>= 20 °C= 293.15 K  
P<sub>1</sub>= P<sub>3</sub>= 1 bar= 1·10<sup>5</sup> Pa  
P<sub>2</sub>= 5 bar= 5·10<sup>5</sup> Pa

C. Il sistema è dotato di pareti impermeabili alla massa essendo un sistema chiuso, ma si intuisce nel testo che il sistema ha pareti diaterme e mobili.

D. La sostanza evolvente è aria trattabile come gas perfetto biatomico.

E. La soluzione del problema richiede l'utilizzo delle equazioni di stato, dell'equazione di bilancio energetico e della equazione delle trasformazioni politropiche.

L'aria standard è schematizzabile come una miscela di gas ideali costituita dal 78% di N<sub>2</sub>, dal 21% di O<sub>2</sub> e dall'1% di altri gas (frazioni molari). Si può dunque calcolare la massa molare

come media pesata sulle frazioni molari delle masse molari dei singoli componenti. Si ottiene:

$$M_m \cong 0.79 \cdot M_{mN_2} + 0.21 \cdot M_{mO_2} \quad M_m = 28.96 \text{ kg / kmole}$$

$$R^* = \frac{R}{M_m} \quad R^* = \frac{8314}{28.96} \text{ J / kgK} = 287 \text{ J / kgK}$$

Essendo la miscela di gas sostanzialmente biatomica è possibile assumere:

$$c_v = \frac{5}{2} R^* \quad c_v = 717.5 \text{ J / kgK} \quad c_p = \frac{7}{2} R^* \quad c_p = 1004.5 \text{ J / kgK} \quad k = 1.4$$

Come si può notare dal risultato l'ipotesi di considerare l'aria come un gas perfetto biatomico di massa molare fittizia pari a 29 kg/kmole è una ipotesi ragionevole.

Per determinare la temperatura nello stato 2 occorre utilizzare l'equazione della trasformazione politropica di indice  $n = k$  espressa in coordinate T-P:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\left( \frac{1-k}{k} \right)} \quad T_2 = 293.15 \left( \frac{1}{5} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} \text{ K} = 464 \text{ K}$$

E' ora possibile determinare la variazione di energia interna:

$$\Delta U_{12} = M c_v (T_2 - T_1) \quad \Delta U_{12} = 3 \cdot 717.5 \cdot (464 - 293.15) \text{ J} = 368 \text{ kJ}$$

Applicando l'equazione di bilancio energetico, sapendo che la trasformazione 1-2 è adiabatica, si ottiene:

$$\Delta U_{12} = Q_{12} - L_{12} \quad L_{12} = -\Delta U_{12} = -368 \text{ kJ}$$

Per quanto concerne la trasformazione 3-1 (raffreddamento isobaro), l'equazione della politropica per l'isobara consente di calcolare il calore scambiato come variazione di entalpia della trasformazione:

$$Q_{31} = M c_p (T_1 - T_3) \quad Q_{31} = 3 \cdot 1004.5 \cdot (293.15 - 464) \text{ J} = -515 \text{ kJ} \text{ (negativo } \Rightarrow \text{ uscente)}$$

Per la trasformazione isoterma 2-3 dalla definizione di variazione di energia interna e dal bilancio energetico si ottiene:

$$\Delta U_{23} = 0$$

$$Q_{23} - L_{23} = 0 \quad Q_{23} = L_{23}$$

La variazione di entropia per la trasformazione isoterma è calcolabile molto semplicemente come rapporto tra il calore scambiato e la temperatura costante della trasformazione

$$\Delta S_{23} = \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} \quad \Delta S_{23} = \frac{Q_{23}}{T_2}$$

Infine, si ottiene come richiesto al punto 3, la variazione di entropia per la trasformazione isoterma:

$$\Delta S_{23} = \frac{L_{23}}{T_2} \quad \Delta S_{23} = \frac{1}{T_2} \int_2^3 P dV \quad \Delta S_{23} = \frac{1}{T_2} \int_2^3 P_2 V_2 \frac{1}{V} dV$$

$$\Delta S_{23} = \frac{1}{T_2} \int_2^3 M R^* T_2 \frac{1}{V} dV \quad \Delta S_{23} = -M R^* \ln \frac{P_3}{P_2} \quad \Delta S_{23} = -3 \cdot 287 \cdot \ln \frac{1}{5} \text{ J / K} = 1.385 \text{ kJ/K}$$

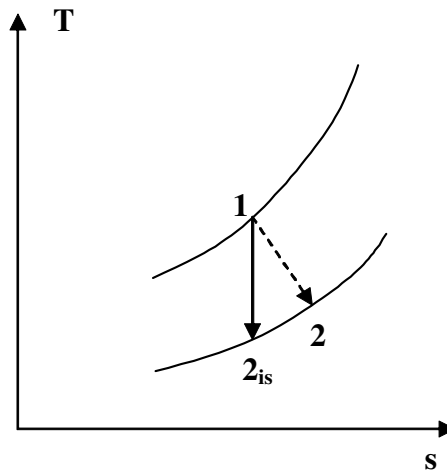
**ESERCIZIO 13** (*trasformazione irreversibile*)

Una massa pari ad 4 kg di azoto alla pressione di 5 bar ed alla temperatura di 250 °C viene espansa irreversibilmente mediante un sistema adiabatico cilindro-pistone fino alla pressione di 1 bar. La temperatura del gas alla fine dell'espansione risulta pari a 91 °C.

Calcolare le variazioni di energia interna, di entalpia, il calore scambiato e il lavoro della trasformazione.

**Soluzione**

A. La trasformazione in esame non è internamente reversibile e dunque non può essere rappresentata su un piano termodinamico, i cui punti sono tutti di equilibrio. Si assuma che gli stati iniziale e finale siano di equilibrio. Convenzionalmente, si suole disegnare le trasformazioni irreversibili con una linea tratteggiata: riportiamo sul piano T-s due adiabatiche, di cui una quasi-statica e una no, aventi stato iniziale coincidente e pressione finale coincidente.



B. I dati del problema, espressi in unità del sistema internazionale, sono:

$$M = 4 \text{ kg}$$

$$T_1 = 250 \text{ °C} = 523.15 \text{ K}$$

$$P_1 = 5 \text{ bar} = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 91 \text{ °C} = 364.15 \text{ K}$$

$$P_2 = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

C. Il sistema è dotato di pareti impermeabili alla massa essendo un sistema chiuso, ma si intuisce nel testo che il sistema ha pareti adiabatiche e mobili.

D. La sostanza evolvente è azoto trattabile come gas perfetto biatomico con massa molare  $M_m = 28 \text{ kg/kmole}$ .

E. La soluzione del problema richiede l'utilizzo delle equazioni di stato, dell'equazione di bilancio energetico e della equazione delle trasformazioni politropiche.

Per quanto concerne le variazioni di energia interna e di entalpia, essendo entrambe funzioni di stato, si è interessati solamente agli stati iniziali e finali indipendentemente dalla trasformazione che potrebbe essere indifferentemente essere tanto quasistatica quanto irreversibile. Quindi per un gas perfetto si ha:

$$\Delta U = Mc_v \Delta T \quad \Delta U = 4 \cdot \frac{5}{2} \frac{8314}{28} (364.15 - 523.15) \text{ J} = -472.1 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = Mc_p \Delta T \quad \Delta H = 4 \cdot \frac{7}{2} \frac{8314}{28} (364.15 - 523.15) \text{ J} = -661 \text{ kJ}$$

Dal primo principio della termodinamica, essendo la trasformaione adiabatica ( $Q=0$ ):

$$\Delta U = Q - L \quad \Delta U = -L$$

E' pertanto possibile calcolare il lavoro effettuato dal sistema.

$$L = -\Delta U \quad L = -Mc_v (T_2 - T_1) \quad L = -4 \cdot \frac{5}{2} \frac{8314}{28} (91 - 250) \text{ J} = 472.1 \text{ kJ}$$

**Attenzione:** Se la trasformazione non fosse stata adiabatica non sarebbe stato possibile sciogliere l'indeterminazione legata al primo principio.

$$\Delta U = Q - L$$

E' nota la variazione della funzione di stato energia interna, ma i singoli contributi di  $Q$  e di  $L$  a tale variazione dipendono dal cammino effettuato e pertanto dalla trasformazione particolare in esame. Nel caso irreversibile non si hanno strumenti per sciogliere tale indeterminazione. Per le trasformazioni politropiche è possibile invece ricorre al calcolo di  $c_x$  e quindi di  $Q$

$$Q = Mc_x (T_2 - T_1)$$

oppure all'integrazione dell'espressione per il calcolo del lavoro

$$L = \int_1^2 P dV$$

## 2.3 RACCOLTA DI ESERCIZI NON RISOLTI

**ESERCIZIO 2.1**

Determinare la massa di azoto ( $N_2$ ) che occupa un volume  $V = 30\text{ dm}^3$  a pressione  $P = 100\text{ bar}$  e con temperatura  $T = 20\text{ }^\circ\text{C}$ .

[3.446 kg]

**ESERCIZIO 2.2**

Determinare la pressione a cui si trova, in condizioni di equilibrio, una massa  $M = 2\text{ kg}$  di  $CO_2$  sapendo che occupa un volume  $V = 70\text{ dm}^3$  a temperatura  $T = 90\text{ }^\circ\text{C}$ .

[1.96 MPa]

**ESERCIZIO 2.3**

Determinare il volume specifico di un sistema costituito da una massa  $M = 3\text{ kg}$  di azoto ( $N_2$ ) che si trova a temperatura  $T = 30\text{ }^\circ\text{C}$  e pressione  $P = 3\text{ bar}$ .

[0.3 m<sup>3</sup>/kg]

**ESERCIZIO 2.4**

Una massa  $M = 3\text{ kg}$  di azoto ( $N_2$ ) ha una pressione  $P = 4\text{ bar}$  ed una temperatura  $T = 25\text{ }^\circ\text{C}$ . Determinare il volume di gas.

[0.664 m<sup>3</sup>]

**ESERCIZIO 2.5**

Determinare la temperatura di un sistema costituito da una massa  $M = 0.3\text{ kg}$  di idrogeno ( $H_2$ ) che occupa un volume  $V = 30\text{ dm}^3$  a pressione  $P = 150\text{ bar}$ .

[87.6 °C]

**ESERCIZIO 2.6**

Determinare il calore specifico a pressione costante del metano ( $CH_4$ ) con l'ipotesi che sia schematizzabile come gas perfetto.

[2078.6 J/kg K]

**ESERCIZIO 2.7**

Determinare il calore specifico a volume costante di una massa di elio (gas perfetto) a temperatura  $T = 30\text{ }^\circ\text{C}$  e pressione  $P = 2\text{ bar}$ .

[3117.8 J/kg K]

**ESERCIZIO 2.8**

Una massa  $M = 0.5\text{ kg}$  di elio (gas perfetto) esegue una trasformazione politropica con  $c_x = 4157\text{ J/kgK}$ . Determinare l'indice  $n$  della trasformazione politropica.

[-1]

**ESERCIZIO 2.9**

Determinare la variazione di energia interna di una massa  $M=3\text{ kg}$  di gas perfetto ( $\text{H}_2$ ) che esegue una trasformazione composta ABC quasi-statica costituita da: (1) trasformazione AB isoterma a temperatura  $T_A=80\text{ }^\circ\text{C}$  tra la pressione  $P_A=3\text{ bar}$  e la pressione  $P_B=9\text{ bar}$ ; (2) trasformazione isoentropica sino alla temperatura  $T_C=30\text{ }^\circ\text{C}$ .

**[-1558.95 kJ]**

**ESERCIZIO 2.10**

Una massa di  $1\text{ kg}$  di  $\text{N}_2$  viene espansa adiabaticamente e irreversibilmente, mediante un sistema cilindro-pistone, con una produzione di entropia  $S_p=100\text{ J/K}$ . Le condizioni iniziali sono  $P_1=5\text{ bar}$  e  $T_1=250\text{ }^\circ\text{C}$ , mentre le condizioni finali sono  $P_2=1\text{ bar}$ . Calcolare:

- la variazione di entropia, la variazione di energia interna, la variazione di entalpia
- il calore scambiato
- il lavoro della trasformazione.

**[100 J/K, -118.4 kJ, -165.7 kJ, 0, 118.4 kJ]**



### 3.1 STATI BIFASE: GRANDEZZE DI STATO E TRASFORMAZIONI

#### 3.1.1 Generalità

Lo stato bifase di una sostanza pura corrisponde alla coesistenza di due diverse fasi (solido-liquido, solido-vapore o liquido-vapore) in equilibrio tra loro (stato eterogeneo). Un sistema in uno stato eterogeneo può essere pensato come un insieme di più sottosistemi in stati omogenei. Si definisce fase di un sistema eterogeneo, il sottosistema omogeneo caratterizzato dagli stessi valori di tutte le proprietà specifiche. Un sistema eterogeneo è in uno stato di equilibrio se tutte le sue proprietà intensive hanno valori ovunque uguali (cioè sono uguali per tutte le fasi).

Si definisce transizione di fase la trasformazione che porta un sistema che si trova in uno stato omogeneo a separarsi in due o più fasi. Un sistema monocomponente in uno stato bifase ha un solo grado di libertà (varianza 1);

La pressione  $P$  e la temperatura  $T$  di un sistema monocomponente bifase sono infatti legate, in qualsivoglia passaggio di stato, dalla relazione di Clausius-Clapeyron:

$$\left(\frac{dP}{dT}\right)_{a \rightarrow b} = \frac{(s_a - s_b)}{(v_a - v_b)} \quad \left(\frac{dP}{dT}\right)_{a \rightarrow b} = \frac{(h_a - h_b)}{T(v_a - v_b)}$$

Lo stato termodinamico di un sistema monocomponente bifase è quindi compiutamente descritto da una variabile intensiva, essendo l'altra univocamente definita, e da una variabile estensiva specifica o anche dalla coppia estensiva-estensiva.

Di qui le varie rappresentazioni grafiche per il bifase:  $(P, v)$ ,  $(T, s)$ ,  $(P, h)$ ,  $(h, s)$  che contengono sempre almeno una quantità estensiva specifica.

#### 3.1.2 Proprietà termodinamiche estensive

Nel seguito faremo riferimento allo stato bifase liquido-vapore.

Indicando con  $Z$  una generica grandezza estensiva, per una miscela bifase liquido-vapore è

$$Z = Z_l + Z_v$$

cioè il valore della proprietà  $Z$  per la miscela è pari alla somma del valore della proprietà estensiva della fase liquida ( $Z_l$ ) e della fase vapore ( $Z_v$ ). Adottando le grandezze estensive specifiche corrispondenti di  $Z$ , la relazione precedente può essere riscritta come

$$Z = M_l z_l + M_v z_v$$



dove  $M_l$  e  $M_v$  sono rispettivamente la massa di liquido e quella di vapore.

Definendo titolo  $x$  (espresso in massa) come il rapporto tra la massa di vapore e la massa totale contenuta nel sistema):

$$x = \frac{M_v}{M_l + M_v}$$

si ottiene la seguente relazione valida per ottenere il valore di qualsivoglia grandezza estensiva specifica di un sistema bifase avendo noto il titolo:

$$z = z_l(1 - x) + xz_v \text{ oppure } z = z_l + xz_{lv}$$

dove  $z_{lv}$  rappresenta la variazione della proprietà estensiva specifica nella transizione di fase.

Pertanto il volume, l'energia interna, l'entalpia e l'entropia specifiche di un sistema bifase sono:

$$\begin{aligned} v &= v_l(1 - x) + xv_v & h &= h_l(1 - x) + xh_v \\ u &= u_l(1 - x) + xu_v & s &= s_l(1 - x) + xs_v \end{aligned}$$

Come si può notare per valutare il valore assunto da una grandezza estensiva specifica in un sistema bifase è necessario conoscere il valore assunto dalla grandezza estensiva in condizione di saturazione (liquido e vapore).

Questi valori sono riportati su tabelle. Le tabelle termodinamiche sono di due tipi:

1. tabelle **dello stato eterogeneo** dove sono riportate le proprietà termodinamiche del liquido saturo e del vapore saturo; il dato di ingresso (argomento) è o la temperatura o la pressione.

I dati in corrispondenza di questa sono :

la pressione o la temperatura di saturazione (univocamente definita);

il volume specifico del liquido e del vapore saturi e la loro differenza ( $m^3/kg$ );

la entalpia specifica del liquido e del vapore saturi e la loro differenza ( $kJ/kg$ );

la entropia specifica del liquido e del vapore saturi e la loro differenza ( $kJ/kgK$ );

l'energia interna specifica del liquido e del vapore saturi e la loro differenza ( $kJ/kg$ );

Questa ultima grandezza non è sempre presente, ma è comunque valutabile dal legame esistente tra l'entalpia e l'energia interna ( $h = u + Pv$ ).

2. tabelle dello **stato omogeneo** che portano le proprietà del vapore surriscaldato; i dati di ingresso sono la temperatura e pressione (le due intensive che definiscono lo stato). I dati in corrispondenza della particolare pressione sono

il volume specifico del vapore surriscaldato ( $m^3/kg$ )

la entalpia specifica del vapore surriscaldato ( $kJ/kg$ )

la entropia specifica del vapore surriscaldato ( $kJ/kgK$ )

la energia interna specifica del vapore surriscaldato ( $kJ/kg$ )

Questa ultima grandezza non è sempre presente, ma è comunque valutabile dal legame esistente tra l'entalpia e l'energia interna.

Qualora lo stato termodinamico di cui si stanno valutando le proprietà termodinamiche non coincide con gli stati discreti riportati sulle tabelle è necessario eseguire una interpolazione dei dati.

In appendice sono riportate le tabelle termodinamiche necessarie per la soluzione dei problemi proposti.

**Nota**

L'utilizzo delle tabelle termodinamiche consente di valutare le proprietà di una sostanza, normalmente, in condizioni di bifase liquido-vapore o nello stato di vapore surriscaldato. L'analisi di alcuni processi può richiedere informazioni sulle proprietà termodinamiche in stati diversi quali liquido sottoraffreddato o solido. In questi casi, se non sono disponibili tabelle specifiche, occorre ricorrere a valutazioni approssimate che si ottengono con l'ausilio di equazioni di stato. Occorre porre attenzione che l'utilizzo contemporaneo di dati estratti da una tabella o valutati con l'ausilio di relazioni approssimate richiede l'adozione dello stesso stato di riferimento rispetto a cui valutare le grandezze di interesse (entalpia, entropia, energia interna, etc.). In prima approssimazione, ipotizzando che lo stato di riferimento sia lo stato triplo e fase liquida, si possono seguire queste indicazioni:

**stato di liquido sottoraffreddato:**

entalpia:  $h(T,P) = h(T,P_s) + v(P - P_s)$   
 $h(T,P) \cong h(T,P_s)$   
entropia:  $s(T,P) = s(T,P_s)$

dove  $h(T,P_s)$  e  $s(T,P_s)$  sono l'entalpia e l'entropia dello stato di liquido saturo alla temperatura T (e alla conseguente pressione di saturazione  $P_s$ ).

**stato di solido (ghiaccio):**

entalpia:  $h(T,P) = h_{ls,t} + c_s(T - T_t) + v(P - P_t)$   
entropia:  $s(T,P) = s_{lv,t} + c_s \ln\left(\frac{T}{T_t}\right)$

dove  $h_{ls,t}$  e  $s_{ls,t}$  sono l'entalpia e l'entropia associate alla transizione di fase liquido-solido allo stato triplo,  $T_t$  e  $P_t$  sono la temperatura e la pressione dello stato triplo mentre  $c_s$  è il calore specifico della fase solida.

Per la transizione di fase liquido – solido dell'acqua ( $T_t = 273.16$  K,  $P_t = 0.6112$  kPa) si ha:

$h_{ls,t} = -333$  kJ / kg  
 $s_{ls,t} = \frac{h_{ls,t}}{T_t} \quad s_{ls,t} = \frac{-333}{273.16}$  kJ / kgK = -1.219 kJ / kgK  
 $c_s = 2.093$  kJ / kgK

### 3.2 ESERCIZI SVOLTI

#### ESERCIZIO 1

Determinare, utilizzando le tabelle, la temperatura di un sistema costituito da una massa  $M=9$  kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo  $x=0.8$  a  $P=44$  bar.

**Soluzione**

A. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico si trova in uno stato bifase, caratterizzato da un titolo  $x$  non nullo.

B. I dati del problema sono:

$P=44$  bar

$M=9$  kg

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso all'equilibrio termodinamico.

D. La proprietà additiva delle grandezze estensive consente di calcolare le grandezze termodinamiche esprimendo le grandezze estensive specifiche come media ponderale tra i valori assunti dalle medesime grandezze estensive specifiche per le singole fasi.

Nelle tabelle non compare il valore di pressione  $P=P_x=44$  bar ed è pertanto necessario interpolare i dati.

Sulle tabelle si trovano le due coppie di dati:

$P_A=40$  bar                       $T_A=250.33$  °C

$P_B=45$  bar                       $T_B=257.41$  °C

Interpolando linearmente i dati si ottiene:

$$\frac{P_x - P_A}{P_B - P_A} = \frac{T_x - T_A}{T_B - T_A} \qquad \frac{44 - 40}{45 - 40} = \frac{T_x - 250.33}{257.41 - 250.33}$$

da cui  $T_x = 255.97^\circ\text{C} \approx 256^\circ\text{C}$ .

La massa è un dato non necessario per rispondere al quesito posto.

#### ESERCIZIO 2

Utilizzando la tabella dell'acqua satura e del vapore surriscaldato determinare lo stato dell'acqua nei seguenti casi:

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1. $P=10.561$ MPa              | $s=8.4521$ kJ/kgK              |
| 2. $T=250$ °C                  | $v=0.04276$ m <sup>3</sup> /kg |
| 3. $v=0.12$ m <sup>3</sup> /kg | $P=400$ mbar                   |
| 4. $T=160$ °C                  | $P=2$ bar                      |
| 5. $P=60$ bar                  | $h=3600$ kJ/kg                 |

### Soluzione

A. E' necessario determinare se la sostanza evolvente si trova in uno stato monofase liquido, bifase o monofase vapore.

B. I dati del problema vengono opportunamente convertiti all'interno di ogni singolo punto dell'esercizio.

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso all'equilibrio termodinamico.

Nella soluzione di questo problema si consiglia di utilizzare i diagrammi, anche qualitativi, (in particolare le rappresentazioni (T,s); (h,s); (P,T)) per localizzare il punto corrispondente allo stato.

**1.**  $P = 105.61 \text{ bar}$   $s = 8.4521 \text{ kJ/kgK}$

Dalla tabella del vapore saturo la pressione data compare per la temperatura  $T = 315 \text{ °C}$  a cui corrisponde  $s_{\text{ls}} = 3.4002 \text{ kJ/kgK}$  e  $s_{\text{vs}} = 5.5858 \text{ kJ/kgK}$ .

Essendo  $s > s_{\text{vs}}$  si deduce che il vapore è surriscaldato.

**2.**  $T = 250 \text{ °C}$   $v = 0.04276 \text{ m}^3/\text{kg}$

Dalla tabella del vapore saturo per  $T = 250 \text{ °C}$  si ottiene:

$v_{\text{ls}} = 1.251 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$   $v_{\text{vs}} = 0.050037 \text{ m}^3/\text{kg}$

Essendo  $v = 0.04276 \text{ m}^3/\text{kg}$  intermedio tra questi valori il fluido è un vapore umido il cui titolo è determinabile con la relazione:

$$x = \frac{0.04276 - 1.251 \cdot 10^{-3}}{0.050037 - 1.251 \cdot 10^{-3}} = 0.85$$

**3.**  $v = 0.12 \text{ m}^3/\text{kg}$   $P = 400 \text{ mbar} = 0.4 \text{ bar}$

dalla tabella si ha  $T = 75.89 \text{ °C}$  cui corrisponde

$v_{\text{ls}} = 0.0010265 \text{ m}^3/\text{kg}$   $v_{\text{vs}} = 3.9932 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

Essendo  $v = 0.12 \text{ m}^3/\text{kg}$  intermedio tra questi due valori, si tratta di vapore umido con titolo

$$x = \frac{0.12 - 1.0265 \cdot 10^{-3}}{3.9932 - 1.0265 \cdot 10^{-3}} = 0.0298$$

**4.**  $T = 160 \text{ °C}$   $P = 2 \text{ bar}$

Dalla tabella si ha che per  $T = 160 \text{ °C}$  la pressione di saturazione  $P_s = 6.1806 \text{ bar}$ . Se ne deduce che, essendo la pressione inferiore a quella di saturazione si ha un vapore surriscaldato.

**5.**  $P = 60 \text{ bar}$   $h = 3600 \text{ kJ/kg}$

Dalla tabella si ha che per  $P = 60 \text{ bar}$   $h_{\text{ls}} = 1213.7 \text{ kJ/kg}$   $h_{\text{vs}} = 2785 \text{ kJ/kg}$

Essendo  $h = 3600 \text{ kJ/kg}$  maggiore di entrambi i valori se ne deduce che è vapore surriscaldato.

Utilizzando le tabelle del vapore surriscaldato si può stimare una temperatura di poco inferiore a  $600 \text{ °C}$ .

**ESERCIZIO 3**

Determinare, facendo uso delle tabelle, il calore che deve essere fornito ad una massa M=10 kg di acqua con temperatura T=180 °C e titolo x= 0.4 per ottenere con un processo isobaro, vapore saturo.

**Soluzione**

A. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico si trova in uno stato bifase, caratterizzato da un titolo x non nullo.

B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:  
T= 180 °C= 453.15 K  
M= 10 kg

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso all’equilibrio termodinamico.

D. La proprietà additiva delle grandezze estensive consente di calcolare le grandezze termodinamiche esprimendo le grandezze estensive specifiche come media ponderale tra i valori assunti dalle medesime grandezze estensive specifiche per le singole fasi.

Essendo il processo considerato isobaro si ha che:

$Q= \Delta H$

Alla temperatura di 180 °C dalle tabelle del vapore saturo si ha:

$h_{ls} = 763.1 \text{ kJ/kg} \qquad (h_{vs} - h_{ls}) = 2013.2 \text{ kJ/kg} \qquad h_{vs} = 2776.3 \text{ kJ/kgK}$

Per calcolare la variazione di entalpia occorre sfruttare il legame tra entalpia specifica di un bifase e titolo.

$h_x = h_{ls} + x(h_{vs} - h_{ls}) \qquad h_x = 763.1 \text{ kJ/kg} + 0.4 \cdot 2013.2 \text{ kJ/kg} = 1568.38 \text{ kJ/kg}$

$\Delta H = M \cdot (h_{vs} - h_x) \qquad \Delta H = 10 \cdot (2776.3 - 1568.38) \text{ kJ} = 12079.2 \text{ kJ}$

**ESERCIZIO 4**

Facendo uso delle tabelle dell’acqua determinare, giustificando la risposta, le condizioni dell’acqua a temperatura T= 180 °C e massa volumica  $\rho = 10 \text{ kg/m}^3$ .

**Soluzione**

A. Non è necessaria alcuna schematizzazione del problema. Si tratta di analizzare uno stato termodinamico di equilibrio.

B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:  
T= 180 °C= 453.15 K  
 $\rho = 10 \text{ kg/m}^3$

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso all’equilibrio termodinamico.

Alla massa volumica di 10 kg/m<sup>3</sup> corrisponde un volume specifico

$$v = \frac{1}{\rho} \qquad v = 0.1 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Dalle tabelle per il vapore d'acqua risulta che a 180 °C per il volume specifico si ha:

$$v_{\text{ls}} = 0.001128 \text{ m}^3/\text{kg} \qquad v_{\text{vs}} - v_{\text{ls}} = 0.19267 \text{ m}^3/\text{kg} \qquad v_{\text{vs}} = 0.1938 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Essendo il dato del problema intermedio tra i due valori, siamo in presenza di uno stato bifase liquido-vapore saturo con titolo da calcolarsi con la relazione:

$$v_x = v_{\text{ls}} + x(v_{\text{vs}} - v_{\text{ls}}) \qquad x = \frac{v_x - v_{\text{ls}}}{v_{\text{vs}} - v_{\text{ls}}} \qquad x = \frac{0.1 - 0.001128}{0.1938 - 0.001128} = 0.513$$

Dalle tabelle risulta inoltre che alla temperatura di 180°C la pressione di saturazione è P= 10.027 bar.

**ESERCIZIO 5**

Determinare, facendo uso delle tabelle, il volume di un serbatoio che contiene una massa M= 4 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.2 e T= 100 °C.

**Soluzione**

A. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico si trova in uno stato bifase, caratterizzato da un titolo x non nullo.

B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:

$$T = 100 \text{ °C}$$

$$M = 4 \text{ kg}$$

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso all’equilibrio termodinamico.

Dalle tabelle per il vapore d'acqua alla temperatura di 100 °C per il volume specifico si ha:

$$v_{\text{ls}} = 0.001044 \text{ m}^3/\text{kg} \qquad v_{\text{vs}} - v_{\text{ls}} = 1.672 \text{ m}^3/\text{kg} \qquad v_{\text{vs}} = 1.673 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La proprietà additiva delle grandezze estensive consente di calcolare le grandezze termodinamiche con la relazione:

$$v = (1 - x)v_{\text{ls}} + xv_{\text{lv}} \qquad v = 0.8 \cdot 0.001044 \text{ m}^3 / \text{kg} + 0.2 \cdot 1.673 \text{ m}^3 / \text{kg} = 0.3354 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Noto il volume specifico è possibile determinare il volume complessivo del sistema:

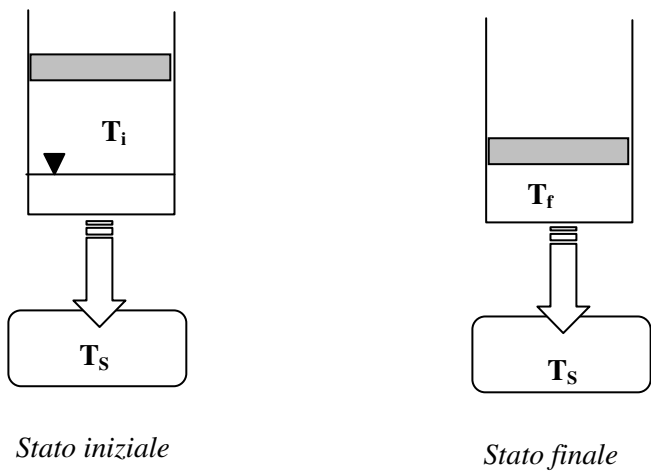
$$V = M \cdot v \qquad V = 4 \cdot 0.3354 \text{ m}^3 = 1.3416 \text{ m}^3$$

**ESERCIZIO 6**

Una massa M= 5 kg di vapore d'acqua alla temperatura T<sub>i</sub>= 100 °C e con titolo x= 0.9, viene posta a contatto con una sorgente isoterma a T<sub>s</sub>= 60 °C. Determinare il calore che deve essere asportato dall'acqua per raffreddarla sino alla temperatura T<sub>f</sub>= 80 °C a pressione costante. Determinare la variazione di entropia complessiva del sistema sorgente + massa di acqua.

**Soluzione**

A. La schematizzazione del sistema è illustrata in figura.  
La sostanza evolvente nel sistema termodinamico si trova in uno stato bifase, caratterizzato da un titolo  $x$  non nullo. Nello stato finale l'acqua si trova in fase liquida. La trasformazione è isobara. E' evidente che, essendo la temperatura finale inferiore alla temperatura di saturazione il sistema è allo stato di liquido sottoraffreddato.



B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:  
 $T_i = 100\text{ }^{\circ}\text{C} = 373.15\text{ K}$   
 $T_s = 60\text{ }^{\circ}\text{C} = 333.15\text{ K}$   
 $T_f = 80\text{ }^{\circ}\text{C} = 353.15\text{ K}$   
Si ricorda che per l'utilizzo delle tabelle termodinamiche non è necessaria la conversione della temperatura in Kelvin.

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso e non adiabatico.

D. La proprietà additiva delle grandezze estensive consente di calcolare le grandezze termodinamiche esprimendo le grandezze estensive specifiche come media ponderale tra i valori assunti dalle medesime grandezze estensive specifiche per le singole fasi. Si utilizzano le equazioni di stato dei liquidi incomprimibili ideali per l'acqua in fase liquida.

La pressione di saturazione per l'acqua a temperatura di  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  è pari a 1.013 bar. Alla temperatura di  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$  e alla pressione di 1.013 bar l'acqua è in fase liquida (sistema omogeneo monofase) come risulta chiaramente dalla rappresentando lo stato su un piano P-T. La quantità di calore scambiata in una trasformazione isobara è pari alla variazione di entalpia:

$$Q = \Delta H$$

$$Q = M(h_f - h_i)$$

Nello stato iniziale l'entalpia specifica si determina avendo noto il titolo e i valori assunti negli stati omogenei associati che sono riportati sulle tabelle:

$$h_i = h_{ls} + x(h_{vs} - h_{ls}) \quad h_i = 419.1 \text{ kJ/kg} + 0.9 \cdot 2256.9 \text{ kJ/kg} = 2450.31 \text{ kJ/kg}$$

L'entalpia del liquido, nello stato finale, si può considerare pari a quella del liquido saturo alla stessa temperatura (80 °C):

$$h_f = 334.9 \text{ kJ/kg}$$

Si ottiene quindi:

$$Q = 5 \cdot (334.9 - 2450.31) \text{ kJ} = -10577 \text{ kJ}$$

Dal bilancio di entropia possiamo determinare la produzione di entropia per irreversibilità:

$$\Delta S = S_Q + S_{irr} \quad \text{con} \quad S_{irr} \geq 0$$

Se consideriamo il sistema costituito dal sistema cilindro-stantuffo e dalla sorgente isoterma si dispone di un sistema composto isolato.

In tal caso, per la proprietà di attività della funzione entropia, si ha:

$$\Delta S_{is} = S_{irr}$$

$$\Delta S_{c-s} + \Delta S_{sc} = S_{irr}$$

Per il sistema cilindro-stantuffo la variazione di entropia si determina in funzione dello stato termodinamico iniziale e finale del vapore. La sorgente di calore isoterma assorbe la quantità di calore  $Q_{sc} = -Q$  già determinata:

$$\Delta S_{c-s} = M \cdot (s_f - s_i)$$

$$\Delta S_{sc} = \frac{Q_{sc}}{T_s}$$

Nello stato iniziale l'entropia specifica si determina avendo noto il titolo e i valori assunti negli stati omogenei associati che sono riportati sulle tabelle:

$$s_i = s_{ls} + x(s_{vs} - s_{ls}) \quad s_i = 1.3069 \text{ kJ/kgK} + 0.9 \cdot 6.0485 \text{ kJ/kgK} = 6.75055 \text{ kJ/kgK}$$

L'entropia del liquido, nello stato finale, si può considerare pari a quella del liquido saturo alla stessa temperatura (80 °C):

$$s_f = 1.0753 \text{ kJ/kgK}$$

Si ottiene quindi:

$$\Delta S_{c-s} = 5 \cdot (1.0753 - 6.75055) \text{ kJ / K} = -28.38 \text{ kJ / K}$$

Mentre per la sorgente di calore si ha:

$$\Delta S_{sc} = \frac{10577}{333.15} \text{ kJ / K} = 31.75 \text{ kJ / K}$$

La produzione di entropia per irreversibilità è pari:

$$S_{irr} = \Delta S_{c-s} + \Delta S_{sc} \quad S_{irr} = -28.38 \text{ kJ / K} + 31.75 \text{ kJ / K} = 3.37 \text{ kJ / K}$$

## ESERCIZIO 7

Un serbatoio chiuso e rigido del volume interno di 50 dm<sup>3</sup> contiene acqua alla temperatura di 200 °C. Una massa M= 2.6 kg di acqua si trova in condizione di liquido mentre il rimanente volume del serbatoio è occupato da vapore (saturato). Determinare la massa complessiva di acqua contenuta nel serbatoio.



**Soluzione**

A. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico si trova in uno stato bifase, caratterizzato da un titolo x non nullo.

B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:

$V= 50\text{ dm}^3 = 50 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3$

$T= 200\text{ }^{\circ}\text{C} = 473.15\text{ K}$

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso. Viene analizzato uno stato di equilibrio.

D. La proprietà additiva delle grandezze estensive consente di calcolare le grandezze estensive specifiche come media ponderale tra i valori assunti dalle medesime grandezze estensive specifiche per le singole fasi.

Poiché il volume occupato da una miscela bifase è:

$V = M_v v_{vs} + M_l v_{ls}$

la massa della fase vapore presente è:

$M_v = \frac{V - M_l v_{ls}}{v_{vs}}$

Utilizzando le tabelle termodinamiche in condizioni di saturazione per l’acqua alla temperatura di 200 °C si ricava:

$v_{ls} = 1.157 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3 / \text{kg} \qquad v_{vs} - v_{ls} = 0.12601\text{ m}^3 / \text{kg} \qquad v_{vs} = 0.12716\text{ m}^3 / \text{kg}$

Si ottiene quindi:

$M_v = \frac{50 \cdot 10^{-3} - 2.6 \cdot 1.157 \cdot 10^{-3}}{0.12716}\text{ kg} = 0.3695\text{ kg}$

La massa complessiva di acqua nel sistema è:

$M = M_l + M_v \qquad M = (2.6 + 0.3695)\text{ kg} = 2.9695\text{ kg}$

**ESERCIZIO 8**

Un serbatoio chiuso e rigido del volume interno di 3 m<sup>3</sup> contiene 2 kg di acqua alla pressione di 70 kPa. Determinare lo stato termodinamico del sistema e valutare l’energia interna.

**Soluzione**

A. Per la soluzione non è necessaria una schematizzazione essendo richiesto l’analisi di uno stato di equilibrio.

B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$V= 3\text{ m}^3$

$M= 2\text{ kg}$

$P= 70\text{ kPa}= 70000\text{ Pa}$

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso e rigido.

Per la determinazione dello stato termodinamico è necessario stimare il valore assunto da una qualche grandezza termodinamica. Con i dati del problema è possibile valutare il volume specifico dell'acqua.

$$v = \frac{V}{M} \qquad v = \frac{3}{2} \text{ kg / m}^3 = 1.5 \text{ kg / m}^3$$

Alla pressione di 70 kPa (0.7 bar) la temperatura di saturazione è pari a 89.96 °C mentre il volume specifico degli stati liquido saturo e vapore saturo sono:

$$v_{ls} = 1.0361 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{kg} \qquad v_{vs} - v_{ls} = 2.3637 \text{ m}^3 / \text{kg} \qquad v_{vs} = 2.3647 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Poiché il volume specifico  $v$  del sistema è maggiore del volume specifico dell'acqua e minore del volume specifico del vapore saturo alla pressione  $P = 70 \text{ kPa}$ , il sistema è in stato bifase. Il titolo del vapore presente è:

$$x = \frac{v - v_{ls}}{v_{vs} - v_{ls}} \qquad x = \frac{1.5 - 0.0010361}{2.3637} = 0.6341$$

Per determinare l'energia interna del sistema occorre valutare l'energia interna specifica. Nelle tabelle termodinamiche questa variabile non è esplicitamente riportata ma può essere valutata con la relazione:

$$u = h - Pv$$

L'entalpia specifica la si valuta con la relazione:

$$h = h_{ls}(1 - x) + xh_{vs}$$

Dalle tabelle si determina:

$$h_{ls} = 376.8 \text{ kJ / kg} \qquad h_{vs} = 2660.1 \text{ kJ / kg}$$

Ottenendo quindi:

$$h = 376.8 \cdot (1 - 0.6341) \text{ kJ / kg} + 0.6341 \cdot 2660.1 \text{ kJ / kg} = 1824.6 \text{ kJ / kg}$$

L'energia interna specifica  $u$  e l'energia interna totale  $U$  sono quindi pari a:

$$u = 1824.6 \text{ kJ / kg} - 70 \cdot 1.5 \text{ kJ / kg} = 1719.6 \text{ kJ / kg}$$

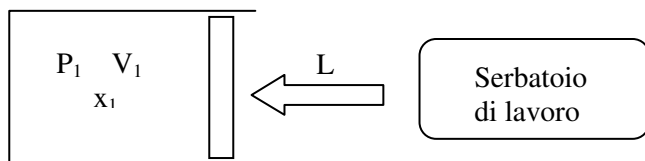
$$U = M \cdot u \qquad U = 2 \cdot 1719.6 \text{ kJ} = 3439.2 \text{ kJ}$$

**ESERCIZIO 9**

Del vapore umido con titolo  $x_1 = 0.3$ , contenuto in un apparato cilindro-pistone, viene compresso adiabaticamente. La pressione ed il volume iniziali del sistema sono rispettivamente  $P_1 = 0.1 \text{ bar}$  e  $V_1 = 25 \text{ dm}^3$ ; la pressione finale è  $P_2 = 20 \text{ bar}$ . Nell'ipotesi che il processo sia reversibile, determinare il lavoro necessario per eseguire la compressione.

**Soluzione**

A. Il sistema da analizzare è schematicamente rappresentato in figura.



B. I dati del problema, espressi in unità del SI, sono:

$$P_1 = 0.1 \text{ bar} = 10^4 \text{ Pa}$$

$$P_2 = 20 \text{ bar} = 2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$V_1 = 25 \text{ dm}^3 = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso adiabatico che scambia lavoro con una sorgente di lavoro.

D. La proprietà additiva delle grandezze estensive consente di calcolare le grandezze termodinamiche come media ponderale tra i valori assunti dalle medesime grandezze estensive specifiche per le singole fasi.

Per determinare il lavoro necessario per eseguire la compressione è necessario applicare l'equazione di bilancio energetico al sistema cilindro-stantuffo:

$$\Delta U = Q - L$$

Il bilancio di entropia per il sistema isolato composto da sistema cilindro-stantuffo e serbatoio di lavoro è:

$$\Delta S_{\text{is}} = S_{\text{irr}}$$

Essendo il processo di compressione analizzato reversibile si ha che  $S_{\text{irr}} = 0$ . Pertanto il processo è isoentropico.

E' quindi possibile stimare l'entropia nello stato finale avendo nota l'entropia dello stato iniziale:

$$s_1 = s_{\text{ls}}(1 - x_1) + x_1 s_{\text{vs}}$$

Alla pressione di 0.1 bar la temperatura di saturazione è pari a 45.83 °C mentre l'entropia specifica degli stati liquido saturo e vapore saturo sono:

$$s_{\text{ls}} = 0.6493 \text{ kJ/kgK} \quad s_{\text{vs}} = 8.1511 \text{ kJ/kgK}$$

Si ottiene:

$$s_1 = 0.6493 \cdot (1 - 0.3) \text{ kJ/kgK} + 0.3 \cdot 8.1511 \text{ kJ/kgK} = 2.9 \text{ kJ/kgK}$$

Alla pressione di 20 bar la temperatura di saturazione è pari a 212.37 °C mentre l'entropia specifica degli stati liquido saturo e vapore saturo sono:

$$s_{\text{ls}} = 2.4468 \text{ kJ/kgK} \quad s_{\text{vs}} = 6.3367 \text{ kJ/kgK}$$

Essendo l'entropia specifica dello stato finale compresa tra i valori per gli stati omogenei associati si ha un bifase con titolo:

$$x_2 = \frac{s_2 - s_{\text{ls}}}{s_{\text{vs}} - s_{\text{ls}}} \quad x_2 = \frac{2.9 - 2.4468}{6.3367 - 2.4468} = 0.1165$$

Per determinare il lavoro è necessario determinare la massa di acqua del sistema e la

variazione di energia interna.

Del sistema si conosce, nello stato iniziale, il volume totale. Il volume specifico nello stato iniziale si può determinare essendo noto il titolo:

$$v_1 = v_{ls}(1 - x_1) + x_1 v_{vs}$$

Alla pressione di 0.1 bar i volumi specifici degli stati liquido saturo e vapore saturo sono:

$$v_{ls} = 0.0010102 \text{ m}^3 / \text{kg} \quad v_{vs} = 14.6737 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Si ottiene:

$$v_1 = 0.0010102 \cdot (1 - 0.3) \text{ m}^3 / \text{kg} + 0.3 \cdot 14.6737 \text{ m}^3 / \text{kg} = 4.403 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

La massa complessiva di acqua presente è:

$$M = \frac{V}{v} \quad M = \frac{0.025}{4.403} \text{ kg} = 0.00568 \text{ kg}$$

Per determinare il lavoro occorre valutare la variazione di energia interna tra lo stato iniziale e lo stato finale. Dal bilancio energetico si ottiene infatti:

$$L = -M(u_2 - u_1)$$

Nelle tabelle termodinamiche l'energia interna specifica non è esplicitamente riportata ma può essere valutata con la relazione:

$$u = h - Pv$$

L'entalpia specifica negli stati iniziale 1 e finale 2 si valuta con le relazioni:

$$h_1 = h_{ls}(1 - x_1) + x_1 h_{vs}$$

$$h_2 = h_{ls}(1 - x_2) + x_2 h_{vs}$$

Per lo stato iniziale 1 alla pressione di 0.1 bar dalle tabelle si determina:

$$h_{ls} = 191.8 \text{ kJ / kg} \quad h_{vs} = 2584.8 \text{ kJ / kg}$$

Ottenendo quindi:

$$h_1 = 191.8 \cdot (1 - 0.3) \text{ kJ / kg} + 0.3 \cdot 2584.8 \text{ kJ / kg} = 909.7 \text{ kJ / kg}$$

L'energia interna specifica  $u$  è quindi pari a:

$$u_1 = 909.7 \text{ kJ / kg} - 10 \cdot 4.403 \text{ kJ / kg} = 865.7 \text{ kJ / kg}$$

Per lo stato iniziale 2 alla pressione di 20 bar dalle tabelle si determina:

$$h_{ls} = 908.6 \text{ kJ / kg} \quad h_{vs} = 2797.2 \text{ kJ / kg}$$

$$v_{ls} = 0.0011766 \text{ m}^3 / \text{kg} \quad v_{vs} = 0.099549 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Ottenendosi quindi:

$$h_2 = 908.6 \cdot (1 - 0.1165) \text{ kJ / kg} + 0.1165 \cdot 2797.2 \text{ kJ / kg} = 1128.6 \text{ kJ / kg}$$

$$v_2 = 0.0011766 \cdot (1 - 0.1165) \text{ m}^3 / \text{kg} + 0.1165 \cdot 0.099549 \text{ m}^3 / \text{kg} = 0.01264 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

L'energia interna specifica  $u$  è quindi pari a:

$$u_2 = 1128.6 \text{ kJ / kg} - 2000 \cdot 0.01264 \text{ kJ / kg} = 1103.32 \text{ kJ / kg}$$

Il lavoro scambiato è quindi:

$$L = -0.00568(1103.32 - 865.7) \text{ kJ} = -1.35 \text{ kJ}$$

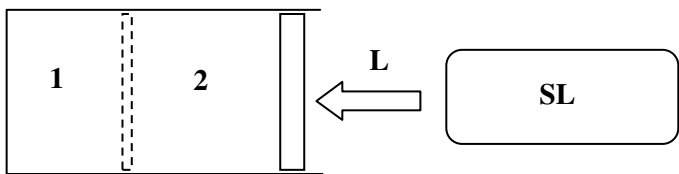
Il segno negativo indica che è lavoro fornito al sistema (si tratta infatti di una compressione).

**ESERCIZIO 10**

Un sistema composto è costituito da due recipienti 1 e 2 interagenti entrambi con una sorgente di lavoro a pressione  $P= 1 \text{ bar}$ . Il recipiente 1 contiene una massa  $M_1= 2 \text{ kg}$  di vapore d’acqua umido con titolo  $x= 0.8$ . Il recipiente 2 contiene una massa  $M_2$  incognita di vapore surriscaldato alla temperatura  $T_2= 150 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . Si chiede: la massa  $M_2$  di vapore surriscaldato necessaria per ottenere vapore saturo (secco) dalla miscelazione adiabatica del contenuto dei due recipienti, il lavoro del processo e la variazione di entropia.

**Soluzione**

A. sistema da analizzare è schematicamente rappresentato in figura.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$P= 1 \text{ bar}= 10^5 \text{ Pa}$

$M_1= 2 \text{ kg}$

$T_2= 150 \text{ }^{\circ}\text{C}= 423.15 \text{ K}$

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso adiabatico. L’insieme dei recipienti e della sorgente di lavoro SL è un sistema isolato.

D. La proprietà additiva delle grandezze estensive consente di calcolare le grandezze termodinamiche come media ponderale tra i valori assunti dalle medesime grandezze estensive specifiche per le singole fasi.

E. E’ necessaria la formulazione delle equazioni di bilancio energetico per la soluzione del problema posto.

Possiamo considerare uno stato iniziale in cui i due recipienti, separati da un setto, sono in equilibrio meccanico (stessa pressione) col serbatoio di lavoro. Successivamente il setto viene estratto e i due fluidi si miscelano rimanendo alla pressione di 1 bar (processo isobaro). Nell’ipotesi di processo isobaro e adiabatico il bilancio energetico si riduce a:

$\Delta H = 0$

Oppure, volendo esplicitare il lavoro scambiato:

$\Delta U = Q$

L’equazione di conservazione dell’entalpia totale diventa:

$$H_f - H_i = 0$$

$$(M_1 + M_2)h_f = M_1h_{1i} + M_2h_{2i}$$

Per determinare l'entalpia specifica nelle condizioni iniziali per i sistemi 1 e 2 è necessario utilizzare i dati tabulati.

Alla pressione di 1 bar le proprietà termofisiche degli stati liquido saturo e vapore saturo sono:

$$v_{ls} = 0.0010434 \text{ m}^3 / \text{kg} \quad v_{vs} = 1.6937 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$h_{ls} = 417.5 \text{ kJ} / \text{kg} \quad h_{vs} = 2675.4 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$s_{ls} = 1.3027 \text{ kJ} / \text{kgK} \quad s_{vs} = 7.3598 \text{ kJ} / \text{kgK}$$

Per il sottosistema 1, essendo noto il titolo, si ha:

$$h_{1i} = (1 - x)h_{ls} + xh_{vs} = (1 - 0.8) \cdot 417.5 \text{ kJ} / \text{kg} + 0.8 \cdot 2675.4 \text{ kJ} / \text{kg} = 2223.8 \text{ kJ} / \text{kg}$$

Il sistema 2 è costituito da vapore surriscaldato. Dalle tabelle si ottiene:

$$h_{2i} = 2776.1 \text{ kJ} / \text{kg}$$

Nello stato finale il sistema deve essere costituito da vapore saturo alla pressione di 1 bar. La sua entalpia specifica è quindi:

$$h_f = 2675.4 \text{ kJ} / \text{kg}$$

Esplicitando la massa  $M_2$  si ottiene:

$$M_2 = -M_1 \frac{h_{1i} - h_f}{h_{2i} - h_f} \quad M_2 = -2 \frac{2223.8 - 2675.4}{2776.1 - 2675.4} \text{ kg} = 8.97 \text{ kg}$$

L'entropia prodotta per irreversibilità nel processo di miscelazione, processo intrinsecamente irreversibile, si determina applicando il bilancio entropico al sistema isolato costituito isolato costituito dai due recipienti e dalla sorgente di lavoro:

$$\Delta S = S_{irr} \quad S_f - (S_{1i} + S_{2i}) = S_{irr} \quad (M_1 + M_2)s_f - (M_1s_{1i} + M_2s_{2i}) = S_{irr}$$

Per determinare l'entropia specifica nelle condizioni iniziali per i sistemi 1 e 2 è necessario utilizzare i dati tabulati.

Per il sottosistema 1, essendo noto il titolo, si ha:

$$s_{1i} = (1 - x)s_{ls} + xs_{vs} = (1 - 0.8) \cdot 1.3027 \text{ kJ} / \text{kgK} + 0.8 \cdot 7.3598 \text{ kJ} / \text{kgK} = 6.1484 \text{ kJ} / \text{kgK}$$

Il sistema 2 è costituito da vapore surriscaldato. Dalle tabelle si ottiene:

$$s_{2i} = 7.6137 \text{ kJ} / \text{kgK}$$

Nello stato finale il sistema è costituito da vapore saturo alla pressione di 1 bar. La sua entropia specifica è quindi:

$$s_f = 7.3598 \text{ kJ} / \text{kgK}$$

L'entropia prodotta per irreversibilità è quindi pari a:

$$S_{irr} = (2 + 8.97) \cdot 7.3598 \text{ kJ} / \text{kgK} - (2 \cdot 6.1484 + 8.97 \cdot 7.6137) \text{ kJ} / \text{kgK} = 0.145 \text{ kJ} / \text{kgK}$$

Il lavoro che il serbatoio di lavoro compie sul sistema è pari al prodotto della pressione (costante) per la differenza del volume complessivo del sistema negli stati finale ed iniziale:

$$L = P[V_f - (V_1 + V_2)] \quad L = P[(M_1 + M_2)v_f - (M_1v_{1i} + M_2v_{2i})]$$

Per determinare il volume specifico nelle condizioni iniziali per i sistemi 1 e 2 è necessario utilizzare i dati tabulati.

Per il sottosistema 1, essendo noto il titolo, si ha:

$$v_{li} = (1 - x)v_{ls} + xv_{vs}$$

$$v_{li} = (1 - 0.8) \cdot 0.0010434 \text{ m}^3 / \text{kg} + 0.8 \cdot 1.6937 \text{ m}^3 / \text{kg} = 1.3552 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Il sistema 2 è costituito da vapore surriscaldato. Dalle tabelle si ottiene:

$$v_{2i} = 1.9363 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Nello stato finale il sistema è costituito da vapore saturo alla pressione di 1 bar. Il volume specifico è quindi:

$$v_f = 1.6937 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

E’ possibile ora determinare il lavoro scambiato:

$$L = 10^5 \left[ (2 + 8.97)1.6937 - (2 \cdot 1.3552 + 8.97 \cdot 1.9363) \right] \text{J} = -150 \text{ kJ}$$

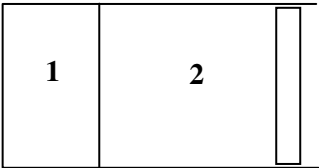
Il lavoro scambiato per l’insieme dei due serbatoi è negativo (si ha una riduzione del volume complessivo del sistema). Il lavoro poteva anche essere determinato applicando l’equazione di bilancio energetico e valutando la variazione di energia interna del sistema.

### ESERCIZIO 11

In un serbatoio a pressione costante e pari a 10 bar vengono miscelati, adiabaticamente, una massa di 4 kg di ghiaccio a temperatura di −40 °C con una massa di 0.4 kg di vapore surriscaldato alla temperatura di 200 °C. Determinare le condizioni finali del sistema

#### Soluzione

A. sistema da analizzare è schematicamente rappresentato in figura.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$P = 10 \text{ bar} = 10^6 \text{ Pa}$$

$$M_1 = 4 \text{ kg}$$

$$T_1 = -40 \text{ }^\circ\text{C} = 233.15 \text{ K}$$

$$M_2 = 0.4 \text{ kg}$$

$$T_2 = 200 \text{ }^\circ\text{C} = 473.15 \text{ K}$$

C. Il sistema è da considerarsi come un sistema chiuso adiabatico a pressione costante.

D. Le equazioni di stato consentono di calcolare le proprietà termodinamiche delle grandezze nello stato iniziale essendo tale stato costituito da una miscela di solido e vapore.

L’equazione di bilancio energetico, per un processo di miscelazione, conduce alla relazione:

$$\Delta H = 0$$

L'equazione di conservazione dell'entalpia totale diventa:

$$H_f - H_i = 0$$

$$(M_1 + M_2)h_f = M_1h_{1i} + M_2h_{2i}$$

Per determinare l'entalpia specifica nelle condizioni iniziali per i sistemi 1 e 2 è necessario utilizzare sia dati tabulati, sia relazioni approssimate.

Per il sottosistema 1, essendo acqua allo stato solido, si ha:

$$h_{1i} = h_{1st} + c_s(T - T_t)$$

$$h_{1i} = -333 \text{ kJ/kg} + 2.093 \cdot (-40 - 0.01) \text{ kJ/kg} = -416.74 \text{ kJ/kg}$$

Il sistema 2 è costituito da vapore surriscaldato alla temperatura di 200 °C e pressione 10 bar.

Dalle tabelle si ottiene:

$$h_{2i} = 2826.8 \text{ kJ/kg}$$

Nello stato finale l'entalpia specifica è:

$$h_f = \frac{M_1h_{1i} + M_2h_{2i}}{M_1 + M_2} \quad h_f = \frac{4 \cdot (-416.74) + 0.4 \cdot 2826.8}{4 + 0.4} \text{ kJ/kg} = -121.9 \text{ kJ/kg}$$

Essendo l'entalpia specifica nello stato finale <0 (entalpia specifica dell'acqua alla temperatura dello stato triplo in fase liquida) e maggiore di -333 kJ/kg (entalpia specifica dell'acqua alla temperatura dello stato triplo in fase solida), se ne può dedurre che al termine della miscelazione si otterrà un sistema costituito da ghiaccio in equilibrio con liquido alla temperatura dello prossima a quella dello stato triplo (la pressione è 10 bar!) e caratterizzato da un frazione solida pari a:

$$x_{sf} = \frac{h_f - h_{ss}}{h_{ls} - h_{ss}} \quad x_{sf} = \frac{-121.9 - (-333)}{0 - (-333)} = 0.634$$



### 3.3 RACCOLTA DI ESERCIZI NON RISOLTI

#### ESERCIZIO 3.1

In un sistema chiuso si miscelano adiabaticamente ed a pressione costante ( $P = 2.70$  bar) una massa  $M_1 = 4$  kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo  $x_1 = 0.2$  ed una massa  $M_2 = 2$  kg di acqua allo stato liquido con temperatura  $T_2 = 80$  °C. Determinare la temperatura finale del sistema. (Si devono utilizzare sia formule approssimate, sia le tabelle).

[130 °C]

#### ESERCIZIO 3.2

Facendo uso delle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione allegate, determinare il calore necessario per portare una massa  $M = 3$  kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo  $x = 0.2$  e temperatura  $T = 120$  °C sino a vapore saturo a temperatura  $T = 120$  °C.

[5286 kJ]

#### ESERCIZIO 3.3

In un serbatoio rigido con volume  $V = 3$  m<sup>3</sup> è presente vapore d'acqua surriscaldato alla temperatura  $T_i = 400$  °C e  $P_i = 30$  bar. Al sistema viene asportato calore sino ad ottenere condizioni di vapore saturo. Facendo uso delle tabelle determinare:

- la massa di acqua contenuta nel sistema;
- la temperatura e la pressione al termine del raffreddamento;
- la quantità di calore asportata;

[30.21 kg, 212.4 °C, 20 bar, 10150 kJ]

#### ESERCIZIO 3.4

Un sistema chiuso con volume  $V = 0.2$  m<sup>3</sup> contiene una massa  $M = 4$  kg di acqua a temperatura  $T = 150$  °C. Determinare il titolo del vapore e la massa di acqua allo stato liquido.

[0.125, 3.5 kg]

#### ESERCIZIO 3.5

Determinare, facendo uso delle tabelle, il volume di un serbatoio che contiene una massa  $M = 5$  kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo  $x = 0.7$  e temperatura  $T = 168$  °C.

[0.892 m<sup>3</sup>]

## 4.1 EQUAZIONI DI BILANCIO PER I SISTEMI APERTI

### 4.1.1 Generalità

I bilanci di massa, energia ed entropia per i sistemi aperti sono la base per lo studio dei più comuni componenti di interesse tecnico: pompe, compressori, turbine e scambiatori di calore. Le equazioni di bilancio, nella loro formulazione generale, sono:

$$\begin{cases} \frac{dM}{dt} = \sum_{k=1}^n \dot{m}_k^{\leftarrow} \\ \frac{dE}{dt} = \sum_{k=1}^n \dot{m}_k^{\leftarrow} \left( h + gz + \frac{w^2}{2} \right)_k + \dot{Q}^{\leftarrow} - L_e^{\rightarrow} \\ \frac{dS}{dt} = \sum_{k=1}^n \dot{m}_k^{\leftarrow} s_k + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr} \end{cases}$$

Considerando una porzione di condotto delimitata da una sezione di ingresso ( $i$ ) ed una di uscita ( $u$ ), i bilanci di energia e di entropia, in regime stazionario, si scrivono:

$$\begin{cases} \dot{m} \left[ (h_i - h_u) + g(z_i - z_u) + \frac{w_i^2}{2} - \frac{w_u^2}{2} \right] + \dot{Q} - L_e = 0 \\ \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_Q + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

dove  $\dot{m} = \rho w \Omega$  è la portata in massa del sistema .

In questo caso il bilancio in massa risulta triviale e pertanto non viene generalmente inserito nel sistema risolutivo che comprende soltanto il bilancio di energia e di entropia. Si riportano il sistema di equazioni risolutivi per alcuni componenti tipici.

#### Scambiatori di calore

$$\begin{cases} \dot{m}(h_i - h_u) + \dot{Q} = 0 \\ \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_Q + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

#### Macchine aperte (turbine, compressori e pompe)

$$\begin{cases} \dot{m}(h_i - h_u) - \dot{L}_e = 0 \\ \dot{m}(s_i - s_u) + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

Per le macchine aperte si definiscono:

rendimento isoentropico di espansione (turbina):

$$\eta_T = \frac{\dot{L}_e}{\dot{L}_{id}}$$

rendimento isoentropico di compressione (compressore e pompa):

$$\eta_C = \frac{\dot{L}_{id}}{\dot{L}_e}$$

dove il termine  $\dot{L}_{id}$  rappresenta la potenza meccanica scambiata con un processo ideale (isoentropico).

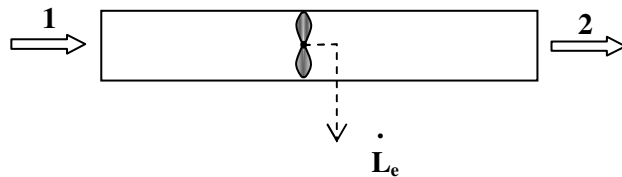
## 4.2 ESERCIZI SVOLTI

### ESERCIZIO 1

Una portata  $\dot{m} = 0.5 \text{ kg/s}$  di elio fluisce in un condotto orizzontale. Nella sezione di ingresso è noto  $T_1 = 330 \text{ °C}$ ,  $w_1 = 150 \text{ m/s}$  e  $P_1 = 6 \text{ bar}$  mentre in quella di uscita è noto  $T_2 = 30 \text{ °C}$ ,  $w_2 = 300 \text{ m/s}$  e  $P_2 = 1 \text{ bar}$ . Nelle ipotesi che il condotto sia isolato termicamente dall'esterno e che il sistema sia in uno stato stazionario, determinare la potenza meccanica fornita dal sistema e la produzione di entropia per irreversibilità nell'unità di tempo.

#### Soluzione

A. Il sistema aperto può essere schematizzato come un condotto nel quale è presente un sistema per scambiare lavoro (turbina).



B. I dati del problema opportunamente convertiti in unità del Sistema Internazionale sono:

$$T_1 = 330 \text{ °C} = 603.15 \text{ K}$$

$$w_1 = 150 \text{ m/s}$$

$$P_1 = 6 \text{ bar} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 30 \text{ °C} = 303.15 \text{ K}$$

$$w_2 = 300 \text{ m/s}$$

$$P_2 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

C. Il sistema è da considerarsi aperto, orizzontale e con pareti adiabatiche.

D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico aperto è un gas perfetto monoatomico con massa molare  $M_m = 4 \text{ kg/kmole}$ .

E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere alle equazioni di bilancio per i sistemi aperti in regime stazionario con un solo ingresso ed una sola uscita.

L'applicazione del bilancio energetico ed entropico, avendo indicato con 1 la sezione di ingresso e con 2 la sezione di uscita, conduce al sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \dot{m} \left[ (h_1 - h_2) + g(z_1 - z_2) + \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right] + \dot{Q} - \dot{L}_e = 0 \\ \dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{S}_Q + \dot{S}_{\text{irr}} = 0 \end{cases}$$

Sfruttando le ipotesi del problema di condotto adiabatico  $\dot{Q} = 0$  e  $\dot{S}_Q = 0$ , e disposizione orizzontale  $z_1 = z_2$ , risulta

$$\begin{cases} \dot{m} \left[ (h_1 - h_2) + \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right] - \dot{L}_e = 0 \\ \dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

Dall'equazione di bilancio energetico si ricava

$$\dot{L}_e = \dot{m} \left[ (h_1 - h_2) + \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right] \quad \dot{L}_e = \dot{m} \left[ c_p (T_1 - T_2) + \frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right]$$

$$\dot{L}_e = 0.5 \left[ \frac{5}{2} \frac{8314}{4} (603.15 - 303.15) + \left( \frac{150^2}{2} - \frac{30^2}{2} \right) \right] W = 762.6 \text{ kW}$$

Dall'equazione di bilancio entropico si può determinare l'entropia prodotta per irreversibilità:

$$\dot{S}_{irr} = \dot{m}(s_2 - s_1) \quad \dot{S}_{irr} = \dot{m} \left( c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1} \right)$$

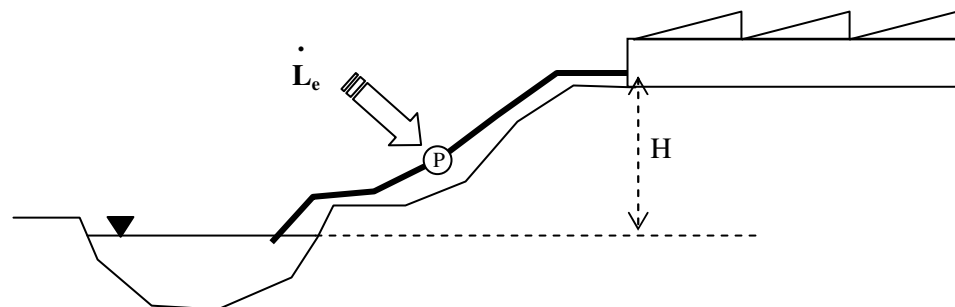
$$\dot{S}_{irr} = 0.5 \left( \frac{5}{2} \frac{8314}{4} \ln \frac{303.15}{603.15} - \frac{8314}{4} \ln \frac{1}{6} \right) W / K = 74.1 W / K$$

## ESERCIZIO 2

Calcolare la potenza che assorbe una pompa per portare acqua ad un complesso industriale posizionato ad una quota di 30 m sopra il livello del bacino di prelievo e con una condotta di diametro  $d = 10$  cm e lunghezza  $L = 60$  m. Si supponga una richiesta di approvvigionamento pari a  $50 \text{ m}^3/\text{h}$  e si analizzi il caso ideale in cui le perdite di carico siano trascurabili ed il caso reale.

### Soluzione:

A. Il sistema può essere schematizzato come in figura.



B. I dati del problema, in unità del Sistema Internazionale sono:

$H = 30 \text{ m}$

$\Gamma = 50 \text{ m}^3/\text{h} = 0.01388 \text{ m}^3/\text{s}$

$d = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

$L = 60 \text{ m}$

C. Il sistema è da considerarsi aperto ed adiabatico. La sezione di ingresso corrisponde alla superficie a pelo libero del bacino di valle mentre la sezione di uscita corrisponde alla superficie del serbatoio di monte (che viene ipotizzato a pressione costante e pari a 1 atm).

D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico è acqua in fase liquida e pertanto sono utilizzabili le equazioni di stato per le sostanze incompressibili ideali. Si ipotizza per l'acqua una massa volumica  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  e una viscosità dinamica  $\mu = 0.001 \text{ Ns/m}^2$ .

E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere al bilancio energetico per i sistemi aperti in regime stazionario con un solo ingresso ed una sola uscita. Dato che le sezioni di ingresso e di uscita sono serbatoi di sezione ampia è ragionevole ipotizzare che le velocità medie (e di conseguenza le componenti cinetiche) in queste sezioni siano trascurabili.

#### Caso ideale

Caso ideale indica, per il problema in esame, assenza di perdite di carico ( $\dot{S}_{\text{irr}} = 0$ ). Essendo

il sistema adiabatico ( $\dot{Q} = 0$  e  $\dot{S}_Q = 0$ ) e trascurando la variazione di energia cinetica tra la sezione 1 e la sezione 2 le equazioni di bilancio si riducono a:

$$\begin{cases} \dot{m}[(h_1 - h_2) + g(z_1 - z_2)] - \dot{L}_e = 0 \\ \dot{m}(s_1 - s_2) = 0 \end{cases}$$

Dal bilancio entropico, essendo il processo isoentropico e adottando il modello di liquido incompressibile ideale, si ottiene:

$$c_L \ln \frac{T_1}{T_2} = 0 \quad T_1 = T_2$$

Il bilancio energetico, con l'ipotesi di adottare il modello di liquido incompressibile ideale, diventa:

$$\dot{L}_e = \dot{m}[(u_1 - u_2) + v(P_1 - P_2) + g(z_1 - z_2)]$$

La portata in massa si determina con la relazione che lega la portata volumica alla portata massica:

$$\dot{m} = \rho \Gamma \quad \dot{m} = 1000 \cdot 0.01388 \text{ kg/s} = 13.88 \text{ kg/s}$$

Essendo la sezione di ingresso 1 e la sezione di uscita 2 alla medesima pressione (pressione atmosferica) ed alla medesima temperatura ( $u_2 = u_1$ ) l'equazione di bilancio energetico si riduce a:

$$\dot{L}_e = \dot{m}[g(z_1 - z_2)] \quad \dot{L}_e = 13.88 \cdot 9.81 \cdot (-30) \text{ W} = -4.1 \text{ kW}$$

Il segno negativo indica che il lavoro è assorbito dal sistema.

Caso reale

Nel caso reale non sono trascurabili le perdite di carico nel condotto. Sfruttando la formulazione del bilancio energetico che deriva dall’integrazione del bilancio entropico si ottiene:

ṁ[(vP1 - vP2) + g(z1 - z2) + (w1^2/2 - w2^2/2)] - Ḑreale = ∫1^2 TdSirr

Il termine a sinistra dell’equazione di bilancio rappresenta la dissipazione energetica del sistema e può essere ricondotto, nel caso in oggetto, alle somma delle perdite di carico distribuite lungo il condotto e a quelle concentrate all’imbocco della condotta e allo sbocco della condotta nel serbatoio a monte.

∫1^2 TdSirr = ṁ · r12

Le perdite di carico distribuite sono determinabili con la relazione:

r12distr = ΔP\_distr / ρ      ΔP\_distr / ρ = f(Re) \* L/d \* w^2/2

dove il coefficiente di perdita di carico f dipende dal numero di Reynolds. La velocità nel condotto è determinabile avendo nota la sezione A del condotto stesso:

w = Γ/A      w = (4 \* 0.01388) / (π \* 0.1^2) m/s = 1.767 m/s

Il numero di Reynolds è:

Re = ρwd / μ      Re = (1000 \* 1.767 \* 0.1) / 10^-3 = 176700      => regime turbolento

Il fattore d’attrito vale quindi:

f = 0.3164 / Re^0.25      f = 0.3164 / 176700^0.25 = 0.01543

Da cui si ricava:

ΔP\_distr / ρ = 0.01543 \* (60 / 0.1) \* (1.767^2 / 2) m^2/s^2 = 14.453 m^2/s^2

Si ipotizzino perdite di carico concentrate di imbocco (k1= 0.5) e sbocco (k2= 1) nei due serbatoi:

r12conc = ΔP\_conc / ρ      ΔP\_conc / ρ = Σ i=1^2 ki \* wi^2/2      ΔP\_conc / ρ = 2.344 m^2/s^2

In definitiva le perdite di carico sono:

r12 = r12distr + r12conc      r12 = 14.453 m^2/s^2 + 2.344 m^2/s^2 = 16.797 m^2/s^2

Risolvendo ora l’equazione di bilancio energetico rispetto al lavoro assorbito dalla pompa si ha:

Ḑreale = ṁ[g(z1 - z2) - r12]      Ḑreale = 0.01388[9.81(-30) - 16.797]W = -4.32 kW

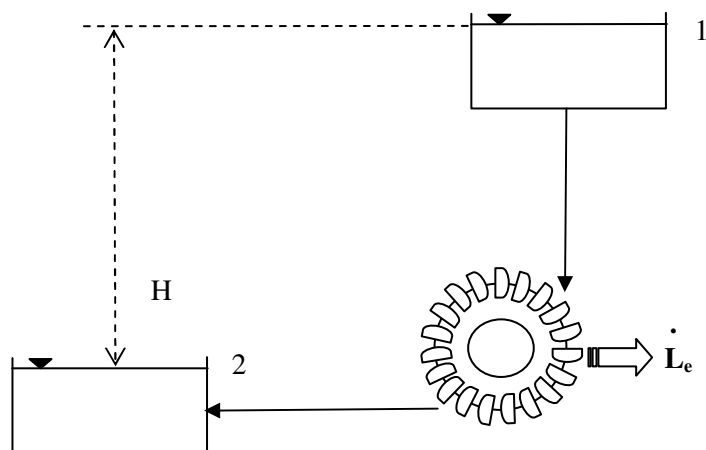
La potenza assorbita dalla pompa è maggiore nel caso reale rispetto al caso ideale.

### ESERCIZIO 3

Si consideri una turbina idraulica che produce energia elettrica elaborando una portata di 900 t/h di acqua (liquida) sfruttando un salto geodetico di 400 m. Si calcoli la potenza prodotta dall'impianto nell'ipotesi di trascurare ogni irreversibilità.

#### Soluzione

A. Il sistema aperto può essere schematizzato come in figura.



B. I dati del problema opportunamente convertiti in unità del Sistema Internazionale sono:

$H = 400 \text{ m}$

$\dot{m} = 900000 \text{ kg/h} = 250 \text{ kg/s}$

C. Il sistema è da considerarsi aperto, con pareti adiabatiche. I due serbatoi contengono acqua nelle medesime condizioni termodinamiche.

D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico aperto è acqua modellata come liquido incompressibile ideale con massa volumica  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere alle equazioni di bilancio per i sistemi aperti, in regime stazionario, con una sezione di ingresso ed una sezione di uscita.

La potenza massima si determina nel caso ideale di processo reversibile. Essendo il sistema adiabatico ( $\dot{Q} = 0$  e  $\dot{S}_Q = 0$ ) e trascurando la variazione di energia cinetica tra la sezione 1 e la sezione 2 (le velocità in questa sezione sono  $w \approx 0$ ) le equazioni di bilancio si riducono a:

$$\begin{cases} \dot{m}[(h_1 - h_2) + g(z_1 - z_2)] - \dot{L}_e = 0 \\ \dot{m}(s_1 - s_2) = 0 \end{cases}$$



Dal bilancio entropico, essendo il processo isoentropico e adottando il modello di liquido incompressibile ideale, si ottiene:

$$c_L \ln \frac{T_1}{T_2} = 0 \quad T_1 = T_2$$

Il bilancio energetico, con l'ipotesi di adottare il modello di liquido incompressibile ideale, diventa:

$$\dot{L}_e = \dot{m}[(u_1 - u_2) + v(P_1 - P_2) + g(z_1 - z_2)]$$

Essendo la sezione di ingresso 1 e la sezione di uscita 2 alla medesima pressione (pressione atmosferica) ed alla medesima temperatura ( $u_2 = u_1$ ) l'equazione di bilancio energetico si riduce a:

$$\dot{L}_e = \dot{m}[g(z_1 - z_2)] \quad \dot{L}_e = 250 \cdot 9.81 \cdot 400 \text{ W} = 981 \text{ kW}$$

Il segno negativo indica che il lavoro è assorbito dal sistema.

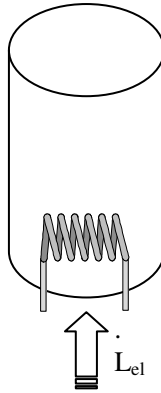
#### ESERCIZIO 4

Si dispone di uno scaldabagno domestico elettrico ad accumulo ( $V = 80 \text{ l}$ ) che viene assunto perfettamente isolato termicamente (adiabatico). Determinare il tempo necessario per riscaldare l'acqua contenuta da  $15^\circ\text{C}$  a  $50^\circ\text{C}$  assorbendo dalla rete una potenza elettrica pari a  $2 \text{ kW}$ . Si assuma per l'acqua una massa volumica  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ .

Si valuti come sia possibile realizzare uno scaldabagno elettrico istantaneo (sistema aperto) valutando la portata in massa di acqua che si potrebbe trattare.

##### Soluzione:

A. Il sistema può essere schematizzato come un sistema chiuso.



B. I dati, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$\dot{L}_{el} = 2 \text{ kW} = 2000 \text{ W}$$

$$V = 80 \text{ l} = 0.08 \text{ m}^3$$

$$T_1 = 15^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}$$

$$T_2 = 50^\circ\text{C} = 323.15 \text{ K}$$

- C. Il sistema è un sistema termodinamico non semplificato (c'è scambio di lavoro elettrico), adiabatico. Nella condizione in cui non venga prelevata acqua dallo scaldabagno il sistema può essere considerato chiuso.
- D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico è acqua assunta come liquido incompressibile ideale con massa volumica  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$  e calore specifico  $c_L = 4.2 \text{ kJ/kgK}$ .
- E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere all'espressione generalizzata del bilancio energetico per i sistemi chiusi.

La massa di liquido presente nel serbatoio dello scaldabagno elettrico è:

$$M = \rho V \qquad M = 998 \cdot 0.08 \text{ kg} = 79.84 \text{ kg}$$

L'equazione di bilancio energetico è:

$$\Delta U = Q - L + L_{el} \qquad \Delta U = L_{el}$$

inoltre la variazione di energia interna per un liquido incompressibile è data da:

$$\Delta U = M c_L \Delta T$$

Il lavoro elettrico assorbito dalla rete risulta quindi:

$$L_{el} = M c_L (T_f - T_i) \qquad L_{el} = 79.84 \cdot 4200 \cdot (50 - 15) \text{ J} = 11736.5 \text{ kJ}$$

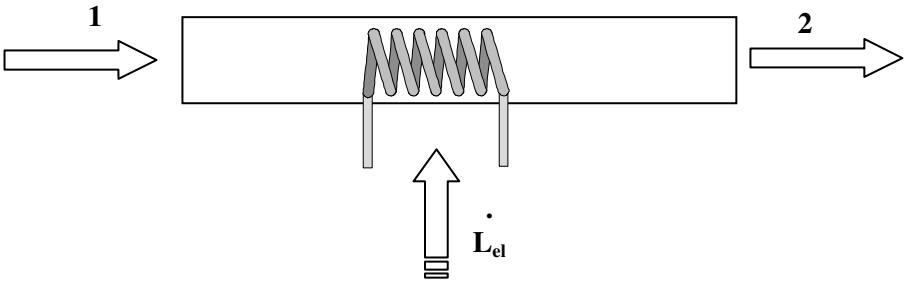
Essendo in grado la resistenza elettrica di dissipare una potenza di 2 kW il tempo necessario per realizzare il riscaldamento dell'acqua è:

$$L_{el} = \dot{L}_{el} \tau \qquad \tau = \frac{11736.5}{2} \text{ s} \cong 5868 \text{ s} = 1 \text{ h } 37 \text{ min } 48 \text{ s}$$

**Scaldabagno istantaneo**

**Soluzione**

A. Il sistema può essere schematizzato come un sistema aperto. Si assumerà la medesima potenza elettrica installata e si valuterà la portata in massa di acqua del sistema.



- B. I dati del problema sono pari a quelli forniti nella soluzione precedente.
- C. Il sistema è un sistema termodinamico aperto, adiabatico che opera in regime stazionario,. E' noto che il sistema assorbe lavoro elettrico.
- D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico aperto è acqua assunta come liquido incompressibile ideale con massa volumica  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$  e calore specifico  $c_L = 4.2 \text{ kJ/kgK}$ .

E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere alle equazioni di bilancio generalizzate per i sistemi aperti ricordando che non è possibile ricorrere al bilancio per il sistema semplificato.

Nel bilancio energetico è incluso il lavoro elettrico assunto positivo se entrante nel sistema. Le equazioni di bilancio, operando il sistema in regime stazionario, sono:

$$\begin{cases} \dot{m}(h_1 - h_2) + \dot{L}_{el} = 0 \\ \dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

L’equazione di bilancio entropico consente di ricavare l’entropia prodotta per irreversibilità mentre l’equazione di bilancio energetico consente di ricavare la portata di fluido. E’ comunque necessario ipotizzare che l’acqua, nell’attraversare lo scaldabagno, rimanga a pressione costante. Si ottiene così:

$$\dot{m} = \frac{\dot{L}_{el}}{(h_2 - h_1)} \qquad \dot{m} = \frac{\dot{L}_{el}}{c_L (T_2 - T_1)} \qquad \dot{m} = \frac{2000}{4200(50 - 15)} = 0.0136 \text{ kg / s} = 49 \text{ kg / h}$$

La portata volumica è:

$$\Gamma = \frac{\dot{m}}{\rho} \qquad \Gamma = \frac{0.0136}{998} = 1.363 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{s} = 0.8 \text{ l / min}$$

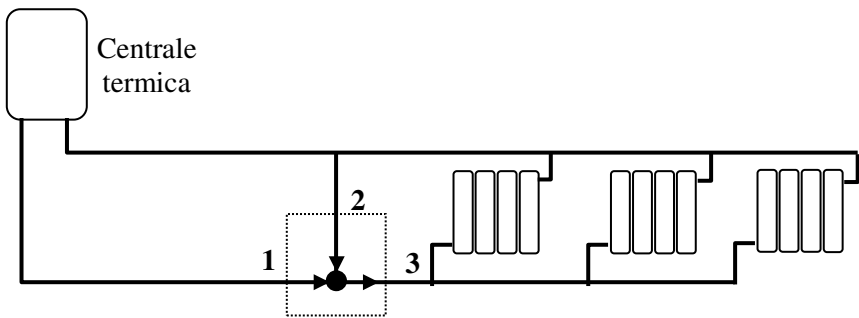
Si noti che dal rubinetto di un lavello fuoriescono normalmente 7-8 l/min di acqua. Questo spiega perché gli scaldabagni istantanei sono a gas.

**ESERCIZIO 5**

L’impianto di riscaldamento di un edificio è costituito da un sistema di radiatori opportunamente dimensionati. La centrale termica produce acqua calda a temperatura di 80 °C mentre l’alimentazione dei corpi scaldanti è controllata da una valvola a 3 vie che svolge di funzione di mantenere l’acqua di alimentazione dei radiatori ad una temperatura prefissata di 70 °C. La valvola a 3 vie miscela opportunamente acqua proveniente dalla centrale termica con l’acqua di ritorno dai radiatori alla temperatura di 60 °C. Sapendo che la potenza termica dell’impianto è 20 kW determinare la portata di acqua nella caldaia e la portata di ricircolo.

**Soluzione:**

A. Il sistema è schematizzato come in figura in cui viene evidenziato il sottosistema valvola di miscelazione.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$\dot{Q} = 20 \text{ kW}$$

$$T_1 = 80 \text{ }^\circ\text{C} = 353.15 \text{ K}$$

$$T_2 = 60 \text{ }^\circ\text{C} = 333.15 \text{ K}$$

$$T_3 = 70 \text{ }^\circ\text{C} = 343.15 \text{ K}$$

C. Il sistema “valvola a tre vie” può essere considerato come un sistema termodinamico aperto, adiabatico, rigido.

D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico aperto è acqua, liquido incomprimibile perfetto con calore specifico  $c_L = 4.2 \text{ kJ/kgK}$ .

E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere al bilancio energetico per i sistemi aperti.

Scelto come sistema aperto la valvola a tre vie si ottengono i seguenti bilanci di massa, energia ed entropia:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n \dot{m}_k^{\leftarrow} = 0 \\ \sum_{k=1}^n \dot{m}_k^{\leftarrow} \left( h + gz + \frac{w^2}{2} \right)_k + \dot{Q}^{\leftarrow} - L_e^{\rightarrow} = 0 \\ \sum_{k=1}^n \dot{m}_k^{\leftarrow} s_k + \dot{S}_Q^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

Indicando con 1 e 2 le sezioni di ingresso della valvola e con 3 quella di uscita e ricordando che il sistema è adiabatico, non scambia alcun lavoro, è orizzontale e a sezione costante si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} \dot{m}_1 + \dot{m}_2 - \dot{m}_3 = 0 \\ \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3 = 0 \\ \dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_3 s_3 + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

Sostituendo l'equazione di bilancio di massa nelle equazioni di bilancio energetico ed entropico si ottiene:

$$\begin{cases} \dot{m}_1 (h_1 - h_3) + \dot{m}_2 (h_2 - h_3) = 0 \\ \dot{m}_1 (s_1 - s_3) + \dot{m}_2 (s_2 - s_3) + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

Questo sistema di 2 equazioni contiene 3 incognite. E' nota però la potenza termica della centrale e quindi si rende necessario applicare il bilancio energetico alla sola centrale termica per la quale lo stato 2 è rappresentativo delle condizioni in ingresso mentre lo stato 1 è rappresentativo delle condizioni in uscita. Le equazioni di bilancio di massa e di energia, con le debite semplificazioni, si riducono a:

$$\begin{cases} \dot{m}_C - \dot{m}_1 = 0 \\ \dot{m}_C h_2 - \dot{m}_1 h_1 + \dot{Q}^{\leftarrow} = 0 \end{cases}$$

Nell’ipotesi di avere un liquido incompressibile ideale per il quale si trascurano le perdite di carico nell’impianto ed avendo indicato con  $T_0$  una generica temperatura di riferimento si ha:

$$\dot{m}_C c_L (T_2 - T_0) - \dot{m}_1 c_L (T_1 - T_0) + \dot{Q} = 0 \qquad \dot{m}_1 = \frac{\dot{Q}}{(T_1 - T_2)}$$

$$\dot{m}_1 = \frac{20000}{4200(80 - 60)} \text{ kg/s} = 0.238 \text{ kg/s}$$

Sfruttando ora l’equazione di bilancio per la valvola di miscelazione a 3 vie si ottiene:

$$\dot{m}_1 c_L (T_1 - T_3) + \dot{m}_2 c_L (T_2 - T_3) = 0$$

$$\dot{m}_2 = -\dot{m}_1 \frac{(T_1 - T_3)}{(T_2 - T_3)} \qquad \dot{m}_2 = -0.238 \frac{(80 - 70)}{(60 - 70)} \text{ kg/s} = 0.238 \text{ kg/s}$$

Dal bilancio di massa si ottiene infine:

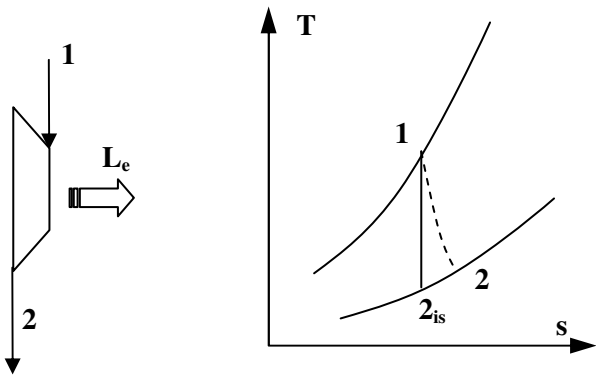
$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \qquad \dot{m}_3 = 0.238 \text{ kg/s} + 0.238 \text{ kg/s} = 0.476 \text{ kg/s}$$

**ESERCIZIO 6**

Determinare il rendimento isoentropico di espansione e l’entropia prodotta per irreversibilità da una turbina a gas adiabatica operante in regime stazionario che produce un lavoro specifico  $L_e = 2000 \text{ kJ/kg}$  espandendo una portata di elio da uno stato di ingresso noto ( $P_1 = 8 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 800 \text{ °C}$ ) ad una condizione di uscita con pressione  $P_2 = 2 \text{ bar}$ .

**Soluzione:**

A. Il sistema può essere schematizzato rappresentando una macchina aperta motrice (turbina) e la trasformazione del gas nel piano Ts.



B. I dati del problema, espressi con unità del Sistema Internazionale, sono:

$$P_1 = 8 \text{ bar} = 8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 800 \text{ °C} = 1073.15 \text{ K}$$

$$P_2 = 2 \text{ bar} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$L_e = 2000 \text{ kJ/kg} = 2 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

C. Il sistema termodinamico è aperto, opera in regime stazionario, adiabatico e scambia lavoro.

D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico aperto è un gas perfetto monoatomico con massa molare  $M_m = 4 \text{ kg/kmole}$ .

E. La soluzione di questo problema richiede una analisi preliminare della trasformazione ideale isoentropica.

Dal bilancio dell'energia in regime stazionario per le macchine aperte è possibile determinare la potenza utile.

Nel caso ideale per la trasformazione 1-2is, si ottiene:

$$\begin{cases} (h_1 - h_{2is}) - L_{eid} = 0 \\ (s_1 - s_{2is}) = 0 \end{cases}$$

Pertanto dal bilancio entropico si ottiene la temperature del punto 2is.

$$c_p \ln \frac{T_{2is}}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0$$

$$T_{2is} = T_1 e^{\left( \frac{1}{c_p} R \ln \frac{P_2}{P_1} \right)} \quad T_{2is} = 1073.15 \cdot e^{\left( \frac{2}{5} \ln \frac{2}{8} \right)} \text{ K} = 616.3 \text{ K}$$

Il lavoro ideale della turbina risulta dunque:

$$L_{eid} = c_p (T_1 - T_{2is}) \quad L_{eid} = \frac{5}{2} \frac{8314}{4} (1073.15 - 616.3) \text{ J} = 2374 \text{ kJ/kg}$$

Per definizione il rendimento isoentropico è il rapporto tra il lavoro reale, ottenuto nella trasformazione 1-2, e il lavoro massimo ottenibile attraverso una trasformazione ideale 1-2is.

$$\eta_{is} = \frac{L_e}{L_{eid}} \quad \eta_{is} = \frac{2000}{2374} = 0.84$$

Si calcoli infine la produzione di entropia per irreversibilità del processo reale. Per la trasformazione reale 1-2 le equazioni di bilancio energetico ed entropico sono:

$$\begin{cases} (h_1 - h_2) - L_e = 0 \\ (s_1 - s_2) + s_{irr} = 0 \end{cases}$$

Noto il lavoro specifico  $L_e$  è possibile determinare la temperatura reale del gas all'uscita della turbina.

$$c_p (T_1 - T_2) - L_e = 0 \quad T_2 = T_1 - \frac{L_e}{c_p}$$

$$T_2 = 1073.15 \text{ K} - \frac{2 \cdot 10^6}{\frac{5}{2} \frac{8314}{4}} \text{ K} = 688.25 \text{ K}$$

Da cui si ricava

$$s_{\text{irr}} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1}$$

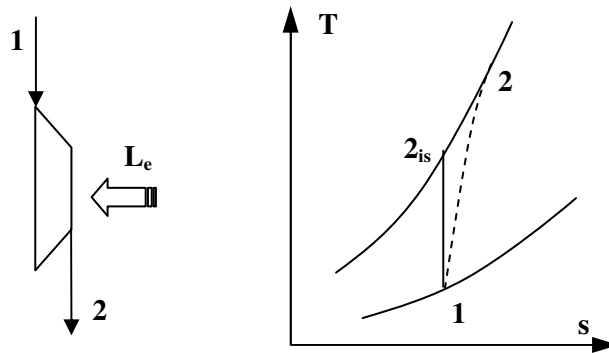
$$s_{\text{irr}} = \left( \frac{5}{2} \frac{8314}{4} \ln \frac{688.1}{1073.15} - \frac{8314}{4} \ln \frac{2}{8} \right) \text{J/kgK} = 0.572 \text{ kJ/kgK}$$

### ESERCIZIO 7

Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria  $\dot{m} = 50 \text{ kg/h}$ . La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono  $P_1 = 1 \text{ bar}$  e  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ . All'uscita dal compressore l'aria ha una pressione di  $P_2 = 5 \text{ bar}$ . Nell'ipotesi che il compressore operi stazionariamente e con un rendimento isoentropico pari a 0.9, determinare la temperatura dell'aria all'uscita del compressore  $T_2$ , la potenza assorbita dalla macchina e l'entropia prodotta per irreversibilità.

#### Soluzione

A. Il sistema può essere schematizzato rappresentando una macchina aperta operatrice (compressore) e la trasformazione del gas nel piano Ts.



B. I dati del problema, espressi con unità del Sistema Internazionale, sono:

$$P_1 = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$$

$$P_2 = 5 \text{ bar} = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\dot{m} = 50 \text{ kg/h} = 0.01389 \text{ kg/s}$$

C. Il sistema termodinamico è aperto, opera in regime stazionario, adiabatico e scambia lavoro.

D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico aperto è un gas perfetto biatomico con massa molare  $M_m = 29 \text{ kg/kmole}$ .

E. La soluzione di questo problema richiede una analisi preliminare della trasformazione ideale isoentropica.

Dal bilancio dell'energia in regime stazionario per le macchine aperte è possibile determinare la potenza utile.

Nel caso ideale per la trasformazione 1-2<sub>is</sub>, si ottiene:

$$\begin{cases} \dot{m}(h_1 - h_{2is}) - \dot{L}_{eid} = 0 \\ \dot{m}(s_1 - s_{2is}) = 0 \end{cases}$$

Pertanto dal bilancio entropico si ottiene la temperature del punto 2<sub>is</sub>.

$$c_p \ln \frac{T_{2is}}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0$$

$$T_{2is} = T_1 e^{\left(\frac{1}{c_p} R \ln \frac{P_2}{P_1}\right)} \quad T_{2is} = 293.15 \cdot e^{\left(\frac{2}{7} \ln \frac{5}{1}\right)} \text{ K} = 464.3 \text{ K}$$

La potenza meccanica scambiata dal compressore ideale risulta dunque:

$$\dot{L}_{eid} = \dot{m} c_p (T_1 - T_{2is}) \quad L_{eid} = 0.01389 \frac{7}{2} \frac{8314}{29} (293.15 - 464.3) \text{ W} = -2.385 \text{ kW}$$

Per definizione il rendimento isoentropico di compressione è il rapporto tra il lavoro ideale (la potenza meccanica ideale), nella trasformazione 1-2<sub>is</sub>, e il lavoro reale (potenza meccanica reale), trasformazione 1-2. E' possibile, noto il rendimento isoentropico di compressione, determinare la potenza meccanica reale:

$$\eta_{is} = \frac{\dot{L}_{eid}}{\dot{L}_e} \quad \dot{L}_e = \frac{\dot{L}_{eid}}{\eta_{is}} \quad \dot{L}_e = \frac{-2.385}{0.9} = -2.65 \text{ kW}$$

Si calcoli infine la produzione di entropia per irreversibilità del processo reale. Per la trasformazione reale 1-2 le equazioni di bilancio energetico ed entropico sono:

$$\begin{cases} \dot{m}(h_1 - h_2) - \dot{L}_e = 0 \\ \dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

Nota la potenza meccanica scambiata dal compressore è possibile determinare la temperatura reale del gas al termine della compressione.

$$\dot{m} c_p (T_1 - T_2) - \dot{L}_e = 0 \quad T_2 = T_1 - \frac{\dot{L}_e}{\dot{m} c_p}$$

$$T_2 = 293.15 \text{ K} - \frac{-2650}{0.01389 \frac{7}{2} \frac{8314}{29}} \text{ K} = 483.3 \text{ K}$$

Da cui si ricava

$$\dot{S}_{irr} = \dot{m} \left( c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$\dot{S}_{irr} = 0.01389 \left( \frac{7}{2} \frac{8314}{29} \ln \frac{483.3}{293.15} - \frac{8314}{29} \ln \frac{5}{1} \right) \text{ W/K} = 0.56 \text{ W/K}$$

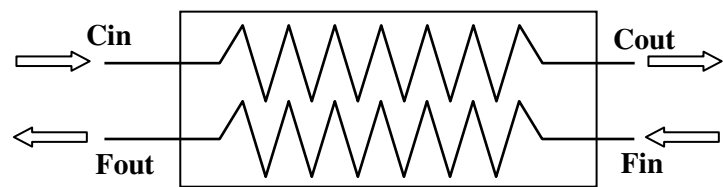


ESERCIZIO 8

Uno scambiatore di calore viene utilizzato per raffreddare una portata di aria pari a 12600 m<sup>3</sup>/h dalla temperatura T<sub>cin</sub>= 90 °C alla temperatura T<sub>cout</sub>= 55 °C. Il gas, all’ingresso dello scambiatore è alla pressione di 1 atm. Come fluido di refrigerazione si utilizza acqua allo stato liquido che entra nello scambiatore alla temperatura T<sub>Fin</sub>= 20 °C ed esce alla temperatura T<sub>Fout</sub>= 30 °C. Calcolare la portata di acqua dello scambiatore, la potenza termica scambiata tra i due fluidi e l’entropia prodotta per irreversibilità.

Soluzione:

A. Il sistema è schematizzabile con un sistema aperto con due ingressi e due uscite.



B. I dati del problema, espressi con unità del Sistema Internazionale, sono:

$\Gamma_C= 12600\text{ m}^3/\text{h}= 3.5\text{ m}^3/\text{s}$

$P_C= 1\text{ atm}= 101325\text{ Pa}$

$T_{Cin}= 90\text{ }^{\circ}\text{C}= 363.15\text{ K}$

$T_{Cout}= 55\text{ }^{\circ}\text{C}= 328.15\text{ K}$

$T_{Fin}= 20\text{ }^{\circ}\text{C}= 293.15\text{ K}$

$T_{Fout}= 30\text{ }^{\circ}\text{C}= 303.15\text{ K}$

C. Il sistema termodinamico è costituito da due sottosistemi aperti non adiabatici. Il sistema composto è invece adiabatico. La potenza ceduta dal fluido caldo è interamente ricevuta dal fluido freddo e rappresenta quella che viene definita la potenza dello scambiatore. Il sistema termodinamico analizzato è aperto, opera in regime stazionario, adiabatico e senza scambi di lavoro, con due sezioni di ingresso ed una sezione di uscita.

D. Le sostanze evolventi nel sistema termodinamico sono un gas perfetto biatomico con massa molare M<sub>m</sub>= 29 kg/kmole (aria) e un liquido incompressibile ideale (acqua) con calore specifico c<sub>L</sub>= 4.2 kJ/kgK.

E. La soluzione di questo problema richiede l’analisi del sistema termodinamico completo.

Per il gas è assegnata la portata volumica. La portata in massa è:

$\dot{m}_C = \rho \Gamma_C \qquad \dot{m}_C = \frac{P}{R^* T} \Gamma_C \qquad \dot{m}_C = \frac{101325}{\frac{8314}{29} 363.15} 3.5\text{ kg/s} = 3.4\text{ kg/s}$

Il bilancio dell'energia e di entropia per il sistema completo (gas lato caldo e liquido lato freddo) si può formalizzare come:

$$\begin{cases} \dot{m}_C(h_{Cin} - h_{Cout}) + \dot{m}_F(h_{Fin} - h_{Fout}) = 0 \\ \dot{m}_C(s_{Cin} - s_{Cout}) + \dot{m}_F(s_{Fin} - s_{Fout}) + \dot{S}_{irr} = 0 \end{cases}$$

Dall'equazione di bilancio energetico è possibile determinare la portata dell'acqua di refrigerazione.

$$\dot{m}_C c_P (T_{Cin} - T_{Cout}) + \dot{m}_F c_L (T_{Fin} - T_{Fout}) = 0$$

$$\dot{m}_F = -\dot{m}_C \frac{c_P (T_{Cin} - T_{Cout})}{c_L (T_{Fin} - T_{Fout})} \quad \dot{m}_F = -3.4 \frac{\frac{7}{2} \frac{8314}{29} (90 - 55)}{4200 (20 - 30)} \text{ kg/s} = 2.843 \text{ kg/s}$$

Per determinare la potenza termica scambiata è sufficiente applicare l'equazione di bilancio energetico ad uno dei due sottosistemi (lato caldo o lato freddo).

$$\dot{m}_F c_L (T_{Fin} - T_{Fout}) + \dot{Q} = 0$$

$$\dot{Q} = -\dot{m}_F c_L (T_{Fin} - T_{Fout}) \quad \dot{Q} = -2.843 \cdot 4200 (20 - 30) \text{ W} = 119.4 \text{ kW}$$

Dall'equazione di bilancio entropico è possibile determinare la produzione di entropia per irreversibilità del sistema.

$$\dot{m}_C (s_{Cin} - s_{Cout}) + \dot{m}_F (s_{Fin} - s_{Fout}) + \dot{S}_{irr} = 0$$

$$\dot{S}_{irr} = -\dot{m}_C (s_{Cin} - s_{Cout}) - \dot{m}_F (s_{Fin} - s_{Fout})$$

$$\dot{S}_{irr} = -\dot{m}_C \left( c_P \ln \frac{T_{Cin}}{T_{Cout}} - R^* \ln \frac{P_{Cin}}{P_{Cout}} \right) - \dot{m}_F c_L \ln \frac{T_{Fin}}{T_{Fout}}$$

$$\dot{S}_{irr} = -3.4 \left( \frac{7}{2} \frac{8314}{29} \ln \frac{363.15}{328.15} - \frac{8314}{29} \ln \frac{1}{1} \right) \text{ W/K} - 2.843 \cdot 4200 \ln \frac{293.15}{303.15} \text{ W/K} = 54.8 \text{ W/K}$$

La produzione di entropia non è dovuta, nel caso di scambiatore ideale ad una irreversibilità interna al fluido, ma a scambi termici attraverso differenze finite di temperatura.

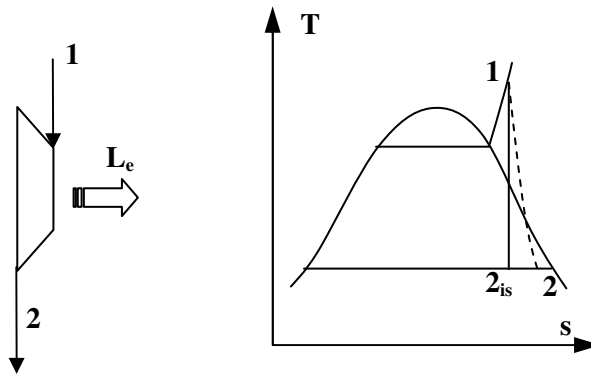
### ESERCIZIO 9

Determinare il lavoro specifico ottenuto dall'espansione di un flusso di vapor d'acqua in una turbina di un ciclo Rankine con rendimento isoentropico di espansione 0.85.

Nelle condizioni di ingresso in turbina il vapore si trova a 200 bar e 600 °C, mentre allo scarico la pressione è di 2 bar.

#### Soluzione

A. Il sistema può essere schematizzato rappresentando una macchina aperta motrice (turbina) e la trasformazione del vapore d'acqua nel piano Ts. Lo stato finale del fluido non è a priori noto potendosi avere o un vapore surriscaldato o un sistema bifase. Nella rappresentazione che viene riportata si ipotizza che l'espansione abbia termine nello stato bifase.



B. I dati del problema, espressi con unità del Sistema Internazionale, sono:

$$P_1 = 200 \text{ bar} = 2 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 600 \text{ °C} = 873.15 \text{ K}$$

$$P_2 = 2 \text{ bar} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

C. Il sistema termodinamico è aperto, opera in regime stazionario, adiabatico e scambia lavoro.

D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico aperto è un vapore e per la determinazione della proprietà termodinamiche devono essere utilizzate le tabelle termodinamiche.

E. La soluzione di questo problema richiede una analisi preliminare della trasformazione ideale isoentropica.

Dal bilancio dell'energia in regime stazionario per le macchine aperte è possibile determinare la potenza utile.

Nel caso ideale per la trasformazione 1-2<sub>is</sub>, si ottiene:

$$\begin{cases} (h_1 - h_{2is}) - L_{eid} = 0 \\ (s_1 - s_{2is}) = 0 \end{cases}$$

Per risolvere il sistema occorre determinare, con l'ausilio delle tabelle, le proprietà termodinamiche del fluido.

Per lo stato iniziale 1 alla pressione di 200 bar e alla temperatura di 600 °C dalle tabelle del vapore surriscaldato si determina:

$$h_1 = 3535.5 \text{ kJ/kg} \quad s_1 = 6.5043 \text{ kJ/kg}$$

Per lo stato finale è nota la pressione. Dalle tabelle in condizioni di saturazione si determinano le proprietà negli stati omogenei associati alla pressione  $P_2$ .

$$\begin{aligned}h_{1s} &= 504.7 \text{ kJ/kg} & s_{1s} &= 1.5301 \text{ kJ/kg} \\h_{vs} &= 2706.3 \text{ kJ/kg} & s_{vs} &= 7.1268 \text{ kJ/kg}\end{aligned}$$

Essendo il valore dell'entropia dello stato 2is (pari all'entropia dello stato 1) compreso tra quello di liquido saturo e quello di vapore saturo, lo stato finale è bifase. Il titolo relativo allo stato 2is è:

$$x_{2is} = \frac{s_{2is} - s_{1s}}{s_{vs} - s_{1s}} \quad x_{2is} = \frac{6.5043 - 1.5301}{7.1268 - 1.5301} = 0.89$$

L'entalpia specifica nello stato 2is è:

$$\begin{aligned}h_{2is} &= (1 - x_{2is})h_{1s} + x_{2is}h_{vs} \\h_{2is} &= (1 - 0.89) \cdot 504.7 \text{ kJ/kg} + 0.89 \cdot 2706.3 \text{ kJ/kg} = 2461.4 \text{ kJ/kg}\end{aligned}$$

Essendo noto il rendimento isoentropico di espansione possibile determinare l'entalpia specifica dello stato 2 e il lavoro specifico prodotto dalla turbina.

$$\eta_T = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2is}} \quad h_2 = h_1 - \eta_T(h_1 - h_{2is})$$

$$h_2 = 3535.5 \text{ kJ/kg} - 0.85(3535.5 - 2461.4) \text{ kJ/kg} = 2568.8 \text{ kJ/kg}$$

Mentre il lavoro specifico è:

$$L_e = h_1 - h_2 \quad L_e = 3535.5 \text{ kJ/kgK} - 2568.8 \text{ kJ/kgK} = 966.7 \text{ kJ/kgK}$$

Essendo l'entalpia specifica dello stato 2 inferiore all'entalpia specifica dello stato di vapore saturo alla pressione  $P_2$ , lo stato 2 è anch'esso uno stato bifase. Il titolo dello stato 2 è:

$$x_2 = \frac{h_2 - h_{1s}}{h_{vs} - h_{1s}} \quad x_2 = \frac{2568.8 - 504.7}{2706.3 - 504.7} = 0.937$$

L'entropia specifica nello stato 2 è valutabile con la relazione:

$$\begin{aligned}s_2 &= (1 - x_2)s_{1s} + x_2s_{vs} \\s_2 &= (1 - 0.937) \cdot 1.5301 \text{ kJ/kgK} + 0.937 \cdot 7.1268 \text{ kJ/kgK} = 6.7772 \text{ kJ/kgK}\end{aligned}$$

Il bilancio entropico, nel caso della trasformazione 1-2, consente di determinare l'entropia prodotta per irreversibilità nell'espansione reale in turbina.

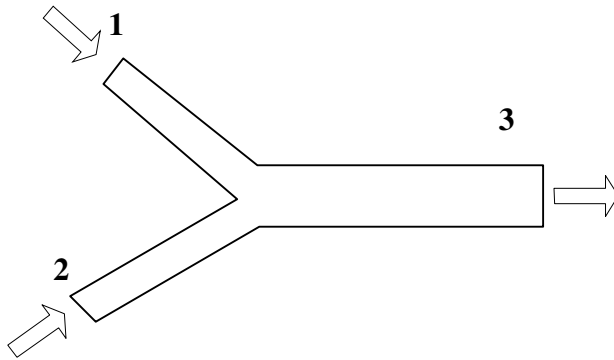
$$\begin{aligned}(s_1 - s_2) + s_{irr} &= 0 & s_{irr} &= s_2 - s_1 \\s_{irr} &= 6.7772 \text{ kJ/kgK} - 6.5043 \text{ kJ/kgK} = 0.2725 \text{ kJ/kgK}\end{aligned}$$

## ESERCIZIO 10

In un impianto di climatizzazione che opera in regime stazionario vengono miscelate, a pressione costante ( $P = 1 \text{ atm}$ ) e adiabaticamente, una portata di aria di  $2000 \text{ m}^3/\text{h}$  a temperatura  $T_1 = 15 \text{ °C}$  con una seconda portata di aria di  $4500 \text{ m}^3/\text{h}$  a temperatura di  $T_2 = 45 \text{ °C}$ . Determinare la temperatura dell'aria a valle della miscelazione e l'entropia prodotta per irreversibilità.

### Soluzione

A. Il sistema aperto è schematizzato con due sezioni di ingresso (1 e 2) ed una sezione di uscita.



B. I dati del problema, convertiti in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$T_1 = 15\text{ }^{\circ}\text{C} = 288.15\text{ K}$$

$$P = 1\text{ atm} = 101325\text{ Pa}$$

$$T_2 = 45\text{ }^{\circ}\text{C} = 318.15\text{ K}$$

$$\Gamma_1 = 2000\text{ m}^3/\text{h} = 0.556\text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Gamma_2 = 4500\text{ m}^3/\text{h} = 1.25\text{ m}^3/\text{s}$$

C. Il sistema è da considerarsi aperto, orizzontale, adiabatico e si trascurano le variazioni di energia cinetica tra ingresso e uscita.

D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico aperto è un gas perfetto biatomico con massa molare  $M_m = 29\text{ kg/kmole}$ .

E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere alle equazioni di bilancio per i sistemi aperti in regime stazionario con due ingressi ed una sola uscita.

Le portate assegnate sono portate volumetriche e devono essere convertite in portate massiche:

$$\dot{m} = \rho \Gamma$$

$$\dot{m}_1 = \rho_1 \Gamma_1 = \frac{P}{R^* T_1} \Gamma_1 = \frac{101325}{\frac{8314}{29} \cdot 288.15} \cdot 0.556\text{ kg/s} = 0.6814\text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_2 = \rho_2 \Gamma_2 = \frac{P}{R^* T_2} \Gamma_2 = \frac{101325}{\frac{8314}{29} \cdot 318.15} \cdot 1.25\text{ kg/s} = 1.3886\text{ kg/s}$$

Le equazioni di bilancio di massa, di energia e di entropia, nell'ipotesi di regime stazionario, di trascurare le variazioni di energia cinetica e di energia potenziale, di condotto adiabatico senza scambi di lavoro sono:

$$\begin{cases} \dot{m}_1 + \dot{m}_2 - \dot{m}_3 = 0 \\ \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3 = 0 \\ \dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_3 s_3 + \dot{S}_{\text{irr}} = 0 \end{cases}$$

Sfruttando l'equazione di bilancio di massa le equazioni di bilancio energetico ed entropico diventano:

$$\begin{cases} \dot{m}_1 (h_1 - h_3) + \dot{m}_2 (h_2 - h_3) = 0 \\ \dot{m}_1 (s_1 - s_3) + \dot{m}_2 (s_2 - s_3) + \dot{S}_{\text{irr}} = 0 \end{cases}$$

Dall'equazione di bilancio energetico, e con l'ipotesi di gas ideale, si ricava:

$$T_3 = \frac{\dot{m}_1 c_p T_1 + \dot{m}_2 c_p T_2}{\dot{m}_1 c_p + \dot{m}_2 c_p} \quad T_3 = \frac{0.6814 \cdot 288.15 + 1.3886 \cdot 318.15}{0.6814 + 1.3886} \text{ K} = 308.27 \text{ K} = 35.12^\circ\text{C}$$

Dall'equazione di bilancio entropico si ricava:

$$\dot{S}_{\text{irr}} = \dot{m}_1 (s_3 - s_1) + \dot{m}_2 (s_3 - s_2)$$

e, per essere il sistema a pressione costante:

$$\dot{S}_{\text{irr}} = \dot{m}_1 c_p \ln \frac{T_3}{T_1} + \dot{m}_2 c_p \ln \frac{T_3}{T_2}$$

$$\dot{S}_{\text{irr}} = 0.6814 \frac{7}{2} \frac{8314}{29} \ln \frac{308.27}{288.15} \text{ W/K} + 1.3886 \frac{7}{2} \frac{8314}{29} \ln \frac{308.27}{318.15} \text{ W/K} = 2.19 \text{ W/K}$$

## 4.3 ESERCIZI NON RISOLTI

### ESERCIZIO 4.1

In un sistema aperto adiabatico, orizzontale ed operante in regime stazionario fluisce una portata di gas  $G = 0.2 \text{ kg/s}$ ; nella sezione di ingresso del dispositivo la temperatura è  $T_{\text{in}} = 50^\circ\text{C}$  con una velocità media di sezione  $w_{\text{in}} = 40 \text{ m/s}$ . Nella sezione di uscita si ha una velocità  $w_{\text{out}} = 100 \text{ m/s}$ . Sapendo che al fluido viene fornita una potenza  $L = 0.6 \text{ kW}$  determinare la temperatura del gas nella sezione di uscita. (Il calore specifico del fluido è  $c_p = 2 \text{ kJ/kgK}$ ).

**[50.6 °C]**

### ESERCIZIO 4.2

In un sistema aperto disposto orizzontalmente fluisce in regime permanente una gas perfetto ( $\text{O}_2$ ) con una portata  $m = 0.2 \text{ kg/s}$ . Nella sezione di ingresso sono note velocità  $w_1 = 4 \text{ m/s}$ , temperatura  $T_1 = 120^\circ\text{C}$  e pressione  $P_1 = 9 \text{ bar}$ . Al gas viene fornita una potenza termica  $Q = 15 \text{ kW}$  mentre non c'è scambio di potenza meccanica. Sapendo che nella sezione di uscita si ha una  $w_2 = 250 \text{ m/s}$  e pressione  $P_2 = 2 \text{ bar}$ , determinare la temperatura del gas.

**[168.1 °C]**

### ESERCIZIO 4.3

Determinare la potenza assorbita da una pompa ideale isoentropica che viene utilizzata per elaborare una portata in massa  $m = 300 \text{ kg/h}$  di olio (massa volumica  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ ) tra la condizione di ingresso  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  e  $P_1 = 1 \text{ bar}$  ed una condizione di uscita con  $P_2 = 60 \text{ bar}$

**[546 W]**

### ESERCIZIO 4.4

Una portata  $G = 0.3 \text{ kg/s}$  di elio ( $\text{He}$ ) si espande in una turbina adiabatica in regime permanente, tra uno stato iniziale con temperatura  $T_1 = 1000 \text{ K}$  e pressione  $P_1 = 10 \text{ bar}$  ed uno stato finale con pressione  $P_2 = 4 \text{ bar}$ . Determinare la temperatura del gas in uscita ( $T_2$ ) nell'ipotesi che la trasformazione sia reversibile.

**[693 K]**

### ESERCIZIO 4.5

In un compressore adiabatico reversibile viene compressa una portata  $m = 0.5 \text{ kg/s}$  di azoto ( $\text{N}_2$ ) dalle condizioni  $P = 1 \text{ atm}$  e  $T = 20^\circ\text{C}$  alla pressione  $P = 10 \text{ atm}$ . Determinare la potenza meccanica necessaria per la compressione.

**[141.8 kW]**

### ESERCIZIO 4.6

Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria  $m_1 = 50 \text{ kg/h}$ . La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono  $P_1 = 1 \text{ bar}$  e  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ . All'uscita dal compressore l'aria ha una pressione di  $P_2 = 5 \text{ bar}$ . Nell'ipotesi che il compressore operi stazionariamente, che abbia un rendimento isoentropico pari a 0,9 e che l'aria si comporti

come un gas perfetto, determinare la temperatura dell'aria all'uscita del compressore  $T_2$  e la potenza assorbita dalla macchina e la produzione di entropia per irreversibilità.

**[483.3 K; 2.65 kW, 0.56 W/K]**

#### **ESERCIZIO 4.7**

Facendo uso delle tabelle del vapore d'acqua determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina adiabatica che opera in regime stazionario di cui sono note le condizioni di ingresso ( $P_i = 90$  bar,  $T_i = 500$  °C), la pressione in uscita  $P_u = 7$  bar ed il lavoro specifico reale prodotto  $L_{reale} = 600$  kJ/kg.

**[0,93]**

#### **ESERCIZIO 4.8**

Determinare il rendimento isoentropico di compressione di un compressore a gas adiabatico operante in regime stazionario che comprime una portata di  $N_2$  (gas perfetto) da uno stato di ingresso noto ( $P_1 = 1$  bar,  $T_1 = 30$  °C) ad una condizione di uscita con pressione  $P_2 = 4$  bar e temperatura  $T_2 = 185$  °C.

**[0,95]**

#### **ESERCIZIO 4.9**

In uno rigeneratore di un impianto a ciclo Rankine vengono miscelati, in regime stazionario, a pressione costante  $P = 30$  bar e adiabaticamente, una portata di 12 kg/s di acqua a temperatura di 30 °C con una portata incognita di vapore surriscaldato spillato dalla turbina a temperatura  $T = 350$  °C. Si chiede di valutare la portata di vapore surriscaldato spillata necessaria per avere in uscita dallo scambiatore acqua liquida in condizioni di saturazione, e l'entropia prodotta per irreversibilità.

**[5.02 kg/s, 5.92 W/K]**

#### **ESERCIZIO 4.10**

In una valvola di laminazione ha luogo una trasformazione adiabatica isoentalpica. Nella valvola entra acqua in condizioni di liquido saturo ( $x_1 = 0$ ) alla temperatura di 200 °C ed esce vapore alla pressione  $P_2 = 1$  bar. Determinare la temperatura ed il titolo  $x_2$  del vapore all'uscita della valvola.

**[99.63 °C, 0.19]**





### 5.1 LE INTERAZIONI TRA I SISTEMI: LE MACCHINE TERMODINAMICHE

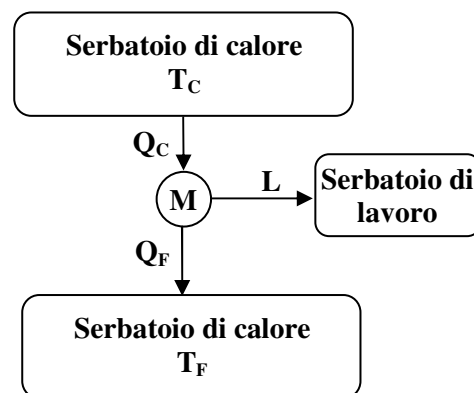
#### 5.1.1 Generalità

Con il termine di macchina termodinamica si intende un sistema composto da un opportuna combinazione di sottosistemi elementari (serbatoio di calore, serbatoio di lavoro e macchina ciclica) che ha come funzione o la conversione termodinamica di energia termica in lavoro (macchina termodinamica motrice) o il trasferimento di energia termica da uno o più serbatoi di calore a temperatura inferiore a uno o più serbatoi di calore a temperatura superiore (macchina termodinamica operatrice).

*Sistemi di conversione diretti: macchina motrice con sorgenti a temperatura costante*

Dai bilanci energetico ed entropico della macchina termodinamica motrice illustrata in figura e che è caratterizzata da operare con serbatoi di calore a temperatura costante  $T_S$  e  $T_F$ , si ottiene:

$$\begin{cases} -Q_C + L + Q_F = 0 \\ -\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$



L'analisi termodinamica di una macchina termodinamica motrice richiede spesso di separare l'analisi della macchina ideale (reversibile) che consente di massimizzare il lavoro prodotto da quella reale (irreversibile).

Nel caso di macchina termodinamica motrice ideale, o reversibile, si ottiene:

$$L_{rev} = Q_C \left( 1 - \frac{T_F}{T_C} \right)$$

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

Nel caso di macchina termodinamica motrice reale, o irreversibile, si ottiene:

$$L = Q_C \left( 1 - \frac{T_F}{T_C} \right) - T_F S_{irr}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F S_{irr}}{Q_C}$$

Questi risultati consentono di introdurre il concetto di lavoro perso (o dissipato):

$$L_p = L_{rev} - L \qquad L_p = T_F S_{irr}$$

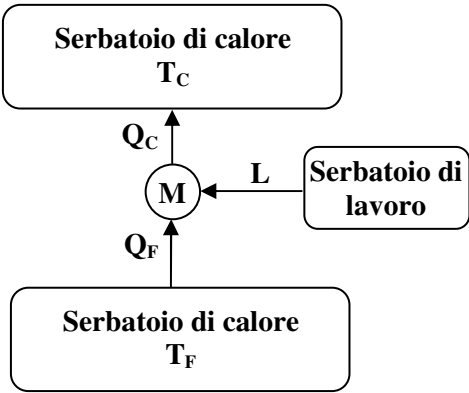
che rappresenta l’energia che il sistema termodinamico reale non è in grado di convertire in lavoro utile a causa di una non-idealità intrinseca del processo di conversione analizzato.

*Sistemi di conversione inversi: macchina operatrice con sorgenti a temperatura costante*

Dai bilanci energetico ed entropico della macchina termodinamica operatrice illustrata in figura e che è caratterizzata da operare con serbatoi di calore a temperatura costante  $T_S$  e  $T_i$ , si ottiene:

$$\begin{cases} + Q_C - L - Q_F = 0 \\ + \frac{Q_C}{T_C} - \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr} \end{cases}$$

Rispetto alla macchina motrice è differente l’equazione di bilancio entropico in quanto cambiano i segni dei contributi associati ai serbatoi di calore e di lavoro.



Anche in questo caso si separa l’analisi della macchina termodinamica ideale (reversibile) per la quale viene minimizzato il lavoro necessario per realizzare il processo, rispetto alla macchina termodinamica operatrice reale (o irreversibile).

Nel caso di macchina termodinamica operatrice ideale, o reversibile, si ottengono le due relazioni:

$$L_{\text{rev}} = Q_F \left( \frac{T_C}{T_F} - 1 \right) \quad L_{\text{rev}} = Q_C \left( 1 - \frac{T_F}{T_C} \right)$$

che si differenziano per il fatto di consentire la valutazione del lavoro assorbito in funzione del calore prelevato dalla sorgente inferiore (analisi tipica della macchina frigorifera) o del lavoro assorbito in funzione del calore ceduto alla sorgente di lavoro (analisi tipica della pompa di calore).

Nel caso di macchina termodinamica operatrice reale, o irreversibile, si ottengono:

$$L = Q_F \left( \frac{T_C}{T_F} - 1 \right) + T_C S_{\text{irr}} \quad L = Q_C \left( 1 - \frac{T_F}{T_C} \right) + T_F S_{\text{irr}}$$

Il lavoro assorbito è in questo caso maggiore rispetto a quello assorbito nel caso ideale.

Come parametro di merito si introduce, per le macchine termodinamiche operatrici l'efficienza  $\varepsilon$  (anche detto COP).

Nel caso di funzionamento come macchina frigorifera si ha:

$$\varepsilon_{\text{frev}} = \frac{T_F}{T_C - T_F} \quad \varepsilon_f = \frac{T_F}{T_C - T_F + \frac{T_C T_F S_{\text{irr}}}{Q_F}}$$

Nel caso di funzionamento come pompa di calore si ha:

$$\varepsilon_{\text{PCrev}} = \frac{T_C}{T_C - T_F} \quad \varepsilon_{\text{PC}} = \frac{T_C}{T_C - T_F + \frac{T_C T_F S_{\text{irr}}}{Q_C}}$$

Il rendimento di una macchina termodinamica motrice e l'efficienza (o il COP) di una macchina termodinamica operatrice rappresentano il cosiddetto rendimento di primo principio che è un indice della capacità del processo di conversione dell'energia di soddisfare gli obiettivi a fronte di una certa spesa energetica.

Viene anche introdotto il concetto di rendimento di secondo principio che rappresenta la capacità di un processo reale di avvicinarsi alle prestazioni del processo ideale (che nel caso termodinamico è il processo reversibile per il quale non si ha produzione di entropia per irreversibilità). Per la macchina termodinamica motrice e per la macchina termodinamica operatrice (frigorifera o pompa di calore) si ha:

$$\eta_{\text{II}} = \frac{L}{L_{\text{rev}}} \quad \eta_{\text{II}} = \left( \frac{\eta}{\eta_{\text{rev}}} \right)_{T_C, Q_C, T_F}$$

$$\eta_{\text{II}} = \frac{L_{\text{rev}}}{L} \quad \eta_{\text{II}} = \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{rev}}} \right)_{T_C, T_F, Q_F}$$

*NB: i risultati che sono stati ottenuti valgono solo per macchine termodinamiche con sorgenti a temperatura costante.*

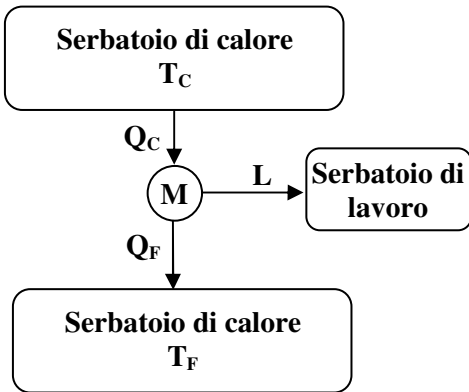
5.2 ESERCIZI SVOLTI

ESERCIZIO 1: (Macchina motrice ideale)

Determinare il rendimento termodinamico di una macchina termica motrice che opera reversibilmente tra due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura  $T_C= 200\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $T_F= 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Soluzione

A. Il sistema può essere schematizzato come in figura.



B. I dati del problema opportunamente convertiti in unità del Sistema Internazionale sono:

$T_C= 200\text{ }^{\circ}\text{C}= 473.15\text{ K}$

$T_F= 0\text{ }^{\circ}\text{C}= 273.15\text{ K}$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema composto isolato ed è schematizzabile secondo quanto proposto per le macchine termodinamiche.

D. Non è di alcun interesse per la risoluzione del problema conoscere le sostanze evolventi (la macchina ciclica non contribuisce alla produzione di entropia e le sorgenti sono sistemi a massa infinita e a temperatura costante).

E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere al sistema risolvante delle macchine termodinamiche ed utilizzare la definizione di rendimento termodinamico.

Il rendimento termodinamico è definito come:

$$\eta=\frac{L}{Q_C}$$

Le equazioni di bilancio energetico ed entropico sono:

$$\begin{cases} -Q_C + L + Q_F = 0 \\ -\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{\text{irr}} \end{cases}$$

per cui è possibile esprimere il rendimento in funzione solamente delle quantità di calore scambiate con i serbatoi.

$$\eta = \frac{Q_C - Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C}$$

Poiché si dice nel testo che il processo è reversibile, la produzione complessiva di entropia per irreversibilità è nulla e si ottiene:

$$\eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{T_F}{T_C} \quad \eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{273.15}{473.15} = 0.42$$

Tale rendimento è definito come il rendimento reversibile ed è il massimo rendimento che una macchina operante tra due serbatoi alle temperature date può raggiungere (nel rispetto del secondo principio). Tutte le macchine reali, operanti tra le medesime sorgenti, hanno necessariamente un rendimento minore del rendimento della macchina ideale reversibile.

Il rendimento reversibile raggiunge dal punto di vista analitico l'asintoto unitario soltanto per  $T_C$  tendente all'infinito (avendo ipotizzato  $T_F$  finito). Dal punto di vista ingegneristico è da osservare che, oltre un certo limite, il rendimento non aumenta più in modo significativo con l'aumentare di  $T_C$ .

Si osservi inoltre che per risolvere questo problema è fondamentale utilizzare le temperature termodinamiche (assolute) delle sorgenti che sono quindi espresse in Kelvin.

### ESERCIZIO 2: (Macchina motrice reale)

Determinare il lavoro perso da una macchina termodinamica motrice che opera con sorgenti a temperature  $T_C = 600^\circ\text{C}$  e  $T_F = 25^\circ\text{C}$  sapendo che prelevando una quantità di calore  $Q_C = 800$  MJ si produce un lavoro  $L = 300$  MJ.

#### Soluzione

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come proposto nell'esercizio precedente.

B. I dati del problema opportunamente convertiti nel SI:

$$T_C = 600^\circ\text{C} = 873.15\text{ K}$$

$$T_F = 25^\circ\text{C} = 298.15\text{ K}$$

$$Q_C = 800\text{ MJ} = 8 \cdot 10^8\text{ J}$$

$$L = 300\text{ MJ} = 3 \cdot 10^8\text{ J}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema composto isolato.

D. Non è di alcun interesse per la risoluzione del problema conoscere le sostanze evolventi.

E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere al risultato ottenuto nell’analisi della macchina termodinamica motrice con sorgenti a temperatura costante e ricordare la definizione di lavoro massimo.

Il lavoro massimo, o ideale, è il lavoro che si può ottenere da una macchina termodinamica reversibile operante tra i due serbatoi di calore considerati ed è pari a:

$$L_{rev} = \eta_{rev} Q_C \quad \eta_{rev} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

$$L_{rev} = \left(1 - \frac{298.15}{873.15}\right) \cdot 800 \text{ MJ} = 526.8 \text{ MJ}$$

Il lavoro perso è la differenza tra il lavoro massimo e quello effettivo:

$$L_p = L_{rev} - L \quad L_p = 526.8 \text{ MJ} - 300 \text{ MJ} = 226.8 \text{ MJ}$$

Il lavoro perso potrebbe essere determinato anche dalla relazione:

$$L_p = T_F S_{irr}$$

In tal caso occorre determinare, dal bilancio di entropia, l’entropia dissipata per irreversibilità  $S_{irr}$ .

**ESERCIZIO 3:** (*Macchina motrice reale*)

Determinare il rendimento termodinamico ed il rendimento di secondo principio di una macchina termica motrice che prelevando una quantità di calore  $Q_C = 200 \text{ kJ}$  da un serbatoio di calore a temperatura  $T_C = 400 \text{ °C}$  produce lavoro interagendo con un secondo serbatoio di calore a temperatura  $T_F = 0 \text{ °C}$  con una generazione di entropia per irreversibilità pari a  $S_{irr} = 0.18 \text{ kJ/K}$ .

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come proposto nell’esercizio precedente.

B. I dati del problema opportunamente convertiti nel SI:

$$T_C = 400 \text{ °C} = 673.15 \text{ K}$$

$$T_F = 0 \text{ °C} = 273.15 \text{ K}$$

$$S_{irr} = 0.18 \text{ kJ/K} = 180 \text{ J/K}$$

$$Q_C = 200 \text{ kJ} = 2 \cdot 10^5 \text{ J}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema composto isolato.

D. Non è di alcun interesse per la risoluzione del problema conoscere le sostanze evolventi.

E. Per risolvere il problema è necessario ricorrere al risultato ottenuto nell’analisi della macchina termodinamica motrice con sorgenti a temperatura costante e ricordare la definizione di lavoro massimo.

Dal bilancio di entropia si ricava il legame tra le quantità di calore scambiato con le sorgenti:

$$-\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{\text{irr}} \quad Q_F = T_F \left( S_{\text{irr}} + \frac{Q_C}{T_C} \right) \quad Q_F = 273.15 \left( 180 + \frac{200000}{673.15} \right) \text{J} = 130.3 \text{ kJ}$$

Il rendimento è quindi pari a:

$$\eta = \frac{L}{Q_C} \quad \eta = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} \quad \eta = 1 - \frac{130.3}{200} = 0.3485$$

Il rendimento di secondo principio è definito come:

$$\eta_{\text{II}} = \frac{\eta}{\eta_{\text{rev}}} \quad \eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

$$\eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{273.15}{673.15} = 0.594 \quad \eta_{\text{II}} = \frac{0.3485}{0.594} = 0.586$$

$\eta_{\text{II}}$  è un confronto tra il rendimento del ciclo reale e il rendimento del ciclo reversibile che sfrutta le stesse sorgenti (serbatoio e/o depositi) di calore e assorbe, da quello a T più alta, la stessa quantità di calore.

#### ESERCIZIO 4: (Macchina motrice reale con sorgenti a massa finita)

Una macchina motrice reversibile utilizza, come sorgente termica superiore, un serbatoio a temperatura costante di  $T_C = 400^\circ\text{C}$  e come sorgente termica inferiore un deposito a massa finita pari a  $M = 2000 \text{ kg}$  di acqua allo stato liquido che viene riscaldata dalla temperatura di  $15^\circ\text{C}$  alla temperatura di  $45^\circ\text{C}$ .

*Caso a.* Nelle ipotesi che l'acqua si comporti come un liquido ideale ( $c = 4182 \text{ J/kgK}$ ) e le due sorgenti termiche scambino calore esclusivamente con la macchina ciclica, calcolare il lavoro che si potrebbe ottenere dalla macchina ed il rendimento termodinamico.

*Caso b.* Calcolare il rendimento di secondo principio e confrontarlo con quanto ottenibile nel caso in cui le sorgenti siano due serbatoi isotermini a temperature  $T_C = 400^\circ\text{C}$  e  $T_F = 15^\circ\text{C}$  (in questo caso la macchina non opera in modo reversibile) e vengano scambiate le medesime quantità di calore del *Caso a* con le sorgenti.

#### Soluzione

A. Il sistema termodinamico può essere schematizzato utilizzando il medesimo schema dell'esercizio precedente.

B. I dati del problema, opportunamente convertiti in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$T_C = 400^\circ\text{C} = 673.15 \text{ K}$$

$$T_{F1} = 15^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}$$

$$T_{F2} = 45^\circ\text{C} = 318.15 \text{ K}$$

$$T_F = 15^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}$$

$$M = 2000 \text{ kg}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema composto isolato.



D. Dato che il sistema è costituito da un deposito (e non da un serbatoio di calore) per quanto riguarda la sorgente a temperatura inferiore è indispensabile conoscere la sostanza evolvente (nel presente caso acqua da considerarsi come un liquido incompressibile con calore specifico  $c_L = 4182 \text{ J/kgK}$ ) poiché è necessario legare la variazione di energia interna della sorgente (calore scambiato) alla variazione delle funzioni di stato di tale sostanza.

E. Per risolvere il problema non è possibile utilizzare i risultati riportati nella premessa del capitolo e che valgono solo per macchina termodinamica con sorgenti a temperatura costante, ma occorre analizzare opportunamente il sistema termodinamico per tener conto della presenza di sorgenti a massa finita (e quindi non a temperatura costante).

**Caso a**

Sorgente inferiore: Deposito a massa finita (T variabile).

$$\eta = \frac{L}{Q_C} \qquad \eta = 1 - \frac{Q_F}{Q_C}$$

Il calore scambiato con il deposito a temperatura inferiore è una incognita. Tuttavia applicando il primo principio al sistema composto dalla solo deposito freddo si deduce :

$$\Delta U_{sF} = Q_{sF} - L_{sF} \qquad Q_{sF} = \Delta U_{sF}$$

con  $Q_{sF} = Q_F$ . Nota la sostanza evolvente nel sottosistema sorgente fredda, è possibile, attraverso le equazioni di stato, determinare il calore scambiato:

$$Q_F = M c_L (T_{F2} - T_{F1}) \qquad Q_F = 2000 \cdot 4182 (45 - 15) \text{ J} = 250.92 \text{ MJ}$$

Dal bilancio di entropia, grazie all’informazione sulla reversibilità del processo, si risale al calore scambiato con la sorgente superiore  $Q_S$ :

$$-\frac{Q_C}{T_C} + \int_1^2 \frac{M c_L dT}{T} = 0 \qquad Q_C = T_C M c_L \ln \left( \frac{T_{F2}}{T_{F1}} \right)$$

$$Q_C = 673.15 \cdot 2000 \cdot 4182 \ln \left( \frac{318.15}{288.15} \right) \text{ J} = 557.6 \text{ MJ}$$

dal bilancio di energia alla macchina infine si ottiene il lavoro prodotto L ed il rendimento:

$$L = Q_C - Q_F \qquad L = 557.6 \text{ MJ} - 250.92 \text{ MJ} = 306.7 \text{ MJ}$$

$$\eta_a = \frac{L}{Q_C} = 0.55$$

Nel *Caso a*, essendo il processo reversibile, il rendimento di secondo principio è unitario ( $\eta_{II}=1$ ).

**Caso b**

Si consideri ora un processo che comporti i medesimi scambi di calore  $Q_C$ ,  $Q_F$  e, di conseguenza, L del *Caso a*, ma realizzati con una macchina termodinamica motrice con sorgenti a temperatura costante.

Il bilancio entropico consente di ottenere l’entropia prodotta per irreversibilità:

$$-\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{\text{irr}}$$

$$S_{\text{irr}} = -\frac{557.6}{673.15} \text{ MJ/K} + \frac{250.92}{288.15} \text{ MJ/K} = 42 \text{ kJ/K}$$

Il rendimento termodinamico nel caso in cui il sistema operi reversibilmente è:

$$\eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{T_F}{T_C} \quad \eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{288.15}{673.15} = 0.57$$

essendo invece:

$$\eta_b = \frac{L}{Q_C} = 0.55$$

$$\text{ma anche } \eta_b = \eta_{\text{rev}} - \frac{T_F S_{\text{irr}}}{Q_C} = 0.55$$

come calcolato nel *Caso a* essendo a parità di  $L$ ,  $Q_F$ ,  $Q_C$  il rendimento di secondo principio è:

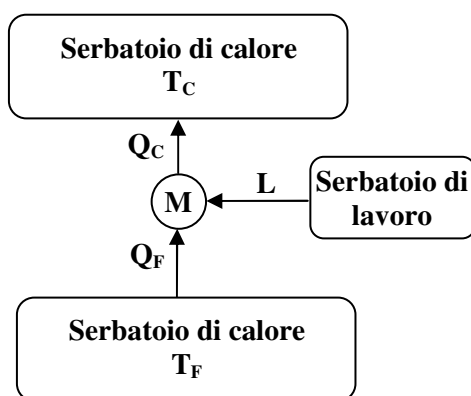
$$\eta_{\text{II}} = \frac{\eta}{\eta_{\text{rev}}} = \frac{0.55}{0.57} = 0.96$$

### ESERCIZIO 5: (Macchina operatrice ideale)

Una macchina operatrice che opera con due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura  $T_F = 10^\circ\text{C}$  e  $T_C = 50^\circ\text{C}$ . Si chiede di determinare l'efficienza frigorifera e l'efficienza della pompa di calore nell'ipotesi che la macchina termodinamica operatrice sia reversibile.

#### Soluzione

A. Il sistema termodinamico può essere schematizzato utilizzando lo schema per le macchine operatrici.



B. I dati, del problema opportunamente convertiti in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$T_C = 50^\circ\text{C} = 323.15 \text{ K}$$

$$T_F = 10^\circ\text{C} = 283.15 \text{ K}$$

- C. Il sistema è da considerarsi un sistema composto isolato.
- D. Non è di alcun interesse per la risoluzione del problema conoscere le sostanze evolventi.
- E. Per risolvere il problema è necessario utilizzare i risultati ottenuti nell’analisi della macchina termodinamica operatrice e ricordare la definizione di efficienza.

L’efficienza frigorifera si determina considerando  $Q_F$  come effetto utile

$$\epsilon_{\text{frev}} = \frac{Q_F}{L_{\text{rev}}} \qquad \epsilon_{\text{frev}} = \frac{T_F}{T_C - T_F} \qquad \epsilon_{\text{frev}} = \frac{283.15}{323.15 - 283.15} = 7.08$$

L’efficienza della pompa di calore frigorifera si determina considerando  $Q_C$  come effetto utile

$$\epsilon_{\text{PCrev}} = \frac{Q_C}{L_{\text{rev}}} \qquad \epsilon_{\text{PCrev}} = \frac{T_C}{T_C - T_F} \qquad \epsilon_{\text{PCrev}} = \frac{323.15}{323.15 - 283.15} = 8.08$$

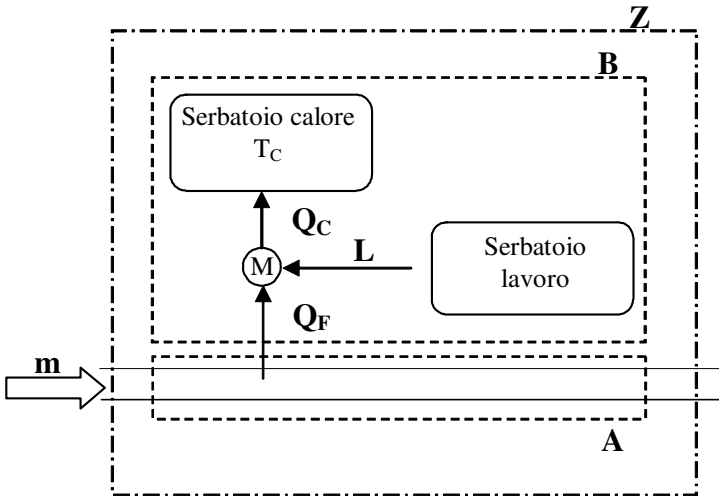
Si osservi che:

$$\epsilon_{\text{PCrev}} = \epsilon_{\text{frev}} + 1$$

e che questo risultato non dipende dalla ipotesi di macchina che opera in modo reversibile.

**ESERCIZIO 6:** *(Macchina operatrice reale con sorgenti a massa finita)*

In una macchina frigorifera di un impianto di condizionamento ambientale si tratta una portata  $\dot{m} = 30 \text{ kg/min}$  di aria che viene raffreddata a pressione costante  $P_a = 1 \text{ atm}$  dalla temperatura di  $T_1 = 35 \text{ }^\circ\text{C}$  alla temperatura  $T_2 = 25^\circ\text{C}$  (sorgente fredda). Come sorgente superiore si utilizza un serbatoio alla temperatura costante  $T_C = 38 \text{ }^\circ\text{C}$ . Determinare la potenza minima richiesta dalla macchina operatrice semplificando il processo mediante la schematizzazione proposta per le macchine termodinamiche.



**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico può essere schematizzato come in figura.

B. I dati del problema opportunamente convertiti nel SI:

$T_C = 38\text{ }^{\circ}\text{C} = 311.15\text{ K}$

$T_1 = 35\text{ }^{\circ}\text{C} = 308.15\text{ K}$

$T_2 = 25\text{ }^{\circ}\text{C} = 298.15\text{ K}$

$\dot{m} = 30\text{ kg/min} = 0.5\text{ kg/s}$

C. Si possono adottare due diversi approcci: o analizzare il sistema aperto Z o analizzare separatamente il sistema aperto A e il sistema chiuso B.

D. Dato che nel sistema aperto evolve un fluido (nel presente caso aria da considerarsi come gas ideale biatomico con massa molare  $M_m = 29\text{ kg/kmole}$ ) è possibile individuare una relazione tra la potenza termica scambiata e la variazione delle funzioni di stato di tale sostanza.

E. La potenza assorbita minima è quella che compete alla macchina termodinamica operatrice che opera, definite le tipologie di serbatoio, senza irreversibilità.

Per risolvere il problema è necessario analizzare in modo opportuno il sistema: la scelta nella schematizzazione del sistema come descritto al punto C condiziona l'analisi del problema. Verranno presentate due diverse soluzioni.

**Caso 1: Sistema aperto Z**

In questo caso il sistema Z è un sistema aperto che opera in regime non-stazionario e che non prevede scambi di potenza termica e di lavoro con l'esterno. Non opera in regime stazionario per la presenza del serbatoio di lavoro e del serbatoio di calore superiore che, durante il funzionamento della macchina ciclica, variano la loro energia interna. Ipotizzando trascurabili le variazioni di energia cinetica e potenziale tra la sezione di ingresso e di uscita, il processo nel complesso reversibile, le equazioni di bilancio energetico ed entropico sono:

$$\left\{\begin{aligned}\frac{dE_Z}{dt} &= \dot{m}(h_{in} - h_{out}) \\ \frac{dS_Z}{dt} &= \dot{m}(s_{in} - s_{out})\end{aligned}\right.$$

La variazione, nell'unità di tempo, dell'energia e dell'entropia del sistema Z, è, essendo questo composto, la somma delle variazioni, nell'unità di tempo, dell'energia e dell'entropia dei singoli sottosistemi (serbatoio di calore, serbatoio di lavoro, macchina ciclica e sottosistema aperto A).

$$\left\{\begin{aligned}\frac{dE_Z}{dt} &= \frac{dU_{SC}}{dt} + \frac{dU_{SL}}{dt} + \frac{dU_M}{dt} + \frac{dU_{SA}}{dt} \\ \frac{dS_Z}{dt} &= \frac{dS_{SC}}{dt} + \frac{dS_{SL}}{dt} + \frac{dS_M}{dt} + \frac{dS_{SA}}{dt}\end{aligned}\right.$$

Con le ipotesi fatte e osservando che il sottosistema A opera in regime stazionario, si ha:

$$\begin{cases} \frac{dE_Z}{dt} = \dot{Q}_C - \dot{L}_{rev} \\ \frac{dS_Z}{dt} = \frac{\dot{Q}_C}{T_C} \end{cases}$$

Combinando le due relazioni e sfruttando l'ipotesi che l'aria sia un gas ideale e che nel sottosistema aperto A il processo sia a pressione costante, si ottiene:

$$\dot{Q}_C - \dot{L}_{rev} = \dot{m}c_p(T_1 - T_2)$$

$$\frac{\dot{Q}_C}{T_C} = \dot{m}c_p \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$$

Dalla seconda relazione si ottiene:

$$\dot{Q}_C = \dot{m}c_p T_C \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \quad \dot{Q}_C = 0.5 \frac{7}{2} \frac{8314}{29} 311.15 \ln\left(\frac{308.15}{298.15}\right) W = 5149.9 \text{ W}$$

Mentre dalla prima relazione si ricava:

$$\dot{L}_{rev} = \dot{Q}_C - \dot{m}c_p(T_1 - T_2)$$

$$\dot{L}_{rev} = 5149.9 W - 0.5 \frac{7}{2} \frac{8314}{29} (35 - 25) = 132.9 W$$

### Caso 2: Sistema aperto A + Sistema chiuso B

In questo caso il sistema A è un sistema aperto che opera in regime stazionario e che cede con ciò che a lui è esterno potenza termica. Il sistema chiuso B, al contrario, riceve da ciò che a lui è esterno potenza termica.

Il bilancio energetico per il sistema aperto è:

$$\dot{m}c_p(T_1 - T_2) - \dot{Q}_F = 0$$

da cui si ricava:

$$\dot{Q}_F = 0.5 \frac{7}{2} \frac{8314}{29} (35 - 25) W = 5017 \text{ W}$$

Il bilancio energetico per il sistema chiuso è invece:

$$\frac{dU_B}{dt} = \dot{Q}_F$$

$$\frac{dU_B}{dt} = \frac{dU_{SC}}{dt} + \frac{dU_{SL}}{dt} + \frac{dU_M}{dt}$$

Da cui si ricava:

$$\dot{Q}_F = \dot{Q}_C - \dot{L}_{rev}$$

Questo equazione contiene due termini non noti e per la sua soluzione occorre ricorrere alla scrittura delle equazioni di bilancio entropico per i due sistemi A e B con l'ipotesi che i processi siano complessivamente reversibili.

$$\dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{S}_Q = 0$$

$$\frac{\dot{Q}_C}{T_C} + \dot{S}_Q = 0$$

Da cui si ricava:

$$\dot{Q}_C = 5149.9 \text{ W}$$

$$\dot{L}_{\text{rev}} = 132.9 \text{ W}$$

Ovviamente il risultato che si ottiene con questo nuovo approccio è identico a quello ottenuto precedentemente.

## 5.3 RACCOLTA DI ESERCIZI NON RISOLTI

### ESERCIZIO 5.1

Una macchina motrice opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura costante  $T_C = 1200\text{ }^\circ\text{C}$  e  $T_F = 20\text{ }^\circ\text{C}$ . La potenza termica ceduta dal serbatoio termico superiore è pari a  $Q_C = 100\text{ kW}$ , mentre il rendimento di secondo principio della macchina è 0.5. Calcolare la potenza meccanica prodotta dalla macchina.

[40 kW]

### ESERCIZIO 5.2

Una macchina termodinamica ciclica operatrice interagisce con due sorgenti a temperatura costante ( $T_C = 30\text{ }^\circ\text{C}$  e  $T_F = -20\text{ }^\circ\text{C}$ ) cedendo  $Q_C = 1200\text{ kJ}$  alla sorgente superiore.

Se l'efficienza frigorifera della macchina è  $\text{COP}_F = 4$  determinare:

- la quantità di lavoro assorbita dalla macchina;
- il lavoro minimo teorico assorbibile da una macchina che opera tra le medesime sorgenti, a parità di calore prelevato dalla sorgente inferiore.

[240 kJ, 189 kJ]

### ESERCIZIO 5.3

Una macchina termodinamica ciclica opera con due sorgenti a temperatura costante pari a  $T_C = 1200\text{ }^\circ\text{C}$  e  $T_F = 300\text{ }^\circ\text{C}$  e versa  $Q_F = 1200\text{ kJ}$  alla sorgente inferiore. Se il rendimento termodinamico della macchina motrice è  $\eta = 0.3$  determinare:

- la quantità di lavoro prodotta;
- il lavoro massimo teorico producibile da una macchina che opera tra le medesime sorgenti a parità di calore prelevato dalla sorgente superiore.

[514.28kJ, 1047.4kJ]

### ESERCIZIO 5.4

Determinare l'efficienza di una pompa di calore che opera reversibilmente tra due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura  $T_C = 40\text{ }^\circ\text{C}$  e  $T_F = -10\text{ }^\circ\text{C}$ .

[6.26]

### ESERCIZIO 5.5

Una macchina operatrice (frigorifero) opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura costante  $T_C = 300\text{ K}$  e  $T_F = 250\text{ K}$ . La potenza termica da estrarre dal serbatoio freddo è pari a 25 kW, mentre il rendimento di secondo principio della macchina è 0.55. Calcolare la potenza meccanica necessaria alla macchina.

[9.09 kW]

**ESERCIZIO 5.6**

In un capannone industriale con un volume di  $4000 \text{ m}^3$  l'aria ha inizialmente una temperatura di  $14 \text{ }^\circ\text{C}$  ed una pressione di  $1 \text{ atm}$ . Il capannone, supposto termicamente isolato verso l'esterno ed a volume costante, viene riscaldato sino alla temperatura finale di  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  con l'impiego di una pompa di calore con  $\text{COP}_{\text{PC}} = 10$  che opera utilizzando una sorgente fredda alla temperatura costante di  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Determinare:

- il lavoro necessario per eseguire il riscaldamento;
- se il processo è reversibile, irreversibile o impossibile;
- nel caso di processo irreversibile la produzione di entropia per irreversibilità.

**[3883.6 kJ, irrev, 9281.7 J/K]**

**ESERCIZIO 5.7**

Una pompa di calore viene utilizzata per riscaldare (a  $V=\text{cost}$ ) una massa  $M=1000 \text{ kg}$  di un fluido ( $c= 3 \text{ kJ/kgK}$ ) dalla temperatura  $T_1= 70 \text{ }^\circ\text{C}$  alla temperatura  $T_2= 80 \text{ }^\circ\text{C}$ . La pompa di calore utilizza come sorgente inferiore una sorgente di calore a temperatura  $T_0= 20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Determinare il lavoro assorbito da una pompa di calore che opera reversibilmente, il COP della pompa di calore reversibile e il maggior lavoro che occorre fornire ad una pompa di calore reale con  $\text{COP}=2.5$ .

**[4738 kJ, 6.33, 7262 kJ]**





### 6.1 LA TERMODINAMICA DELLA MACCHINA CICLICA: CICLI A GAS E A VAPORE

#### 6.1.1 Generalità

Una prima classificazione dei cicli termodinamici distingue tra cicli a gas e cicli a vapore. L'analisi termodinamica dei cicli richiede la valutazione degli stati termodinamici dei punti caratteristici del ciclo al fine di determinare le potenze termiche e meccaniche scambiate tra macchina ciclica ed i serbatoi di calore e lavoro.

#### 6.1.3 Cicli a gas

I principali cicli a gas che interessano da punto di vista ingegneristico sono:

**Ciclo Joule-Brayton:** ciclo simmetrico a gas che nella sua realizzazione ideale è costituito da due trasformazione isoentropiche e due trasformazioni isobare. Questo ciclo può essere realizzato anche come macchina operatrice.

Per il ciclo Joule Brayton viene definito il rapporto delle pressioni:

$$r_p = \frac{P_{\max}}{P_{\min}}$$

mentre il rendimento termodinamico assume l'espressione:

$$\eta_{JB} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \qquad \eta_{JB} = 1 - \frac{1}{(r_p)^{\frac{k-1}{k}}}$$

**Ciclo Otto:** ciclo simmetrico a gas che nella sua realizzazione ideale è costituito da due trasformazione isoentropiche e due trasformazioni isovolumiche.

Per il ciclo Otto viene definito il rapporto di compressione volumetrico:

$$r_v = \frac{V_1}{V_2}$$

mentre il rendimento termodinamico assume l'espressione:

$$\eta_O = 1 - \frac{T_1}{T_2} \qquad \eta_O = 1 - \frac{1}{(r_v)^{k-1}}$$

**Ciclo Diesel:** ciclo non simmetrico a gas che nella sua realizzazione ideale è costituito da due trasformazione isoentropiche, una trasformazione isobara e una trasformazioni isovolumica.

Per il ciclo Diesel vengono definiti il rapporto di compressione volumetrico e il rapporto di combustione:

$$r = \frac{V_1}{V_2} \quad z = \frac{V_3}{V_2}$$

mentre il rendimento termodinamico assume l'espressione:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \frac{1}{k} \frac{(z^k - 1)}{(z - 1)}$$

### 6.1.3 Cicli a vapore

I principali cicli a vapore che interessano da punto di vista ingegneristico sono:

**Ciclo Rankine:** ciclo che nella sua realizzazione ideale è costituito da due trasformazioni isoentropiche e due trasformazioni isobare. Durante le due trasformazioni isobare si realizza la transizione di fase.

Il rendimento termodinamico è definito come:

$$\eta = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C}$$

**Ciclo frigorifero a vapore:** ciclo che nella sua realizzazione ideale è costituito da due trasformazioni isobare, una trasformazione isoentropica e una trasformazione isoentalpica irreversibile.

L'efficienza frigorifera (detta anche  $COP_F$ ) e l'efficienza della pompa di calore (detta anche  $COP_{PC}$ ) sono definite come:

$$\epsilon_F = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{L}} \quad \epsilon_{PC} = \frac{\dot{Q}_C}{\dot{L}}$$

Per l'analisi dei cicli termodinamici a vapore occorre utilizzare le tabelle termodinamiche con le proprietà delle sostanze.

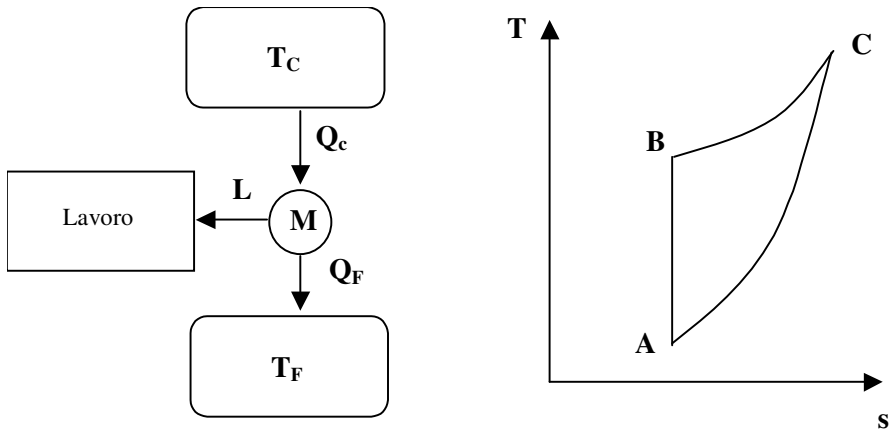
## 6.2 ESERCIZI SVOLTI

### ESERCIZIO 1: (Ciclo ideale)

Una macchina termodinamica ciclica opera con una sorgente superiore a temperatura  $T_C=700\text{ }^{\circ}\text{C}$  e una sorgente inferiore a  $T_F=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La macchina ciclica realizza un ciclo a gas costituito da 3 trasformazioni quasi-statiche: trasformazione AB isoentropica tra  $P_A=1\text{ bar}$  e  $T_A=27\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $P_B=3\text{ bar}$ ; trasformazione BC isobara sino allo stato C; trasformazione CA isocora. Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e il rendimento di secondo principio della macchina ciclica sapendo che viene utilizzato un gas perfetto biatomico di massa molare  $M_m=29\text{ kg/kmole}$ .

#### Soluzione

A. Il ciclo termodinamico da risolvere richiede una valutazione dei punti del ciclo e per questo è opportuna una sua rappresentazione grafica.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$T_C=700\text{ }^{\circ}\text{C}=973.15\text{ K}$$

$$T_F=20\text{ }^{\circ}\text{C}=293.15\text{ K}$$

$$T_A=27\text{ }^{\circ}\text{C}=300.15\text{ K}$$

$$P_A=1\text{ bar}=1\cdot 10^5\text{ Pa}$$

$$P_B=3\text{ bar}=3\cdot 10^5\text{ Pa}$$

C. Non vi sono informazioni relative alla massa di gas che opera nella macchina ciclica e questo comporta la valutazione delle quantità di calore e lavoro per unità di massa del fluido. Per il gas, supposto ideale, si ipotizzano trasformazioni reversibili (politropiche).

D. La sostanza evolvente nel sistema termodinamico aperto è un gas ideale biatomico con massa molare  $M_m=29\text{ kg/kmole}$ .

E. Si tratta dell’analisi di una macchina termodinamica di cui è noto il ciclo termodinamico realizzato nel componente macchina ciclica. Vengono utilizzate, oltre alle equazioni delle trasformazioni politropiche, le equazioni di bilancio energetico per il ciclo e per la macchina termodinamica.

Il primo quesito richiede la determinazione del rendimento termodinamico del ciclo. Non essendo quello proposto un ciclo comune non è noto a priori quali sono le trasformazioni nelle quali si ha scambio di lavoro e di calore. Come definizione di rendimento è utile, in questi casi, la relazione:

$$\eta = 1 - \frac{Q_F}{Q_C}$$

osservando che le trasformazioni per le quali, nel piano Ts, si ha un aumento di entropia comportano un trasferimento di calore alla macchina ciclica (calore entrante) mentre viceversa le trasformazioni per le quali si ha una riduzione di entropia sono associate a una cessione di calore dalla macchina ciclica. Nel caso analizzato si avrà calore entrante (Q<sub>C</sub>) nella trasformazione isobara BC e calore uscente (Q<sub>F</sub>) nella trasformazione isocora (CA). La trasformazione AB è isoentropica reversibile e quindi adiabatica.

Prima di procedere alla valutazione degli scambi termici è utile determinare completamente le coordinate termodinamiche dei punti caratteristici del ciclo.

**Stato A:**            T<sub>A</sub>= 300.15 K                    P<sub>A</sub>= 1·10<sup>5</sup> Pa

Essendo nota una coppia di variabili termodinamiche è possibile determinare completamente lo stato. In particolare si ha, dall’equazione di stato dei gas ideali:

$$v_A = \frac{R^*T_A}{P_A} \qquad v_A = \frac{8314}{29} \frac{300.15}{10^5} \text{ m}^3 / \text{ kg} = 0.8605 \text{ m}^3 / \text{ kg}$$

**Stato B:**            P<sub>B</sub>= 3·10<sup>5</sup> Pa

Essendo nota la trasformazione politropica AB (isoentropica) è possibile determinare, con i dati a disposizione, la temperatura dello stato B e, con l’equazione di stato, il volume specifico dello stato B.

$$T_A (P_A)^{\frac{1-k}{k}} = T_B (P_B)^{\frac{1-k}{k}} \qquad T_B = T_A \left( \frac{P_A}{P_B} \right)^{\frac{1-k}{k}} \qquad T_B = 300.15 \left( \frac{1}{3} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} \text{ K} = 410.83 \text{ K}$$

$$v_B = \frac{R^*T_B}{P_B} \qquad v_B = \frac{8314}{29} \frac{410.83}{3 \cdot 10^5} \text{ m}^3 / \text{ kg} = 0.3926 \text{ m}^3 / \text{ kg}$$

**Stato C:**            P<sub>C</sub>= 3·10<sup>5</sup> Pa                    v<sub>C</sub>= 0.8605 m<sup>3</sup>/kg

Dello stato C si conosce, oltre alla pressione, anche il volume specifico (trasformazione CA isocora).

Essendo nota una coppia di variabili termodinamiche è possibile determinare completamente lo stato. In particolare si ha, dall’equazione di stato dei gas ideali:

$$T_C = \frac{P_C v_C}{R^*} \quad T_C = \left( \frac{29}{8314} \right) 3 \cdot 10^5 \cdot 0.8605 \text{ K} = 900.45 \text{ K}$$

Per determinare le quantità di calore scambiate lungo le trasformazioni BC e CA si ipotizza che la massa di gas sia unitaria. Essendo le trasformazioni rispettivamente isobara e isocora si ottiene:

$$Q_C = Mc_P (T_C - T_B) \quad Q_C = 1 \frac{7}{2} \frac{8314}{29} (900.45 - 410.83) \text{ J} = 491.3 \text{ kJ}$$

$$Q_F = Mc_V (T_C - T_A) \quad Q_F = 1 \frac{5}{2} \frac{8314}{29} (900.45 - 300.15) \text{ J} = 430.25 \text{ kJ}$$

Da cui si ottiene un rendimento:

$$\eta = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} \quad \eta = 1 - \frac{430.25}{491.3} = 0.124$$

Per determinare il rendimento di secondo principio è necessario determinare il rendimento della macchina termodinamica reversibile che opera tra le medesime sorgenti. Essendo queste sorgenti a temperatura costante si ha:

$$\eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{T_F}{T_C} \quad \eta = 1 - \frac{293.15}{973.15} = 0.6988$$

Il rendimento di secondo principio è:

$$\eta_{\text{II}} = \frac{\eta}{\eta_{\text{rev}}} \quad \eta_{\text{II}} = \frac{0.124}{0.6988} = 0.177$$

### ESERCIZIO 2: (Ciclo Joule-Brayton reale)

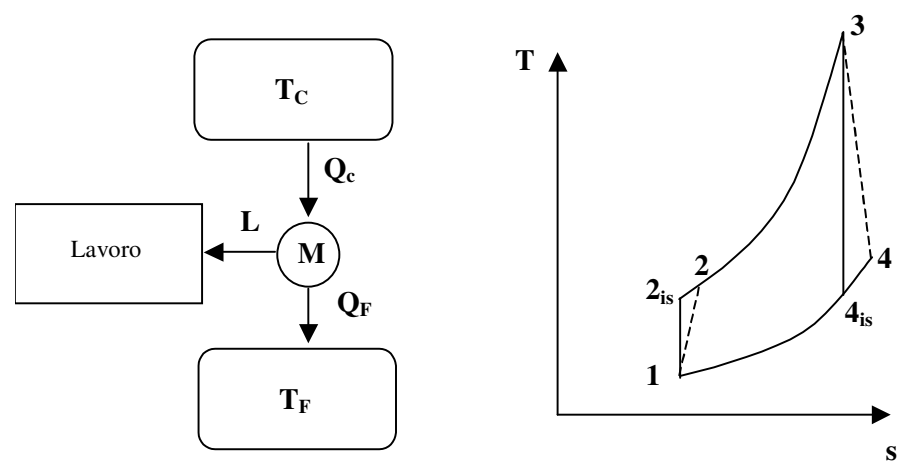
In un ciclo Joule-Brayton realizzato con aria si ha un rapporto delle pressioni  $r_p = 43$  e una portata di gas pari a 100 kg/s. Le condizioni di immissione nel compressore sono  $T_1 = 15^\circ\text{C}$  e  $P_1 = 1 \text{ bar}$  mentre la temperatura massima del ciclo è pari a  $1250^\circ\text{C}$ . La compressione e l'espansione adiabatiche sono realizzate con rendimenti isoentropici di compressione e di espansione pari rispettivamente a  $\eta_c = 0.85$  e  $\eta_T = 0.90$ .

Ipotizzando che il ciclo Joule-Brayton sia parte di una macchina termodinamica ciclica con sorgenti a temperatura costante ( $T_C = 1250^\circ\text{C}$ ,  $T_F = 15^\circ\text{C}$ ) si chiede di determinare:

- potenza meccanica utile della macchina
- rendimento termodinamico del ciclo
- entropia prodotta per irreversibilità dalla macchina ciclica

### Soluzione

A. Il ciclo termodinamico da risolvere richiede una valutazione dei punti del ciclo e per questo è opportuna una sua rappresentazione grafica. Il ciclo in oggetto è poi parte di una macchina termodinamica motrice.



B. I dati del problema sono:

$$T_C = 1250 \text{ }^\circ\text{C} = 1523.15 \text{ K}$$

$$T_F = 15 \text{ }^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}$$

$$\dot{m} = 100 \text{ kg/s}$$

$$T_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}$$

$$P_1 = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_3 = 1250 \text{ }^\circ\text{C} = 1523.15 \text{ K}$$

$$r_p = 43$$

$$\eta_c = 0.85$$

$$\eta_T = 0.90$$

C. Per il gas, supposto ideale, si hanno trasformazioni reali. Il gas è perfetto biatomico con massa molare  $M_m = 29 \text{ kg/kmole}$ .

D. Si tratta dell'analisi di una macchina termodinamica di cui è noto il ciclo termodinamico realizzato nel componente macchina ciclica. Vengono utilizzate, oltre alle equazioni delle trasformazioni politropiche, le equazioni di bilancio energetico per il ciclo e per la macchina termodinamica.

Il primo quesito richiede la determinazione del rendimento termodinamico del ciclo. Essendo il ciclo costituito da trasformazioni reali non è possibile utilizzare le espressioni del rendimento termodinamico di un ciclo Joule-Brayton ideale ma è necessario determinare gli stati termodinamici iniziali e finali delle singole trasformazioni e quindi le potenze termiche e meccaniche scambiate con le sorgenti.

Si rammenta che, applicando i bilanci di energia per i sistemi aperti in ciascuna trasformazione è possibile calcolare tali potenze come differenze di entalpia tra gli stati iniziale e finale della trasformazione. La differenza di entalpia è infine esprimibile come variazione di una funzione di stato dipendente, per un gas perfetto, dal solo salto termico.

Essendo aria il fluido evolvente nel ciclo è possibile assimilare un comportamento da gas perfetto e il calore specifico a pressione costante è:

$$c_p = \frac{7}{2} R^* \quad c_p = \frac{7}{2} \frac{8314}{29} \text{ J/kgK} = 1003.4 \text{ J/kgK}$$

L'equazione della trasformazione per le generiche trasformazioni isoentropiche 1-2<sub>is</sub> e 3-4<sub>is</sub> è:

$$\frac{T_f}{T_i} = \left( \frac{P_f}{P_i} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

La potenza meccanica scambiata durante i processi di compressione ed espansione sono rispettivamente le potenze meccaniche prodotta della turbina ( $\dot{L}_T$ ) e assorbita dal compressore ( $\dot{L}_C$ ).

Le trasformazioni in questi componenti sono reali (sono noti i rendimenti isoentropico di compressione e di espansione). Si procede quindi determinando le temperature, e di conseguenza i salti entalpici ( $\Delta h_{1-2is}$ , e  $\Delta h_{3-4is}$ ), nella trasformazione ideale isoentropica e, successivamente, attraverso i rendimenti isoentropici si valutano i salti entalpici reali ( $\Delta h_{1-2}$ , e  $\Delta h_{3-4}$ ) e di conseguenza la temperatura reale di uscita dal componente e la potenza realmente scambiata.

Trasformazioni ideali:

$$\frac{T_{2is}}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad T_{2is} = T_1 (r_p)^{\frac{k-1}{k}} \quad T_{2is} = 288.15 \cdot 43^{\frac{1.4-1}{1.4}} \text{ K} = 844 \text{ K}$$

$$\frac{T_{4is}}{T_3} = \left( \frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad T_{4is} = T_3 \left( \frac{1}{r_p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad T_{4is} = 1523.15 \cdot \left( \frac{1}{43} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \text{ K} = 520 \text{ K}$$

Dalle definizioni di rendimento isoentropico di compressione e di espansione si ottiene:

$$\eta_C = \frac{h_{2is} - h_1}{h_2 - h_1} \quad \eta_C = \frac{T_{2is} - T_1}{T_2 - T_1}$$

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4is}} \quad \eta_C = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4is}}$$

da cui, con semplici passaggi, si ottiene:

$$T_2 = T_1 + \frac{T_{2is} - T_1}{\eta_C} \quad T_2 = 288.15 \text{ K} + \frac{844 - 288.15}{0.85} \text{ K} = 942.1 \text{ K}$$

$$T_4 = T_3 - \eta_T (T_3 - T_{4is}) \quad T_4 = 1523.15 \text{ K} - 0.9(1523.15 - 520) \text{ K} = 620.3 \text{ K}$$

Si possono quindi determinare le potenze termiche e meccaniche associate alle singole trasformazioni:

$$\dot{L}_c = \dot{m} c_p (T_2 - T_1) \quad \dot{L}_c = 100 \cdot 1003.4 (942.1 - 288.15) \text{ W} = 65617.5 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_c = \dot{m} c_p (T_3 - T_2) \quad \dot{Q}_c = 100 \cdot 1003.4 (1523.15 - 942.1) \text{ W} = 58302.5 \text{ kW}$$



$$\dot{L}_T = \dot{m} c_p (T_3 - T_4) \quad \dot{L}_T = 100 \cdot 1003.4 (1523.15 - 620.3) \text{ W} = 90592 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_F = \dot{m} c_p (T_4 - T_1) \quad \dot{Q}_F = 100 \cdot 1003.4 (620.3 - 288.15) \text{ W} = 33328 \text{ kW}$$

La potenza meccanica utile complessivamente prodotta è:

$$\dot{L} = \dot{L}_T - \dot{L}_c \quad \dot{L} = 90592 \text{ kW} - 65617.5 \text{ kW} = 24974.5 \text{ kW}$$

Per determinare il rendimento termodinamico del ciclo si ha:

$$\eta_{JB} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C} \quad \eta_{JB} = \frac{24974.5}{58202.5} = 0.429$$

Se il ciclo termodinamico fosse stato ideale (trasformazioni esclusivamente politropiche) si sarebbe ottenuto:

$$\eta_{JBideale} = 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} \quad \eta_{JBideale} = 0.659$$

Per determinare l'entropia prodotta per irreversibilità dalla macchina termodinamica ciclica e che è dovuta sia alle irreversibilità interne (trasformazioni reali) sia alle irreversibilità esterne (scambi termici con le sorgenti con differenze finite di temperatura) è necessario applicare il bilancio entropico alla macchina stessa:

$$-\frac{\dot{Q}_C}{T_C} + \frac{\dot{Q}_F}{T_F} = \dot{S}_{irr} \quad \dot{S}_{irr} = -\frac{58202.5}{1523.15} \text{ kW / K} + \frac{33328}{288.15} \text{ kW / K} = 77.45 \text{ kW / K}$$

### ESERCIZIO 3: (Ciclo Joule-Brayton con rigenerazione)

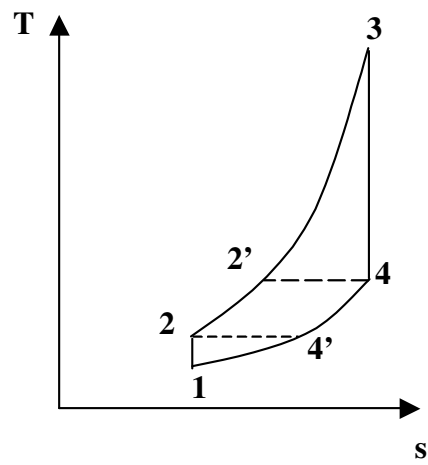
Una centrale termoelettrica a turbina a gas utilizza un ciclo Joule-Brayton realizzato con elio ed ha una potenza utile di 1000 MW. Il ciclo, che in questa trattazione viene considerato ideale, ha un rapporto delle pressioni  $r_p = 4$ . Le condizioni di immissione nel compressore sono  $T_1 = 20 \text{ °C}$  e  $P_1 = 1 \text{ bar}$  mentre la temperatura massima del ciclo è pari a  $1000 \text{ °C}$ . Il ciclo viene realizzato con una rigenerazione (ipotizzata ideale).

Si vuole determinare:

- la portata di gas nell'impianto
- le potenze meccaniche e termiche scambiate dai singoli componenti il ciclo
- rendimento termodinamico del ciclo

#### Soluzione

A. Il ciclo termodinamico da risolvere richiede una valutazione dei punti del ciclo e per questo è opportuna una sua rappresentazione grafica.



B. I dati del problema sono:

$$\dot{L} = 1000 \text{ MW} = 10^9 \text{ W}$$

$$T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$$

$$P_1 = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_3 = 1000 \text{ }^\circ\text{C} = 1273.15 \text{ K}$$

$$r_p = 4$$

C. Per il gas, supposto ideale, si hanno trasformazioni politropiche. Il gas è monoatomico con massa molare  $M_m = 4 \text{ kg/kmole}$ .

D. E' l'analisi di un ciclo Joule-Brayton ideale con rigenerazione. Vengono pertanto utilizzate, oltre alle equazioni delle trasformazioni politropiche, le equazioni di bilancio energetico per i componenti della macchina ciclica.

Per la determinazione della portata di gas nell'impianto, essendo nota la potenza utile, è necessario determinare gli stati termodinamici iniziali e finali delle singole trasformazioni. Essendo il ciclo ideale vengono utilizzate le equazioni delle trasformazioni politropiche. Avendo ipotizzato l'elio come un gas perfetto il calore specifico a pressione costante è:

$$c_p = \frac{5}{2} R^* \quad c_p = \frac{5}{2} \frac{8314}{4} \text{ J/kgK} = 5196.25 \text{ J/kgK}$$

L'equazione della trasformazione per le generiche trasformazioni isoentropiche 1-2 e 3-4 è:

$$\frac{T_f}{T_i} = \left( \frac{P_f}{P_i} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Si possono così ottenere le temperature degli stati 2 e 4.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad T_2 = T_1 (r_p)^{\frac{k-1}{k}} \quad T_2 = 293.15 \cdot 4^{\frac{1.667-1}{1.667}} \text{ K} = 510.5 \text{ K}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad T_4 = T_3 \left( \frac{1}{r_p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad T_4 = 1273.15 \cdot \left( \frac{1}{4} \right)^{\frac{1.667-1}{1.667}} \text{ K} = 731.1 \text{ K}$$

Essendo la temperatura del punto 4, all’uscita della turbina, superiore alla temperatura del punto 2, uscita del compressore, è realizzabile la rigenerazione. In questo caso il lavoro e il calore scambiato, per unità di massa di fluido evolvente, è:

$$l_c = c_p (T_2 - T_1) \quad l_c = 5196.25(510.5 - 293.15) \text{ J / kg} = 1129.4 \text{ kJ / kg}$$

$$q_c = c_p (T_3 - T_2) \quad q_c = 5196.25(1273.15 - 731.1) \text{ J / kg} = 2816.6 \text{ kJ / kg}$$

$$l_T = c_p (T_3 - T_4) \quad l_T = 5196.25(1273.15 - 731.1) \text{ J / kg} = 2816.6 \text{ kJ / kg}$$

$$q_F = c_p (T_4 - T_1) \quad q_F = 5196.25(510.5 - 293.15) \text{ J / kg} = 1129.4 \text{ kJ / kg}$$

La potenza meccanica utile complessivamente prodotta è:

$$\dot{L} = \dot{L}_T - \dot{L}_c \quad \dot{L} = \dot{m}(l_T - l_c)$$

da cui si può ricavare la portata in massa dell’impianto:

$$\dot{m} = \frac{\dot{L}}{(l_T - l_c)} \quad \dot{m} = \frac{1000000}{(2816.6 - 1129.4)} \text{ kg / s} = 592.7 \text{ kg / s}$$

Le potenze meccaniche e termiche scambiate sono:

$$\dot{L}_c = \dot{m} l_c \quad \dot{L}_c = 592.7 \cdot 1129.4 \text{ kW} = 669.4 \text{ MW}$$

$$\dot{Q}_c = \dot{m} q_c \quad \dot{Q}_c = 592.7 \cdot 2816.6 \text{ kW} = 1669.4 \text{ MW}$$

$$\dot{L}_T = \dot{m} l_T \quad \dot{L}_T = 592.7 \cdot 2816.6 \text{ kW} = 1669.4 \text{ MW}$$

$$\dot{Q}_F = \dot{m} q_F \quad \dot{Q}_F = 592.7 \cdot 1129.4 \text{ kW} = 669.4 \text{ MW}$$

Per determinare il rendimento termodinamico del ciclo si ha:

$$\eta_{JBrig} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C} \quad \eta_{JBrig} = \frac{1000}{1669.4} = 0.6$$

Nel caso di ciclo rigenerativo ideale si potrebbe dimostrare che:

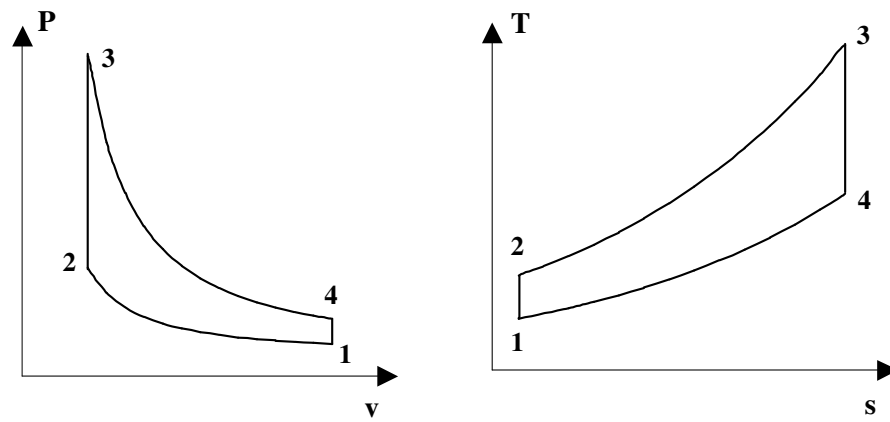
$$\eta_{JBrig} = 1 - \frac{T_1}{T_3} r_p^{\frac{k-1}{k}} \quad \eta_{JBrig} = 1 - \frac{293.15}{1273.15} 4^{\frac{1.667-1}{1.667}} = 0.6$$

#### ESERCIZIO 4: (Ciclo Otto ideale)

Un ciclo Otto ideale ha un rapporto di compressione volumetrico pari a 10 e la massa di aria presente nel motore è pari a 0.004 kg. All’inizio della fase di compressione l’aria si trova ad una temperatura di 20 °C e alla pressione di 1 bar. Durante il riscaldamento isocoro viene fornito al gas una quantità di calore pari a 4 kJ. Determinare il rendimento del ciclo, il lavoro utile prodotto, le temperature dei punti caratteristici del ciclo e la cilindrata del motore.

### Soluzione

A. Il ciclo termodinamico da risolvere richiede una valutazione dei punti del ciclo e per questo è opportuna una sua rappresentazione grafica.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$M = 0.004 \text{ kg}$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$$

$$P_1 = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$Q_C = 4 \text{ kJ} = 4000 \text{ J}$$

$$r_v = 10$$

C. Per il gas, supposto ideale, si hanno trasformazioni politropiche.

D. E' l'analisi di un ciclo Otto ideale. Vengono pertanto utilizzate, oltre alle equazioni delle trasformazioni politropiche, le equazioni di bilancio energetico per le singole trasformazioni.

Trattandosi di un ciclo Otto ideale il rendimento è dato dalla relazione:

$$\eta_{\text{Otto}} = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}} \quad \eta_{\text{Otto}} = 1 - \frac{1}{10^{1.4-1}} = 0.6$$

Essendo inoltre nota la potenza termica entrante si può determinare il lavoro utile con la relazione:

$$L = \eta_{\text{Otto}} Q_C \quad L = 0.6 \cdot 4000 \text{ J} = 2.4 \text{ kJ}$$

Con l'equazione della trasformazione isoentropica 1-2 è possibile determinare la temperatura del punto 2:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{1-k} \quad T_2 = T_1 \left( \frac{1}{r_v} \right)^{1-k} \quad T_2 = 293.15 \cdot \left( \frac{1}{10} \right)^{1-1.4} \text{ K} = 736.4 \text{ K}$$

Lo stato termodinamico associato al punto 3 si ottiene con l'equazione di bilancio energetico per la trasformazione isocora 2-3:

$$Q_C = Mc_v (T_3 - T_2)$$

$$T_3 = T_2 + \frac{Q_C}{Mc_v} \quad T_3 = 736.4 \text{ K} + \frac{4000}{0.004 \cdot \frac{5}{2} \frac{8314}{29}} \text{ K} = 2131.6 \text{ K}$$

La temperatura del punto 4, essendo il ciclo simmetrico, può essere determinata con la relazione:

$$T_4 = \frac{T_3 T_1}{T_2} \quad T_4 = \frac{2131.6 \cdot 293.15}{736.4} \text{ K} = 848.6 \text{ K}$$

La cilindrata del motore è definita come:

$$\text{Cilindrata} = V_1 - V_2 \quad \text{Cilindrata} = V_1 \left( 1 - \frac{1}{r_v} \right)$$

Il volume nello stato 1 è determinabile con l'equazione di stato dei gas ideali:

$$V_1 = \frac{MR^* T_1}{P_1} \quad V_1 = 0.004 \frac{8314}{29} \frac{293.15}{1 \cdot 10^5} = 0.00336 \text{ m}^3$$

da cui si determina la cilindrata:

$$\text{Cilindrata} = 0.00336 \left( 1 - \frac{1}{10} \right) = 0.003 \text{ m}^3$$

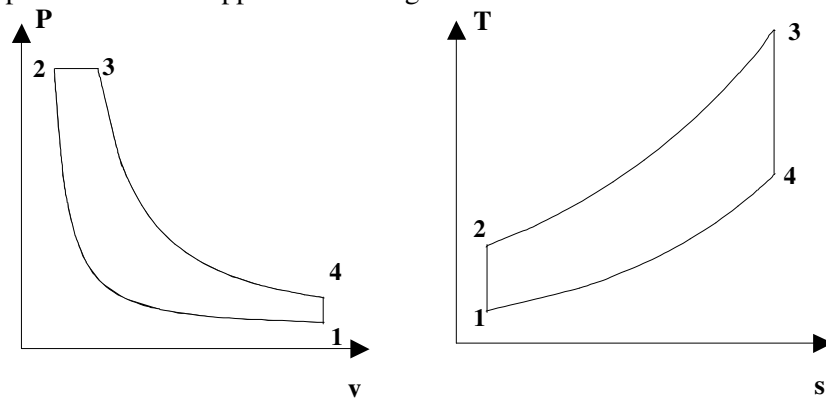
La cilindrata del motore è quindi pari a 3000 cm<sup>3</sup>.

### ESERCIZIO 5: (Ciclo Diesel ideale)

Un ciclo Diesel ideale ad aria ha un rapporto di compressione volumetrico pari a 20 ed un rapporto di combustione pari a 2. All'inizio della fase di compressione isoentropica il gas ha una pressione di 1 bar e una temperatura di 15 °C ed occupa un volume di 2000 cm<sup>3</sup>. Determinare la temperatura e la pressione in ogni stato del ciclo, il lavoro netto prodotto e il rendimento termodinamico.

#### Soluzione

A. Il ciclo termodinamico da risolvere richiede una valutazione dei punti del ciclo e per questo è opportuna una sua rappresentazione grafica.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$T_1 = 15\text{ }^{\circ}\text{C} = 288.15\text{ K}$$

$$P_1 = 1\text{ bar} = 1 \cdot 10^5\text{ Pa}$$

$$V_1 = 2000\text{ cm}^3 = 2 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3$$

$$r_v = 20$$

$$z = 2$$

C. Per il gas, supposto ideale e con massa molare  $M_m = 29\text{ kg/kmole}$ , si hanno trasformazioni politropiche.

D. E' l'analisi di un ciclo Diesel ideale. Vengono pertanto utilizzate, oltre alle equazioni delle trasformazioni politropiche, le equazioni di bilancio energetico per le singole trasformazioni.

Per la determinazione del valore assunto da pressione e temperatura in ogni punto del ciclo devono essere utilizzate l'equazione di stato dei gas ideali e l'equazione delle trasformazioni politropiche.

Avendo ipotizzato l'aria come un gas perfetto il calore specifico a volume costante e a pressione costante sono:

$$c_v = \frac{5}{2} R^* \quad c_v = \frac{5}{2} \frac{8314}{29} \text{ J/kgK} = 716.7 \text{ J/kgK}$$

$$c_p = \frac{5}{2} R^* \quad c_p = \frac{7}{2} \frac{8314}{29} \text{ J/kgK} = 1003.4 \text{ J/kgK}$$

### Stato 1

Dello stato 1 sono note temperatura, pressione e volume. E' possibile determinare la massa di gas:

$$M = \frac{P_1 V_1}{R^* T_1} \quad M = \frac{29}{8314} \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{288.15} \text{ kg} = 0.00242 \text{ kg}$$

### Stato 2

Per determinare la temperatura e la pressione dello stato 2 è nota sia l'equazione della trasformazione (isoentropica) sia il rapporto di compressione volumetrico:

$$r_v = \frac{V_1}{V_2} \quad V_2 = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{20} \text{ m}^3 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{1-k} \quad T_2 = T_1 (r_v)^{k-1} \quad T_2 = 288.15 \text{ K} \cdot 20^{1.4-1} = 955.06 \text{ K}$$

da cui, con l'equazione di stato, si ricava:

$$P_2 = \frac{MR^*T_2}{V_2} \quad P_2 = \frac{8314}{29} \frac{0.00242 \cdot 955.06}{1 \cdot 10^{-4}} \text{ Pa} = 6.626 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 66.26 \text{ bar}$$

Stato 3

Dello stato 3 è noto la pressione  $P_3= P_2$ , ed possibile determinare agevolmente il volume attraverso il rapporto di combustione.

$$z = \frac{V_3}{V_2} \qquad V_3 = z \cdot V_2 \qquad V_3 = 2 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Per determinare la pressione è utilizzabile l’equazione di stato dei gas ideali:

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{MR^*} \qquad T_3 = \frac{29}{8314} \frac{6.626 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{0.00242} \text{ K} = 1910 \text{ K}$$

Stato 4

Di questo stato è noto  $V_4=V_1$  e la trasformazione 3-4 (isoentropica).  
E’ quindi possibile ricavare la temperatura  $T_4$  dalla equazione della trasformazione isoentropica.

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{V_4}{V_3} \right)^{1-k} \qquad T_4 = 1910 \cdot \left( \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}} \right)^{1-1.4} \text{ K} = 760.38 \text{ K}$$

mentre la pressione dello stato 4 è determinabile con l’equazione di stato dei gas ideali:

$$P_4 = \frac{MR^* T_4}{V_4} \qquad P_4 = \frac{8314}{29} \frac{0.00242 \cdot 760.38}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Pa} = 2.638 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 2.638 \text{ bar}$$

Per determinare il lavoro netto prodotto è possibile utilizzare l’equazione di bilancio energetico per il ciclo termodinamico ottenendo:

$$L = Q_C - Q_F$$

Il calore è scambiato con la sorgente superiore lungo la trasformazione isobara e con la sorgente inferiore lungo la trasformazione isocora:

$$Q_C = Mc_P (T_3 - T_2) \qquad Q_C = 0.00242 \cdot 1003.4 (1910 - 955.06) \text{ J} = 2318.8 \text{ J}$$

$$Q_F = Mc_V (T_4 - T_1) \qquad Q_F = 0.00242 \cdot 716.7 (760.38 - 288.15) \text{ J} = 819 \text{ J}$$

sa cui si determina il lavoro netto prodotto:

$$L = 2318.8 \text{ J} - 819 \text{ J} = 1499.8 \text{ J}$$

Il rendimento termodinamico è determinabile, essendo un ciclo ideale, con le due relazioni:

$$\eta_{\text{Diesel}} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \frac{1}{k} \frac{(z^k - 1)}{(z - 1)} \qquad \eta_{\text{Diesel}} = 1 - \frac{1}{20^{1.4-1}} \frac{1}{1.4} \frac{(2^{1.4} - 1)}{(2 - 1)} = 0.6468$$

$$\eta_{\text{Diesel}} = \frac{L}{Q_C} \qquad \eta_{\text{Diesel}} = \frac{1499.8}{2318.8} = 0.6468$$

ESERCIZIO 6: (Ciclo Rankine a vapor saturo reale)

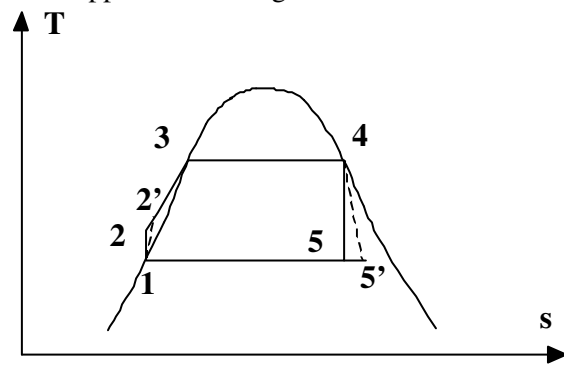
Per la generazione di potenza elettrica si dispone di un ciclo Rankine a vapore saturo con le seguenti caratteristiche: pressione di evaporazione 100 bar, temperatura di condensazione 30 °C e portata di vapore 100 kg/s.

Si chiede di determinare la potenza utile e il rendimento termodinamico del ciclo.

Valutare inoltre come cambiano potenza utile e rendimento assumendo un rendimento isoentropico della pompa di 0.92 e un rendimento isoentropico della turbina pari a 0.9.

### Soluzione

A. Il ciclo termodinamico da risolvere richiede una valutazione dei punti del ciclo e per questo è opportuna una sua rappresentazione grafica.



B. I dati del problema sono:

$$P_2 = 100 \text{ bar} = 1 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 30 \text{ °C} = 303.15 \text{ K}$$

$$\dot{m} = 100 \text{ kg/s}$$

$$\eta_C = 0.92$$

$$\eta_T = 0.9$$

C. Il fluido è acqua e si utilizzano le tabelle termodinamiche.

D. Questo problema riguarda l'analisi di un ciclo ideale e di un ciclo reale. Vengono pertanto utilizzate le equazioni di bilancio energetico ed entropico per le singole trasformazioni.

Si rammenta che, applicando i bilanci per i sistemi aperti in ciascuna trasformazione è possibile calcolare i calori e i lavori scambiati come le differenze di entalpia tra i punti iniziale e finale della trasformazione. Gli stati caratteristici per il ciclo ideale sono: 1-2-3-4-e 5. I dati sono determinabili, con esclusione dello stato 2, dalle tabelle del vapore saturo. Nel caso di ciclo reale si hanno i nuovi stati 2' e 5'. E' comunque da osservare che per l'analisi energetica del ciclo lo stato 3 non è significativo.

**Stato 1:** sono noti la temperatura  $T_1 = 30 \text{ °C}$  e lo stato termodinamico (liquido saturo). Dalle tabelle del vapore d'acqua in condizioni di saturazione si determina:

$$P_1 = 0.042415 \text{ bar}; \quad v_1 = 0.001004 \text{ m}^3/\text{kg} \quad h_1 = 125.7 \text{ kJ/kg} \quad s_1 = 0.4365 \text{ kJ/kgK}$$

**Stato 2:** sono noti la pressione  $P_2 = 100 \text{ bar}$  e l'entropia  $s_2 = s_1$ . la trasformazione isoentropica 1-2 può essere trattata con l'ipotesi di adottare il modello di liquido incompressibile ideale.



Dalle definizioni di variazione di entropia e di variazioni di entalpia di un liquido incompressibile ideale si ha:

$$\begin{cases} (s_1 - s_2) = c_L \ln \frac{T_1}{T_2} \\ (h_1 - h_2) = (c_L T_1 + P_1 v_1) - (c_L T_2 + P_2 v_2) \end{cases}$$

Dalla definizione di variazione di entropia si ottiene  $T_2 = T_1 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$  mentre, dalla definizione di variazione di entalpia ( e ponendo  $v_L = v_1$ ), si ha:

$$h_2 = h_1 + v_L (P_2 - P_1)$$

$$h_2 = 125700\text{ J/kg} + 0.001004(1 \cdot 10^7 - 4241.5)\text{ J/kg} = 135.7\text{ kJ/kg}$$

**Stato 2’:** essendo noto il rendimento isoentropico di compressione della pompa si possono determinare le variabili termodinamiche nello stato 2’. Per l’analisi energetica del ciclo è sufficiente conoscere l’entalpia specifica:

$$\eta_c = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1}$$

$$h_{2'} = h_1 + \frac{(h_2 - h_1)}{\eta_c} \qquad h_{2'} = 125.7\text{ kJ/kg} + \frac{(135.7 - 125.7)}{0.92}\text{ kJ/kg} = 136.6\text{ kJ/kg}$$

**Stato 4:** si tratta di uno stato di vapore saturo di cui è nota la pressione  $P_4 = P_2 = 100\text{ bar}$ . Dalle tabelle del vapore d’acqua in condizioni di saturazione si determina:

$$T_4 = 310.96\text{ }^{\circ}\text{C}; \qquad v_4 = 0.018410\text{ m}^3/\text{kg} \qquad h_4 = 2727.7\text{ kJ/kg} \qquad s_4 = 5.6198\text{ kJ/kgK}$$

**Stato 5:** dallo stato 4 si realizza, nel caso di ciclo ideale, una espansione isoentropica in turbina. Lo stato 5 è, data la conformazione della curva limite, chiaramente uno stato bifase. Di questo stato sono quindi note temperatura  $T_5 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ , pressione  $P_5 = P_1 = 0.042415\text{ bar}$  ed entropia  $s_5 = s_4 = 5.6198\text{ kJ/kgK}$ .

Per determinare l’entalpia occorre dapprima valutare il titolo:

$$x_5 = \frac{s_5 - s_L}{s_{vs} - s_L}$$

$$h_5 = h_L (1 - x_5) + x_5 h_{vs}$$

Dalle tabelle di saturazione, alla temperatura di  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ , si hanno:

$$s_L = 0.4365\text{ kJ/kgK} \qquad s_{vs} = 8.4546\text{ kJ/kgK}$$

$$h_L = 125.7\text{ kJ/kg} \qquad h_{vs} = 2556.4\text{ kJ/kg}$$

Si ottiene quindi:

$$x_5 = \frac{5.6198 - 0.4365}{8.4546 - 0.4365} = 0.6464$$

$$h_5 = 125.7 \cdot (1 - 0.6464)\text{ kJ/kg} + 0.6464 \cdot 2556.4\text{ kJ/kg} = 1696.9\text{ kJ/kg}$$

**Stato 5’:** essendo noto il rendimento isoentropico della turbina si possono determinare le variabili termodinamiche nello stato 5’. Per l’analisi energetica del ciclo è sufficiente conoscere l’entalpia specifica:

$$\eta_T = \frac{h_4 - h_{5'}}{h_4 - h_5} \qquad h_{5'} = h_4 - \eta_T (h_4 - h_5)$$

$$h_{5'} = 2727.7 \text{ kJ/kg} - 0.9 \cdot (2727.7 - 1696.9) \text{ kJ/kg} = 1800 \text{ kJ/kg}$$

Nota l'entalpia specifica dello stato 5' ed essendo il valore assunto da questa grandezza compresso tra l'entalpia specifica di liquido saturo e l'entalpia specifica di vapore saturo, si può concludere che anche lo stato 5' è uno stato bifase e determinare quindi temperatura ( $T_{5'} = T_5$ ) ed entropia specifica.

Essendo ora note le entalpie specifiche degli stati che caratterizzano il ciclo è possibile determinare le potenze termiche e meccaniche scambiate.

**Ciclo Rankine saturo ideale:** stati 1-2-3-4-5

Pompa

$$\dot{L}_P = \dot{m}(h_2 - h_1) \qquad \dot{L}_P = 100 \cdot (135.7 - 125.7) \text{ kW} = 1000 \text{ kW}$$

Generatore di vapore

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_4 - h_2) \qquad \dot{Q}_C = 100 \cdot (2727.7 - 135.7) \text{ kW} = 259200 \text{ kW}$$

Turbina

$$\dot{L}_T = \dot{m}(h_4 - h_5) \qquad \dot{L}_T = 100 \cdot (2727.7 - 1696.9) \text{ kW} = 103080 \text{ kW}$$

Condensatore

$$\dot{Q}_F = \dot{m}(h_5 - h_1) \qquad \dot{Q}_F = 100 \cdot (1696.9 - 125.7) \text{ kW} = 157120 \text{ kW}$$

Si ha quindi un rendimento termodinamico pari a :

$$\eta = \frac{\dot{L}_T - \dot{L}_C}{\dot{Q}_C} \qquad \eta = \frac{103080 - 1000}{259200} = 0.3938$$

La potenza utile prodotta dal ciclo ideale è:

$$\dot{L} = \dot{L}_T - \dot{L}_C \qquad \dot{L} = 103080 \text{ kW} - 1000 \text{ kW} = 102080 \text{ kW}$$

**Ciclo Rankine saturo reale:** stati 1-2'-3-4-5'

Pompa

$$\dot{L}_P = \dot{m}(h_{2'} - h_1) \qquad \dot{L}_P = 100 \cdot (136.6 - 125.7) \text{ kW} = 1090 \text{ kW}$$

Generatore di vapore

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_4 - h_{2'}) \qquad \dot{Q}_C = 100 \cdot (2727.7 - 136.6) \text{ kW} = 259110 \text{ kW}$$

Turbina

$$\dot{L}_T = \dot{m}(h_4 - h_{5'}) \qquad \dot{L}_T = 100 \cdot (2727.7 - 1800) \text{ kW} = 92770 \text{ kW}$$

Condensatore

$$\dot{Q}_F = \dot{m}(h_{5'} - h_1) \qquad \dot{Q}_F = 100 \cdot (1800 - 125.7) \text{ kW} = 167430 \text{ kW}$$

Si ha quindi un rendimento termodinamico pari a :

$$\eta = \frac{\dot{L}_T - \dot{L}_C}{\dot{Q}_C} \qquad \eta = \frac{92770 - 1090}{259110} = 0.3538$$

La potenza utile prodotta dal ciclo reale è:

$$\dot{L} = \dot{L}_T - \dot{L}_C \qquad \dot{L} = 92770 \text{ kW} - 1090 \text{ kW} = 91680 \text{ kW}$$

Il rendimento termodinamico ottenuto nel caso reale è, come atteso, inferiore a quello del caso ideale.

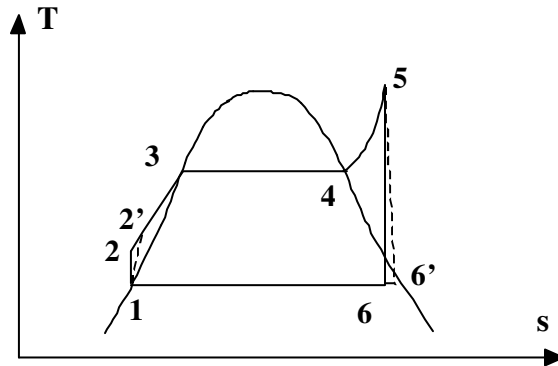
### ESERCIZIO 7: (Ciclo Rankine surriscaldato reale)

Facendo riferimento al ciclo descritto nell'esercizio precedente si ipotizzi di realizzare un surriscaldamento sino ad uno stato caratterizzato da una temperatura di 600 °C. Anche in questo caso si ipotizzino rendimenti di compressione nella pompa e di espansione in turbina pari rispettivamente a 0.92 e 0.9.

Determinare la nuova potenza utile e il rendimento termodinamico sia nel caso di ciclo ideale, sia nel caso di ciclo reale.

#### Soluzione

A. Il ciclo termodinamico da risolvere richiede una valutazione dei punti del ciclo e per questo è opportuna una sua rappresentazione grafica.



B. I dati del problema sono:

$$P_2 = 100 \text{ bar} = 1 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

$$T_5 = 600 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C} = 303.15 \text{ K}$$

$$\dot{m} = 100 \text{ kg/s}$$

$$\eta_C = 0.92$$

$$\eta_T = 0.9$$

C. Il fluido è acqua e si utilizzano le tabelle termodinamiche.

D. Questo problema riguarda l'analisi di un ciclo ideale e di un ciclo reale. Vengono pertanto utilizzate le equazioni di bilancio energetico ed entropico per le singole trasformazioni.

Gli stati caratteristici per il ciclo ideale sono: 1-2-3-4-5-6. I dati sono determinabili, con esclusione dello stato 2, dalle tabelle del vapore saturo e del vapore surriscaldato. Nel caso di

ciclo reale si hanno i nuovi stati 2' e 6'. E' comunque da osservare che per l'analisi energetica del ciclo gli stati 3 e 4 non sono significativi.  
Il ciclo è pari a quello analizzato nell'esercizio precedente. Si riassumono comunque i risultati ottenuti.

**Stato 1:** coincide con lo stato 1 del problema precedente.  
 $T_1 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$        $P_1 = 0.042415\text{ bar}$        $v_1 = 0.001004\text{ m}^3/\text{kg}$   
 $h_1 = 125.7\text{ kJ/kg}$        $s_1 = 0.4365\text{ kJ/kgK}$

**Stato 2:** coincide con lo stato 2 del problema precedente  
 $T_2 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$        $P_2 = 100\text{ bar};$        $h_2 = 135.7\text{ kJ/kg}$        $s_2 = 0.4365\text{ kJ/kgK}$

**Stato 2':** coincide con lo stato 2' del problema precedente  
 $P_{2'} = 100\text{ bar};$        $h_{2'} = 136.6\text{ kJ/kg}$

**Stato 5:** Sono note la pressione  $P_5 = 100\text{ bar}$  e la temperatura  $T_5 = 600\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Dalle tabelle del vapore surriscaldato si ottiene:  
 $h_5 = 3622.7\text{ kJ/kg}$        $s_5 = 6.9013\text{ kJ/kgK}$

**Stato 6:** dallo stato 5 si realizza, nel caso di ciclo ideale, una espansione isoentropica in turbina. Essendo l'entropia dello stato 6 inferiore alla entropia di vapore saturo alla pressione nel condensatore ( $P_6 = 0.042415\text{ bar}$ ), lo stato 6 è uno stato bifase. Di questo stato sono quindi note temperatura  $T_6 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$  ed entropia  $s_6 = s_5 = 6.9013\text{ kJ/kgK}$ .  
Per determinare l'entalpia occorre dapprima valutare il titolo:

$$x_6 = \frac{s_6 - s_L}{s_{vs} - s_L}$$

$$h_6 = h_L (1 - x_6) + x_6 h_{vs}$$

Dalle tabelle di saturazione, alla temperatura di  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ , si hanno:

$$s_L = 0.4365\text{ kJ/kgK} \quad s_{vs} = 8.4546\text{ kJ/kgK}$$

$$h_L = 125.7\text{ kJ/kg} \quad h_{vs} = 2556.4\text{ kJ/kg}$$

Si ottiene quindi:

$$x_6 = \frac{6.9013 - 0.4365}{8.4546 - 0.4365} = 0.8063$$

$$h_6 = 125.7 \cdot (1 - 0.8063)\text{ kJ/kg} + 0.8063 \cdot 2556.4\text{ kJ/kg} = 2085.6\text{ kJ/kg}$$

**Stato 6':** essendo noto il rendimento isoentropico della turbina si possono determinare le variabili termodinamiche nello stato 6'. Per l'analisi energetica del ciclo è sufficiente conoscere l'entalpia specifica:

$$\eta_T = \frac{h_5 - h_{6'}}{h_5 - h_6}$$

$$h_{6'} = h_5 - \eta_T (h_5 - h_6) \quad h_{6'} = 3622.7\text{ kJ/kg} - 0.9 \cdot (3622.7 - 2085.6)\text{ kJ/kg} = 2239.3\text{ kJ/kg}$$

Nota l’entalpia specifica dello stato 6’ ed essendo il valore assunto da questa grandezza compresso tra l’entalpia specifica di liquido saturo e l’entalpia specifica di vapore saturo, si può concludere che anche lo stato 6’ è uno stato bifase e determinare quindi temperatura (T<sub>6</sub>= T<sub>6</sub>) ed entropia specifica. In particolare il titolo nello stato 6’ è:

$$x_{6'} = \frac{h_{6'} - h_L}{h_{vs} - h_L} \qquad x_{6'} = \frac{2239.3 - 125.7}{2556.4 - 125.7} = 0.87$$

Essendo ora note le entalpie specifiche degli stati che caratterizzano il ciclo è possibile determinare le potenze termiche e meccaniche scambiate.

**Ciclo Rankine surriscaldato ideale:** stati 1-2-3-4-5-6

Pompa

$$\dot{L}_p = \dot{m}(h_2 - h_1) \qquad \dot{L}_p = 100 \cdot (135.7 - 125.7) \text{ kW} = 1000 \text{ kW}$$

Generatore di vapore

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_5 - h_2) \qquad \dot{Q}_C = 100 \cdot (3622.7 - 135.7) \text{ kW} = 348700 \text{ kW}$$

Turbina

$$\dot{L}_T = \dot{m}(h_5 - h_6) \qquad \dot{L}_T = 100 \cdot (3622.7 - 2085.6) \text{ kW} = 153710 \text{ kW}$$

Condensatore

$$\dot{Q}_F = \dot{m}(h_6 - h_1) \qquad \dot{Q}_F = 100 \cdot (2085.6 - 125.7) \text{ kW} = 195990 \text{ kW}$$

Si ha quindi un rendimento termodinamico pari a :

$$\eta = \frac{\dot{L}_T - \dot{L}_C}{\dot{Q}_C} \qquad \eta = \frac{153710 - 1000}{348700} = 0.4379$$

La potenza utile prodotta dal ciclo ideale è:

$$\dot{L} = \dot{L}_T - \dot{L}_C \qquad \dot{L} = 153710 \text{ kW} - 1000 \text{ kW} = 152710 \text{ kW}$$

**Ciclo Rankine surriscaldato reale:** stati 1-2’-3-4-5-6’

Pompa

$$\dot{L}_p = \dot{m}(h_{2'} - h_1) \qquad \dot{L}_p = 100 \cdot (136.6 - 125.7) \text{ kW} = 1090 \text{ kW}$$

Generatore di vapore

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_5 - h_{2'}) \qquad \dot{Q}_C = 100 \cdot (3622.7 - 136.6) \text{ kW} = 348610 \text{ kW}$$

Turbina

$$\dot{L}_T = \dot{m}(h_5 - h_{6'}) \qquad \dot{L}_T = 100 \cdot (3622.7 - 2239.3) \text{ kW} = 138340 \text{ kW}$$

Condensatore

$$\dot{Q}_F = \dot{m}(h_{6'} - h_1) \qquad \dot{Q}_F = 100 \cdot (2239.3 - 125.7) \text{ kW} = 211360 \text{ kW}$$

Si ha quindi un rendimento termodinamico pari a :

$$\eta = \frac{\dot{L}_T - \dot{L}_C}{\dot{Q}_C} \qquad \eta = \frac{138340 - 1090}{348610} = 0.3937$$

La potenza utile prodotta dal ciclo reale è:

$$\dot{L} = \dot{L}_T - \dot{L}_C \qquad \dot{L} = 138340 \text{ kW} - 1090 \text{ kW} = 137250 \text{ kW}$$

La realizzazione di un ciclo Rankine con surriscaldamento migliora, rispetto al caso di ciclo a vapore saturo e a parità di portata di fluido, sia la potenza utile, sia il rendimento, sia consente di ottenere un titolo in uscita dalla turbina superiore.

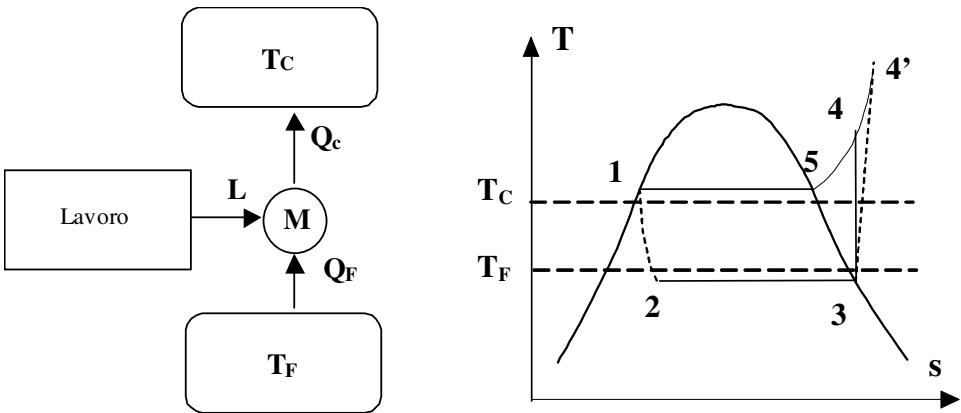
**ESERCIZIO 8:** *(Ciclo frigorifero a vapore)*

Un ciclo frigorifero reale utilizza come fluido di lavoro R134a e opera tra due serbatoi alla temperatura di  $T_C= 25\text{ }^{\circ}\text{C}$  e di  $T_F=-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Per rendere possibili gli scambi termici tra i serbatoi e il fluido circolante vi è una differenza di temperatura pari a  $5^{\circ}\text{C}$ . La potenza meccanica assorbita del compressore è di 10 kW. Il rendimento isoentropico di compressione del compressore è pari a 0.9. Si chiede di determinare

- l’entalpia specifica negli stati caratteristici del ciclo frigorifero
- La portata in massa di refrigerante nel ciclo
- La potenza da fornire per l’evaporazione del refrigerante
- l’efficienza della macchina frigorifera reversibile che opera tra le medesime temperature dei serbatoi
- la potenza assorbita da questa macchina reversibile a pari potenza frigorifera prelevata dalla sorgente inferiore
- la potenza dissipata per irreversibilità nella macchina termodinamica frigorifera.

**Soluzione**

A. Il ciclo termodinamico da risolvere richiede una valutazione dei punti del ciclo e per questo è opportuna una sua rappresentazione grafica e l’analisi della macchina termodinamica associata.



B. I dati del problema, espressi con unità del Sistema Internazionale, sono:

- $T_C= 25\text{ }^{\circ}\text{C}= 298.15\text{ K}$
- $T_F= -5\text{ }^{\circ}\text{C}= 268.15\text{ K}$
- $T_2= -10\text{ }^{\circ}\text{C}= 263.15\text{ K}$
- $T_1= 30\text{ }^{\circ}\text{C}= 303.15\text{ K}$

$$\dot{L}_C = 10 \text{ kW} = 1 \cdot 10^4 \text{ W}$$

$$\eta_C = 0.9$$

C. Il fluido di lavoro è un freon (R134a) e si utilizzano le tabelle termodinamiche.

D. Questo problema riguarda l’analisi di un ciclo reale e della macchina termodinamica associata. Vengono pertanto utilizzate le equazioni di bilancio energetico ed entropico.

Gli stati caratteristici per il ciclo sono: 1-2-3-4’-5. I dati sono determinabili dalle tabelle del vapore saturo e del vapore surriscaldato. E’ comunque da osservare che per l’analisi energetica del ciclo lo stato 5 non è significativo.

**Stato 1:** sono noti la temperatura  $T_1 = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$  e lo stato termodinamico (liquido saturo). Dalle tabelle del R134a in condizioni di saturazione si determina:  
 $P_1 = 0.7702 \text{ bar}; \qquad h_1 = 75.91 \text{ kJ/kg} \qquad s_1 = 0.2745 \text{ kJ/kgK}$

**Stato 2:** sono note la temperatura  $T_2 = -10 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , lo stato termodinamico (bifase) e dalla trasformazione (laminazione isoentalpica) il valore di entalpia  $h_2 = h_1 = 75.91 \text{ kJ/kg}$ .

**Stato 3:** sono noti la temperatura  $T_3 = -10 \text{ }^{\circ}\text{C}$  e lo stato termodinamico (vapore saturo). Dalle tabelle del R134a in condizioni di saturazione si determina:  
 $P_3 = 0.2006 \text{ bar}; \qquad h_3 = 226.9 \text{ kJ/kg} \qquad s_3 = 0.8643 \text{ kJ/kgK}$

**Stato 4:** sono noti la pressione  $P_4 = 0.7702 \text{ bar}$  e l’entropia  $s_4 = s_3$ . Lo stato termodinamico è quello di vapore surriscaldato. E’ possibile quindi determinare lo stato finale con l’ausilio delle tabelle del vapore surriscaldato. Non essendo disponibile il dato alla pressione  $P_4$  è necessario interpolare i dati. In particolare si hanno:

**P= 0.6 bar**  
(vapore saturo)  $T = 21.57 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $h = 244.8 \text{ kJ/kg}$ ,  $s = 0.8484 \text{ kJ/kgK}$   
 $T = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $h = 253.2 \text{ kJ/kgK}$ ,  $s = 0.8765 \text{ kJ/kgK}$

**P= 0.8 bar**  
(vapore saturo)  $T = 31.33 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $h = 249.6 \text{ kJ/kg}$ ,  $s = 0.8450 \text{ kJ/kgK}$   
 $T = 40 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $h = 258.8 \text{ kJ/kgK}$ ,  $s = 0.8746 \text{ kJ/kgK}$

Con una doppia interpolazione lineare si ha:

$$\frac{h'(T,0.6\text{bar}) - h(21.57^{\circ}\text{C},0.6\text{bar})}{h(30^{\circ}\text{C},0.6\text{bar}) - h(21.57^{\circ}\text{C},0.6\text{bar})} = \frac{s_4 - s(21.57^{\circ}\text{C},0.6\text{bar})}{s(30^{\circ}\text{C},0.6\text{bar}) - s(21.57^{\circ}\text{C},0.6\text{bar})}$$

$$\frac{h''(T,0.8\text{bar}) - h(31.33^{\circ}\text{C},0.8\text{bar})}{h(40^{\circ}\text{C},0.8\text{bar}) - h(31.33^{\circ}\text{C},0.8\text{bar})} = \frac{s_4 - s(31.33^{\circ}\text{C},0.8\text{bar})}{s(40^{\circ}\text{C},0.8\text{bar}) - s(31.33^{\circ}\text{C},0.8\text{bar})}$$

e quindi con una successiva interpolazione si ha:

$$\frac{P_4 - P(0.6\text{bar})}{P(0.8\text{bar}) - P(0.6\text{bar})} = \frac{h_4 - h'(T,0.6\text{bar})}{h''(T,0.8\text{bar}) - h'(T,0.6\text{bar})}$$

Risolvendo le tre relazioni proposte si ottiene:

$h'(T, 0.6\text{bar}) = 249.553 \text{ kJ/kg}$      $h''(T, 0.8\text{bar}) = 255.598 \text{ kJ/kgK}$      $h_4 = 254.7 \text{ kJ/kg}$   
 E' possibile anche determinare la temperatura del punto 4 con una interpolazione simile avendo cura di sostituire, nelle due prime proposizioni, all'entalpia la temperatura.

**Stato 4'**: essendo noto il rendimento isoentropico di compressione del compressore si possono determinare le variabili termodinamiche nello stato 4'. Per l'analisi energetica interessa il solo valore dell'entalpia specifica:

$$\eta_C = \frac{h_4 - h_3}{h_{4'} - h_3}$$

$$h_{4'} = h_3 + \frac{(h_4 - h_3)}{\eta_C} \quad h_{4'} = 226.9 \text{ kJ/kg} + \frac{(254.7 - 226.9)}{0.92} \text{ kJ/kg} = 257.8 \text{ kJ/kg}$$

Dalle tabelle si può approssimativamente stimare una temperatura del punto 4' di poco inferiore a 40 °C.

Essendo nota la potenza assorbita dal compressore è facilmente determinabile la portata di fluido refrigerante:

$$\dot{L}_C = \dot{m}(h_{4'} - h_3)$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{L}_C}{(h_{4'} - h_3)} \quad \dot{m} = \frac{10}{257.8 - 226.9} \text{ kg/s} = 0.3236 \text{ kg/s}$$

Le potenze termiche scambiate con le sorgenti sono quindi:

$$\dot{Q}_F = \dot{m}(h_3 - h_2) \quad \dot{Q}_F = 0.3236 \cdot (226.9 - 75.91) \text{ kW} = 48.86 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_{4'} - h_1) \quad \dot{Q}_C = 0.3236 \cdot (257.8 - 75.91) \text{ kW} = 58.86 \text{ kW}$$

Questo risultato avrebbe potuto essere determinato con il bilancio energetico

$$\dot{Q}_C = \dot{Q}_F + \dot{L}$$

L'efficienza frigorifera del ciclo è determinabile con la relazione:

$$\varepsilon_F = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{L}} \quad \varepsilon_F = \frac{48.86}{10} = 4.886$$

Nel caso di macchina che operasse reversibilmente con le sorgenti proposte si sarebbe ottenuta una efficienza teorica pari a:

$$\varepsilon_{Frev} = \frac{T_F}{T_C - T_F} \quad \varepsilon_{Frev} = \frac{268.15}{298.15 - 268.15} = 8.93833$$

e una potenza meccanica assorbita dal compressore a pari potenza frigorifera:

$$\dot{L}_{rev} = \frac{\dot{Q}_F}{\varepsilon_{Frev}} \quad \dot{L}_{rev} = \frac{48.86}{8.93833} = 5.437 \text{ kW}$$

Per determinare l'entropia prodotta per irreversibilità è necessario esplicitare il bilancio entropico per la macchina ciclica schematizzata:

$$\frac{\dot{Q}_C}{T_C} - \frac{\dot{Q}_F}{T_F} = \dot{S}_{irr} \quad \dot{S}_{irr} = \frac{58.86}{298.15} \text{ kW/K} - \frac{48.86}{268.15} \text{ kW/K} = 0.0152 \text{ kW/K}$$



## 6.3 ESERCIZI NON RISOLTI

### ESERCIZIO 6.1

Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature  $T_1 = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $T_3 = 827\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico  $M_m = 28.9\text{ kg/kmol}$ ). La temperatura di fine compressione è  $T_2 = 300\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Si richiede di:

- calcolare il rendimento del ciclo;
- verificare se è possibile operare una rigenerazione;
- calcolare il rendimento del ciclo nel caso in cui la turbina abbia un rendimento di espansione isoentropica  $\eta_T = 0.8$ .

[0.48; si; 0.28]

### ESERCIZIO 6.2

Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature di  $T_1 = 300\text{ K}$  e  $T_3 = 1200\text{ K}$ . Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico  $M_m = 28.9\text{ kg/kmol}$ ). La pressione  $p_1$  all'ingresso del compressore è  $P_1 = 100\text{ kPa}$ . Il calore fornito al ciclo è di  $q_c = 670\text{ kJ/kg}$ . Si determinino:

- Il lavoro specifico netto
- Il rendimento del ciclo

[294.5 kJ/kg; 0.44]

### ESERCIZIO 6.3

Si consideri una turbina a gas, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton ideale, con rapporto di compressione  $r = 6$ . Il fluido di lavoro è aria. La temperatura all'ingresso del compressore è  $T_1 = 280\text{ K}$ , mentre quella all'ingresso della turbina è di  $T_3 = 1250\text{ K}$ . Determinare:

- La temperatura del gas all'uscita del compressore e all'uscita della turbina
- Il rapporto tra lavoro di compressione e lavoro fornito dalla turbina
- Il rendimento termodinamico.

[ $T_2 = 467.2\text{ K}$ ;  $T_4 = 749.2\text{ K}$ ; 0.374; 0.4]

### ESERCIZIO 6.4

Si consideri un ciclo a gas costituito da tre trasformazioni quasi-statiche: AB isobara a  $P_A = 5\text{ bar}$  fino a  $T_B = 800\text{ K}$ , BC isoentropica fino a  $T_C = 200\text{ K}$ , CA isoterma. Considerando  $H_2$  come fluido di lavoro, determinare il rendimento del ciclo.

[0.36]

### ESERCIZIO 6.5

La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Otto ad aria sono  $P_1 = 1\text{ atm}$  e  $T_1 = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Il rapporto di compressione volumetrico è  $r = 8$ . Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore  $Q_C = 2000\text{ kJ/kg}$ . Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e la massima temperatura raggiunta.

[0.565, 3480 K]

**ESERCIZIO 6.6**

La pressione e la temperatura all’inizio della compressione di un ciclo Diesel ad aria sono  $P_1 = 1 \text{ atm}$  e  $T_1 = 27 \text{ °C}$ . Il rapporto di compressione volumetrico è  $r = 15$ . Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore  $Q_C = 2000 \text{ kJ/kg}$ . Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e la massima temperatura raggiunta.

[0.548, 2878 K]

**ESERCIZIO 6.7**

Un impianto a ciclo Rankine con potenzialità di 600 MW impiega acqua come fluido di lavoro. I limiti di pressione tra cui opera sono  $P_{\min} = 0.05 \text{ bar}$  e  $P_{\max} = 150 \text{ bar}$ , mentre la temperatura massima del ciclo è  $T_{\max} = 600 \text{ °C}$ . All’uscita della pompa l’entalpia dell’acqua è  $h = 160 \text{ kJ/kg}$  mentre in turbina si ha una espansione isoentropica. Si chiede di calcolare il rendimento del ciclo e la portata di acqua dell’impianto.

[0.44; G=394.8 kg/s]

**ESERCIZIO 6.8**

In un impianto frigorifero a vapore viene usato come fluido di lavoro R134a. Questo fluido entra in una valvola di laminazione a monte dell’evaporatore come liquido saturo a temperatura  $T_1 = 40 \text{ °C}$  ed esce dall’evaporatore come vapore saturo secco a temperatura  $T_3 = -8 \text{ °C}$ , scambiando calore con una corrente d’acqua (liquido incompressibile) che entra nello scambiatore a temperatura  $T_i = 50 \text{ °C}$  ed esce a temperatura  $T_u = 5 \text{ °C}$ . Si chiede di determinare la pressione all’uscita della valvola di laminazione ed il rapporto tra le portate di acqua e di Freon nell’evaporatore.

[P = 0.217 MPa; 0.724]

**ESERCIZIO 6.9**

In un impianto a ciclo Rankine di una centrale termoelettrica l’acqua, all’uscita della pompa, ha una temperatura  $T_2 = 35 \text{ °C}$  e pressione  $P_2 = 100 \text{ bar}$ ; entra nella caldaia ove viene fornita potenza termica sino ad avere vapore surriscaldato con temperatura  $T_3 = 600 \text{ °C}$ . All’uscita dalla caldaia il vapore viene fatto espandere in una turbina adiabatica ed isoentropica sino alla pressione  $P = 0.0234 \text{ bar}$ . Si chiede di determinare il calore ceduto all’acqua durante il riscaldamento in caldaia ed il lavoro prodotto dalla turbina ( per unità di massa fluente).

[Q = 3476.14 kJ/kg; L = 1601.1 kJ/kg]

**ESERCIZIO 6.10**

Un pompa di calore ideale sfrutta un ciclo di Carnot che opera tra una pressione minima  $P_{\min} = 0.01 \text{ bar}$  ed una pressione massima  $P_{\max} = 0.3 \text{ bar}$ . Il fluido di lavoro è acqua. All’ingresso del condensatore il fluido è nello stato di vapore saturo secco mentre all’uscita è liquido saturo. Calcolare:

- L’efficienza della pompa di calore reversibile
- Il rapporto tra il lavoro del compressore ed il lavoro della turbina

[5.51; 17.85]

**ESERCIZIO 6.11**

In un impianto frigorifero a vapore (R134a) si ha una temperatura di evaporazione  $T_2 = -28\text{ }^{\circ}\text{C}$  ed una pressione massima  $P_1 = 8\text{ bar}$ . Si chiede di determinare l'efficienza frigorifera del ciclo, la portata di fluido refrigerante, la potenza ceduta dal condensatore e l'entropia prodotta per irreversibilità nella valvola di laminazione sapendo che la potenza termica che deve essere asportata dalla sorgente inferiore è  $Q_F = 200\text{ kW}$ .

**[3.083, 264.86 kW; 0.053 kW/K]**

**ESERCIZIO 6.12**

Una pompa di calore operante con R134a fornisce 15 kW, necessari per mantenere un edificio alla temperatura  $T_C = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$  mentre l'ambiente esterno è a  $T_F = 5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La pressione di funzionamento nell'evaporatore è  $P_2 = 2.4\text{ bar}$  mentre all'uscita del condensatore si ha liquido saturo a pressione  $P_1 = 8\text{ bar}$ . Determinare la portata di fluido refrigerante, la potenza meccanica richiesta dal compressore, l'efficienza della pompa di calore, l'efficienza di una pompa di calore che operi reversibilmente, l'entropia prodotta per irreversibilità nel sistema.

**[0.0852 kg/s, 2.13 kW, 7, 19.53, 4.79 W/K]**

## 7.1. ASPETTI APPLICATIVI: TERMODINAMICA DELL'ARIA UMIDA

### 7.1.1 Generalità

Le grandezze psicrometriche che consentono di descrivere gli stati termodinamici dell'aria umida sono:

contenuto totale di acqua:  $x = \frac{M_{\text{acqua}}}{M_{\text{as}}}$

umidità assoluta:  $x_v = \frac{M_v}{M_{\text{as}}}$

umidità relativa:  $\varphi = \frac{P_v}{P_{\text{sat}}(T)}$

grado di saturazione:  $\xi = \frac{x_v}{x_{\text{vs}}}$

Il legame tra contenuto totale di acqua e umidità assoluta è dato dalla relazione:

$$x = x_v + x_{\text{cond}}$$

ove con  $x_{\text{cond}}$  si è indicato il rapporto tra la quantità di acqua in fase condensata (liquida+ghiaccio) e la massa di aria secca.

Il legame tra umidità assoluta e umidità relativa è dato dalla relazione:

$$x = 0.622 \frac{\varphi P_{\text{sat}}}{P - \varphi P_{\text{sat}}}$$

Fondamentale per la comprensione del comportamento dell'aria umida risulta il diagramma di Mollier ( $h^*, x$ ) che esplicita l'andamento dell'entalpia della miscela negli stati eterogenei e omogenei in funzione del contenuto di acqua totale  $x$ .

### 7.1.2 Entalpia

Le trasformazioni termodinamiche che si realizzano sono prevalentemente a pressione costante. In tal caso nel bilancio energetico è presente l'entalpia. Si ricorda che è convenzione, per ricavare l'entalpia specifica della miscela riferirla alla massa della sola aria secca e di indicarla con un apice (\*).

$$H = \underbrace{H_{aria\ umida}}_{H_{as} + H_{H_2O_{vap}}} + H_{H_2O_{liq}} + H_{H_2O_{solid}}$$

$$H = H_{aria\ umida} = H_{as} + H_{H_2O_{vap}}$$

$$h^* = h_{as} + x_v h_v + x_L h_L + (x - x_v - x_L) h_{solid}$$

Come relazioni approssimate per il calcolo dell’entalpia specifica si utilizzano le seguenti espressioni:

sistema omogeneo (aria secca + vapore d’acqua)

$$h^* = c_{pas} t + x_v (h_{lvt} + c_{pv} t) \qquad \text{con } t \text{ espresso in } ^\circ\text{C e } h^* \text{ in kJ/kg}_{as}$$

$$h^* = 1.005 \cdot t + x_v (2501 + 1.86 \cdot t)$$

sistema eterogeneo (aria secca + vapore d’acqua + fase condensata liquida)

$$h^* = c_{pas} t + x_v (h_{lvt} + c_{pv} t) + (x - x_v) c_L t \qquad \text{con } t \text{ espresso in } ^\circ\text{C e } h^* \text{ in kJ/kg}_{as}$$

$$h^* = 1.005 \cdot t + x_v (2501 + 1.86 \cdot t) + (x - x_v) 4.186 \cdot t$$

sistema eterogeneo (aria secca + vapore d’acqua + fase condensata solida)

$$h^* = c_{pas} t + x_v (h_{lvt} + c_{pv} t) + (x - x_v) (h_{lst} + c_s t) \qquad \text{con } t \text{ espresso in } ^\circ\text{C e } h^* \text{ in kJ/kg}_{as}$$

$$h^* = 1.005 \cdot t + x_v (2501 + 1.86 \cdot t) + (x - x_v) (-333 + 2.1 \cdot t)$$

kJ/kg<sub>as</sub>

L’alternativa alle relazioni approssimate è l’utilizzo del diagramma di Mollier.

## 7.2 ESERCIZI SVOLTI

### ESERCIZIO 1: (valutazione delle proprietà termodinamiche)

Determinare l'umidità assoluta, il grado di saturazione ed il contenuto di acqua presente in un sistema contenente una massa di aria pari a 30 kg a temperatura  $T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$  ed umidità relativa 60%.

#### Soluzione

A. Il problema da risolvere richiede l'uso delle definizioni delle grandezze psicrometriche

B. I dati del problema, espressi con unità del Sistema Internazionale, sono:

$$M_{as}=30\text{ kg}$$

$$T=20\text{ }^{\circ}\text{C}=293.15\text{ K}$$

$$\varphi=60\%$$

C. Non vi sono informazioni specifiche sul sistema ma occorre ricordare che la massa di aria non è la massa complessiva del sistema ma solo la quota relativa all'aria secca. La pressione totale nel sistema, anche se non specificata esplicitamente, viene assunta pari a 1 atm.

D. Si tratta dell'analisi di uno stato termodinamico di equilibrio.

Dalle tabelle di saturazione dell'acqua si ricava la pressione di saturazione a  $T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ :

$$P_{sat}=0.023366\text{ bar}=2336.6\text{ Pa}$$

L'umidità assoluta è definita come:

$$x_v=0.622\frac{\varphi P_{sat}}{P-\varphi P_{sat}}\qquad x_v=0.622\frac{0.6\cdot 2336.6}{101325-0.6\cdot 2336.6}\text{ kg}_v/\text{kg}_{as}=0.00873\text{ kg}_v/\text{kg}_{as}$$

Per determinare il grado di saturazione è necessario determinare l'umidità assoluta massima per il sistema che si ha con una umidità relativa pari a 100%.

$$x_{vs}=0.622\frac{P_{sat}}{P-P_{sat}}\qquad x_{vs}=0.622\frac{2336.6}{101325-2336.6}\text{ kg}_v/\text{kg}_{as}=0.01468\text{ kg}_v/\text{kg}_{as}$$

da cui si determina il grado di saturazione:

$$\xi=\frac{x_v}{x_{vs}}\qquad \xi=\frac{0.00873}{0.01468}=0.595$$

Come si può notare il grado di saturazione è molto simile all'umidità relativa.

Il contenuto totale di acqua (sotto forma di vapore) presente nel sistema è:

$$M_{acqua}=M_{as}x_v\qquad M_{as}=30\cdot 0.00873\text{ kg}=0.2619\text{ kg}$$

### ESERCIZIO 2: (valutazione delle proprietà termodinamiche)

In un sistema sono presenti una massa di aria secca pari a 100 kg ed una massa di 2 kg di

acqua. Il sistema si trova ad una temperatura di 50 °C. Determinare l’eventuale quantità di acqua presente in fase liquida o, se il sistema fosse omogeneo, l’umidità relativa.

**Soluzione**

A. Il problema da risolvere richiede l’uso delle definizioni delle grandezze psicrometriche

B. I dati del problema sono:

$M_{as}= 100\text{ kg}$

$M_{acqua}= 2\text{ kg}$

$T= 50\text{ }^{\circ}\text{C}= 323.15\text{ K}$

C. Non vi sono informazioni specifiche sul sistema. La pressione totale nel sistema, anche se non specificata esplicitamente, viene assunta pari a 1 atm.

D. Si tratta dell’analisi di uno stato termodinamico di equilibrio.

Essendo nota la massa di aria secca e la massa di acqua è possibile determinare il contenuto totale di acqua del sistema:

$$x = \frac{M_{acqua}}{M_{as}} \qquad x = \frac{2}{100} \text{ kg}_{acqua} / \text{kg}_{as} = 0.02 \text{ kg}_{acqua} / \text{kg}_{as}$$

Si noti che, se pur dimensionale, la grandezza x è opportuno esprimerla in forma dimensionata come rapporto tra due masse.

Il contenuto massimo di acqua che potrebbe essere presente in sola fase aeriforme si determinata avendo nota la pressione di saturazione dell’acqua alla temperatura a cui si trova il sistema. Dalle tabelle dell’acqua, per T= 50 °C si trova:

$P_{sat}= 0.12335\text{ bar}= 12335\text{ Pa}$

L’umidità assoluta in condizioni di saturazione è:

$$x_{vs} = 0.622 \frac{P_{sat}}{P - P_{sat}} \qquad x_{vs} = 0.622 \frac{12335}{101325 - 12335} \text{ kg}_v / \text{kg}_{as} = 0.0862 \text{ kg}_v / \text{kg}_{as}$$

Essendo l’umidità assoluta in condizioni di saturazione maggiore del contenuto di acqua non si avrà acqua in fase condensata. E’ possibile quindi determinare l’umidità relativa:

$$x_v = 0.622 \frac{\phi P_{sat}}{P - \phi P_{sat}} \qquad \phi = \frac{x_v P}{(0.622 + x_v) \cdot P_{sat}}$$

$$\phi = \frac{0.02 \cdot 101325}{(0.622 + 0.02) \cdot 12335} = 0.256 = 25.6\%$$

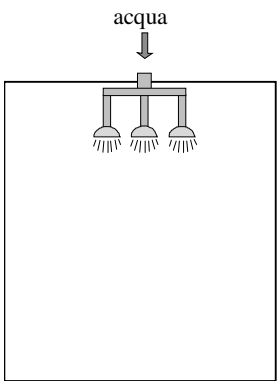
**ESERCIZIO 3:** (*miscelazione isobara con acqua*)

Determinare la massa di acqua che occorre fornire ad un sistema a pressione costante P= 1 atm che contiene aria umida a temperatura T= 30 °C ed umidità relativa φ= 30% per ottenere, a temperatura costante, condizioni di saturazione. La massa di aria secca contenuta nel

sistema è  $M_{as} = 6 \text{ kg}$ . La trasformazione è adiabatica e si determini l'entalpia dell'acqua e lo stato in cui si trova (liquido sotto-raffreddato, bifase, vapore surriscaldato).

**Soluzione**

A. Il sistema è schematizzabile come in figura. Si tratta di una miscelazione isobara ed adiabatica.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$P = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$M_{as} = 6 \text{ kg}$$

$$\varphi = 0.3$$

C. Come già indicato si tratta di una miscelazione isobara ed adiabatica in un sistema.

D. Il processo richiede l'applicazione del bilancio di massa e di energia.

Essendo nota la massa di aria secca e l'umidità relativa è possibile determinare l'umidità assoluta del sistema. Alla temperatura di 30 °C la pressione di saturazione è pari a:

$$P_{sat} = 0.12335 \text{ bar} = 12335 \text{ Pa}$$

$$x_v = 0.622 \frac{\varphi P_{sat}}{P - \varphi P_{sat}} \qquad x_v = 0.622 \frac{0.3 \cdot 4241.5}{101325 - 0.3 \cdot 4241.5} \text{ kg}_v / \text{kg}_{as} = 0.00791 \text{ kg}_v / \text{kg}_{as}$$

Nello stato finale si hanno condizioni di saturazione:

$$x_{vs} = 0.622 \frac{P_{sat}}{P - P_{sat}} \qquad x_v = 0.622 \frac{4241.5}{101325 - 4241.5} \text{ kg}_v / \text{kg}_{as} = 0.02717 \text{ kg}_v / \text{kg}_{as}$$

L'equazione di bilancio di massa si scrive come:

$$M_{as} x_v + M_{H2O} = M_{as} x_{xs}$$

$$M_{H2O} = (x_{vsat} - x_v) \cdot M_{as} \qquad M_{H2O} = (0.02717 - 0.00791) \cdot 6 \text{ kg}_{H2O} = 0.11558 \text{ kg}_{H2O}$$

Per ottenere una miscelazione adiabatica ed isobara l'equazione di bilancio energetico vincola lo stato termodinamico dell'acqua che, a pressione atmosferica, deve essere aggiunta al sistema.

$$M_{as} h_i^* + M_{H2O} h_{H2O} = h_f^* M_{as}$$



dove l’incognita è l’entalpia dell’acqua che viene aggiunta al sistema mentre:

$$h_i^* = c_{pas}t + x_v(h_{lv} + c_{pv}t)$$

$$h_i^* = 1.005 \cdot 30 \text{ kJ/kg} + 0.00791(2501 + 1.86 \cdot 30) \text{ kJ/kg} = 50.37 \text{ kJ/kg}$$

$$h_f^* = c_{pas}t + x_{vsat}(h_{lv} + c_{pv}t)$$

$$h_f^* = 1.005 \cdot 30 \text{ kJ/kg} + 0.02717(2501 + 1.86 \cdot 30) \text{ kJ/kg} = 99.62 \text{ kJ/kg}$$

Si ottiene quindi:

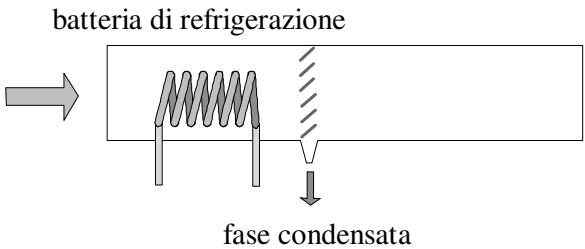
$$h_{H_2O} = \frac{M_{as}}{M_{H_2O}}(h_f^* - h_i^*) \qquad h_{H_2O} = \frac{6}{0.11558}(99.62 - 50.37) \text{ kJ/kg} = 2556.7 \text{ kJ/kg}$$

Alla pressione atmosferica essendo l’entalpia di vapore saturo  $h_{vs} = 2676 \text{ kJ/kg}$ , si può affermare che l’acqua è aggiunta al sistema come bifase ( $h_{H_2O} < h_{vs}$ ) con titolo  $x = 0.947$ .

**ESERCIZIO 4:** *(batteria di deumidificazione)*

In un impianto di climatizzazione è presente una batteria di refrigerazione per realizzare la deumidificazione dell’aria trattata. All’ingresso della batteria l’aria è in condizione termoigrometriche note ( $T_1 = 25 \text{ °C}$ ,  $\phi_1 = 50\%$ ) mentre all’uscita della batteria è raffreddata sino a temperatura  $T_2 = 4 \text{ °C}$ . Nell’impianto viene trattata una portata volumetrica di  $10000 \text{ m}^3/\text{h}$  e si chiede di determinare sia la quantità di acqua che viene condensata sia la potenza termica che deve essere asportata con la batteria.

A. Il sistema è schematizzabile come in figura. Si tratta di un processo di raffreddamento con separazione di condensa.



B. I dati del problema sono:

$$T_1 = 25 \text{ °C}$$

$$\phi_1 = 0.5$$

$$T_2 = 4 \text{ °C}$$

$$\Gamma_{as} = 10000 \text{ m}^3/\text{h} = 2.778 \text{ m}^3/\text{s}$$

C. Come già indicato si tratta di una processo di raffreddamento isobaro a pressione costante e pari a 1 atm.

D. L’analisi del problema richiede l’applicazione delle equazioni di bilancio di massa e di energia.

**Soluzione**

Come prima operazione occorre determinare la portata in massa di aria nell’impianto. Essendo nota la portata volumetrica, la portata in massa può essere determinata con la relazione:

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot \Gamma$$

$$\rho_1 = \frac{P}{R^* T_1} \qquad \rho_1 = \frac{101325}{\frac{8314}{29} 298.15} \text{ kg / m}^3 = 1.1854 \text{ kg / m}^3$$

$$\dot{m} = 1.1854 \cdot 2.778 \text{ kg}_{as} / \text{s} = 3.2928 \text{ kg}_{as} / \text{s}$$

L’equazione di bilancio di massa applicata al sistema illustrato in figura, necessita di due equazioni; una per il componente aria secca e una per il componente acqua, ottenendosi:

$$\dot{m}_{1as} = \dot{m}_{2as}$$

$$\dot{m}_{1as} x_{v1} = \dot{m}_{2as} x_{vs2} + \dot{m}_{H_2O}$$

Essendo nota la temperatura e l’umidità relativa è possibile determinare l’umidità assoluta del sistema. Alla temperatura di 25 °C la pressione di saturazione è pari a:

$$P_{sat} = 0.03166 \text{ bar} = 3166 \text{ Pa}$$

$$x_{v1} = 0.622 \frac{\phi P_{sat}}{P - \phi P_{sat}} \qquad x_{v1} = 0.622 \frac{0.5 \cdot 3166}{101325 - 0.5 \cdot 3166} \text{ kg}_v / \text{kg}_{as} = 0.00987 \text{ kg}_v / \text{kg}_{as}$$

All’uscita dalla batteria di refrigerazione la temperatura è pari a 5 °C ( $P_{sat} = 0.008129 \text{ bar}$ ) e il contenuto massimo di acqua che potrebbe essere presente in fase aeriforme è determinabile con la relazione:

$$x_{vs} = 0.622 \frac{P_{sat}}{P - P_{sat}} \qquad x_{vs} = 0.622 \frac{812.9}{101325 - 812.9} \text{ kg}_v / \text{kg}_{as} = 0.00503 \text{ kg}_v / \text{kg}_{as}$$

Essendo  $x_{v2} = x_{vs}$  minore di  $x_{v1}$ , si ha separazione di condensa.

Risolvendo la seconda equazione di bilancio di massa si ottiene:

$$\dot{m}_{H_2O} = \dot{m}_{1as} (x_{v1} - x_{vs2})$$

$$\dot{m}_{H_2O} = 3.2928 (0.00987 - 0.00503) \text{ kg}_{H_2O} / \text{s} = 0.01594 \text{ kg}_{H_2O} / \text{s} = 57.37 \text{ kg}_{H_2O} / \text{h}$$

Per determinare la potenza termica che deve essere asportata alla portata in massa di aria per ottenere la condensazione occorre applicare al sistema l’equazione di bilancio energetico:

$$\dot{m}_{1as} h_1^* - \dot{m}_{as} h_2^* - \dot{m}_{H_2O} h_{H_2O} + \dot{Q} = 0$$

dove:

$$h_1^* = c_{pas} t_1 + x_{v1} (h_{lvt} + c_{pv} t_1)$$

$$h_1^* = 1.005 \cdot 25 \text{ kJ / kg} + 0.00987 (2501 + 1.86 \cdot 25) \text{ kJ / kg} = 50.27 \text{ kJ / kg}$$

$$h_2^* = c_{pas} t_2 + x_{v2} (h_{lvt} + c_{pv} t_2)$$

$$h_2^* = 1.005 \cdot 4 \text{ kJ / kg} + 0.00503 (2501 + 1.86 \cdot 4) \text{ kJ / kg} = 16.64 \text{ kJ / kg}$$

$$h_{H_2O} \cong h_L (T_2) \qquad h_{H_2O} = 16.8 \text{ kJ / kg}$$

Si ottiene quindi:

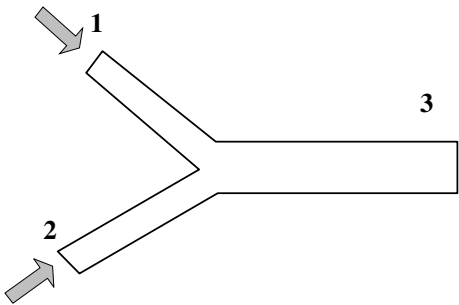
$$\dot{Q} = -(\dot{m}_{\text{las}} h_1^* - \dot{m}_{\text{as}} h_2^* - \dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} h_{\text{H}_2\text{O}})$$

$$\dot{Q} = -(3.2928 \cdot 50.27 - 3.2928 \cdot 16.64 - 0.01594 \cdot 16.8) \text{ kW} = 110.4 \text{ kW}$$

**ESERCIZIO 5:** (*miscelazione adiabatica*)

Determinare le condizioni termoigrometriche finali che si ottengono con la miscelazione isobara di due flussi di aria (  $\dot{m}_{\text{las}} = 50 \text{ kg/s}$  e  $\dot{m}_{2\text{as}} = 25 \text{ kg/s}$ ) di cui sono note le proprietà termoigrometriche ( $T_1 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\varphi_1 = 60\%$ ,  $T_2 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\varphi_2 = 30\%$ )

A. Il sistema è schematizzabile come in figura. Si tratta di un processo di miscelazione isobara ed adiabatica



B. I dati del problema sono:

$$\dot{m}_{\text{las}} = 50 \text{ kg/s}$$

$$T_1 = 40 \text{ }^\circ\text{C} = 313.15 \text{ K}$$

$$\varphi_1 = 0.6$$

$$\dot{m}_{2\text{as}} = 25 \text{ kg/s}$$

$$T_2 = 15 \text{ }^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}$$

$$\varphi_2 = 0.3$$

C. Come già indicato si tratta di una processo di miscelazione, adiabatico e a pressione costante e pari a 1 atm.

D. L’analisi del problema richiede l’applicazione delle equazioni di bilancio di massa e di energia.

**Soluzione**

Dal bilancio di massa di aria secca e di acqua e dal bilancio di energia ottengo il seguente sistema:

$$\begin{cases} \dot{m}_{\text{as1}} + \dot{m}_{\text{as2}} = \dot{m}_{\text{as3}} \\ \dot{m}_{\text{as1}} x_{\text{v1}} + \dot{m}_{\text{as2}} x_{\text{v2}} = \dot{m}_{\text{as3}} x_{\text{v3}} \\ \dot{m}_{\text{as1}} h_1^* + \dot{m}_{\text{as2}} h_2^* = \dot{m}_{\text{as3}} h_3^* \end{cases}$$

In questo sistema di equazioni sono note le umidità assolute e le entalpie agli ingressi del sistema.

Alla temperatura di 40 °C la pressione di saturazione è pari a:

$$P_{\text{sat}} = 0.07375 \text{ bar} = 7375 \text{ Pa}$$

$$x_{v1} = 0.622 \frac{\phi P_{\text{sat}}}{P - \phi P_{\text{sat}}} \quad x_{v1} = 0.622 \frac{0.6 \cdot 7375}{101325 - 0.6 \cdot 7375} \text{ kg}_v / \text{kg}_{\text{as}} = 0.0284 \text{ kg}_v / \text{kg}_{\text{as}}$$

$$h_1^* = c_{\text{pas}} t_1 + x_{v1} (h_{\text{lv}} + c_{\text{pv}} t_1)$$

$$h_1^* = 1.005 \cdot 40 \text{ kJ} / \text{kg}_{\text{as}} + 0.0284 (2501 + 1.86 \cdot 40) \text{ kJ} / \text{kg}_{\text{as}} = 113.34 \text{ kJ} / \text{kg}_{\text{as}}$$

Alla temperatura di 15 °C la pressione di saturazione è pari a:

$$P_{\text{sat}} = 0.017139 \text{ bar} = 1713.9 \text{ Pa}$$

$$x_{v2} = 0.622 \frac{\phi P_{\text{sat}}}{P - \phi P_{\text{sat}}} \quad x_{v2} = 0.622 \frac{0.3 \cdot 1713.9}{101325 - 0.3 \cdot 1713.9} \text{ kg}_v / \text{kg}_{\text{as}} = 0.003172 \text{ kg}_v / \text{kg}_{\text{as}}$$

$$h_2^* = c_{\text{pas}} t_2 + x_{v2} (h_{\text{lv}} + c_{\text{pv}} t_2)$$

$$h_2^* = 1.005 \cdot 15 \text{ kJ} / \text{kg}_{\text{as}} + 0.003172 (2501 + 1.86 \cdot 15) \text{ kJ} / \text{kg}_{\text{as}} = 23.1 \text{ kJ} / \text{kg}_{\text{as}}$$

Risolviendo ora le equazioni di bilancio si ottiene:

$$\begin{cases} x_{v3} = \frac{\dot{m}_{\text{as1}} x_{v1} + \dot{m}_{\text{as2}} x_{v2}}{\dot{m}_{\text{as1}} + \dot{m}_{\text{as2}}} \\ h_3^* = \frac{\dot{m}_{\text{as1}} h_1^* + \dot{m}_{\text{as2}} h_2^*}{\dot{m}_{\text{as1}} + \dot{m}_{\text{as2}}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{v3} = \frac{50 \cdot 0.0284 + 25 \cdot 0.003172}{50 + 25} \text{ kg}_v / \text{kg}_{\text{as}} = 0.02 \text{ kg}_v / \text{kg}_{\text{as}} \\ h_3^* = \frac{50 \cdot 113.34 + 25 \cdot 23.1}{50 + 25} \text{ kJ} / \text{kg}_{\text{as}} = 83.26 \text{ kJ} / \text{kg}_{\text{as}} \end{cases}$$

Nota l'umidità assoluta e l'entalpia specifica nella sezione di uscita è possibile determinare la temperatura dell'aria:

$$t = \frac{h_3^* - x_{v3} \cdot h_{\text{lv}}}{c_{\text{pas}} + x_{v3} \cdot c_{\text{pv}}} \quad t = \frac{83.26 - 0.02 \cdot 2501}{1.005 + 0.02 \cdot 1.86} \text{ °C} \approx 31.9 \text{ °C}$$

A questa temperatura la pressione di saturazione (ottenuta con interpolazione) è  $P_{\text{sat}} = 0.0475 \text{ bar} = 4750 \text{ Pa}$ .

Si ottiene quindi una umidità relativa nella sezione di uscita pari a:

$$x_v = 0.622 \frac{\phi P_{\text{sat}}}{P - \phi P_{\text{sat}}} \quad \phi = \frac{x_v P}{(0.622 + x_v) \cdot P_{\text{sat}}}$$

$$\phi = \frac{0.02 \cdot 101325}{(0.622 + 0.02) \cdot 4750} = 0.664 = 66.4\%$$

## 7.3 ESERCIZI NON RISOLTI

### ESERCIZIO 7.1

Determinare l'umidità assoluta e la temperatura di rugiada di una massa di aria umida a pressione  $P=1\text{ atm}$ , temperatura  $T=25\text{ °C}$  ed umidità relativa 70%.

[0.0139 kg<sub>H2O</sub>/kg<sub>as</sub>, 19 °C]

### ESERCIZIO 7.2

Una massa  $M=12\text{ kg}$  di aria umida a  $T_1=30\text{ °C}$  e umidità relativa  $\phi=50\%$  viene raffreddata isobaricamente ( $P=1\text{ atm}$ ) fino alla temperatura  $T_2=5\text{ °C}$ . Determinare la quantità di acqua che si condensa.

[0.096 kg]

### ESERCIZIO 7.3

Determinare l'umidità relativa  $\phi$  di un sistema composto da una massa  $M=3\text{ kg}$  di aria secca ed una massa  $m=0.06\text{ kg}$  di acqua alla temperatura  $T=50\text{ °C}$  e a pressione  $P=1\text{ atm}$ .

[26%]

### ESERCIZIO 7.4

Determinare la temperatura e l'umidità relativa che si ottiene miscelando adiabaticamente e a pressione costante ( $P=1\text{ atm}$ ) una portata di aria  $m_1=1200\text{ m}^3/\text{h}$  con temperatura  $T_1=10\text{ °C}$  e umidità relativa  $\phi_1=30\%$  e una portata di aria  $m_2=2400\text{ m}^3/\text{h}$  con temperatura  $T_2=30\text{ °C}$  e umidità relativa  $\phi_2=60\%$ .

[23 °C, 64%]

### ESERCIZIO 7.5

Determinare la temperatura e l'umidità relativa che si ottiene miscelando adiabaticamente e a pressione costante ( $P=1\text{ atm}$ ) una portata di aria  $m_1=1200\text{ m}^3/\text{h}$  con temperatura  $T_1=20\text{ °C}$  e umidità relativa  $\phi_1=20\%$  e una quantità di acqua liquida  $m_2=6\text{ kg/h}$  con temperatura  $T_2=80\text{ °C}$ .

[22 °C, 36%]

### ESERCIZIO 7.6

Determinare la quantità di acqua necessaria per umidificare fino alla saturazione 1 kg di aria secca a temperatura di  $20\text{ °C}$  con acqua liquida a temperatura di  $15\text{ °C}$ . Determinare il valore dell'entalpia specifica della miscela ottenuta.

[0.014 kg, 38.2 kJ/kg]

### ESERCIZIO 7.7

Determinare la temperatura a cui deve essere raffreddata e la quantità di calore che deve essere asportata ad una massa  $M_{as}=100\text{ kg}$  di aria a temperatura  $T=20\text{ °C}$  ed umidità relativa  $\phi_1=40\%$  per avere aria satura.

[6 °C, 1410 kJ]

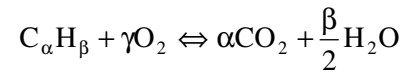
### 8.1 ASPETTI APPLICATIVI: TERMODINAMICA DELLA COMBUSTIONE

#### 8.1.1 Generalità

In un problema di combustione l'analisi del processo si basa sulle equazioni di bilancio di massa e di energia. L'equazione di bilancio entropico è in grado di fornire informazioni in merito alla direzione della reazione.

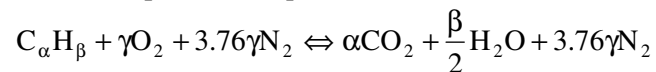
Dal punto di vista chimico il combustibile è una sostanza costituita da carbonio, idrogeno, zolfo e loro composti. Il comburente è una miscela gassosa contenete ossigeno.

I coefficienti stechiometrici necessari per descrivere la reazione si ottengono osservando che per la generica combustione di un idrocarburo con ossigeno vale la relazione:



$$\gamma = \alpha + \frac{\beta}{4}$$

Nella pratica l'ossigeno necessario per la combustione è fornito impiegando come comburente aria atmosferica e pertanto l'equazione di bilancio stechiometrico diventa:



Nel caso in cui il quantitativo di aria (di ossigeno) sia inferiore alla quantità stechiometrica si ha una combustione incompleta con formazione di CO e presenza eventualmente di incombusti nei fumi.

Il rapporto aria-combustibile  $\alpha$  (detto anche rapporto di miscela) è definito come:

$$\alpha = \frac{M_{aria}}{M_{comb}}$$

in cui  $M_{aria}$  ed  $M_{comb}$  sono la massa rispettivamente di aria e di combustibile.

#### Equazione di bilancio energetico

Nell'ipotesi di combustione stechiometrica con gas, senza scambi di lavoro, l'equazione di bilancio energetico è:

$$\dot{m}_c c_{pc} (T_c - T_o) + \dot{m}_a c_{pa} (T_a - T_o) - \dot{m}_p c_{pP} (T_P - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pc = -\dot{Q}$$

ove  $\dot{m}_c, \dot{m}_a, \dot{m}_p$  sono rispettivamente le portate in massa di combustibile, comburente e fumi.  
Lo stato di riferimento, per le diverse sostanze, è assunto essere a temperatura  $T_o= 25\text{ }^{\circ}\text{C}$  e pressione  $P_o= 1\text{ atm}$ .  
La quantità  $P_c$  è il cosiddetto Potere calorifico del combustibile ed è riferito ad una massa unitaria di combustibile.  
I valori del potere calorifico dei principali combustibili è riportato nella seguente tabella:

Combustibile	Formula chimica	Potere Calorifico Superiore (kJ/kg)	Potere Calorifico Inferiore (kJ/kg)
Metano (g)	CH <sub>4</sub>	55496	50010
Etano (g)	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	51875	47484
Propano (g)	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	50343	46352
Propano (l)	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	49973	45982
Acetilene (l)	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	49946	48252
Benzina (l)	C <sub>7</sub> H <sub>17</sub>	48201	44506
Gasolio (l)	C <sub>14,4</sub> H <sub>24,9</sub>	45700	42934
Metanolo (l)	CH <sub>3</sub> OH	22657	19910
Etanolo (l)	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH	29676	26811

Convenzionalmente si assume il Potere Calorifico Inferiore ( $P_{ci}$ ) per il calcolo dei rendimenti perché, tanto nelle applicazioni industriali legati alla generazione di energia elettrica che in quelle legate al riscaldamento domestico, la tecnologia ha sempre previsto lo scarico dei fumi al di sopra del punto di rugiada.  
Si sottolinea che, attualmente, un’interessante filiera di caldaie all’avanguardia prevede lo scarico dei fumi sotto il punto di rugiada (caldaie a condensazione) e apporta una serie di vantaggi sul rendimento dell’impianto ed in particolare sulle condizioni di funzionamento al di sotto dei carichi nominali.

## 8.2 ESERCIZI SVOLTI

### ESERCIZIO 1: (Combustione di metano in aria)

Calcolare il rapporto aria combustibile e il potere calorifico inferiore e superiore del metano per unità di volume nell'ipotesi di una combustione stechiometrica.

**Soluzione**

A. Il problema da risolvere non necessita di schematizzazione.

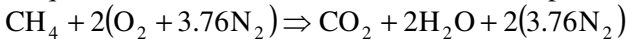
B. Non vi sono dati per questo problema.

C. Non vi sono informazioni sul sistema

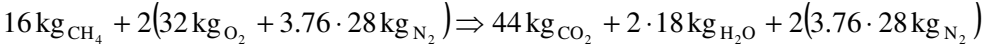
D. Il combustibile utilizzato è metano (CH<sub>4</sub>) la cui massa molare è 16 kg/kmole e il Potere Calorifico Inferiore è 50100 kJ/kg.

E. Il problema si risolve con le sole equazioni di bilancio stechiometrico.

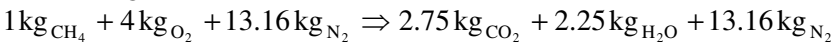
L'equazione di bilancio stechiometrico in aria per il metano è:



Sostituendo al bilancio in moli un bilancio di massa si ha:



dividendo per la massa di metano si ottengono le quantità di gas coinvolte nella combustione di un chilogrammo di combustibile:



Il rapporto aria combustibile è:

$$\alpha = \frac{M_{\text{aria}}}{M_{\text{comb}}} \qquad \alpha = \frac{4 + 13.16}{1} = 17.16$$

Per determinare il Potere calorifico per unità di volume di gas è necessario determinare il volume specifico del combustibile in condizioni standard:

$$v_o = \frac{R^* T_o}{P_o} \qquad v_o = \frac{8314}{16} \frac{298.15}{101325} \text{ m}^3 / \text{kg} = 1.529 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

e quindi:

$$\text{Pci}_{\text{vol}} = \frac{\text{Pci}}{v_o} \qquad \text{Pci}_{\text{vol}} = \frac{50010}{1.529} \text{ kJ} / \text{m}^3 = 32707 \text{ kJ} / \text{m}^3$$

$$\text{Pcs}_{\text{vol}} = \frac{\text{Pcs}}{v_o} \qquad \text{Pcs}_{\text{vol}} = \frac{55496}{1.529} \text{ kJ} / \text{m}^3 = 36278 \text{ kJ} / \text{m}^3$$

Come si può osservare la quantità di energia disponibile con la combustione se misurata rispetto all'unità di volume risulta inferiore a quella misurata per unità di massa. Nella



fornitura di gas si utilizza normalmente riportare il consumo di gas a Nm<sup>3</sup>, che corrisponde ad uno stato di 0 °C e 1 atm.

**ESERCIZIO 2:** *(Combustione stechiometrica di metano in aria e in ossigeno puro)*

Determinare le temperature dei fumi nei casi di combustione stechiometrica e adiabatica di metano in aria e con ossigeno.

**Soluzione**

A. Il problema da risolvere non necessita di schematizzazione.

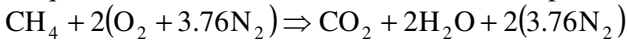
B. Non vi sono dati per questo problema.

C. Non vi sono informazioni specifiche sul sistema anche se è possibile ipotizzare che i fumi siano allo stato aeriforme.

D. Il combustibile utilizzato è metano (CH<sub>4</sub>) la cui massa molare è 16 kg/kmole e il Potere Calorifico Inferiore è 50100 kJ/kg.

E. Si tratta di un problema di combustione in un sistema adiabatico. Con l'utilizzo dell'equazione di bilancio energetico si determina la massima temperatura raggiunta dai fumi durante la combustione.

L'equazione di bilancio stechiometrico in aria per il metano è:



Sostituendo al bilancio in moli un bilancio di massa si ha:

$$16\text{ kg}_{\text{CH}_4} + 2(32\text{ kg}_{\text{O}_2} + 3.76 \cdot 28\text{ kg}_{\text{N}_2}) \Rightarrow 44\text{ kg}_{\text{CO}_2} + 2 \cdot 18\text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} + 2(3.76 \cdot 28\text{ kg}_{\text{N}_2})$$

dividendo per la massa di metano si ottengono le quantità di gas coinvolte nella combustione di un chilogrammo di combustibile:

$$1\text{ kg}_{\text{CH}_4} + 4\text{ kg}_{\text{O}_2} + 13.16\text{ kg}_{\text{N}_2} \Rightarrow 2.75\text{ kg}_{\text{CO}_2} + 2.25\text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} + 13.16\text{ kg}_{\text{N}_2}$$

Da questa equazione emerge che per la combustione di 1 kg/s di metano sono necessari 17.16 kg/s di aria e si ottengono 18.16 kg/s di fumi.

L'equazione di bilancio energetico è:

$$\dot{m}_c c_{pc} (T_c - T_o) + \dot{m}_a c_{pa} (T_a - T_o) - \dot{m}_p c_{pp} (T_p - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pci = -\dot{Q}$$

I calori specifici dei diversi gas, nell'ipotesi di trattarli come gas perfetti (ricordando che l'anidride carbonica è una molecola biatomica lineare, sono:

$$c_{p\text{CH}_4} = \frac{8}{2} R^* \qquad c_{p\text{CH}_4} = \frac{8}{2} \frac{8314}{16} \text{ J/kgK} = 2078.5 \text{ J/kgK}$$

$$c_{p\text{O}_2} = \frac{7}{2} R^* \qquad c_{p\text{O}_2} = \frac{7}{2} \frac{8314}{32} \text{ J/kgK} = 909.34 \text{ J/kgK}$$

$$\begin{aligned}
c_{pN_2} &= \frac{7}{2} R^* & c_{pN_2} &= \frac{7}{2} \frac{8314}{28} \text{ J/kgK} = 1039.25 \text{ J/kgK} \\
c_{pCO_2} &= \frac{7}{2} R^* & c_{pCO_2} &= \frac{7}{2} \frac{8314}{44} \text{ J/kgK} = 661.34 \text{ J/kgK} \\
c_{pH_2O} &= \frac{8}{2} R^* & c_{pH_2O} &= \frac{8}{2} \frac{8314}{18} \text{ J/kgK} = 1847.55 \text{ J/kgK}
\end{aligned}$$

I fumi sono costituiti da una opportuna miscela di gas e quindi:

$$c_{pP} = \frac{\sum_i m_i c_{pi}}{\sum_i m_i} \quad c_{pP} = \frac{2.75 \cdot c_{pCO_2} + 2.25 \cdot c_{pH_2O} + 13.16 \cdot c_{pN_2}}{2.75 + 2.25 + 13.16} = 1195.1 \text{ J/kgK}$$

Ipotizzando che il combustibile e l'aria siano inviati alla camera di combustione in condizioni standard ( $T = T_o$ ) si ha:

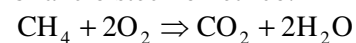
$$-\dot{m}_p c_{pP} (T_P - T_o) + \dot{m}_c \cdot P_{ci} = 0$$

che risolta rispetto a  $T_P$  consente di determinare la cosiddetta temperatura adiabatica di fiamma:

$$T_P = T_o + \frac{\dot{m}_c \cdot P_{ci}}{\dot{m}_p c_{pP}}$$

$$T_P = \left( 25 + \frac{1 \cdot 50010}{18.16 \cdot 1.1951} \right) ^\circ\text{C} = 2329.3 ^\circ\text{C}$$

Qualora la combustione fosse realizzata con ossigeno puro si avrebbe una equazione di bilancio stechiometrico:



Sostituendo al bilancio in moli un bilancio di massa si ha:

$$16 \text{ kg}_{\text{CH}_4} + 2 \cdot 32 \text{ kg}_{\text{O}_2} \Rightarrow 44 \text{ kg}_{\text{CO}_2} + 2 \cdot 18 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}}$$

dividendo per la massa di metano si ottengono le quantità di gas coinvolte nella combustione di un chilogrammo di combustibile:

$$1 \text{ kg}_{\text{CH}_4} + 4 \text{ kg}_{\text{O}_2} \Rightarrow 2.75 \text{ kg}_{\text{CO}_2} + 2.25 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}}$$

Da questa equazione emerge che per la combustione di 1 kg/s di metano sono necessari 4 kg/s di ossigeno e si ottengono 5 kg/s di fumi.

L'equazione di bilancio energetico è:

$$\dot{m}_c c_{pc} (T_c - T_o) + \dot{m}_a c_{pa} (T_a - T_o) - \dot{m}_p c_{pP} (T_P - T_o) + \dot{m}_c \cdot P_{ci} = -\dot{Q}$$

I fumi sono costituiti da una opportuna miscela di  $\text{CO}_2$  e  $\text{H}_2\text{O}$  e quindi:

$$c_{pP} = \frac{\sum_i m_i c_{pi}}{\sum_i m_i} \quad c_{pP} = \frac{2.75 \cdot c_{pCO_2} + 2.25 \cdot c_{pH_2O}}{2.75 + 2.25} \text{ J/kgK} = 1082.2 \text{ J/kgK}$$

Ipotizzando che il combustibile e l'ossigeno siano inviati alla camera di combustione in condizioni standard ( $T = T_o$ ) si ha:

$$-\dot{m}_p c_{pP} (T_P - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pci = 0$$

che risolta rispetto a  $T_p$  consente di determinare la nuova temperatura adiabatica di fiamma:

$$T_P = T_o + \frac{\dot{m}_c \cdot Pci}{\dot{m}_p c_{pP}}$$

$$T_P = 25\text{ }^{\circ}\text{C} + \frac{1 \cdot 50010}{5 \cdot 1.0822}\text{ }^{\circ}\text{C} = 8394.2\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Come è possibile notare la combustione con ossigeno consente di ottenere temperature dei gas di scarico decisamente più elevate rispetto ad utilizzare aria.

**ESERCIZIO 3:** *(Analisi dei prodotti della combustione)*

L’analisi dei prodotti dalla combustione di metano fornisce la seguente composizione dei fumi su base secca

[CO<sub>2</sub>]=10%, [CO]=0.53%, [O<sub>2</sub>]=2.37%, [N<sub>2</sub>]=87.10%.

Determinare l’eccesso d’aria nel sistema.

**Soluzione**

A. Il problema da risolvere non necessita di schematizzazione.

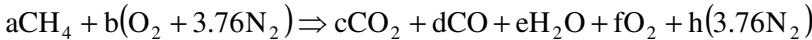
B. I dati per questo problema sono relativi alla composizione dei fumi.

C. Non vi sono informazioni specifiche sul sistema.

D. Il combustibile utilizzato è metano (CH<sub>4</sub>) la cui massa molare è 16 kg/kmole e il Potere Calorifico Inferiore è 50100 kJ/kg.

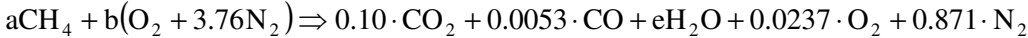
E. Si tratta di un problema di combustione in cui occorre determinare il rapporto aria combustibile. Nei fumi è presente CO e O<sub>2</sub>.

L’equazione di bilancio stechiometrico in aria per il metano e con la formazione di CO e in eccesso di aria è:



Posto ora:

c = 0.10, d = 0.0053, f = 0.0237, g = 0.871 si ottiene le relazione:



facendo ora il bilancio per C, H, O e N si ottiene

$$\begin{cases} a = 0.1 + 0.0053 \\ 4a = 2e \\ 2b = 2 \cdot 0.1 + 0.0053 + e + 2 \cdot 0.0237 \\ 3.76b = 0.871 \end{cases}$$

Risolvendo questo sistema si ricava:

$$\begin{cases} a = 0.1053 \\ b = 0.2316 \\ e = 0.2106 \end{cases}$$

E' da notare che sono 4 equazioni in 3 incognite. Esiste un dato in eccesso rispetto a quelli richiesti per risolvere il problema.

Si ottiene quindi, per unità di massa di metano:

$$0.1053 \cdot 16 \text{ kg}_{\text{CH}_4} + 0.2316(32 \text{ kg}_{\text{O}_2} + 3.76 \cdot 28 \text{ kg}_{\text{N}_2}) \Rightarrow 0.10 \cdot 44 \text{ kg}_{\text{CO}_2} + 0.0053 \cdot 28 \text{ kg}_{\text{CO}} + \\ + 0.2106 \cdot 18 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} + 0.0237 \cdot 32 \text{ kg}_{\text{O}_2} + 0.2316(3.76 \cdot 28 \text{ kg}_{\text{N}_2})$$

dividendo per la massa di metano si ottengono le quantità di gas coinvolte nella combustione di un chilogrammo di combustibile:

$$1 \text{ kg}_{\text{CH}_4} + 4.399 \text{ kg}_{\text{O}_2} + 14.472 \text{ kg}_{\text{N}_2} \Rightarrow$$

$$2.611 \text{ kg}_{\text{CO}_2} + 0.088 \text{ kg}_{\text{CO}} + 2.25 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} + 0.45 \text{ kg}_{\text{O}_2} + 14.472 \text{ kg}_{\text{N}_2}$$

Il rapporto aria combustibile è:

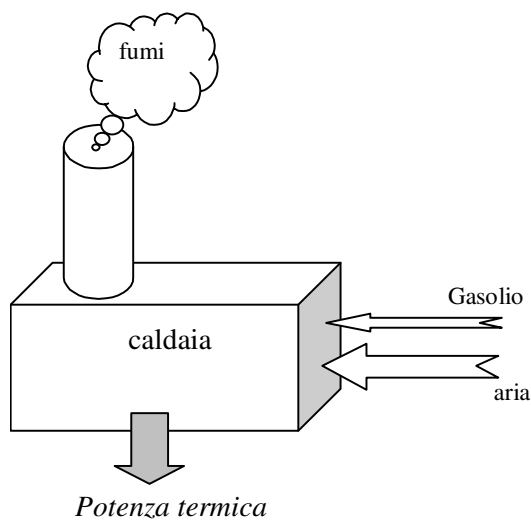
$$\alpha = \frac{M_{\text{aria}}}{M_{\text{comb}}} \quad \alpha = \frac{4.399 + 14.472}{1} = 18.871$$

#### ESERCIZIO 4: (Combustione di gasolio)

In una caldaia con potenza termica di 2500 MW di un impianto di produzione di energia elettrica viene realizzata la combustione di gasolio con un eccesso di aria pari al 30%. Sapendo che i fumi ( $c_p = 1.05 \text{ kJ/kgK}$ ) sono scaricati al camino con una temperatura di  $120^\circ\text{C}$  determinare il consumo di combustibile.

#### Soluzione

A. Il sistema è schematizzabile come in figura.



B. I dati, in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$\dot{Q} = 2500 \text{ MW} = 2.5 \cdot 10^9 \text{ W}$$

$$\text{Eccesso d'aria} = 30\%$$

$$c_{pP} = 1.05 \text{ kJ/kgK} = 1050 \text{ J/kgK}$$

$$T_P = 120 \text{ }^\circ\text{C} = 393.15 \text{ K}$$

C. Nel sistema si ha una combustione con eccesso di aria e i fumi sono allo stato aeriforme.

D. Il combustibile utilizzato è gasolio ( $C_{14.4}H_{24.9}$ ) la cui massa molare è 197.7 kg/kmole mentre il Potere Calorifico Inferiore è 42934 kJ/kg.

E. Si tratta di un problema di combustione che richiede l'analisi chimica del processo e l'applicazione delle equazioni di bilancio energetico.

L'equazione di bilancio chimico in aria per il gasolio è:

$$C_{14.4}H_{24.9} + 1.3(20.625 \cdot O_2 + 20.625 \cdot 3.76N_2) \Rightarrow$$

$$14.4CO_2 + 12.45H_2O + 0.3(20.625 \cdot O_2) + 1.3(20.625 \cdot 3.76N_2)$$

Sostituendo al bilancio in moli un bilancio di massa si ha:

$$197.7kg_{\text{gasolio}_4} + 1.3(20.625 \cdot 32kg_{O_2} + 20.625 \cdot 3.76 \cdot 28kg_{N_2}) \Rightarrow$$

$$14.4 \cdot 44kg_{CO_2} + 12.45 \cdot 18kg_{H_2O} + 0.32(20.625 \cdot 32kg_{O_2}) + 1.3(20.625 \cdot 3.76 \cdot 28kg_{N_2})$$

$$197.7kg_{\text{gasolio}_4} + 858kg_{O_2} + 2822.82kg_{N_2} \Rightarrow 633.6kg_{CO_2} + 224.1kg_{H_2O} + 198kg_{O_2} + 2822.82kg_{N_2}$$

dividendo per la massa di gasolio si ottengono le quantità di gas coinvolte nella combustione di un chilogrammo di combustibile:

$$1kg_{CH_4} + 4.34kg_{O_2} + 14.278kg_{N_2} \Rightarrow 3.207kg_{CO_2} + 1.133kg_{H_2O} + 1kg_{O_2} + 14.278kg_{N_2}$$

Il rapporto aria combustibile è:

$$\alpha = \frac{M_{\text{aria}}}{M_{\text{comb}}} \qquad \alpha = \frac{4.34 + 14.278}{1} = 18.618$$

La massa dei fumi può anche essere scritta come:

$$\dot{m}_P = (1 + \alpha)\dot{m}_c$$

L'equazione di bilancio energetico è:

$$\dot{m}_c c_{pc} (T_c - T_o) + \dot{m}_a c_{pa} (T_a - T_o) - \dot{m}_P c_{pP} (T_P - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pci = -\dot{Q}$$

Ipotizzando che il combustibile e l'aria siano inviati alla caldaia in condizioni standard ( $T = T_o$ ) si ha:

$$-\dot{m}_P c_{pP} (T_P - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pci = -\dot{Q}$$

che risolta rispetto alla portata di gasolio:

$$\dot{m}_c = \frac{-\dot{Q}}{P_{ci} - (1 + \alpha)c_{pP}(T_p - T_o)}$$

$$\dot{m}_c = \frac{2.5 \cdot 10^9}{42934 - (1 + 18.618) \cdot 1050 \cdot (120 - 25)} \text{ kg/s} = 61 \text{ kg/s} = 219.6 \text{ t/h}$$

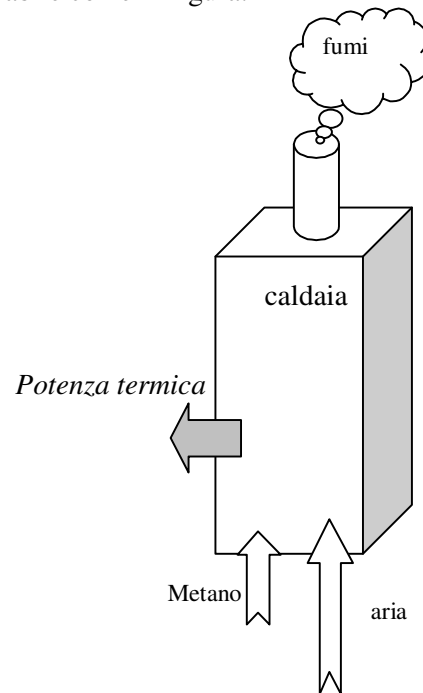
**ESERCIZIO 5:** (*Caldaia ad uso domestico*)

Una caldaia per riscaldamento ad uso domestico ha una potenzialità dichiarata di 25 kW. La combustione avviene con un eccesso di aria tale da garantire una concentrazione di CO<sub>2</sub> nei fumi di scarico pari al 9% in volume. La temperatura di scarico dei fumi al camino è pari a 140 °C e il loro calore specifico è 1.05 kJ/kgK.

Determinare il consumo di metano ipotizzando che all'ingresso della camera di combustione i gas siano in condizioni standard.

**Soluzione**

A. Il sistema è schematizzabile come in figura.



B. I dati, in unità del SI sono

$$\dot{Q} = 25 \text{ kW} = 2.5 \cdot 10^4 \text{ W}$$

$$\text{CO}_2 = 9\%$$

$$c_{pP} = 1.05 \text{ kJ/kgK} = 1050 \text{ J/kgK}$$

$$T_P = 140 \text{ °C} = 413.15 \text{ K}$$

C. Nel sistema si ha una combustione con eccesso di aria e i fumi sono allo stato aeriforme.

D. Il combustibile utilizzato è metano (CH<sub>4</sub>) la cui massa molare è 16 kg/kmole mentre il Potere Calorifico Inferiore è 50100 kJ/kg.

E. Il sistema in oggetto richiede l’applicazione delle equazioni di bilancio per i sistemi aperti.

L’equazione di bilancio chimico in aria per il metano, avendo indicato con e l’eccesso d’aria, è:

$$\text{CH}_4 + (1 + e) \cdot 2(\text{O}_2 + 3.76\text{N}_2) \Rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + e \cdot 2\text{O}_2 + (1 + e) \cdot 2(3.76\text{N}_2)$$

Sostituendo al bilancio in moli un bilancio di massa si ha:

$$16 \text{ kg}_{\text{CH}_4} + (1 + e) \cdot 2(32 \text{ kg}_{\text{O}_2} + 3.76 \cdot 28 \text{ kg}_{\text{N}_2}) \Rightarrow$$

$$44 \text{ kg}_{\text{CO}_2} + 2 \cdot 18 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} + e \cdot 2 \cdot 32 \text{ kg}_{\text{O}_2} + (1 + e) \cdot 2(3.76 \cdot 28 \text{ kg}_{\text{N}_2})$$

dividendo per la massa di metano si ottengono le quantità di gas coinvolte nella combustione di un chilogrammo di combustibile:

$$1 \text{ kg}_{\text{CH}_4} + 4 \cdot (1 + e) \text{ kg}_{\text{O}_2} + 13.16 \cdot (1 + e) \text{ kg}_{\text{N}_2} \Rightarrow 2.75 \text{ kg}_{\text{CO}_2} + 2.25 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} + 4 \cdot e \text{ kg}_{\text{O}_2} + 13.16 \cdot (1 + e) \text{ kg}_{\text{N}_2}$$

E’ noto che la concentrazione in volume, e quindi molare, della anidride carbonica nei gas di scarico è pari al 9%.

Si ha quindi:

$$\frac{1}{1 + 2 + 2 \cdot e + 2 \cdot (1 + e) \cdot 3.76} = 0.09$$

$$e = 0.0621$$

Da questo emerge che la quantità, in moli, di aria in eccesso è pari al 6.2%. L’equazione di bilancio di massa diventa quindi:

$$1 \text{ kg}_{\text{CH}_4} + 4.2482 \text{ kg}_{\text{O}_2} + 13.977 \text{ kg}_{\text{N}_2} \Rightarrow 2.75 \text{ kg}_{\text{CO}_2} + 2.25 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} + 0.2482 \text{ kg}_{\text{O}_2} + 13.977 \text{ kg}_{\text{N}_2}$$

Il rapporto aria combustibile è:

$$\alpha = \frac{M_{\text{aria}}}{M_{\text{comb}}} \Rightarrow \alpha = \frac{4.2482 + 13.977}{1} = 18.2254$$

L’equazione di bilancio energetico è:

$$\dot{m}_c c_{pc} (T_c - T_o) + \dot{m}_a c_{pa} (T_a - T_o) - \dot{m}_p c_{pP} (T_p - T_o) + \dot{m}_c \cdot P_{ci} = -\dot{Q}$$

Ipotizzando che il combustibile e l’aria siano inviati alla caldaia in condizioni standard (T = T<sub>o</sub>) si ha:

$$-\dot{m}_p c_{pP} (T_p - T_o) + \dot{m}_c \cdot P_{ci} = -\dot{Q}$$

che risolta rispetto a alla portata di gasolio:

$$\dot{m}_c = \frac{-\dot{Q}}{P_{ci} - (1 + \alpha) c_{pP} (T_p - T_o)}$$

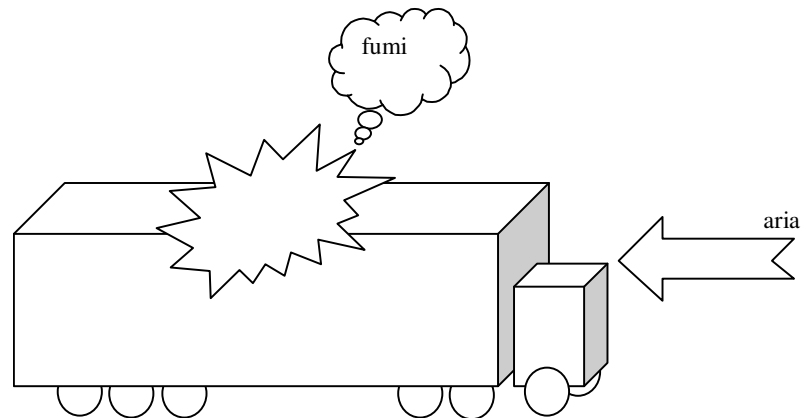
$$\dot{m}_c = \left[ \frac{2.5 \cdot 10^4}{50010 - (1 + 18.2254) \cdot 1050 \cdot (140 - 25)} \right] \text{ kg/s} = 5.23 \cdot 10^{-4} \text{ kg/s} = 1.88 \text{ kg/h}$$

**ESERCIZIO 6:** (*Combustione con eccesso di aria*)

Molti dei tragici incidenti che hanno luogo all'interno di tunnel stradali sono in grado di provocare danni estremamente pesanti sulle strutture. In un tunnel la massa di roccia tende a rendere adiabatica la combustione stessa. Si vuole determinare la temperatura adiabatica di fiamma raggiunta nell'ipotesi che si abbia la combustione di un autocarro con una stazza di 10 tonnellate e con un rapporto aria/combustibile pari a 50. Il mezzo è adibito al trasporto di sostanze plastiche e si ipotizzi che il potere calorifico inferiore medio del mezzo sia pari a 28000 kJ/kg. Per i fumi si assuma un calore specifico  $c_{pP} = 1.1$  kJ/kgK.

**Soluzione**

A. Il sistema è schematizzabile come in figura.



B. I dati, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$M = 10 \text{ t} = 100000 \text{ kg}$

$P_{ci} = 28000 \text{ kJ/kg}$

$\alpha = 50$

C. Nel sistema si ha una combustione con eccesso di aria e i fumi sono allo stato aeriforme. La combustione è adiabatica.

D. Il combustibile utilizzato non è noto ma si conosce il  $P_{ci}$

E. Si tratta di un problema di combustione in un sistema adiabatico. Si determina così la massima temperatura raggiunta dai fumi durante la combustione. Il sistema in oggetto può essere risolto con l'applicazione delle equazioni di bilancio per un sistema chiuso.

Essendo noto il rapporto aria combustibile si ha necessità di utilizzare la sola equazione di bilancio energetico:

$$M_c c_{pc} (T_c - T_o) + M_a c_{pa} (T_a - T_o) - M_p c_{pP} (T_p - T_o) + M_c \cdot P_{ci} = -Q$$



Ipotizzando che il combustibile e l'aria, prima della combustione, siano in condizioni standard ( $T = T_o$ ) si ha:

$$-M_p c_{pP} (T_P - T_o) + M_c \cdot Pci = 0$$

che risolta rispetto a  $T_P$  consente di determinare la temperatura adiabatica di fiamma:

$$T_P = T_o + \frac{M_c \cdot Pci}{M_p c_{pP}} \qquad T_P = T_o + \frac{M_c \cdot Pci}{M_c (1 + \alpha) c_{pP}}$$

$$T_P = \left( 25 + \frac{1 \cdot 28000}{51 \cdot 1.1} \right) ^\circ C = 524.1 ^\circ C$$

La quantità di energia liberata durante la combustione è pari a:

$$E = M_c \cdot Pci \Rightarrow E = (10000 \cdot 28000) GJ = 280 \text{ GJ}$$

**ESERCIZIO 7:** (*Combustione di idrogeno*)

La navicella spaziale Columbia utilizza, in fase di decollo, la combustione di idrogeno ed ossigeno. Il potere calorifico inferiore nella combustione di idrogeno è 120000 kJ/kg. Nell'ipotesi che la combustione che si realizza sia stechiometrica e adiabatica determinare la temperatura di uscita dei gas di scarico dalla camera di combustione.

**Soluzione**

A. Non è richiesta alcuna schematizzazione per questo problema.

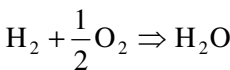
B. Non vi sono dati.

C. Non vi sono informazioni specifiche sul sistema anche se è possibile ipotizzare che i fumi siano allo stato aeriforme.

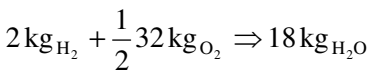
D. Il combustibile utilizzato è idrogeno ( $H_2$ ) la cui massa molare è 2 kg/kmole. Il potere calorifico inferiore è pari a 120000 kJ/kg.

E. Si tratta di un problema di combustione in un sistema adiabatico. Si determina così la massima temperatura raggiunta dai fumi durante la combustione.

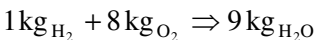
L'equazione di bilancio stechiometrico in ossigeno per l'idrogeno è:



Sostituendo al bilancio in moli un bilancio di massa si ha:



dividendo per la massa di idrogeno si ottiene la massa di ossigeno e la quantità di acqua coinvolte nella combustione di un chilogrammo di combustibile:



Da questa equazione emerge che per la combustione di 1 kg di idrogeno sono necessari 8 kg di ossigeno e si ottengono 9 kg di fumi, costituito da vapore d'acqua.

L'equazione di bilancio energetico è:

$$\dot{m}_c c_{pc} (T_c - T_o) + \dot{m}_a c_{pa} (T_a - T_o) - \dot{m}_p c_{pp} (T_p - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pci = -\dot{Q}$$

Il calore specifico dei fumi coincide con il calore specifico del vapore d'acqua.

Ipotizzando che idrogeno e ossigeno siano inviati alla camera di combustione in condizioni standard ( $T = T_o$ ) si ha:

$$-\dot{m}_p c_{pp} (T_p - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pci = 0$$

che risolta rispetto a  $T_p$  consente di determinare la cosiddetta temperatura adiabatica di fiamma:

$$T_p = T_o + \frac{\dot{m}_c \cdot Pci}{\dot{m}_p c_{pp}}$$

$$T_p = \left( 25 + \frac{1 \cdot 120000}{9 \cdot 1.84755} \right) ^\circ\text{C} = 7242 ^\circ\text{C}$$

Come si può osservare la reazione di combustione di idrogeno con ossigeno puro consente di ottenere fumi ad elevata temperatura.

### ESERCIZIO 8:

In una caldaia di un piccolo impianto a ciclo Rankine viene utilizzato come combustibile del propano liquido. Una portata in massa di acqua pari a 100 kg/s che viene trattata nel generatore di vapore a una pressione di 200 bar. L'acqua all'ingresso della caldaia ha una temperatura di 50 °C mentre all'uscita del surriscaldatore ha una temperatura di 600 °C. Ipotizzando una combustione del propano stechiometrica e uno scarico dei fumi dalla caldaia a 140 °C si vuole determinare: la potenza termica della caldaia e il consumo di combustibile. Il calore specifico dei fumi è pari a 1100 J/kgK.

#### Soluzione

A. Il sistema è schematizzabile come in figura.

B. I dati, in unità del SI sono

$$\dot{m} = 100 \text{ kg} / \text{s}$$

$$P = 200 \text{ bar} = 2 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

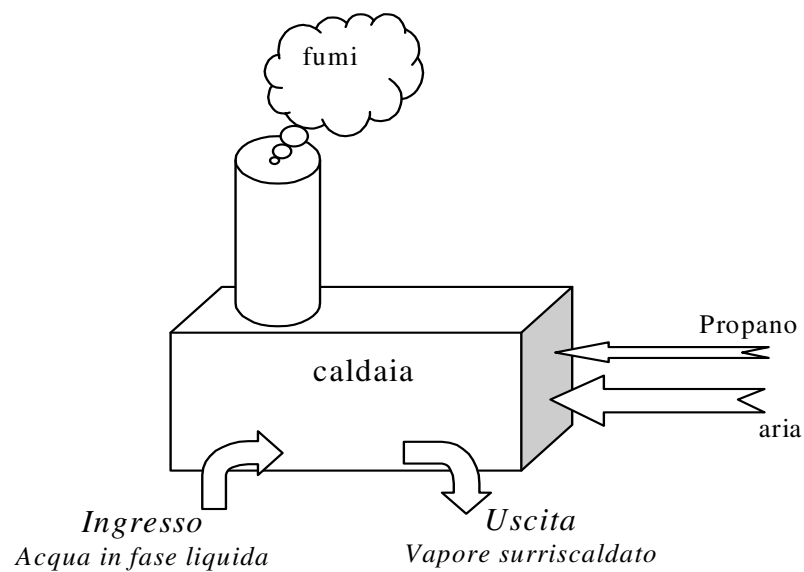
$$T_{in} = 50 ^\circ\text{C} = 323.15 \text{ K}$$

$$T_{out} = 600 ^\circ\text{C} = 873.15 \text{ K}$$

$$T_p = 180 ^\circ\text{C} = 453.15 \text{ K}$$

$$c_p = 1100 \text{ J/kgK}$$

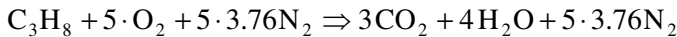
C. Nel sistema si ha una combustione stechiometrica di aria e i fumi sono allo stato aeriforme.



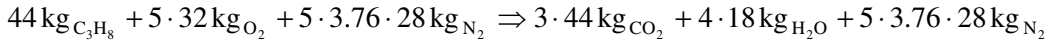
D. Il combustibile utilizzato è propano ( $C_3H_8$ ) la cui massa molare è 44 kg/kmole. Il Potere Calorifico Inferiore è pari a 45982 kJ/kg.

E. Si tratta di un problema di combustione in cui la potenza termica prodotta viene utilizzata per riscaldare acqua nel generatore di vapore. Il sistema in oggetto richiede l’applicazione delle equazioni di bilancio per i sistemi aperti.

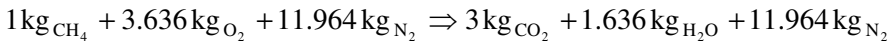
L’equazione di bilancio stechiometrico in aria per il propano è:



Sostituendo al bilancio in moli un bilancio di massa si ha:



dividendo per la massa di propano si ottengono le quantità di gas coinvolte nella combustione di un chilogrammo di combustibile:



Il rapporto aria combustibile è:

$$\alpha = \frac{M_{aria}}{M_{comb}} \Rightarrow \alpha = \frac{3.636 + 11.964}{1} = 15.6$$

La massa dei fumi può anche essere scritta come:

$$\dot{m}_p = (1 + \alpha)\dot{m}_c$$

L’equazione di bilancio energetico, per il generatore di vapore nel suo complesso, è:

$$\dot{m}_c c_{pc} (T_c - T_o) + \dot{m}_a c_{pa} (T_a - T_o) - \dot{m}_p c_{pP} (T_P - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pci + \dot{m}_{acqua} (h_{in} - h_{out}) = 0$$

La potenza termica ceduta dalla combustione viene utilizzata per fornire energia all’acqua dell’impianto a ciclo Rankine.

Le entalpie di ingresso e di uscita dell'acqua sono determinate facendo uso delle tabelle dell'acqua:

$$h_{in} \cong h_L(T = 50^\circ\text{C}) \quad h_{in} = 209.3 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{out} \cong h(T = 600^\circ\text{C}, P = 200\text{bar}) \quad h_{out} = 3535.5 \text{ kJ/kg}$$

Ipotizzando che il combustibile e l'aria siano inviati alla caldaia in condizioni standard ( $T = T_o$ ) si ha:

$$-\dot{m}_p c_{pP}(T_p - T_o) + \dot{m}_c \cdot P_{ci} + \dot{m}_{acqua}(h_{in} - h_{out}) = 0$$

che risolta rispetto alla portata di combustibile:

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}_{acqua}(h_{out} - h_{in})}{P_{ci} - (1 + \alpha)c_{pP}(T_p - T_o)}$$

$$\dot{m}_c = \frac{[100 \cdot (3535.5 - 209.3)]}{[45982 - (1 + 15.6) \cdot 1.1 \cdot (180 - 25)]} \text{ kg/s} = 7.71 \text{ kg/s}$$

## 8.3 ESERCIZI NON RISOLTI

### ESERCIZIO 8.1

Determinare la quantità di aria necessaria per realizzare una combustione stechiometrica di una massa  $M = 10\text{ kg}$  di benzina ( $\text{C}_7\text{H}_{17}$ ) e il calore specifico dei fumi.

[152.9 kg, 1043.7 J/kgK]

### ESERCIZIO 8.2

Determinare la temperatura raggiunta nella combustione adiabatica di una massa di acetilene ( $\text{C}_2\text{H}_2$ ) con aria avendo un eccesso di aria pari al 200%. L'acetilene e l'aria sono inizialmente a temperatura  $T = 25\text{ °C}$  mentre il calore specifico dei fumi prodotti dalla combustione è  $c_{pf} = 1.1\text{ kJ/kgK}$ .

[1105.4 °C]

### ESERCIZIO 8.3

Nella camera di combustione di un motore fluisce una portata di aria  $m_a = 0.01\text{ kg/s}$  a temperatura  $T_a = 25\text{ °C}$  e pressione  $P = 1\text{ atm}$  che viene utilizzata per la combustione stechiometrica di propano ( $\text{C}_3\text{H}_8$ ) inviato alla camera di combustione a temperatura  $T_c = 25\text{ °C}$  e pressione  $P = 1\text{ atm}$ . Ipotizzando che i fumi prodotti dalla combustione escano dalla camera di combustione a temperatura  $T_f = 200\text{ °C}$ . Determinare la potenza termica ceduta dalla camera di combustione sapendo che il calore specifico dei fumi è  $c_{pf} = 1090\text{ J/kgK}$

[431.8 kW]

### ESERCIZIO 8.4

Una massa  $M = 3\text{ kg}$  di metanolo ( $\text{CH}_3\text{OH}$ ) inizialmente a temperatura  $T_o = 25\text{ °C}$  e pressione  $P_o = 1\text{ atm}$  viene fatto reagire con una quantità stechiometrica di aria inizialmente a temperatura  $T_o = 25\text{ °C}$  in un ambiente adiabatico. Determinare la temperatura finale del sistema avendo noto che il calore specifico dei fumi prodotti dalla combustione è  $c_{pf} = 1.04\text{ kJ/kgK}$ .

[2600 °C]

### ESERCIZIO 8.5

Determinare la quantità di aria necessaria per realizzare una combustione stechiometrica di acetilene  $\text{C}_2\text{H}_2$  (gas ideale) contenuto in una bombola di volume  $V = 20\text{ dm}^3$  inizialmente a temperatura  $T = 20\text{ °C}$  e pressione  $P = 40\text{ bar}$ .

[11.265 kg]

## 9.1 TRASMISSIONE DEL CALORE: LO SCAMBIO TERMICO PER CONDUZIONE

### 9.1.1 Generalità

Risolvere un problema di scambio termico conduttivo significa, molto spesso, determinare la potenza termica (o il flusso) che attraversa un generico sistema a fronte di condizioni al contorno che devono essere note. Questo risultato può essere ottenuto o attraverso un bilancio energetico globale sul sistema o dalla conoscenza del campo di temperatura nel sistema considerato.

Per ricavare la distribuzione di temperatura all'interno di un mezzo è necessario integrare l'equazione differenziale di Fourier:

$$\frac{c\rho}{k} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + \frac{\sigma}{k}$$

L'integrale generale, nel caso di regime stazionario e distribuzione monodimensionale, è:

$$T(x) = -\frac{\sigma}{2k} x^2 + Ax + B \qquad \text{simmetria piana}$$

$$T(r) = -\frac{\sigma}{4k} r^2 + C \ln r + D \qquad \text{simmetria cilindrica}$$

Le costanti di integrazione si determinano con le condizioni al contorno.

Nota la distribuzione di temperatura la potenza termica scambiata si valuta con la relazione:

$$\dot{Q} = -kS \frac{dT}{dn}$$

Nel caso di sistema in regime stazionario e senza generazione interna è possibile sfruttare l'analogia tra la relazione che esprime il legame tra potenza termica e differenza di temperatura e la legge di Ohm.

Viene quindi introdotto il concetto di resistenza termica:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_t}$$

L'espressione che assume la resistenza termica è funzione sia della geometria del sistema, sia delle condizioni al contorno. In generale si ha che la resistenza termica complessiva è pari alla somma delle singole resistenze termiche (conduttive e convettive).

La loro espressione è:

Resistenza conduttiva di una parete piana indefinita:

$$R_{kx} = \frac{L}{kS}$$

Resistenza conduttiva di un tubo cilindro indefinito:

$$R_{kr} = \frac{1}{2\pi kL} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Resistenza convettiva:

$$R_c = \frac{1}{hS}$$

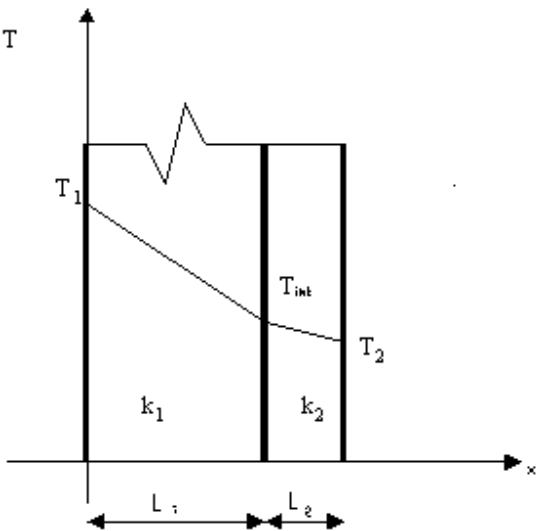
Nel caso per esempio di due o più piastre piane di diversa conduttività a contatto tra loro (con l'ipotesi di contatto perfetto) e con superfici estreme a temperature  $T_1$  e  $T_2$ , la distribuzione di temperatura si ottiene risolvendo per ogni piastra l'equazione di Fourier, imponendo l'uguaglianza della temperatura e del flusso sulle superfici di contatto fra le piastre e assegnando le temperature estreme  $T_1$  e  $T_2$ . Il risultato cui si perviene è sempre interpretabile con l'analogia elettrica ora vista e permette di affermare che i diversi strati messi a contatto si comportano come delle resistenze messe in serie.

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_1 + R_2 + \dots}$$

In particolare, per due piastre a contatto:

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{L_1}{k_1S} + \frac{L_2}{k_2S}}$$

La distribuzione di temperatura che si ha nel sistema è quella rappresentata in figura nell'ipotesi che  $k_2 > k_1$ . La pendenza della retta che rappresenta, nel caso di parete piana, la distribuzione di temperatura è inversamente proporzionale alla conduttività termica del mezzo materiale con cui è realizzata la parete.



**Nota:** Nell’esprimere la conduttività termica e il coefficiente convettivo sono utilizzate, come unità di misura, rispettivamente W/mK e W/m²K; Si ricorda che  $k$  e  $h$ , essendo espresse per

unità di differenza di temperatura, non devono essere modificate passando dai gradi centigradi ai Kelvin, poiché in entrambi i casi l'unità di grado è la medesima. E' possibile pertanto trovare espresse la conduttività termica e il coefficiente convettivo rispettivamente in  $\text{W/m}^\circ\text{C}$  e  $\text{W/m}^2^\circ\text{C}$ .



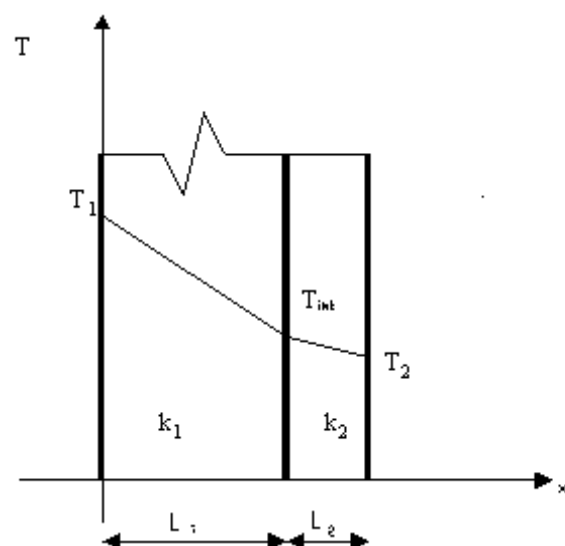
## 9.2 ESERCIZI SVOLTI

### ESERCIZIO 1: (Conduzione in regime stazionario con parete piana composta)

Determinare il flusso termico areico che attraversa una parete piana indefinita composta da due strati: il primo ha spessore  $L_1 = 25$  cm e conduttività termica  $k_1 = 8$  W/m°C, mentre il secondo ha spessore  $L_2 = 12$  cm e conduttività termica  $k_2 = 10$  W/m°C. Le due superfici esterne della parete sono rispettivamente a temperatura  $T_1 = 120$  °C e  $T_2 = 20$  °C. Si determini, inoltre, la temperatura all'interfaccia delle due pareti.

#### Soluzione

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come proposto nelle generalità: La rappresentazione della distribuzione di temperatura è possibile ed essendo  $k_1 < k_2$  ne consegue che la retta che rappresenta l'andamento della temperatura nella prima parete ha pendenza maggiore della retta che rappresenta la distribuzione di temperatura nella seconda parete.



B. I dati del problema, opportunamente convertiti in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$T_1 = 120 \text{ °C} = 393.15 \text{ K}$$

$$T_2 = 20 \text{ °C} = 293.15 \text{ K}$$

$$L_1 = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$$

$$L_2 = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}$$

Si ricorda che le unità di misura della conduttività termica  $k$  essendo espresse per unità di grado non devono essere modificate passando dai gradi centigradi ai Kelvin, poiché in entrambi i casi l'unità di grado è la medesima. Vale pertanto:

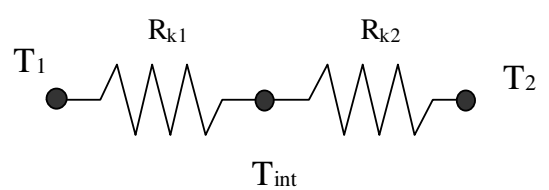
$$k_1 = 8 \text{ W/mK}$$

$$k_2 = 10 \text{ W/mK}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all’equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è piana con parete multistrato e la distribuzione di temperatura è lineare.

D. La sostanza di cui sono costituite le pareti non sono note ma ne vengono forniti i valori di conduttività che rappresentano la sola proprietà di interesse nel problema in esame.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all’analogia elettrica. Avendo note le temperature delle superfici della parete è possibile schematizzare il problema con due resistenze termiche conduttive:



La potenza termica trasmessa attraverso la parete è:

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{TOT}}$$

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{L_1}{k_1 S} + \frac{L_2}{k_2 S}}$$

Il flusso termico areico si ottiene dividendo la potenza termica che attraversa la parete per la superficie della parete stessa:

$$\frac{\dot{Q}}{S} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}}$$

$$J = \frac{100}{\left(\frac{25 \cdot 10^{-2}}{8} + \frac{12 \cdot 10^{-2}}{10}\right)} \text{ W / m}^2 = 2312.14 \text{ W / m}^2$$

Poiché in un sistema a in condizioni di regime stazionario la potenza termica che attraversa il sistema non varia al variare della superficie che viene scelta per rappresentare il sistema (e quindi, in questo caso, al variare dello posizione a cui si valuta la superficie), possiamo considerare uno solo dei due strati, ad esempio il primo, ed affermare:

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_{int})}{R_1}$$

da cui si ricava:

$$(T_1 - T_{\text{int}}) = \dot{Q} \cdot R_1 \quad T_{\text{int}} = T_1 - J \cdot \frac{L_1}{k_1}$$

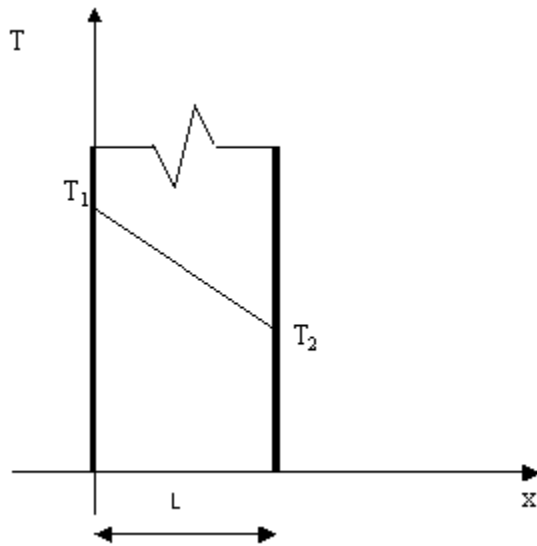
$$T_{\text{int}} = 393.15 \text{ K} - 2312.14 \cdot \frac{25 \cdot 10^{-2}}{8} \text{ K} = 320.88 \text{ K} = 47.73^\circ\text{C}.$$

**ESERCIZIO 2:** (*Conduzione in regime stazionario con parete piana semplice*)

Al fine di contenere il consumo di energia primaria per l'alimentazione di un forno industriale, si vuole limitare il flusso termico areico disperso attraverso le sue pareti al valore di  $0.1 \text{ W/cm}^2$ . Si valuti lo spessore della parete nel caso in cui la conduttività termica della stessa sia  $k=1.1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$  e le temperature sulle facce interna ed esterna risultino rispettivamente pari a  $1100 \text{ K}$  e  $350 \text{ K}$ .

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come proposto nelle generalità. Essendo la parete a singolo strato la distribuzione di temperatura è lineare.



B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema internazionale, risultano:

$$J = 0.1 \text{ W/cm}^2 = 10^3 \text{ W/m}^2$$

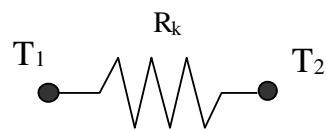
$$k = 1.1 \text{ W/mK}$$

$$T_1 = 1100 \text{ K}$$

$$T_2 = 350 \text{ K}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è piana e la parete monostrato.

- D. La sostanza di cui è costituita la parete non è nota ma ne viene fornito i valori di conduttività che rappresentano la sola proprietà di interesse nel problema in esame.
- E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all’analogia elettrica applicata per ricavare lo spessore.



Il flusso termico areico, nel caso di parete piana semplice, è dato dalla relazione:

$$J = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L}{k}}$$

da cui si ha:

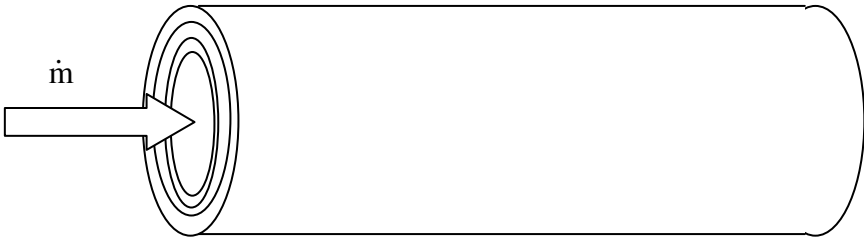
$$L = k \cdot \frac{T_1 - T_2}{J} \qquad L = 1.1 \frac{1100 - 350}{1000} \text{ m} = 0.825 \text{ m}$$

**ESERCIZIO 3:** *(Conduzione in regime stazionario con geometria cilindrica)*

Un fluido in transizione di fase alla temperatura di 400 °C, percorre una tubazione. Il coefficiente convettivo sulla superficie interna del condotto è pari a 800 W/m<sup>2</sup>K. Per limitare la potenza termica dispersa, la tubazione è rivestita con due strati isolanti: uno per elevata temperatura ( $k_1= 0.9$  W/mK) dello spessore di 40 mm, l’altro per bassa temperatura ( $k_2= 0.07$  W/mK) dello spessore di 50 mm. Il condotto presenta un diametro interno di 200 mm e uno spessore di 10 mm ed è realizzato con un materiale di conduttività termica  $k_t= 15$  W/mK. La temperatura della superficie più esterna dell’isolante è  $T_e= 20$  °C. Si valuti la potenza termica dispersa per unità di lunghezza.

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come in figura.



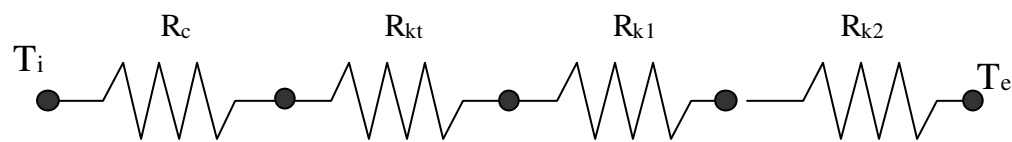
- B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema Internazionale, risultano:  
 $T_i= 400$  °C= 673.15 K  
 $T_e= 20$  °C= 293.15 K

$h_i = 800 \text{ W/m}^2\text{K}$   
 $s_t = 10 \text{ mm} = 0.01 \text{ m}$   
 $s_1 = 40 \text{ mm} = 0.04 \text{ m}$   
 $s_2 = 50 \text{ mm} = 0.05 \text{ m}$   
 $k_t = 15 \text{ W/mK}$   
 $k_1 = 0.9 \text{ W/mK}$   
 $k_2 = 0.07 \text{ W/mK}$   
 $D_i = 200 \text{ mm} = 0.2 \text{ m}$   
 $T_e = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all’equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è cilindrica e multistrato. Il flusso pertanto non si conserva da un cilindro al successivo, solo la potenza si mantiene costante al variare del raggio (bilancio energetico).

D. Le sostanze di cui sono costituita le pareti sono solidi di cui viene fornito il valore di conduttività termica.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all’analogia elettrica applicata su una geometria cilindrica con una resistenza convettiva (interno) e 3 resistenze conduttive:



In condizione di regime permanente, e per la geometria considerata, la potenza termica dispersa vale:

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_e}{R_c + R_{kt} + R_{k1} + R_{k2}}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{2\pi r_o L \cdot h_i} + \frac{1}{2\pi L k_t} \ln \frac{r_1}{r_o} + \frac{1}{2\pi L k_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2\pi L k_2} \ln \frac{r_3}{r_2}}$$

La potenza termica dispersa per unità di lunghezza vale:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{h_i r_o} + \frac{1}{k_t} \ln \frac{r_1}{r_o} + \frac{1}{k_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{r_3}{r_2} \right)}$$

Le grandezze geometriche che compaiono in questa relazione sono:

$$r_o = \frac{D_i}{2} = 0.1 \text{ m} \qquad r_1 = r_o + s_t = 0.11 \text{ m}$$

$$r_2 = r_1 + s_1 = 0.15 \text{ m} \qquad r_3 = r_2 + s_t = 0.2 \text{ m}$$

E quindi si ricava:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{400 - 20}{\frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{800 \cdot 0.1} + \frac{1}{15} \ln \frac{0.11}{0.1} + \frac{1}{0.9} \ln \frac{0.15}{0.11} + \frac{1}{0.07} \ln \frac{0.2}{0.15} \right)} \text{ W / m} = 534 \text{ W / m}$$

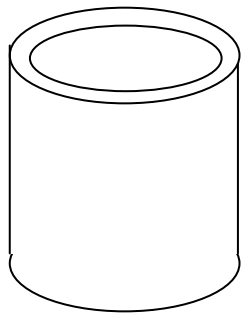
**ESERCIZIO 4:** (*Conduzione in regime stazionario con geometria cilindrica*)

Le temperature delle superfici interna ed esterna di una tubazione in acciaio ( $k_a = 37 \text{ W/mK}$ ) del diametro interno  $D_i = 175 \text{ mm}$  e spessore  $s = 15 \text{ mm}$  risultano rispettivamente  $T_1 = 314 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $T_2 = 310 \text{ }^\circ\text{C}$ . Si valuti lo spessore  $s_{is}$  dell'isolante ( $k_{is} = 0.06 \text{ W/mK}$ ) che si rende necessario per ridurre la potenza termica dispersa al 20% di quella corrispondente alle condizioni sopra precisate, nell'ipotesi che si stabilisca una temperatura  $T_{is} = 80 \text{ }^\circ\text{C}$  sulla superficie esterna dell'isolante.

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come proposto nelle generalità.

*soluzione senza isolamento*



*soluzione con isolamento*



B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema Internazionale, risultano:

$k_a = 37 \text{ W/mK}$

$D_i = 175 \text{ mm} = 0.175 \text{ m}$

$s = 15 \text{ mm} = 0.015 \text{ m}$

$T_1 = 314 \text{ }^\circ\text{C} = 587.15 \text{ K}$

$T_2 = 310 \text{ }^\circ\text{C} = 583.15 \text{ K}$

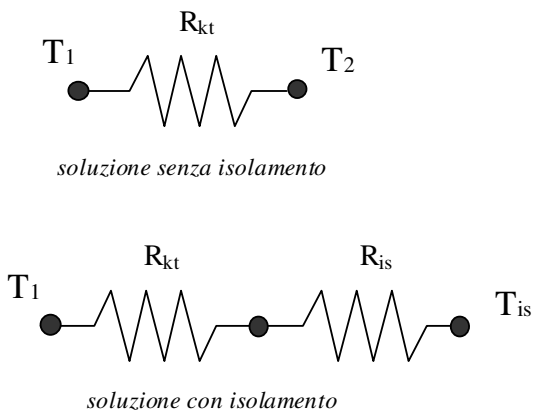
$T_{is} = 80 \text{ }^\circ\text{C} = 353.15 \text{ K}$

$k_{is} = 0.06 \text{ W/mK}$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è cilindrica e multistrato. Il flusso termico areico pertanto non è costante al variare della superficie cilindrica che dovesse essere presa in considerazione ma solo la potenza (eventualmente per unità di lunghezza) si mantiene costante al variare del raggio.

D. Le sostanze di cui sono costituita le pareti non sono note ma ne viene fornito il valore di conduttività.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all’ analogia elettrica applicata su una geometria cilindrica:



Dal punto di vista geometrico si ha:

$$r_o = \frac{D_i}{2} = 0.0875 \text{ m}$$

$$r_l = r_o + s_t = 0.1025 \text{ m}$$

In condizione di regime permanente, e per la geometria considerata, la potenza termica dispersa per unità di lunghezza vale:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi k_a} \ln \frac{r_l}{r_o}}$$

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{314 - 310}{\frac{1}{2\pi \cdot 37} \ln \frac{0.1025}{0.0875}} \text{ W / m} = 5877.2 \text{ W / m}$$

Essendo nota la riduzione da effettuare, è di conseguenza definita la potenza termica per unità di lunghezza che deve essere dispersa dal sistema con l’isolante:

$$\frac{\dot{Q}_{is}}{L} = 0.2 \cdot \frac{\dot{Q}}{L} \qquad \frac{\dot{Q}_{is}}{L} = 0.2 \cdot 5877.2 \text{ W / m} = 1175.4 \text{ W / m}$$

La potenza termica dispersa può essere espressa in funzione della resistenza termica complessiva nella soluzione con lo strato di isolante ottenendo:

$$\frac{\dot{Q}_{is}}{L} = \frac{T_1 - T_{is}}{\frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{k_a} \ln \frac{r_l}{r_o} + \frac{1}{k_{is}} \ln \frac{r_2}{r_l} \right)}$$

Risolvendo rispetto al raggio  $r_2$  si ottiene:

$$\frac{\dot{Q}_{is}}{L} = \frac{T_1 - T_{is}}{\frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{k_a} \ln \frac{r_1}{r_o} + \frac{1}{k_{is}} \ln \frac{r_2}{r_1} \right)}$$
$$\ln \frac{r_2}{r_1} = k_{is} \left( \frac{T_1 - T_{is}}{\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\dot{Q}_{is}}{L}} - \frac{1}{k_a} \ln \frac{r_1}{r_o} \right)$$
$$\ln \frac{r_2}{r_1} = 0.06 \left( \frac{314 - 80}{\frac{1}{2\pi} \cdot 1175.4} - \frac{1}{37} \ln \frac{0.1025}{0.0875} \right) = 0.07479$$

da cui si ricava:  
 $r_2 = 0.1025 \cdot e^{0.07479} \text{ m} = 0.1105 \text{ m}$   
e quindi uno spessore di 8 mm.

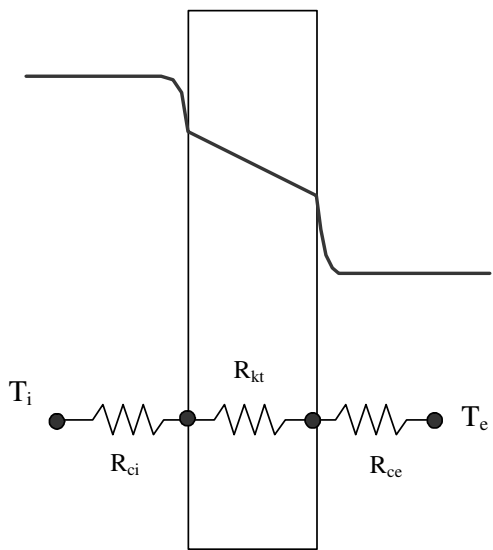
**ESERCIZIO 5:** (*Conduzione in regime stazionario con convezione*)

Il vetro di una finestra ha spessore  $L= 6 \text{ mm}$ . Esso separa un locale a temperatura  $T_i= 25 \text{ }^\circ\text{C}$  dall'ambiente esterno alla temperatura  $T_e= 5 \text{ }^\circ\text{C}$ .  
Sono noti:  
- la conduttività termica del vetro  $k= 1.2 \text{ W/mK}$   
- il coefficiente convettivo interno  $h_2 = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$   
- il coefficiente convettivo esterno  $h_1 = 16 \text{ W/m}^2\text{K}$ .  
Si calcoli la temperatura della faccia interna e il flusso termico trasmesso per conduzione.

**Soluzione**

- A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come in figura.
- B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema Internazionale, risultano:  
 $k= 1.2 \text{ W/m K}$   
 $h_1= 16 \text{ W/m}^2\text{K}$   
 $h_2= 5 \text{ W/m}^2\text{C}$   
 $L= 6 \text{ mm}= 0.006 \text{ m}$   
 $T_i= 25 \text{ }^\circ\text{C}= 298.15 \text{ K}$   
 $T_e= 5 \text{ }^\circ\text{C}= 278.15 \text{ K}$





- C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è piana e monostrato.
- D. Il sistema è costituito da una lastra di vetro che separa due ambienti nei quali l'aria si trova a temperatura differente.
- E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all'analogia elettrica applicata su una geometria piana: è necessario sommare alla resistenza termica conduttiva del vetro le due resistenze termiche convettive lato aria calda e lato aria fredda.

Con la relazione che fornisce la potenza termica scambiata per unità di superficie si ha:

$$J = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1} + \frac{L}{k} + \frac{1}{h_2}} \qquad J = \frac{(25 - 5)}{\frac{1}{16.2} + \frac{0.006}{1.2} + \frac{1}{5}} \text{ W / m}^2 = 75 \text{ W / m}^2$$

E' possibile ora determinare la temperatura della superficie interna del vetro

$$J = h_2 (T_2 - T_x)$$

$$T_x = T_2 - \frac{J}{h_2} \qquad T_x = 25 \text{ }^\circ\text{C} - \frac{75}{5} \text{ }^\circ\text{C} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

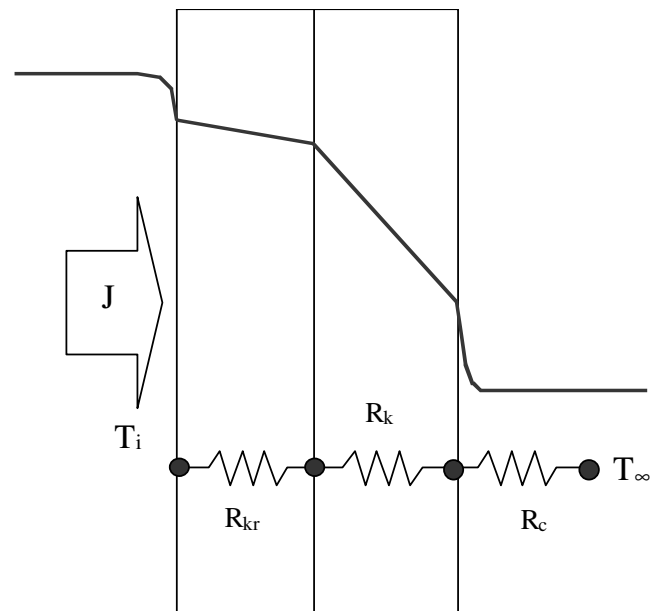
**ESERCIZIO 6:** *(Conduzione in regime stazionario con convezione)*

La parete di un forno ha uno spessore L= 20 cm di materiale refrattario con conduttività termica pari a k<sub>r</sub>= 12 W/mK ed è isolata con materiale composito con conduttività termica pari a k= 0.3 W/mK. La temperatura della superficie interna del forno è di 900 °C, mentre quella dell'aria esterna è di 25 °C. Nell'ipotesi che il forno sia a regime e che il coefficiente di

scambio termico convettivo sia pari a  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$ , determinare lo spessore di isolamento necessario perchè il flusso termico disperso dal forno sia minore di  $J= 800 \text{ W/m}^2$  e la temperatura raggiunta dalla superficie esterna dell'isolante.

### Soluzione

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come segue:



B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema Internazionale, risultano:

$L= 20 \text{ cm}= 0.2 \text{ m}$

$k_f= 12 \text{ W/mK}$

$k= 0.3 \text{ W/mK};$

$T_i= 900 \text{ }^\circ\text{C}= 1173.15 \text{ K}$

$T_\infty= 25 \text{ }^\circ\text{C}= 298.15 \text{ K}$

$h= 10 \text{ W/m}^2\text{K}$

$J= 800 \text{ W/m}^2$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è piana e multistrato.

D. Il sistema è costituito da una parete multistrato che deve isolare un forno industriale.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all'analogia elettrica applicata su una geometria piana: è necessario sommare alla resistenza termica conduttiva del materiale che costituisce la parete quella dell'isolante ed infine la resistenza termiche convettiva lato aria.

Il flusso termico disperso dall'interno del forno è dato dalla relazione:

$$J = \frac{(T_i - T_\infty)}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_x}{k_2} + \frac{1}{h}} \leq 800 \text{ W/m}^2$$

da cui si ricava:

$$L_x \geq k_2 \left[ \frac{(T_i - T_\infty)}{J} - \frac{L_1}{k_1} - \frac{1}{h} \right]$$

$$L_x \geq 0.3 \left[ \frac{900 - 25}{800} - \frac{0.2}{12} - \frac{1}{10} \right] \text{m} = 0.293 \text{ m}$$

Per il calcolo di  $T_2$ , temperatura raggiunta dalla superficie esterna dell'isolante, si utilizza la relazione che fornisce la potenza termica scambiata in funzione della differenza di temperatura ( $T_i - T_2$ ):

$$\frac{(T_i - T_2)}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_x}{k_2}} = J$$

$$T_2 = T_i - J \left( \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_x}{k_2} \right) = 900^\circ\text{C} - 800 \left[ \frac{0.2}{12} + \frac{0.293}{0.3} \right]^\circ\text{C} = 105^\circ\text{C}$$

oppure con la relazione:

$$h(T_2 - T_\infty) = J$$

$$T_2 = T_\infty + \frac{J}{h} = 25^\circ\text{C} + \frac{800}{10}^\circ\text{C} = 105^\circ\text{C}$$

### **ESERCIZIO 7:** (*Conduzione in regime stazionario con convezione*)

La parete multistrato di una casa è costituita da un primo strato avente spessore  $L_A = 18 \text{ mm}$  e conduttività  $k_A = 0.5 \text{ W/mK}$  in gesso, da un secondo strato di spessore  $L_B = 102 \text{ mm}$  e conduttività  $k_B = 0.058 \text{ W/mK}$  di vermiculite e da uno strato  $L_C = 25 \text{ mm}$  e conduttività  $k_C = 0.11 \text{ W/mK}$  di legno di abete. La parete ha superficie  $S = 90 \text{ m}^2$ . La parete è lambita da aria le cui condizioni interne sono:

- temperatura  $T_i = 20^\circ\text{C}$
- coefficiente di scambio convettivo  $h_i = 25 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Le condizioni esterne sono:

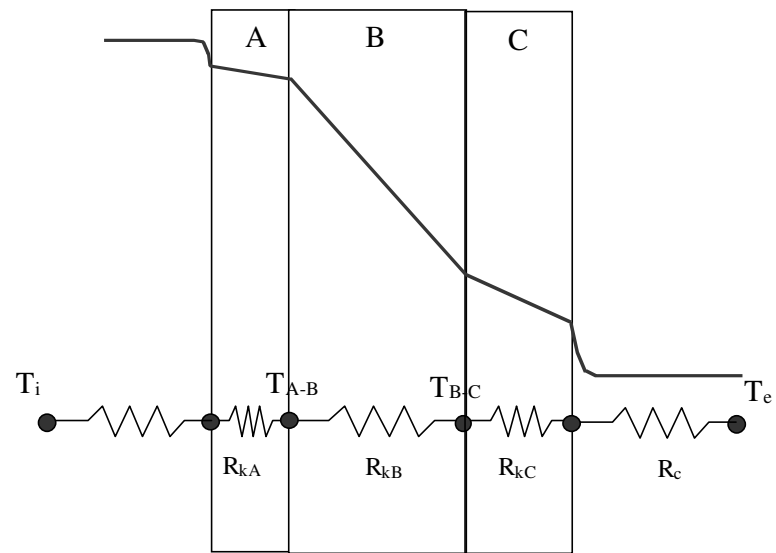
- temperatura  $T_e = 0^\circ\text{C}$ ;
- coefficiente di scambio convettivo  $h_e = 35 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Calcolare, trascurando il contributo radiante:

1. il flusso termico totale (in Watt) trasmesso in regime stazionario
2. le temperature delle due interfacce (A-B) e (B-C), sempre in regime stazionario.

### **Soluzione**

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come in figura.



B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema Internazionale, risultano:

$$L_A = 18 \text{ mm} = 0.018 \text{ m}$$

$$k_A = 0.5 \text{ W/mK}$$

$$L_B = 102 \text{ mm} = 0.102 \text{ m}$$

$$k_B = 0.058 \text{ W/mK}$$

$$L_C = 25 \text{ mm} = 0.025 \text{ m}$$

$$k_C = 0.11 \text{ W/mK}$$

$$S = 90 \text{ m}^2;$$

$$T_i = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$$

$$h_i = 25 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$T_e = 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$$

$$h_e = 35 \text{ W/m}^2\text{K}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è piana e multistrato.

D. Il sistema è costituito da una parete multistrato che deve isolare una abitazione riscaldata.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all'analogia elettrica applicata su una geometria piana: è necessario sommare alle resistenze termiche conduttive del materiale che costituisce la parete le resistenze termiche convettive lato aria.

La potenza termica trasmessa attraverso una parete piana, indefinita, multistrato, in regime stazionario è:

$$\dot{Q} = \frac{(T_i - T_e)}{\frac{1}{S} \left( \frac{1}{h_i} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{k_B} + \frac{L_C}{k_C} + \frac{1}{h_e} \right)}$$

$$\dot{Q} = \frac{(293.15 - 273.15)}{\frac{1}{90} \left( \frac{1}{25} + \frac{0.018}{0.5} + \frac{0.102}{0.058} + \frac{0.025}{0.11} + \frac{1}{35} \right)} \text{ W} = 861 \text{ W}$$

Per determinare le temperature alle interfacce é sufficiente scrivere l'equazione che fornisce il flusso termico tra l'esterno e l'interfaccia considerata:

$$\dot{Q} = \frac{(T_i - T_{A-B})}{\frac{1}{h_i S} + \frac{L_A}{k_A S}}$$

$$T_{A-B} = T_i - \frac{\dot{Q}}{S} \left( \frac{1}{h_i} + \frac{L_A}{k_A} \right) \quad T_{A-B} = 20^\circ\text{C} - \frac{861}{90} \left( \frac{1}{25} + \frac{0.018}{0.5} \right)^\circ\text{C} = 19.27^\circ\text{C}$$

ed anche:

$$\dot{Q} = \frac{(T_i - T_{B-C})}{\frac{1}{S} \left( \frac{1}{h_i} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{k_B} \right)}$$

$$T_{B-C} = T_i - \frac{\dot{Q}}{S} \left( \frac{1}{h_i} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{k_B} \right)$$

$$T_{B-C} = 20^\circ\text{C} - \frac{861}{90} \left( \frac{1}{25} + \frac{0.018}{0.5} + \frac{0.102}{0.058} \right)^\circ\text{C} = 2.45^\circ\text{C}$$

### ESERCIZIO 8: (Conduzione in regime stazionario con convezione)

Una corrente di acqua satura, con una portata di massa  $\dot{m} = 1000 \text{ kg/h}$ , viene immessa in un evaporatore. All'ingresso dell'evaporatore l'acqua ha una temperatura  $T_1 = 152^\circ\text{C}$  e un titolo in massa  $x_1 = 0$ . All'interno dell'evaporatore, per effetto della potenza termica trasmessa, l'acqua vaporizza. L'evaporatore è costituito da un tubo che ha un diametro interno di 30 mm, è lungo 30 m, ha una parete con spessore 3 mm. Il condotto dell'evaporatore è realizzato con una lega metallica caratterizzata da una conduttività termica  $k = 85 \text{ W/mK}$ . La superficie esterna del condotto è mantenuta alla temperatura uniforme di  $T_e = 200^\circ\text{C}$ .

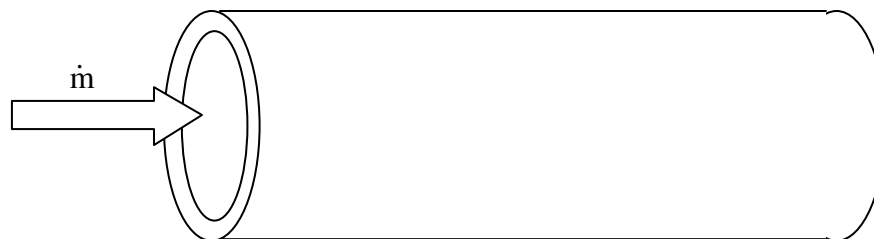
Si assuma che il flusso sia stazionario, che le variazioni di pressione della miscela acqua-vapore lungo il condotto siano trascurabili e che lo scambio termico tra la superficie interna e la miscela sia caratterizzato da un coefficiente convettivo  $h = 1500 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Determinare:

1. la potenza termica fornita all'acqua;
2. la lunghezza del tubo nel caso in cui il vapore all'uscita sia nelle condizioni di liquido saturo ( $x_2 = 1$ );
3. il titolo in uscita dallo scambiatore-evaporatore.

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come segue:



B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema Internazionale, risultano:

$$\dot{m} = 1000 \text{ kg/h} = 0.2777 \text{ kg/s}$$

$$T_1 = 152 \text{ }^\circ\text{C} = 425.15 \text{ K}$$

$$x_1 = 0$$

$$D_i = 30 \text{ mm} = 0.03 \text{ m}$$

$$L = 30 \text{ m}$$

$$s = 3 \text{ mm} = 0.003 \text{ m}$$

$$h_{\text{int}} = 1500 \text{ W/m}^2\text{K}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è cilindrica.

D. Il sistema è costituito dal lato interno ed esterno di un evaporatore industriale.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all'analogia elettrica applicata ad una geometria cilindrica.

Il flusso termico trasmesso attraverso una parete cilindrica, indefinita, multistrato, in regime stazionario è dato da:

$$\dot{Q} = 2\pi L \frac{T_1 - T_e}{\frac{1}{h_{\text{int}} r_{\text{int}}} + \frac{1}{k} \ln \frac{r_{\text{est}}}{r_{\text{int}}}}$$

$$\dot{Q} = 2\pi \cdot 30 \frac{(200 - 152)}{\frac{1}{1500 \cdot 0.015} + \frac{1}{85} \ln \frac{36}{30}} \text{ W} = 194.2 \text{ kW}$$

Il salto entalpico nello scambiatore è dato dalla relazione:

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

da cui si ricava la variazione di entalpia specifica nello scambiatore:

$$(h_2 - h_1) = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \quad (h_2 - h_1) = \frac{195}{0.2777} \text{ kJ/kg} = 702 \text{ kJ/kg}$$

Dalle tabelle dell'acqua si ricava  $h_{lv}=2107.4 \text{ kJ/kg}$  e pertanto la potenza necessaria sarebbe:

$$\dot{Q}_{x_2=1} = \dot{m} h_{lv} \quad \dot{Q}_{x_2=1} = 0.2777 \cdot 2107.4 \text{ kW} = 585 \text{ kW}$$

Essendo le temperature di parete e del fluido costanti, la potenza termica scambiata è proporzionale alla lunghezza  $L$  dell'evaporatore ed è quindi possibile risalire alla lunghezza necessaria per ottenere vapore saturo all'uscita con una proporzione:

$$L_{x_2=1} = \frac{\dot{Q}_{x_2=1}}{\dot{Q}} L \quad L_{x_2=1} = \frac{585}{195} 30 \text{ m} = 90 \text{ m}$$

Pertanto, risulta immediato dedurre quanto segue; essendo la lunghezza del condotto assegnato inferiore alla lunghezza che sarebbe necessaria per avere all'uscita una miscela di vapore saturo, il titolo all'uscita, nel caso in esame deve risultare inferiore ad uno.

Infatti essendo  $h_2 = h_1 + x_v h_{lv}$

si ha:

$$x_v = \frac{h_2 - h_1}{h_{lv}} \quad x_v = \frac{702}{2107.4} = 0.33$$

### ESERCIZIO 9: (Conduzione in regime stazionario con convezione)

Un tubo metallico di diametro esterno  $D=50 \text{ mm}$  rivestito con uno strato di isolante avente conduttività termica  $k_s=0.181 \text{ W/mK}$ , è lambito all'esterno da aria alla temperatura  $T=10^\circ\text{C}$ . E' noto il coefficiente di scambio convettivo  $h=3.5 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

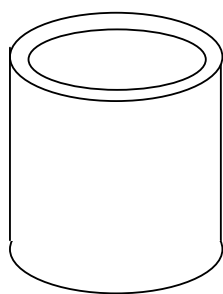
Calcolare:

1. il raggio critico di isolamento del tubo
2. la potenza termica per unità di lunghezza dispersa senza isolamento se la temperatura della superficie esterna del tubo nudo è  $T_{\text{tubo}}=275^\circ\text{C}$
3. lo spessore di isolante oltre il quale incomincia l'effetto di isolamento.

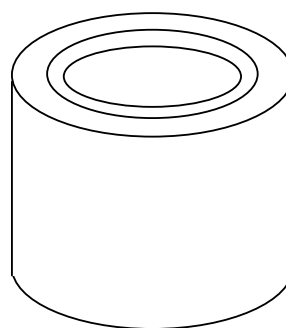
#### Soluzione

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come segue:

*soluzione senza isolamento*



*soluzione con isolamento*



B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema Internazionale, risultano:

$$D = 50 \text{ mm} = 0.050 \text{ m}$$

$$k_{is} = 0.181 \text{ W/mK}$$

$$T = 10 \text{ }^{\circ}\text{C} = 283.15 \text{ K}$$

$$h = 3.5 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$T_{\text{tubo}} = 275 \text{ }^{\circ}\text{C} = 548.15 \text{ K}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è cilindrica.

D. Il sistema è costituito da una tubazione isolata che scambia per conduzione e convezione con l'aria esterna.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all'espressione del raggio critico di isolamento.

Il raggio critico è dato da:

$$r_c = \frac{k_{is}}{h} \quad r_c = \frac{0.181}{3.5} \text{ m} = 0.0517 \text{ m} = 5.17 \text{ cm} > r_{\text{tubo}}$$

perciò l'effetto di isolamento avrà inizio quando l'isolante avrà superato un certo spessore, calcolabile in base alle considerazioni che seguono.

Il calore disperso dal tubo nudo è:

$$\left( \frac{\dot{Q}}{L} \right)_{\text{nudo}} = 2\pi r_{\text{tubo}} h (T_{\text{tubo}} - T)$$

$$\left( \frac{\dot{Q}}{L} \right)_{\text{nudo}} = 2\pi \cdot 0.025 \cdot 3.5 \cdot (548.15 - 283.15) \text{ W / m} = 145.69 \text{ W / m}$$

L'effetto di isolamento ha inizio quando il flusso disperso è minore di quello del tubo nudo:

$$\left( \frac{\dot{Q}}{L} \right) < \left( \frac{\dot{Q}}{L} \right)_{\text{nudo}}$$

ovvero:

$$\left( \frac{\dot{Q}}{L} \right) = \frac{(T_{\text{tubo}} - T)}{\frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{k_{is}} \ln \frac{r_{is}}{r_{\text{tubo}}} + \frac{1}{h \cdot r_{is}} \right)}$$

Questa equazione deve essere risolta per tentativi e si ottiene:  $r_{is} > 0.135 \text{ m}$



**ESERCIZIO 10:** (*Conduzione non stazionaria: modello a parametri concentrati*)

Delle sfere di acciaio con diametro  $D = 10 \text{ mm}$  subiscono un trattamento di tempra che consiste nel riscaldamento fino alla temperatura  $T_i = 1100 \text{ K}$  seguito dal lento raffreddamento a  $T_f = 420 \text{ K}$  in una corrente di aria con temperatura  $T_\infty = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ . Il coefficiente di scambio convettivo tra la corrente d'aria e le sferette sia  $h = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$ :

Determinare il tempo richiesto dal processo di raffreddamento.

Proprietà termofisiche dell'acciaio:

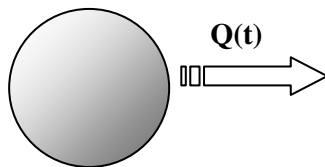
conduttività termica  $k = 40 \text{ W/mK}$

densità  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

calore specifico  $c = 600 \text{ J/kgK}$

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come segue:



B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema Internazionale, risultano:

$D = 10 \text{ mm} = 0.010 \text{ m}$

$T_i = 1100 \text{ K}$

$T_f = 420 \text{ K}$

$T_\infty = 50 \text{ }^\circ\text{C} = 323.15 \text{ K}$

$h = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$

$k = 40 \text{ W/mK}$

$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

$c = 600 \text{ J/kgK}$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico non stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La geometria è piana e multistrato.

D. Il sistema è costituito da una serie di sfere metalliche.

E. Per risolvere il problema è sufficiente applicare il modello a parametri concentrati, dopo aver verificato che le condizioni per applicarlo sono valide.

Il gruppo adimensionale di riferimento nell'analisi di un transitorio termico con conduzione e convezione è il numero di Biot.

Qualora risultasse inferiore a 0.01 è sufficientemente accurato risolvere il problema con un approccio a parametri concentrati

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

$$L_c = \frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{r}{3} = \frac{0.005}{3} \text{ m} = 0.001667 \text{ m}$$

$$Bi = 8.33 \cdot 10^{-4} < 0.01$$

Essendo il numero di Biot minore di 0.01 è applicabile il modello a resistenza interna trascurabile (a parametri concentrati).

La soluzione è data dalla relazione:

$$\vartheta = e^{-Fou \cdot Bi}$$

ove le grandezze  $\vartheta$ , Fou e Bi sono grandezze adimensionali.

$$\vartheta = \frac{T_f - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.12467$$

$$Fou \cdot Bi = \frac{ht}{\rho c L_c} \quad Fou \cdot Bi = \frac{20}{7800 \cdot 600 \cdot 0.001667} t = 0.002564 \cdot t$$

$$\vartheta = e^{-Fou \cdot Bi} \Rightarrow t = 812 \text{ s}$$

### ESERCIZIO 11: (Conduzione non stazionaria: modello a parametri concentrati)

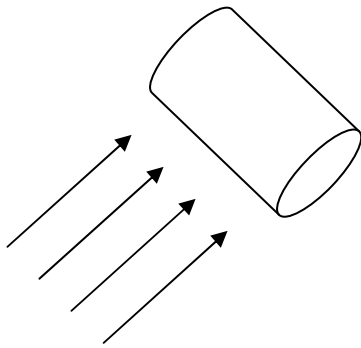
Il coefficiente di scambio termico tra una corrente d'aria ed un cilindretto di rame è determinato sperimentalmente misurando l'andamento nel tempo della temperatura del cilindro, inizialmente diversa dalla temperatura dell'aria.

Nelle ipotesi che la corrente d'aria abbia una temperatura  $T_{\text{aria}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ , il cilindro abbia un diametro  $D = 10 \text{ mm}$  e lunghezza  $L = 3 \text{ cm}$ , la sua temperatura iniziale sia  $T_1 = 60 \text{ }^\circ\text{C}$  e che dopo un tempo  $t = 38 \text{ s}$  la sua temperatura sia  $T_2 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ , determinare il coefficiente di scambio termico tra la corrente d'aria ed il cilindretto usando un modello a resistenza termica interna nulla e verificare a posteriori la validità di questa ipotesi.

(Proprietà termofisiche del rame: densità  $\rho = 8933 \text{ kg/m}^3$ , calore specifico  $c = 385 \text{ J/kgK}$ , conduttività termica  $k = 400 \text{ W/mK}$ ).

#### Soluzione

A. Il sistema termodinamico viene schematizzato come in figura.



B. I dati del problema, opportunamente convertiti nel Sistema Internazionale, risultano:  
 $T_{aria} = 20\text{ }^{\circ}\text{C} = 293.15\text{ K}$   
 $D = 10\text{ mm} = 0.01\text{ m}$   
 $L = 3\text{ cm} = 0.03\text{ m}$   
 $T_1 = 60\text{ }^{\circ}\text{C} = 333.15\text{ K}$   
 $T_2 = 50\text{ }^{\circ}\text{C} = 323.15\text{ K}$   
 $\rho = 8933\text{ kg/m}^3$   
 $c = 385\text{ J/kgK}$   
 $k = 400\text{ W/mK}$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico non stazionario non all’equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale.

D. Il sistema è costituito da una cilindretto.

E. Per risolvere il problema è richiesto di applicare il modello a parametri concentrati, e quindi, successivamente, verificare che le condizioni per applicarlo siano valide.

Per il modello a parametri concentrati vale la relazione di bilancio energetico:

$$hS(T_{aria} - T)dt = Vc\rho dT$$

Nel caso del cilindretto si ha:

$$h\pi D L t = \frac{\pi D^2 L}{4} c\rho \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{(T_{aria} - T)}$$

che integrata consente di ricavare:

$$h = \frac{c\rho D}{4t} \ln \frac{(T_{aria} - T_1)}{(T_{aria} - T_2)} \qquad h = \frac{385 \cdot 8933 \cdot 0.01}{4 \cdot 38} \ln \frac{20 - 60}{20 - 50} \text{ W / m}^2\text{K} = 65.09 \text{ W / m}^2\text{K}$$

Per verificare la validità di utilizzare un modello a parametri concentrati occorre determinare il numero di Biot

$$Bi = \frac{hV}{kS} \qquad Bi = \frac{hD}{4k} \qquad Bi = \frac{65.09 \cdot 0.01}{4 \cdot 400} = 0.00041 < 0.01$$

Il modello a parametri concentrati è pertanto applicabile.

### 9.3 RACCOLTA DI ESERCIZI NON RISOLTI

**ESERCIZIO 9.1**

Determinare la resistenza termica complessiva di un condotto cilindrico di lunghezza  $L = 10$  m, diametro interno  $D_i = 4$  mm e spessore  $s = 1$  mm, realizzato in un materiale avente conduttività termica  $k = 25$  W/(m·K).

[0.0046 K/W]

**ESERCIZIO 9.2**

Sia dato un cilindro indefinito cavo con raggio interno  $R_1 = 10$  cm e raggio esterno  $R_2 = 15$  cm realizzato con materiale di conduttività termica  $k = 10$  W/mK. La superficie interna del cilindro ha una temperatura  $T_1 = 120$  °C mentre sulla superficie esterna è  $T_2 = 20$  °C. Si chiede di determinare l'espressione della distribuzione di temperatura ed il valore di questa per  $r = 12$  cm.

[75 °C]

**ESERCIZIO 9.3**

Determinare la resistenza termica complessiva di una parete piana di superficie  $S = 4$  m<sup>2</sup> e realizzata con due strati di spessore  $s_1 = s_2 = 20$  di materiali di conduttività termica  $k_1 = 20$  W/mK e  $k_2 = 4$  W/mK rispettivamente. Sulla superficie interna si ha un coefficiente convettivo  $h_i = 100$  W/m<sup>2</sup>K mentre sulla superficie esterna si ha un coefficiente convettivo  $h_e = 30$  W/m<sup>2</sup>K.

[0.026 K/W]

**ESERCIZIO 9.4**

Determinare il raggio critico di isolamento per un condotto in acciaio rivestito da uno strato di isolante ed immerso in un fluido con coefficiente convettivo  $h = 15$  W/m<sup>2</sup>K.

Sono note le proprietà dell'acciaio e dell'isolante:  $K_{acc} = 15$  W/mK,  $\rho_{acc} = 7800$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_{acc} = 1$  kJ/kgK,  $K_{is} = 0.3$  W/mK,  $\rho_{is} = 1200$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_{is} = 0.6$  kJ/kgK.

[20 mm]

**ESERCIZIO 9.5**

Una parete di spessore  $L = 10$  cm e superficie  $S = 5$  m<sup>2</sup> è attraversata da un flusso termico areico  $J = 6000$  W/m<sup>2</sup>. Sapendo che la superficie, a temperatura  $T_s = 110$  °C, è lambita da un fluido con temperatura  $T_\infty = 30$  °C determinare il coefficiente convettivo.

[75 W/m<sup>2</sup>K]

**ESERCIZIO 9.6**

Una parete piana indefinita di un forno industriale ha una superficie complessiva  $S = 15$  m<sup>2</sup> ed è costituita da tre strati. L'interno del forno si trova alla temperatura  $T_i = 900$  °C, mentre l'ambiente esterno si trova alla temperatura  $T_e = 20$  °C. La parete affacciata all'interno del forno ha spessore  $L_1 = 60$  cm ed è realizzata con mattoni refrattari con conduttività termica  $k_1 = 3$  W/(m·K); lo strato intermedio ha spessore  $L_2 = 30$  cm ed è realizzata con materiale

isolante avente conduttività termica  $k_2 = 0.1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ; la parete esterna ha spessore  $L_3 = 2 \text{ cm}$  ed è realizzata in acciaio con conduttività termica  $k_3 = 20 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ .  
Nell'ipotesi che la parete sia in condizioni stazionarie e che i coefficienti scambio termico convettivo valgano  $h_i = h_e = 10 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ :

- determinare la resistenza termica complessiva della parete;
- determinare la potenza termica trasmessa verso l'esterno;
- rappresentare graficamente la distribuzione di temperatura nella parete;
- determinare la massima temperatura nello strato isolante.

[0.227 K/W, 3876.7 W, 822.5 °C]

**ESERCIZIO 9.7**

Un tubo di acciaio di 8 cm di diametro interno e con uno spessore di parete di 5.5 mm (conduttività termica pari a 47 W/m-K) ha una temperatura della superficie interna pari a 250 °C. Il tubo è coperto con uno strato di 9 cm di isolante con conduttività termica di 0.5 W/m-K seguito da un altro strato di 4 cm di isolante con conduttività termica di 0.25 W/m-K. La temperatura della superficie più esterna dell'isolante è di 20 °C. Determinare:

1. la potenza termica dissipata per unità di lunghezza del tubo;
2. le temperature alle due interfacce

[448.8 W/m, 249.8 °C, 93.9 °C]

**ESERCIZIO 9.8**

Determinare il numero di Biot per un corpo sferico ( $R = 10 \text{ cm}$ ) realizzato in acciaio ( $K_s = 15 \text{ W/mK}$ ,  $\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_s = 0.2 \text{ kJ/kgK}$ ) e lambito da un fluido con proprietà termofisiche note ( $K_f = 2 \text{ W/mK}$ ,  $\rho_f = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_f = 2 \text{ kJ/kgK}$ ) con un coefficiente convettivo  $h = 80 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

[0.1778]

**ESERCIZIO 9.9**

Determinare il numero di Biot per un cubo ( $L = 20 \text{ cm}$ ) realizzato in rame ( $K_{Cu} = 300 \text{ W/mK}$ ,  $\rho_s = 7200 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_s = 0.4 \text{ kJ/kgK}$ ). Il cubo è appoggiato con una faccia ad una superficie adiabatica mentre le altre facce sono lambite da un fluido con proprietà termofisiche note ( $K_f = 0.6 \text{ W/mK}$ ,  $\rho_f = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_f = 4 \text{ kJ/kgK}$ ) e con un coefficiente convettivo  $h = 80 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

[0.01067]

10.1 TRASMISSIONE DEL CALORE: LO SCAMBIO TERMICO PER CONVEZIONE

10.1.1 Generalità

Lo scambio termico convettivo è descritto dalla legge di Newton:  
 $J = h(T_w - T_f)$   
che identifica un legame tra flusso termico areico (J) e la differenza tra la temperatura superficiale del sistema (T<sub>w</sub>) e la temperatura del fluido (T<sub>f</sub>).  
Per la stima del coefficiente di scambio convettivo h si ricorre a delle correlazioni che identificano un legame tra gruppi adimensionali. I principali gruppi adimensionali utilizzati nell’analisi di scambio convettivo sono:

numero di Nusselt	$Nu = \frac{hL}{k_f}$
numero di Prandtl	$Pr = \frac{c_p \mu}{k_f}$
numero di Reynolds	$Re = \frac{\rho v L}{\mu}$
numero di Grashoff	$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T L^3}{\mu^2}$
numero di Rayleigh	$Ra = Gr \cdot Pr$
numero di Peclet	$Pe = Re \cdot Pr$

Convezione forzata:

La correlazione più comune è del tipo:  
 $Nu = A \cdot Re^\alpha Pr^\beta$   
Le proprietà termofisiche del fluido sono valutate ad una opportuna temperatura:  
moto esterno (ad esempio flusso su una superficie)      T<sub>∞</sub>  
moto confinato (ad esempio moto in un condotto)      T<sub>media</sub>

**Convezione naturale:** La correlazione più comune è del tipo:  $Nu = A \cdot (Gr \cdot Pr)^\alpha$

Le proprietà termofisiche del fluido sono valutate alla cosiddetta temperatura di film, definita come media aritmetica della temperatura del solido e del fluido.  
La convezione naturale interessa prevalentemente l’aria le cui proprietà termofisiche sono tabulate.

T (°C)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/kgK)	$\mu \cdot 10^5$ (Ns/m <sup>2</sup> )	k (W/mK)	Pr	$\rho^2 g \beta / \mu^2 \cdot 10^{-8}$ (m <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> )
-50	1.582	1003	1.45	0.0198	0.735	5.2360
-40	1.514	1003	1.51	0.0205	0.737	4.2330
-30	1.452	1003	1.56	0.0213	0.735	3.4964
-20	1.395	1003	1.61	0.0220	0.732	2.9087
-10	1.342	1003	1.65	0.0228	0.726	2.4655
0	1.293	1004	1.70	0.0235	0.725	2.0767
10	1.247	1004	1.75	0.0243	0.724	1.7593
20	1.204	1005	1.80	0.0250	0.724	1.4984
30	1.165	1005	1.85	0.0257	0.723	1.2827
40	1.127	1006	1.90	0.0264	0.723	1.1033
50	1.093	1006	1.94	0.0271	0.719	0.9630
60	1.060	1007	1.99	0.0278	0.720	0.8352
70	1.029	1007	2.03	0.0285	0.716	0.7345
80	1.000	1008	2.08	0.0292	0.717	0.6418
90	0.972	1009	2.12	0.0299	0.715	0.5682
100	0.946	1010	2.16	0.0306	0.713	0.5045
110	0.921	1011	2.20	0.0313	0.711	0.4492
120	0.898	1012	2.24	0.0319	0.710	0.4011
130	0.876	1013	2.29	0.0326	0.712	0.3559
140	0.855	1014	2.33	0.0333	0.710	0.3194
150	0.834	1016	2.37	0.0339	0.710	0.2873
160	0.815	1018	2.41	0.0345	0.710	0.2591
170	0.797	1020	2.45	0.0352	0.710	0.2341
180	0.779	1021	2.49	0.0358	0.710	0.2120
190	0.762	1023	2.53	0.0364	0.710	0.1923
200	0.746	1025	2.57	0.0371	0.711	0.1748
210	0.731	1027	2.61	0.0377	0.712	0.1592
220	0.716	1029	2.65	0.0383	0.712	0.1452
230	0.702	1031	2.68	0.0389	0.711	0.1337
240	0.688	1033	2.72	0.0395	0.712	0.1223
250	0.675	1035	2.76	0.0401	0.713	0.1121
260	0.662	1037	2.80	0.0406	0.714	0.1029
270	0.650	1039	2.83	0.0412	0.713	0.0953
280	0.638	1040	2.86	0.0418	0.712	0.0883
290	0.627	1041	2.89	0.0424	0.710	0.0820
300	0.616	1042	2.92	0.0429	0.709	0.0762

Tabella 7.1 Proprietà termofisiche dell’aria a pressione atmosferica

## 10.2 ESERCIZI RISOLTI

### ESERCIZIO 1: (Convezione forzata in condotti a sezione circolare)

Determinare il coefficiente convettivo con la relazione di Dittus-Boelter:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3}$$

Sono note le seguenti grandezze:

portata massica  $\dot{m} = 2 \text{ kg/s}$ ; diametro del condotto  $D = 3 \text{ cm}$ ; massa volumica  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ ; viscosità dinamica  $\mu = 2 \text{ cP}$ ;  $Pr = 12.7$ ; conduttività termica  $k = 0.3 \text{ W/mK}$ .

#### Soluzione

A. Non è richiesta una schematizzazione del problema.

B. I dati del problema nel SI sono:

$$\dot{m} = 2 \text{ kg/s}$$

$$D = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$$

$$\rho = 900 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 2 \text{ cP} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$$

$$Pr = 12.7$$

$$k = 0.3 \text{ W/mK}$$

C. Il problema richiede l'applicazione della correlazione proposta.

D. Sono note le proprietà termofisiche necessarie per determinare i numeri adimensionali che compaiono nella relazione proposta. Tale relazione consente di risalire al coefficiente convettivo.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricavare i numeri di Reynolds e di Prandtl.

La correlazione  $Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3}$  è espressa in termini di  $Re$  e  $Pr$ .

E' possibile calcolare il numero di Reynolds a partire dalla sua definizione e dalla conoscenza della velocità media di sezione. Come lunghezza caratteristica si assume il diametro del condotto.

La velocità media di sezione si determina avendo nota la portata in massa:

$$\dot{m} = \rho U S \qquad \dot{m} = \rho U \pi \frac{D^2}{4}$$

$$U = \frac{4 \dot{m}}{\rho \pi D^2} \qquad U = \frac{4 \cdot 2}{900 \cdot \pi \cdot 0.03^2} \text{ m/s} = 3.1438 \text{ m/s}$$

Si ricava quindi:

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \qquad Re = \frac{900 \cdot 3.1438 \cdot 0.03}{0.002} = 42441$$



Sostituendo nell'espressione della correlazione di Dittus Boelter risulta:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3} \qquad Nu = 0.023 \cdot 42441^{0.8} 12.7^{0.3} = 248$$

Possiamo infine ottenere:

$$Nu = \frac{hD}{k} \qquad h = \frac{Nu \, k}{D} \qquad h = \frac{248 \cdot 0.3}{0.03} \, W / m^2 K = 2480 W / m^2 K$$

**ESERCIZIO 2:** (*Convezione forzata su superficie piana*)

Una scheda elettronica viene raffreddata mediante una corrente di aria forzata da una ventola. La scheda è lunga 30 cm e alta 10 cm, e il flusso di aria è parallelo al lato più lungo. I componenti elettronici saldati sulla scheda dissipano 10 W.

Nelle ipotesi che la temperatura dell'aria si pari a 20 °C, che la temperatura della superficie della scheda sia mantenuta uniforme e pari 40 °C, e che le caratteristiche di scambio termico medie sulla scheda siano caratterizzate dalla relazione:

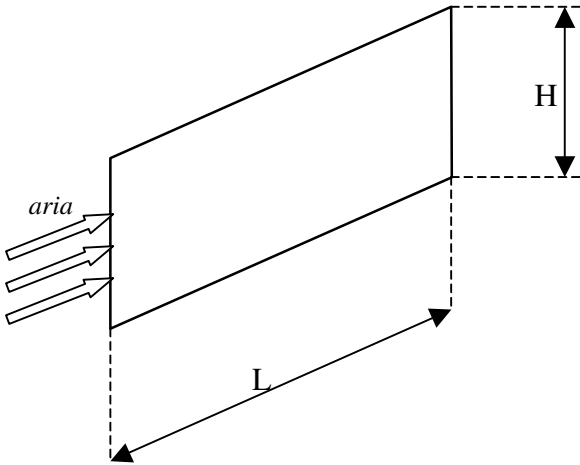
$$Nu_L = 0.664 Re_L^{0.5} Pr^{0.3} \quad (\text{valida per } Re < 300\,000)$$

determinare la velocità della corrente d'aria lontana dalla scheda.

(Proprietà termofisiche dell'aria: massa volumica  $\rho = 1 \, kg/m^3$ , viscosità  $\mu = 1.4 \cdot 10^{-5} \, kg/ms$ , conduttività termica  $k = 0.02 \, W/m$ , calore specifico  $c = 1005 \, J/kgK$ )

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico può essere schematizzato come in figura.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$L = 30 \, cm = 0.3 \, m$$

$$H = 10 \, cm = 0.1 \, m$$

$$\dot{Q} = 10 \, W$$

$$T_a = 20 \, ^\circ C = 293.15 \, K$$

$$T_s = 40 \, ^\circ C = 313.15 \, K$$

$\rho=1 \text{ kg/m}^3$   
 $\mu=1.4 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$   
 $k=0.02 \text{ W/m, } c=1005 \text{ J/kgK}$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La convezione avviene su una superficie piana.

D. Il fluido che scambia per convezione con la lastra piana è noto, essendo note le proprietà termofisiche necessarie per determinare i numeri adimensionali che compaiono nella relazione sperimentale. Tale relazione consente di risalire al coefficiente convettivo.

E. Per risolvere il problema essendo incognita la velocità che compare nella definizione del numero di Reynolds è necessario procedere in modo inverso rispetto a quanto fatto nell'esercizio precedente.

Dalla relazione:

$$\dot{Q} = h \cdot S \cdot (T_s - T_a)$$

è possibile determinare il coefficiente convettivo:

$$h = \frac{\dot{Q}}{S \cdot (T_s - T_a)} \quad h = \frac{10}{[0.3 \cdot 0.1 \cdot (40 - 20)]} \text{ W/m}^2\text{K} = 16.67 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Da cui si ricava il numero di Nusselt (la lunghezza caratteristica è il lato nella direzione del flusso d'aria)

$$\text{Nu}_L = \frac{hL}{k} \quad \text{Nu}_L = \frac{(16.67 \cdot 0.3)}{0.02} = 250$$

Si determina il numero di Prandtl

$$\text{Pr} = \frac{c\mu}{k} = \frac{1005 \cdot 1.4 \cdot 10^{-5}}{0.02} = 0.7035$$

Dalla relazione  $\text{Nu}_L = 0.664 \text{ Re}_L^{0.5} \text{ Pr}^{0.3}$  si ricava  $\text{Re}$

$$\text{Re}_L = \left( \frac{\text{Nu}_L}{0.664 \cdot \text{Pr}^{0.3}} \right)^2$$

$$\text{Re}_L = \left( \frac{250}{0.664 \cdot 0.7035^{0.3}} \right)^2 = 175059$$

ed una volta noto il numero di Reynolds è possibile determinare la velocità dell'aria:

$$\text{Re}_L = \frac{\rho v L}{\mu}$$

$$v = \frac{\text{Re}_L \cdot \mu}{\rho L} \quad v = \frac{175059 \cdot 1.4 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 0.3} \text{ m/s} = 8.169 \text{ m/s}$$

**ESERCIZIO 3:** (Convezione forzata in condotti a sezione circolare)

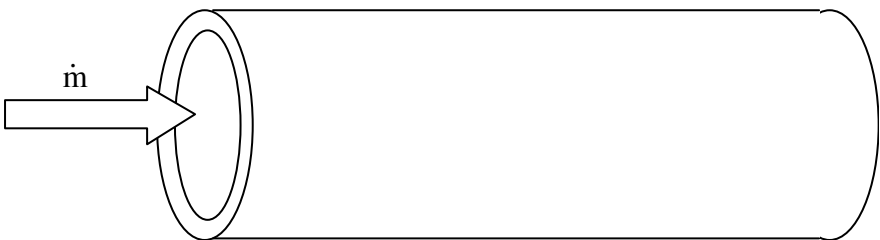
Dell'olio per motore fluisce attraverso un condotto di 25 mm di diametro, lungo 10 m, con una portata di massa  $\dot{m} = 0.05 \text{ kg/s}$ . L'olio viene immesso nel tubo alla temperatura di 25 °C, mentre la parete del tubo è mantenuta alla temperatura uniforme e costante di 100 °C. Nell'ipotesi che il moto dell'olio sia pienamente sviluppato attraverso l'intero tubo, determinare la temperatura dell'olio all'uscita dal tubo. Per la determinazione del coefficiente convettivo si conoscono le seguenti correlazioni:

$Nu = 3.66$  per flusso laminare ( $Re < 2000$ )  
 $Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.33}$  per flusso turbolento ( $Re > 2000$ )

Proprietà termofisiche dell'olio:  
massa volumica  $\rho = 866 \text{ kg/m}^3$ ; conduttività termica  $k = 0.141 \text{ W/mK}$ , viscosità  $\mu = 0.0836 \text{ kg/ms}$ ; calore specifico  $c = 2.035 \text{ kJ/kgK}$

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico può essere schematizzato come in figura.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$L = 10 \text{ m}$   
 $D = 25 \text{ mm} = 0.025 \text{ m}$   
 $T_{in} = 25 \text{ °C} = 298.15 \text{ K}$   
 $T_w = 100 \text{ °C} = 373.15 \text{ K}$   
 $\rho = 866 \text{ kg/m}^3$   
 $k = 0.141 \text{ W/mK}$   
 $\mu = 0.0836 \text{ kg/ms}$   
 $c = 2.035 \text{ kJ/kgK} = 2035 \text{ J/kgK}$

C. Il caso considerato è quello di un sistema aperto, in regime stazionario, senza interazione lavoro con l' esterno. Vale per esso la relazione derivata dal principio di conservazione dell'energia.

D. Il fluido che scambia per convezione con la parete del tubo è noto ed è possibile determinare i numeri adimensionali che compaiono nella relazione sperimentale. Tale relazione consente di risalire al coefficiente convettivo.

L’equazione di bilancio energetico e l’equazione che fornisce lo scambio termico sono:

$$\begin{cases} \dot{m}(h_{in} - h_{out}) + \dot{Q} = 0 \\ \dot{Q} = hS \cdot \Delta T_m \end{cases}$$

ove si ha:

$$(h_{in} - h_{out}) = c_p (T_{in} - T_{out})$$
$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}} = \frac{[(T_w - T_{in}) - (T_w - T_{out})]}{\ln \frac{T_w - T_{in}}{T_w - T_{out}}}$$

risolvendo rispetto a T<sub>out</sub> si ha:

$$\dot{m}c_p (T_{in} - T_{out}) = hS \frac{(T_w - T_{in}) - (T_w - T_{out})}{\ln \frac{T_w - T_{in}}{T_w - T_{out}}}$$

$$T_{out} = T_w - (T_w - T_{in}) e^{-\frac{hS}{\dot{m}c_p}}$$

in questa relazione è incognito il coefficiente convettivo che deve essere determinato con le relazioni proposte.

Si calcola pertanto il valore del numero di Reynolds

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \qquad Re = \frac{4 \dot{m}}{\pi D \mu} \qquad Re = \frac{4 \cdot 0.05}{\pi \cdot 0.025 \cdot 0.0836} = 30.46$$

il moto è pertanto laminare e Nu= 3.66. Il coefficiente convettivo h è:

$$h = \frac{Nu \cdot k}{D} \qquad h = \frac{3.66 \cdot 0.141}{0.025} \text{ W/m}^2 \text{ K} = 20.64 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

da cui si ricava la temperatura T<sub>2</sub>:

$$\frac{hS}{\dot{m}c_p} = \frac{\text{W / K} 20.64 \cdot \pi \cdot 0.025 \cdot 10}{0.05 \cdot 2035} = 0.1593$$

$$T_{out} = T_w - (T_w - T_{in}) e^{-\frac{hS}{\dot{m}c_p}} \qquad T_{out} = [100 - (100 - 25) \cdot e^{-0.1593}]^{\circ}\text{C} = 36^{\circ}\text{C}$$

**ESERCIZIO 4:** (*Convezione naturale su superfici esterne*)

In un condotto cilindrico con diametro D<sub>i</sub>= 20 mm e spessore s= 3 mm, realizzato con un materiale di conducibilità termica k<sub>m</sub>= 15 W/mK, scorre vapore condensante alla temperatura T<sub>in</sub>= 160 °C.

Il tubo è rivestito di materiale coibente di spessore s<sub>is</sub>=10 mm avente conducibilità termica k<sub>is</sub>= 0.1 kcal/mhK.

Si supponga un coefficiente di scambio convettivo vapore-parete pari a h<sub>v</sub>= 1000 kcal/m<sup>2</sup>hK.

Il condotto è lambito esternamente da aria alla temperatura T<sub>∞</sub>= 25 °C con coefficiente di scambio convettivo ottenibile dalla relazione:

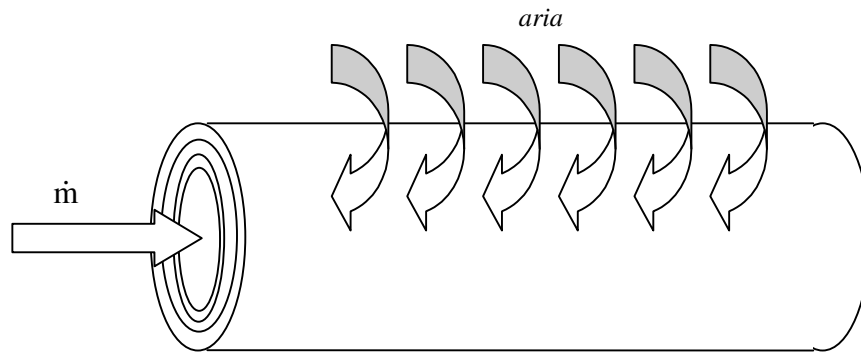
$$Nu = 0.53 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0.25}$$

Determinare la potenza termica dissipata per unità di lunghezza di condotto e la temperatura massima raggiunta nello strato di isolante.

Per le proprietà termofisiche dell'aria far riferimento ad una ipotetica temperatura di film di 60 °C.

### Soluzione

A. Il sistema termodinamico può essere schematizzato come in figura:



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$D_i = 20 \text{ mm} = 0.02 \text{ m}$$

$$s = 3 \text{ mm} = 0.003 \text{ m}$$

$$s_{is} = 10 \text{ mm} = 0.01 \text{ m}$$

$$k_m = 15 \text{ W/mK}$$

$$k_{is} = 0.1 \text{ kcal/mhK} = 0.1163 \text{ W/mK}$$

$$h_v = 1000 \text{ kcal/m}^2\text{hK} = 1163 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$T_{in} = 160 \text{ °C} = 433.15 \text{ K}$$

$$T_{\infty} = 25 \text{ °C} = 298.15 \text{ K}$$

$$T_f = 60 \text{ °C} = 333.15 \text{ K}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario.

D. Il fenomeno presenta aspetti di convezione e di conduzione. Per determinare il coefficiente convettivo associato allo scambio sulla superficie esterna del tubo è necessario utilizzare la correlazione proposta. Per le pareti conduttive è assegnata invece la conduttività termica.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all'analogia elettrica determinando il coefficiente convettivo esterno con la correlazione proposta.

Le dimensioni geometriche del condotto sono:

$$D_e = D_i + 2s = 0.026 \text{ m}$$

$$D_{is} = D_e + 2s = 0.046 \text{ m}$$

Dalle tabelle si determinano le proprietà termofisiche dell'aria a T= 60 °C  
 $k = 0.0278 \text{ W / mK}$   
 $Pr = 0.72$

$$\frac{\rho^2 g \beta}{\mu^2} = 0.8352 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3} \text{K}^{-1}$$

essendo la temperatura di film (temperatura media) definita come:

$$T_f = \frac{T_p + T_\infty}{2}$$

la temperatura stimata della parete esterna dell'isolante è:

$$T_p = 2 \cdot T_f - T_\infty \qquad T_p = 2 \cdot 60 \text{ °C} - 25 \text{ °C} = 95 \text{ °C}$$

Di conseguenza il ΔT che compare nel numero di Grashoff è

$$\Delta T = (T_p - T_\infty)$$

$$\Delta T = 95 \text{ °C} - 25 \text{ °C} = 70 \text{ °C}$$

da cui si ricava:

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T D_{is}^3}{\mu^2} \qquad Gr = 0.8352 \cdot 10^8 \cdot 70 \cdot 0.046^3 = 569065$$

da cui si ricava il numero di Nusselt:

$$Nu = 0.53 (Gr \cdot Pr)^{0.25} \qquad Nu = 0.53 \cdot (569065 \cdot 0.72)^{0.25} = 13.41$$

Noto il numero di Nusselt è possibile determinare il coefficiente convettivo:

$$h_e = \frac{Nu \cdot k}{D_{est}} \qquad h_e = \frac{13.41 \cdot 0.0278}{0.046} \text{ W / m}^2 \text{K} = 8.1 \text{ W / m}^2 \text{K}$$

La potenza termica ceduta dal fluido per unità di lunghezza del condotto è data da:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{1}{L} \frac{(T_i - T_\infty)}{R_{tot}}$$

$$R_{tot} = \frac{1}{2\pi L} \left( \frac{1}{h_i R_i} + \frac{1}{k_m} \ln \frac{R_e}{R_i} + \frac{1}{k_{is}} \ln \frac{R_{is}}{R_e} + \frac{1}{h_e R_{is}} \right)$$

da cui si ricava:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{(160 - 25)}{\frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{1163 \cdot 0.01} + \frac{1}{15} \ln \left( \frac{13}{10} \right) + \frac{1}{0.1163} \ln \left( \frac{26}{13} \right) + \frac{1}{8.1 \cdot 0.023} \right]} \text{ W/m} = 74.2 \text{ W/m}$$

La temperatura massima dello strato di isolante si ha all'interfaccia tra isolante e tubo e si ottiene esplicitando il salto di temperatura tra l'interno e l'interfaccia in funzione della potenza termica scambiata:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{1}{L} \frac{(T_i - T_{\max})}{R_{\text{tot}}}$$

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{2\pi L} \left( \frac{1}{h_i R_i} + \frac{1}{k_m} \ln \frac{R_e}{R_i} \right)$$

che risolta rispetto all'incognita consente di ottenere:

$$T_{\max} = 160^{\circ}\text{C} - 74.2 \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{1163 \cdot 0.01} + \frac{1}{15} \ln \left( \frac{13}{10} \right) \right]^{\circ}\text{C} = 158.77^{\circ}\text{C}$$

**ESERCIZIO 5:** (*Convezione naturale su lastra piana verticale*)

La parete di un forno è alta H= 150 cm e larga L= 90 cm ed è composta da due strati di materiale differente aventi spessore rispettivamente s<sub>1</sub>= 20 cm ed s<sub>2</sub>= 1 cm con conducibilità k<sub>1</sub>= 0.5 kcal/mhK e k<sub>2</sub>= 50 kcal/mhK. Per ragioni di sicurezza la temperatura della parete esterna non può superare il valore T<sub>e</sub>= 40 °C.

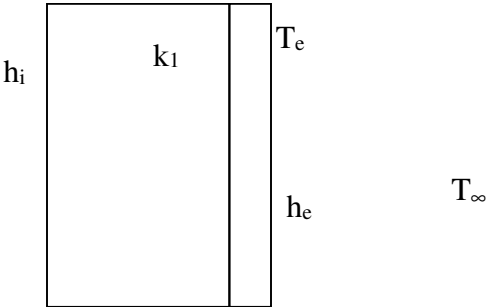
La parete esterna è lambita da aria alla temperatura T<sub>∞</sub> = 20 °C, il cui scambio termico convettivo è retto dalla relazione:

$$Nu = 0.5(Gr \cdot Pr)^{0.25}$$

Determinare il flusso termico totale che attraversa la parete e la temperatura della faccia interna della parete.

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico può essere schematizzato come in figura:



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$H = 150 \text{ cm} = 1.5 \text{ m}$$

$$L = 90 \text{ cm} = 0.9 \text{ m}$$

$$s_1 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$s_2 = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$$

$$k_1 = 0.5 \text{ kcal/mhK} = 0.5815 \text{ W/mK}$$

$$k_2 = 50 \text{ kcal/mhK} = 58.15 \text{ W/mK}$$

$$T_e = 40^{\circ}\text{C} = 313.15 \text{ K}$$

$$T_\infty = 20^{\circ}\text{C} = 293.15 \text{ K}$$

C. Il sistema è da considerarsi un sistema termodinamico stazionario non all'equilibrio (esiste infatti un gradiente di temperatura) per il quale vale tuttavia il principio di equilibrio locale. La convezione avviene su una superficie piana.

D. Il fenomeno presenta aspetti di convezione e di conduzione. Per determinare il coefficiente convettivo associato allo scambio sulla superficie esterna del tubo è necessario utilizzare la correlazione proposta. Per le pareti conduttive è assegnata invece la conduttività termica.

E. Per risolvere il problema è sufficiente ricorrere all'analogia elettrica

Come lunghezza caratteristica del sistema si assume l'altezza H. Dalla tabella con le proprietà termofisiche dell'aria si ricavano i valori delle proprietà che interessano alla temperatura di film (temperatura media):

$$T_f = \frac{40 + 20}{2} \text{ }^{\circ}\text{C} = 30^{\circ}\text{C}$$

da cui si ricava:

$$\text{Pr} = 0.723$$

$$k = 0.0257 \text{ W / mK}$$

$$\frac{\rho^2 g \beta}{\mu^2} = 1.2827 \cdot 10^8 \text{ K}^{-1} \text{ m}^{-3}$$

da cui risulta:

$$\text{Gr} = \frac{\rho^2 g \beta (T_e - T_{\infty}) L^3}{\mu^2} \qquad \text{Gr} = 1.2827 \cdot 10^8 \cdot 20 \cdot 1.5^3 = 8.658 \cdot 10^9$$

Si determina quindi il numero di Nusselt con la relazione proposta:

$$\text{Nu} = 0.5 (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^{0.25}$$

$$\text{Nu} = 0.5 (8.658 \cdot 10^9 \cdot 0.723)^{0.25} = 140.6$$

Dalla definizione di numero di Nusselt si determina il coefficiente convettivo:

$$h_e = \frac{\text{Nu} \cdot k}{L} \qquad h_e = \frac{140.6 \cdot 0.0257}{1.5} \text{ W / m}^2 \text{ K} = 2.41 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

con il quale si determina il flusso termico che attraversa la parete:

$$J = h_e (T_e - T_{\infty}) \qquad J = 2.41 \cdot (40 - 20) \text{ W / m}^2 = 48.2 \text{ W / m}^2$$

e da questo dato si può determinare la temperatura T<sub>i</sub> della faccia interna della parete:

$$J = \frac{(T_i - T_e)}{\frac{s_1}{k_1} + \frac{s_2}{k_2}}$$

$$T_i = T_e + J \left( \frac{s_1}{k_1} + \frac{s_2}{k_2} \right) \qquad T_i = 40^{\circ}\text{C} + 48.2 \cdot \left[ \frac{0.01}{58.15} + \frac{0.2}{0.5815} \right] ^{\circ}\text{C} = 56.58^{\circ}\text{C}$$



10.3 RACCOLTA DI ESERCIZI NON RISOLTI

ESERCIZIO 10.1

Delle sfere di acciaio con diametro D= 10 mm subiscono un trattamento di tempra che consiste nel riscaldamento fino alla temperatura T<sub>i</sub>= 1100 K seguito dal lento raffreddamento a T<sub>f</sub>= 420 K in una corrente di aria con temperatura T<sub>∞</sub>= 50 °C e velocità w<sub>∞</sub>= 0.3 m/s. Ipotizzando un coefficiente di scambio convettivo tra la corrente d'aria e le sferette pari a h= 20 W/m<sup>2</sup>K, determinare:

- il tempo richiesto dal processo di raffreddamento;
- l'effettivo coefficiente di scambio convettivo medio tra aria e sferetta utilizzando la correlazione:  $Nu_D = \left[2 + \left(0.44 \cdot Re_D^{0.5} + 0.066 Re_D^{0.667}\right) \cdot Pr^{0.4}\right]$

Proprietà termofisiche dell'acciaio:

conduttività termica k <sub>m</sub> = 40 W/mK	densità ρ <sub>m</sub> = 7800 kg/m <sup>3</sup>
calore specifico c = 600 J/kgK	
Proprietà termofisiche dell'aria:	
conduttività termica k <sub>a</sub> = 0.03 W/mK	densità ρ <sub>a</sub> = 0.995 kg/m <sup>3</sup>
calore specifico c <sub>p</sub> = 1008.6 J/kgK	viscosità μ <sub>a</sub> = 20.82·10 <sup>-6</sup> kg/ms
	[811.5 s, 24.4 W/m <sup>2</sup> K]

ESERCIZIO 10.2

Determinare il numero di Nusselt medio per un cilindro indefinito in acciaio di raggio R= 20 cm immerso in un fluido con coefficiente convettivo h= 15 W/m<sup>2</sup>K. Sono note le proprietà dell'acciaio e del fluido:

k <sub>acc</sub> = 15 W/mK	ρ <sub>acc</sub> = 7800 kg/m <sup>3</sup>	c <sub>acc</sub> = 1 kJ/kgK
k <sub>fl</sub> = 0.3 W/mK	ρ <sub>fl</sub> = 1.25 kg/m <sup>3</sup>	c <sub>vis</sub> = 1.2 kJ/kgK.
[20]		

ESERCIZIO 10.3

Determinare il numero di Nusselt relativo allo scambio convettivo tra una sfera di acciaio di diametro D= 10 cm e temperatura superficiale costante T<sub>s</sub>= 100 °C immersa in acqua a temperatura T<sub>H2O</sub>= 20 °C. La sfera cede all'acqua una potenza Q= 150 W. Sono noti:

k <sub>acc</sub> = 15 W/mK	ρ <sub>acc</sub> = 7800 kg/m <sup>3</sup>	c <sub>acc</sub> = 1 kJ/kgK	
k <sub>H2O</sub> = 0.3 W/mK	ρ <sub>H2O</sub> = 1000 kg/m <sup>3</sup>	c <sub>H2O</sub> = 4.1 kJ/kgK	μ <sub>H2O</sub> = 0.0009 Ns/m <sup>2</sup>
[19.9]			

ESERCIZIO 10.4

Determinare il numero di Prandtl di una sostanza di cui sono noti massa volumica ρ= 650 kg/m<sup>3</sup>, calore specifico c<sub>p</sub>= 1.05 kJ/kgK, conduttività termica k= 1.3 kcal/hmK, viscosità dinamica μ= 0.002 Ns/m<sup>2</sup>.

[1.39]

**ESERCIZIO 10.5**

Una portata di acqua  $G = 18 \text{ kg/min}$  scorre in un condotto di lunghezza  $L = 70 \text{ m}$ , di sezione cilindrica e diametro  $D = 10 \text{ cm}$ . Essendo nota per l'acqua la massa volumica  $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ , la viscosità dinamica  $\mu = 8.3 \cdot 10^{-4} \text{ kg/ms}$ , la conduttività termica  $k = 0.265 \text{ W/mK}$ , il calore specifico  $c = 4.1 \text{ kJ/kgK}$ , si chiede di determinare il numero di Reynolds nel condotto. Nell'ipotesi che la superficie interna del tubo sia costante e pari a  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  e che la portata di acqua si riscaldi tra la sezione di ingresso a  $40 \text{ }^\circ\text{C}$  e la sezione di uscita a  $75 \text{ }^\circ\text{C}$  determinare il coefficiente convettivo e il numero di Nusselt.

**[4602, 116.3 W/m<sup>2</sup>K, 43.9]**

**ESERCIZIO 10.6**

Determinare il numero di Reynolds relativo ad una portata in massa  $m = 100 \text{ kg/h}$  di acqua che fluisce in un condotto di lunghezza  $L = 100 \text{ m}$  e diametro  $d = 60 \text{ mm}$ . Le proprietà termofisiche dell'acqua sono:  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$ ,  $c = 1 \text{ kcal/kgK}$ ,  $k = 0.2 \text{ W/mK}$ .

**[737]**



---

## CAPITOLO 11

---

### 11.1 ASPETTI APPLICATIVI: GLI SCAMBIATORI DI CALORE

#### 11.1.1 Generalità

L'analisi degli scambiatori di calore richiede l'applicazione delle equazioni di bilancio per i sistemi aperti.

Le principali ipotesi che normalmente vengono adottate, salvo diversa indicazione, sono di operare in regime stazionario, di trascurare le perdite di carico dei fluidi e di trattare il dispositivo nel suo complesso come fosse adiabatico.

Il legame tra la potenza termica scambiata e la superficie di scambio del dispositivo è data dalla relazione:

$$\dot{Q} = US\Delta T_m$$
$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}}$$

La differenza media logaritmica di temperatura è determinabile dalla conoscenza delle temperature di ingresso e di uscita dei fluidi nello scambiatore.

Con i pedici i ed u si intendono le arbitrarie sezioni di ingresso e di uscita dello scambiatore.

La differenza di temperatura è quella tra il fluido caldo e il fluido freddo. Nel caso di scambiatore in equicorrente queste sono implicitamente determinate come le sezioni di ingresso dei due fluidi. Nel caso di scambiatore in controcorrente è possibile definire sezione di ingresso o quella di ingresso del fluido caldo o quella di ingresso del fluido freddo. Il risultato non dipende dalla scelta effettuata.

Si definisce efficienza dello scambiatore la relazione:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{C_{\min} (T_{\text{Cin}} - T_{\text{Fin}})}$$

dove  $C_{\min}$  è la capacità termica di portata inferiore.

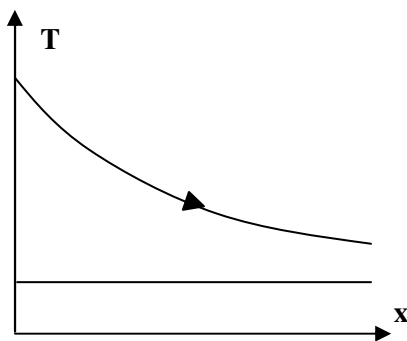
## 11.2 ESERCIZI SVOLTI

### ESERCIZIO 1: *(Bagno termostatico)*

Un serpentino percorso da acqua è immerso in un bagno a temperatura costante  $T_b = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Sono note le temperature di ingresso  $T_1 = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$  e di uscita  $T_2 = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$  dell'acqua, la portata in massa dell'acqua  $\dot{m} = 500\text{ kg/h}$ , il coefficiente globale di scambio termico  $U = 20\text{ W/m}^2\text{K}$ . Si deve determinare la potenza termica scambiata e la superficie di scambio dello scambiatore.

**Soluzione**

A. Non è richiesta una schematizzazione del problema. E' invece riportata la distribuzione di temperatura lungo il sistema.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$\dot{m} = 500\text{ kg/h} = 0.1389\text{ kg/s}$$

$$T_1 = 80\text{ }^{\circ}\text{C} = 353.15\text{ K}$$

$$T_2 = 50\text{ }^{\circ}\text{C} = 323.15\text{ K}$$

$$T_b = 20\text{ }^{\circ}\text{C} = 293.15\text{ K}$$

$$U = 20\text{ W/m}^2\text{K}$$

C. Il problema richiede l'applicazione della relazione per determinare la potenza termica scambiata in uno scambiatore e l'equazione di bilancio energetico.

D. Il fluido di lavoro è acqua in fase liquida con calore specifico  $c_L = 4.18\text{ kJ/kgK}$ .

E. Nello scambiatore uno dei due fluidi mantiene una temperatura costante.

L'applicazione della equazione di bilancio energetico al sistema costituito dalla serpentina in cui scorre l'acqua consente di determinare la potenza termica ceduta dall'acqua:

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p (T_1 - T_2) \qquad \dot{Q} = 0.1389 \cdot 4.18 \cdot (80 - 50)\text{ kW} = 17.42\text{ kW}$$

Avendo posto  $\Delta T_u$  e  $\Delta T_i$  rispettivamente il salto termico nella sezione di uscita e nella sezione di ingresso dello scambiatore, la relazione che lega la potenza termica scambiata con la superficie dello scambiatore è:

$$\dot{Q} = U S \Delta T_m$$
$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}} \qquad \Delta T_u = (50 - 20)^\circ\text{C} = 30^\circ\text{C} \qquad \Delta T_i = (80 - 20)^\circ\text{C} = 60^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_m = \frac{(60 - 30)}{\ln \frac{60}{30}}^\circ\text{C} = 43.28^\circ\text{C}$$

da cui si ricava:

$$S = \frac{\dot{Q}}{U \Delta T_m} \qquad S = \frac{17440}{20 \cdot 43.28} \text{ m}^2 = 20.148 \text{ m}^2$$

**ESERCIZIO 2:** (*Scambiatore di calore in controcorrente*)

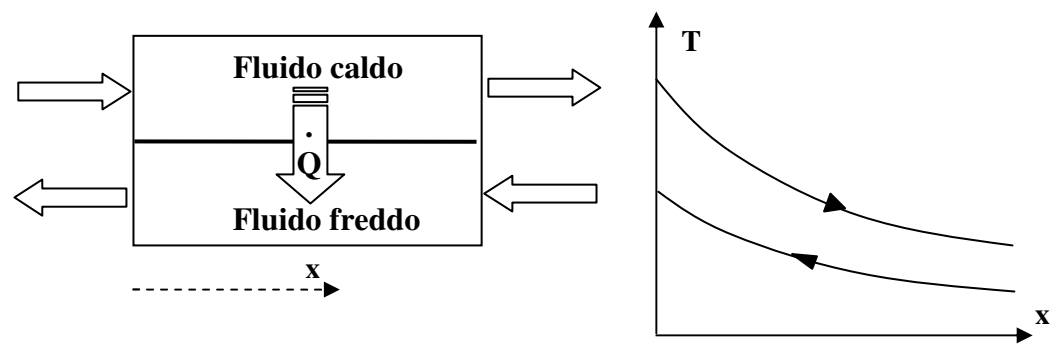
In uno scambiatore di calore in controcorrente viene raffreddato dell’olio caldo dalla temperatura di  $T_{1c}= 193^\circ\text{C}$  alla temperatura  $T_{2c}= 65^\circ\text{C}$ , utilizzando quale liquido refrigerante dell’olio più freddo. La portata in massa della corrente calda è pari a  $\dot{m}_C=0.63 \text{ kg/s}$  mentre quella della corrente fredda è di  $\dot{m}_F=1 \text{ kg/s}$ . Inoltre la temperatura della corrente fredda all’uscita dello scambiatore è pari a  $T_{2f}= 149^\circ\text{C}$ .

Si assuma che lo scambiatore operi stazionariamente, che l’olio si comporti come un liquido ideale caratterizzato da valori medi del calore specifico pari  $c_{pc}= 2.09 \text{ kJ/kgK}$  per la corrente calda e  $c_{pf}= 1.67 \text{ KJ/kgK}$  per quella fredda e che il coefficiente di scambio termico globale sia  $U= 700 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Calcolare la superficie di scambio del dispositivo e l’efficienza dello scambiatore.

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico può essere schematizzato come in figura.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$\begin{aligned}T_{1c} &= 193\text{ }^{\circ}\text{C} = 466.15\text{ K} \\T_{2c} &= 65\text{ }^{\circ}\text{C} = 438.15\text{ K} \\\dot{m}_C &= 0.63\text{ kg/s} \\\dot{m}_F &= 1\text{ kg/s} \\T_{2f} &= 149\text{ }^{\circ}\text{C} = 422.15\text{ K} \\c_{pc} &= 2.09\text{ kJ/kgK} = 2090\text{ J/kgK} \\c_{pf} &= 1.67\text{ KJ/kgK} = 1670\text{ J/kgK} \\U &= 700\text{ W/m}^2\text{K}\end{aligned}$$

C. Il problema richiede l'applicazione della relazione per determinare la potenza termica scambiata in uno scambiatore e l'equazione di bilancio energetico.

D. I fluidi di lavoro sono in fase liquida ed hanno proprietà termofisiche note.

E. E' uno scambiatore in controcorrente.

La temperatura d'ingresso  $T_{1f}$  dell'olio freddo nello scambiatore si calcola dal bilancio energetico, che con le ipotesi che si adottano nello studio degli scambiatori di calore, è:

$$\begin{aligned}\dot{m}_c c_{pc} (T_{2c} - T_{1c}) + \dot{m}_f c_{pf} (T_{2f} - T_{1f}) &= 0 \\T_{1f} = T_{2f} + \frac{\dot{m}_c c_{pc}}{\dot{m}_f c_{pf}} (T_{2c} - T_{1c}) \qquad T_{1f} &= 149\text{ }^{\circ}\text{C} + \frac{0.63 \cdot 2.09}{1 \cdot 1.67} (65 - 193)^{\circ}\text{C} = 48\text{ }^{\circ}\text{C}\end{aligned}$$

La superficie di scambio termico è data dalla relazione:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= KS\Delta T_m \\\Delta T_m &= \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}}\end{aligned}$$

La potenza termica scambiata può essere determinata con l'equazione di bilancio su uno qualsiasi dei due fluidi:

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc} (T_{2c} - T_{1c}) \qquad \dot{Q} = 0.63 \cdot 2090 \cdot (65 - 193)\text{ W} = -168.54\text{ kW}$$

Il segno negativo vuol significare che è uscente per il sottosistema analizzato.

Le differenze di temperatura presenti nel salto medio logaritmico, avendo arbitrariamente individuato come sezione di uscita quella in  $x=0$  (uscita del lato freddo), sono:

$$\begin{aligned}\Delta T_u &= T_{1c} - T_{2f} \qquad \Delta T_u = 193\text{ }^{\circ}\text{C} - 149\text{ }^{\circ}\text{C} = 44\text{ }^{\circ}\text{C} \\\Delta T_i &= T_{2c} - T_{1f} \qquad \Delta T_i = 65\text{ }^{\circ}\text{C} - 48\text{ }^{\circ}\text{C} = 17\text{ }^{\circ}\text{C} \\\Delta T_m &= \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}} \qquad \Delta T_m = \frac{(44 - 17)}{\ln \frac{44}{17}}\text{ }^{\circ}\text{C} = 28.4\text{ }^{\circ}\text{C}\end{aligned}$$

da cui si ricava:

$$S = \frac{\dot{Q}}{U \Delta T_m} \qquad S = \frac{168540}{700 \cdot 28.4} \text{ m}^2 = 8.48 \text{ m}^2$$

L’efficienza è definita come:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{C_{\min} (T_{\text{Cin}} - T_{\text{Fin}})}$$

Le capacità termiche di portata dei due fluidi sono:

$$C_c = \dot{m}_c c_{pc} \qquad C_c = 0.63 \cdot 2.09 \text{ kW / K} = 1.3167 \text{ kW / K}$$

$$C_F = \dot{m}_F c_{pF} \qquad C_F = 1 \cdot 1.67 \text{ kW / K} = 1.67 \text{ kW / K}$$

L’efficienza è infine:

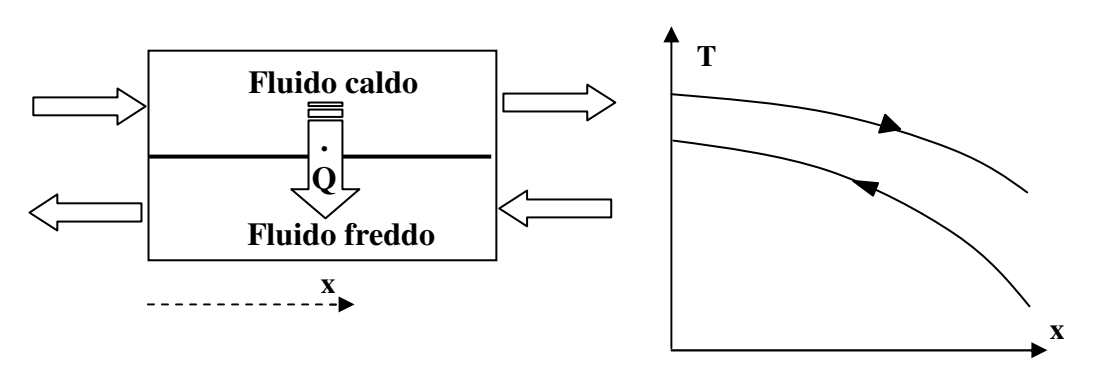
$$\varepsilon = \frac{168.54}{1.3167(193 - 48)} = 0.883$$

**ESERCIZIO 3:** (*Scambiatore di calore in controcorrente*)

In uno scambiatore in controcorrente una portata  $\dot{m}_F = 0.1 \text{ kg/s}$  di acqua viene scaldata da  $T_1 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $T_2 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$  da un flusso di olio che entra nello scambiatore con temperatura  $T_3 = 105 \text{ }^\circ\text{C}$  ed esce a temperatura  $T_4 = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ . Il coefficiente globale di scambio è  $U = 300 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Calcolare la superficie di scambio dello scambiatore.

**Soluzione**

A. Il sistema termodinamico può essere schematizzato come in figura.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$\dot{m}_F = 0.1 \text{ kg/s}$$

$$T_1 = 40 \text{ }^\circ\text{C} = 313.15 \text{ K}$$

$$T_2 = 80 \text{ }^\circ\text{C} = 353.15 \text{ K}$$

$$T_3 = 105 \text{ }^\circ\text{C} = 378.15 \text{ K}$$

$$T_4 = 70 \text{ }^\circ\text{C} = 343.15 \text{ K}$$

$$U = 300 \text{ W/m}^2\text{K}$$



- C. Il problema richiede l'applicazione della relazione per determinare la potenza termica scambiata in uno scambiatore e l'equazione di bilancio energetico.
- D. I fluidi di lavoro sono in fase liquida ed hanno proprietà termofisiche note. In particolare l'acqua ha un calore specifico  $c_L = 4.18 \text{ kJ/kgK}$ .
- E. E' uno scambiatore in controcorrente.

La potenza termica assorbita dall'acqua durante il riscaldamento è

$$\dot{Q} = \dot{m}_F c_L (T_2 - T_1) \qquad \dot{Q} = 0.1 \cdot 4180 \cdot (80 - 40) \text{W} = 16720 \text{ W}$$

La superficie di scambio è data dalla relazione:

$$\dot{Q} = U S \Delta T_m$$

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}}$$

Le differenze di temperatura presenti nel salto medio logaritmico, avendo assunto arbitrariamente come sezione di ingresso la sezione in  $x=0$ , sono:

$$\begin{aligned} \Delta T_u &= T_4 - T_1 & \Delta T_u &= 70 \text{ }^\circ\text{C} - 40 \text{ }^\circ\text{C} = 30 \text{ }^\circ\text{C} \\ \Delta T_i &= T_3 - T_2 & \Delta T_i &= 105 \text{ }^\circ\text{C} - 80 \text{ }^\circ\text{C} = 25 \text{ }^\circ\text{C} \\ \Delta T_m &= \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}} & \Delta T_m &= \frac{(30 - 25)}{\ln \frac{30}{25}} \text{ }^\circ\text{C} = 27.424 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

da cui si ricava:

$$S = \frac{\dot{Q}}{U \Delta T_m} \qquad S = \frac{16744}{300 \cdot 27.424} \text{m}^2 = 2.0352 \text{ m}^2$$

**ESERCIZIO 4:** (*Scambiatore di calore con  $T$  parete costante*)

Dell'acqua fluisce con una portata di massa  $\dot{m}_F = 2 \text{ kg/s}$  in un condotto di diametro interno  $D = 40 \text{ mm}$  e viene riscaldata da  $T_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $T_2 = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ , mantenendo la superficie del tubo alla temperatura uniforme di  $T_w = 90 \text{ }^\circ\text{C}$ .  
 Nell'ipotesi che il moto dell'acqua sia pienamente sviluppato attraverso l'intero tubo, determinare la potenza termica ceduta all'acqua e la lunghezza del tubo.  
 Per determinare il coefficiente convettivo tra parete del condotto e fluido dovrà adottarsi l'opportuna correlazione:

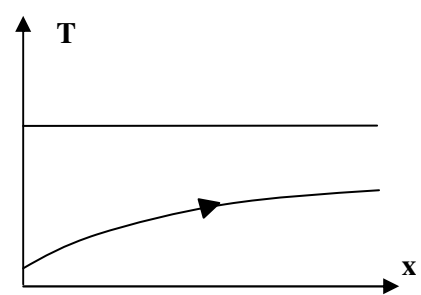
$$\begin{aligned} \text{Nu} &= 3.66 && \text{regime laminare} \\ \text{Nu} &= 0.023 \text{ Re}^{0.8} \text{ Pr}^{0.33} && \text{regime turbolento} \end{aligned}$$

Sono note le proprietà termofisiche dell'acqua:

$$\begin{aligned} \rho &= 995 \text{ kg/m}^3 && k = 0.64 \text{ W/mK} \\ \mu &= 0.9 \text{ cP} && c_L = 4.19 \text{ kJ/kgK} \end{aligned}$$

**Soluzione**

A. Non è richiesta una schematizzazione del problema. E' invece riportata la distribuzione di temperatura lungo il sistema.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$\dot{m}_F = 2 \text{ kg/s}$   
 $D = 40 \text{ mm} = 0.04 \text{ m}$   
 $T_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C} = 298.15 \text{ K}$   
 $T_2 = 70 \text{ }^\circ\text{C} = 343.15 \text{ K}$   
 $T_w = 90 \text{ }^\circ\text{C} = 363.15 \text{ K}$   
 $\rho = 995 \text{ kg/m}^3$   
 $k = 0.64 \text{ W/mK}$   
 $\mu = 0.9 \text{ cP} = 0.0009 \text{ Ns/m}^2$   
 $c_L = 4.19 \text{ kJ/kgK} = 4190 \text{ J/kgK}$

C. Il problema richiede l'applicazione della relazione per determinare la potenza termica scambiata in uno scambiatore e l'equazione di bilancio energetico.

D. Il fluido di lavoro è acqua in fase liquida le cui proprietà termofisiche sono note.

E. Nello scambiatore la superficie del condotto è a temperatura costante mentre il coefficiente convettivo interno viene valutato con una correlazione.

La potenza termica scambiata è:

$\dot{Q} = \dot{m}_F c_L (T_2 - T_1) \qquad \dot{Q} = 2 \cdot 4190 \cdot (70 - 25) \text{ W} = 377.1 \text{ kW}$

Il tipo di moto (laminare o turbolento) può essere identificato mediante la valutazione del numero di Reynolds:

$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \qquad Re = \frac{4 \dot{m}}{\pi D \mu} \qquad Re = \frac{4 \cdot 2}{\pi \cdot 0.04 \cdot 0.0009} = 70735$

Il moto è pertanto turbolento. Il coefficiente convettivo h è calcolabile con l'opportuna correlazione valida in regime turbolento.

Il numero di Prandlt è pari a:

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} \quad \text{Pr} = \frac{4190 \cdot 0.0009}{0.64} = 5.89$$

Il numero di Nusselt e il coefficiente convettivo sono:

$$\text{Nu} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.33} \quad \text{Nu} = 0.023 \cdot 70735^{0.8} \cdot 5.89^{0.33} = 313$$

$$h = \frac{\text{Nu} \cdot k}{L} \quad h = \frac{313 \cdot 0.64}{0.04} \text{ W / m}^2 \text{ K} = 5008 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

La lunghezza L del tubo si ricava dall'espressione valida per gli scambiatori di calore:

$$\dot{Q} = h \cdot \pi D L \cdot \Delta T_m$$

con

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} \quad \Delta T_m = \frac{(90 - 25) - (90 - 70)}{\ln \frac{65}{20}} \text{ }^\circ\text{C} = 38.18 \text{ }^\circ\text{C}$$

per cui si ricava la lunghezza del condotto:

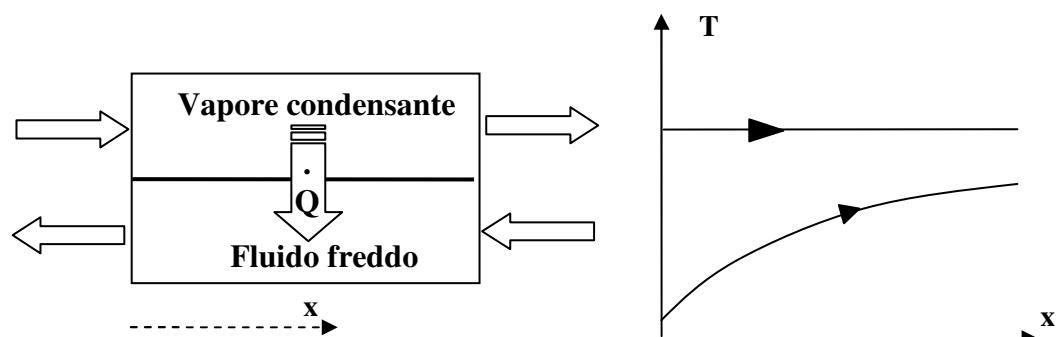
$$L = \frac{\dot{Q}}{h \pi D \Delta T_m} \quad L = \frac{377100}{5008 \cdot \pi \cdot 0.04 \cdot 38.18} \text{ m} = 15.7 \text{ m}$$

### ESERCIZIO 5: (*Condensatore impianto a ciclo Rankine*)

In un condensatore a fascio tubiero di un impianto termoelettrico a ciclo Rankine, entra vapore d'acqua avente titolo  $x = 0.9$  e pressione  $P = 0.05$  bar. La condensazione avviene isobaricamente fino a liquido saturo in uno scambiatore di calore in cui l'acqua prelevata da un fiume entra alla temperatura  $T_3 = 14$  °C ed esce ad una temperatura massima  $T_4 = 18$  °C. Nell'ipotesi che la condensazione del vapore sia completa ed avvenga a pressione costante, che il condensatore operi stazionariamente, che il coefficiente di scambio termico globale tra il vapore e l'acqua di raffreddamento è pari a  $U = 1000$  W/m<sup>2</sup>K, che l'acqua di raffreddamento si comporti come un liquido ideale con calore specifico  $c_L = 4186$  J/kgK e che siano trascurabili le perdite di carico, determinare, riferiti ad una portata unitaria di vapore, la portata di acqua di raffreddamento, la superficie di scambio del condensatore e la produzione di entropia per irreversibilità.

#### Soluzione

A. Non è richiesta una schematizzazione del problema. E' invece riportata la distribuzione di temperatura lungo il sistema. Si noti che durante la condensazione del vapore d'acqua la sua temperatura rimane costante. Osservando la distribuzione di temperatura di intuisce come la disposizione in equicorrente o in controcorrente sia, in questo caso indifferente.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$P = 0.05 \text{ bar} = 5000 \text{ Pa}$$

$$T_3 = 14 \text{ }^\circ\text{C} = 287.15 \text{ K}$$

$$T_4 = 18 \text{ }^\circ\text{C} = 291.15 \text{ K}$$

$$U = 1000 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$c_L = 4186 \text{ J/kgK}$$

C. Il problema richiede l'applicazione della relazione per determinare la potenza termica scambiata in uno scambiatore e l'equazione di bilancio energetico.

D. Il fluido di lavoro lato freddo è acqua in fase liquida le cui proprietà termofisiche sono note mentre sul lato caldo si ha vapore umido.

E. Nello scambiatore il vapore condensa. Per determinare le proprietà termofisiche del vapore d'acqua occorre utilizzare le tabelle termodinamiche del vapore.

Alla pressione di  $P = 0.05 \text{ bar}$  la temperatura di condensazione è pari a  $32.9 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Le proprietà termofisiche dell'acqua in condizioni di saturazione alla pressione di condensazione sono reperibili sulle tabelle del vapore d'acqua.

$$h_{ls} = 137.8 \text{ kJ/kg}$$

$$s_{ls} = 0.4763 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{vs} = 2561.6 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{vs} = 8.396 \text{ kJ/kg}$$

Applicando il bilancio energetico per i sistemi aperti al condensatore illustrato in figura, con l'ipotesi di dispositivo adiabatico, si ottiene:

$$\dot{m}_v(h_1 - h_2) + \dot{m}_{\text{acqua}}(h_3 - h_4) = 0$$

Per il lato vapore le entalpie specifiche nelle sezioni di ingresso e di uscita sono:

$$h_1 = (1 - x)h_{ls} + xh_{vs} \quad h_1 = (1 - 0.9)137.8 \text{ kJ/kg} + 0.9 \cdot 2561.6 \text{ kJ/kg} = 2319.2 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = h_{ls}$$

$$h_2 = 137.8 \text{ kJ/kg}$$

Per il lato acqua si adotta l'ipotesi di modello di liquido incomprimibile perfetto, si trascurano le perdite di carico e si ottiene:

$$(h_3 - h_4) = c_L(T_3 - T_4)$$

$$(h_3 - h_4) = 4186 \cdot (14 - 18) \text{ J/kg} = -16.75 \text{ kJ/kg}$$

Dall’equazione di bilancio energetico si ricava:

$$\frac{\dot{m}_{\text{acqua}}}{\dot{m}_v} = -\frac{(h_1 - h_2)}{(h_3 - h_4)} \qquad \frac{\dot{m}_{\text{acqua}}}{\dot{m}_v} = -\frac{(2319.2 - 137.8)}{-16.75} = 130.22$$

Per determinare il calore scambiato per unità di portata in massa di vapore è necessario eseguire il bilancio per il solo lato vapore si hanno le due relazioni.

$$\dot{m}_v (h_1 - h_2) + \dot{Q} = 0 \qquad \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_v} = h_2 - h_1$$

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_v} = 137.8 \text{ kJ / kgK} - 2319.2 \text{ kJ / kgK} = -2181.4 \text{ kJ / kgK}$$

Il termine è negativo essendo calore uscente per il sottosistema analizzato.

La superficie di scambio del condensatore si determina con la relazione:

$$\dot{Q} = US \cdot \Delta T_m$$

In questa relazione la potenza termica scambiata è pari al valore assoluto del calore scambiato per unità di portata in massa di vapore.

La differenza media logaritmica di temperatura è pari a:

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}} \qquad \Delta T_m = \frac{(32.9 - 18) - (32.9 - 14)}{\ln \frac{(32.9 - 18)}{(32.9 - 14)}} \text{ °C} = 16.82 \text{ °C}$$

si ricava pertanto la superficie di scambio per unità di portata di vapore:

$$\frac{S}{\dot{m}_v} = \frac{2181400}{1000 \cdot 16.82} \text{ m}^2 \text{ s / kg} = 129.7 \text{ m}^2 \text{ s / kg}$$

Il bilancio entropico per questo sistema, con le ipotesi fatte, è:

$$\dot{m}_v (s_1 - s_2) + \dot{m}_{\text{acqua}} (s_3 - s_4) + \dot{S}_{\text{irr}} = 0$$

E dividendo per la portata di vapore si ottiene l’entropia specifica prodotta per irreversibilità.

$$\frac{\dot{S}_{\text{irr}}}{\dot{m}_v} = -(s_1 - s_2) - \frac{\dot{m}_{\text{acqua}}}{\dot{m}_v} (s_3 - s_4)$$

Per il lato vapore le entropie specifiche nelle sezioni di ingresso e di uscita sono:

$$s_1 = (1 - x)s_{\text{ls}} + xs_{\text{vs}} \qquad s_1 = (1 - 0.9)0.4763 \text{ kJ / kgK} + 0.9 \cdot 8.396 \text{ kJ / kgK} = 7.604 \text{ kJ / kgK}$$

$$s_2 = s_{\text{ls}} \qquad s_2 = 0.4763 \text{ kJ / kgK}$$

Con una variazione di entropia specifica tra ingresso ed uscita pari a:

$$(s_1 - s_2) = 7.604 \text{ J / kgK} - 0.4763 \text{ J / kgK} = 7.1277 \text{ kJ / kgK}$$

Per il lato acqua si adotta l’ipotesi di modello di liquido incomprimibile perfetto e si ottiene:

$$(s_3 - s_4) = c_L \ln \frac{T_3}{T_4} \qquad (s_3 - s_4) = 4186 \ln \frac{287.15}{291.15} \text{ J / kgK} = -0.0579 \text{ kJ / kgK}$$

L’entropia specifica dovuta all’irreversibilità dello scambio termico è:

$$\frac{\dot{S}_{\text{irr}}}{\dot{m}_v} = -7.1277 \text{ kJ / kgK} - 130.22 \cdot (-0.0579) \text{ kJ / kgK} = 0.412 \text{ kJ / kgK}$$

## 11.3 RACCOLTA DI ESERCIZI NON RISOLTI

### ESERCIZIO 11.1

In un condensatore di un impianto a ciclo Rankine si ha la condensazione del vapore alla temperatura di 30 °C. Come fluido di refrigerazione si preleva acqua da un lago alla temperatura di 14 °C che viene reimpressa in ambiente alla temperatura di 22 °C. La superficie di scambio termico del condensatore è pari a 45 m<sup>2</sup> mentre il coefficiente globale di scambio termico è 2100 W/m<sup>2</sup>K. Determinare la potenza termica del condensatore e la portata in massa dell'acqua di raffreddamento ( $c_L=4.19$  kJ/kgK).

[1086.75 kW, 32.42 kg/s]

### ESERCIZIO 11.2

Uno scambiatore di calore in controcorrente viene utilizzato per riscaldare una portata volumica di 4.32 m<sup>3</sup>/h di acqua ( $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_L=4.18$  kJ/kgK) da 20 °C a 80 °C. Per il riscaldamento si utilizza energia geotermica disponibile come portata di acqua di 2 kg/s alla temperatura di 160 °C ( $c_G=4.31$  kJ/kgK). Il coefficiente globale di scambio termico del dispositivo è pari a 640 W/m<sup>2</sup>K. Determinare la superficie di scambio del dispositivo.

[5.11 m<sup>2</sup>]

### ESERCIZIO 11.3

In uno scambiatore di calore, che opera in regime stazionario, entrano una portata di olio  $\dot{m}_o=2$  kg/s ( $c_o=1.8$  kJ/kg·K), temperatura all'ingresso  $T_{io}=80$  °C e temperatura all'uscita  $T_{uo}=30$  °C, e una portata di acqua liquida  $\dot{m}_a=10$  kg/s ( $c_a=4186$  J/kgK) e temperatura all'ingresso  $T_{ia}=20$  °C. Determinare la temperatura  $T_{ua}$  dell'acqua in uscita, sapendo che lo scambiatore disperde verso l'ambiente esterno una potenza termica di 30 kW.

[23.58 °C]

### ESERCIZIO 11.4

In uno scambiatore di calore una portata  $\dot{m}_f=12$  kg/min di acqua viene riscaldata dalla temperatura  $T_{fi}=10$  °C alla temperatura  $T_{fu}=60$  °C. Come fluido caldo si utilizza olio diatermico che ha una temperatura  $T_{ci}=90$  °C ed una temperatura in uscita  $T_{cu}=70$  °C. Sapendo che il coefficiente globale di scambio termico è  $U=1000$  W/m<sup>2</sup>K e conoscendo le proprietà termofisiche dei fluidi (acqua:  $c_a=4.1$  kJ/kgK; olio diatermico:  $c_{oil}=2$  kJ/kgK) si chiede di valutare la potenza termica scambiata e la portata di olio. Determinare inoltre le superfici di scambio dello scambiatore nell'ipotesi che sia in equicorrente o in controcorrente.

[41 kW, 1.025 kg/s, 1.218m<sup>2</sup>, 0.94736m<sup>2</sup>]



12.1 TRASMISSIONE DEL CALORE: IRRAGGIAMENTO

12.1.1 Generalità

Lo scambio termico per irraggiamento è basato su alcune leggi elementari. Nell’ipotesi di trattare superfici grigie la legge base è rappresentata dalla legge di Stefan-Boltzmann per un corpo nero. Secondo Stefan e Boltzmann il potere emissivo emisferico integrale del corpo nero è proporzionale alla quarta potenza della sua temperatura assoluta:

$E^n = \sigma_o T^4$

in cui  $\sigma_o = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$  è la costante di Stefan-Boltzmann.

La seconda legge dell’irraggiamento è la legge di Wien:

$\lambda_{max} T = 2897.8 \mu\text{mK}$

che esprime il legame tra la lunghezza d’onda a cui la radiazione del corpo nero è massima e la sua temperatura.

La frazione di energia emessa da un corpo nero in un intervallo di lunghezze d’onda è una funzione del prodotto  $\lambda T$ . Questo risultato è normalmente riportato in tabella.

$\lambda T$ ( $\mu\text{mK}$ )	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$	$\lambda T$ ( $\mu\text{mK}$ )	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$	$\lambda T$ ( $\mu\text{mK}$ )	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$
200	0.000000	4107	0.500000	11000	0.931890
400	0.000000	4500	0.564280	12000	0.945098
600	0.000000	5000	0.633747	15000	0.969981
800	0.000016	5500	0.690715	20000	0.980859
1000	0.000321	6000	0.737818	30000	0.994329
2000	0.066728	6500	0.776216	40000	0.997607
2500	0.161155	7000	0.808109	50000	0.998775
3000	0.273232	8000	0.856288	75000	0.999637
3500	0.382870	9000	0.890029	100000	0.999847
4000	0.480877	10000	0.914199		

Per determinare la potenza termica scambiata tra due corpi grigi si utilizza la relazione:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma_o (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \alpha_2}{\alpha_2 A_2}}$$



## 12.1 ESERCIZI SVOLTI

### ESERCIZIO 1: (Convezione e irraggiamento in regime stazionario)

Un cilindro avente lunghezza di 30 cm e diametro di 20 cm è sede di generazione di potenza uniformemente distribuita  $\sigma$  e la misura della sua temperatura superficiale indica 50 °C.

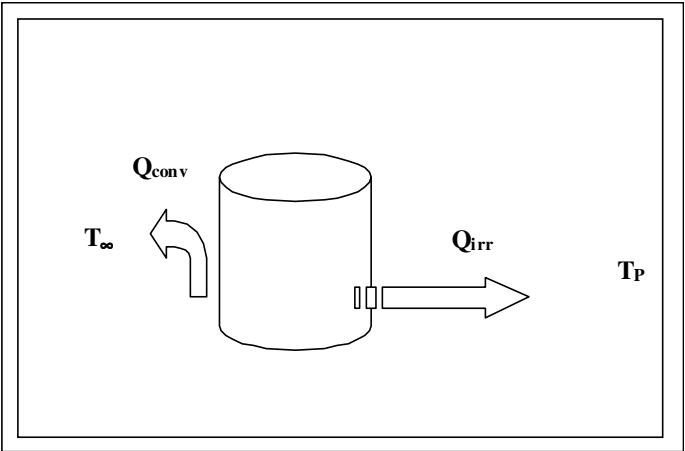
Il cilindro, che è schematizzabile come un corpo grigio con coefficiente di emissione pari a 0.7, è posto all'interno di un vasto locale le cui pareti sono alla temperatura di 0 °C ed è lambito da aria alla temperatura di 20 °C mentre le superfici di base del cilindro sono adiabatiche.

Sono noti inoltre la conduttività termica del materiale con cui è realizzato il cilindro ( $k= 0.5$  W/mK) e il coefficiente di scambio convettivo tra la superficie del cilindro e l'aria circostante pari a 15 W/m<sup>2</sup>K.

Si chiede di determinare la potenza termica  $\sigma$  uniformemente generata e la temperatura massima ( $T_{\max}$ ) all'interno del cilindro in condizioni stazionarie.

#### Soluzione

A. Il sistema è costituito da un cilindro che scambia potenza termica per convezione e irraggiamento con l'ambiente.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$H= 30\text{ cm}= 0.3\text{ m}$

$D= 20\text{ cm}= 0.2\text{ m}$

$T_s= 50\text{ °C}= 323.15\text{ K}$

$T_p= 0\text{ °C}= 273.15\text{ K}$

$T_{\infty}= 20\text{ °C}= 293.15\text{ K}$

$k= 0.5\text{ W/mK}$

$h= 15\text{ W/m}^2\text{K}.$

C. Il cilindro è posto all'interno dell'ambiente e deve essere utilizzata una equazione di bilancio energetico integrale in condizioni di regime stazionario. E' necessario anche analizzare la distribuzione di temperatura nel cilindro integrando l'equazione generale della conduzione in sistemi a simmetria cilindrica e sede di generazione interna.

D. Le superficie sono assimilate a corpi grigi con emissività nota.

E. Per la determinazione della distribuzione di temperatura nel cilindro, essendo le due superfici di base adiabatiche, il sistema è schematizzabile come un cilindro indefinito. Il cilindro è inoltre contenuto all'interno di un vasto locale per cui il fattore di vista tra la superficie del cilindro e le pareti del locale è unitario.

In condizioni di stazionarietà la potenza termica generata viene ceduta all'esterno con meccanismo convettivo e radiante. La potenza termica generata all'interno del volume è funzione, oltre che della geometria del sistema, della potenza termica per unità di volume  $\sigma$ :

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \sigma V & \dot{Q} &= \sigma \cdot \pi R^2 L \\ \dot{Q} &= 2\pi RL \cdot h(T_s - T_\infty) + \varepsilon \sigma_o \cdot 2\pi RL(T_s^4 - T_p^4) \\ \text{da cui è possibile determinare:} \\ \sigma &= \frac{2h(T_s - T_\infty) + 2\varepsilon \sigma_o(T_s^4 - T_p^4)}{R} \\ \sigma &= \frac{2 \cdot 15(323.15 - 293.15) + 2 \cdot 0.7 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} (323.15^4 - 273.15^4)}{0.1} \text{ W/m}^3 = 13237 \text{ W/m}^3 \end{aligned}$$

Per determinare la temperatura massima raggiunta nel cilindro è necessario integrare l'equazione di Fourier con generazione interna in coordinate cilindriche:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) &= -\frac{\sigma}{r} \\ \frac{dT}{dr} &= -\frac{\sigma r}{2k} + \frac{A}{r} \\ T &= -\frac{\sigma r^2}{4k} + A \ln r + B \end{aligned}$$

le condizioni al contorno sono

$$\begin{cases} r = 0 \\ \frac{dT}{dr} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} r = R \\ T = T_s \end{cases}$$

da cui si ricavano le costanti di integrazione:

$$A = 0$$

$$B = T_s + \frac{\sigma R^2}{4k}$$

La temperatura massima raggiunta nel cilindro si ha sull'asse (r= 0) ed è pari a:

$$T_{\max} = \frac{\sigma R^2}{4k} + T_s \qquad T_{\max} = \frac{13237 \cdot 0.1^2}{4 \cdot 0.5} \text{ }^{\circ}\text{C} + 50 \text{ }^{\circ}\text{C} = 116.18 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

**ESERCIZIO 2:** *(Convezione e irraggiamento in regime stazionario)*

Una termocoppia è inserita in un condotto per misurare la temperatura di una corrente di aria calda che in esso fluisce con la velocità di 30 m/s.

La termocoppia ha forma sferica con diametro pari a 2 cm ed ha una superficie assimilabile ad un corpo grigio con coefficiente di emissione pari a 0.6. La temperatura raggiunta dalla termocoppia in condizioni stazionarie è pari a 320 °C mentre la temperatura della superficie interna del condotto è di 175 °C.

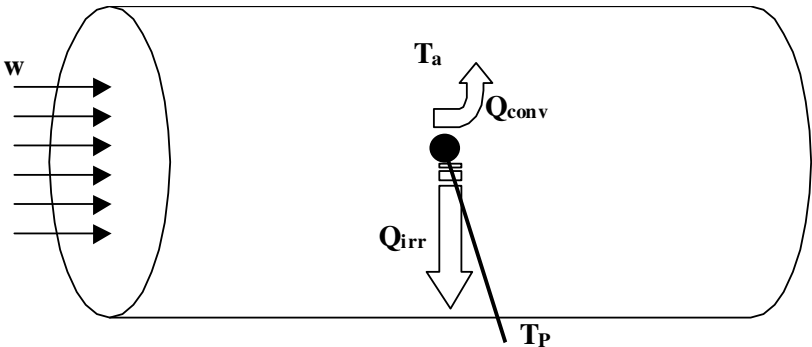
E' noto il coefficiente di scambio convettivo tra la sonda e l'aria (h= 163 W/m²K).

Calcolare la temperatura effettiva del gas caldo e dimostrare, a posteriori, che il termine di innalzamento della temperatura, dovuto al ristagno del gas (nell'ipotesi di processo di ristagno isoentropico), è trascurabile.

(Si consideri l'aria gas perfetto biatomico di massa molare 29 kg/kmole).

**Soluzione**

A. Il sistema è costituito da un corpo sferico che scambia potenza termica per convezione e irraggiamento con un gas che fluisce all'interno di un condotto cilindrico.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

- D = 20 m= 0.02 m
- w = 30 m/s.
- ε = 0.6
- T<sub>t</sub> = 320 °C= 593.15 K
- T<sub>C</sub> = 175 °C= 448.15 K
- h = 163 W/m²K

C. La sonda è posta all'interno del condotto e per la soluzione del problema è necessario applicare una equazione di bilancio energetico in condizioni di regime stazionario.

D. L’aria è ipotizzata essere un gas perfetto con massa molare  $M_m= 29 \text{ kg/kmole}$ .

E. La sonda è posta all’interno del condotto e, di norma, la sua dimensione è trascurabile rispetto alle dimensioni del condotto stesso per cui il fattore di vista tra la superficie del cilindro e le pareti del locale è unitario.

L’equazione di bilancio energetico in condizioni di stazionarietà permette di scrivere:

$$hS(T_t - T_a) + \epsilon S \sigma_o (T_t^4 - T_C^4) = 0$$

da cui si ricava:

$$T_a = T_t + \frac{\epsilon \sigma_o}{h} (T_t^4 - T_C^4)$$

$$T_a = 593.15 \text{ K} + \frac{0.6 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8}}{163} (593.15^4 - 448.15^4) \text{ K} = 610.57 \text{ K} = 337.42 \text{ }^\circ\text{C}$$

L’incremento di temperatura  $\Delta T$  per ristagno si ottiene applicando il bilancio energetico per un filetto fluido che impatta la sonda tra un punto sufficientemente lontano la sonda e nel suo punto di ristagno anteriore (in cui per definizione  $w_{rist} = 0$ ):

$$\dot{m} \left( h_i + \frac{w_i^2}{2} \right) - \left( h_{rist} + \frac{w_{rist}^2}{2} \right) = 0 \qquad c_p (T_i - T_{rist}) + \frac{w_i^2}{2} = 0$$

$$(T_{rist} - T_i) = \frac{w_i^2}{2c_p} \qquad (T_i - T_{rist}) = \frac{30^2}{2 \cdot \frac{7}{2} \frac{8314}{29}} \text{ K} = 0.45 \text{ K}$$

e pertanto è trascurabile se confrontato con le differenze finite di temperatura nel sistema che sono dell’ordine della decina di gradi centigradi.

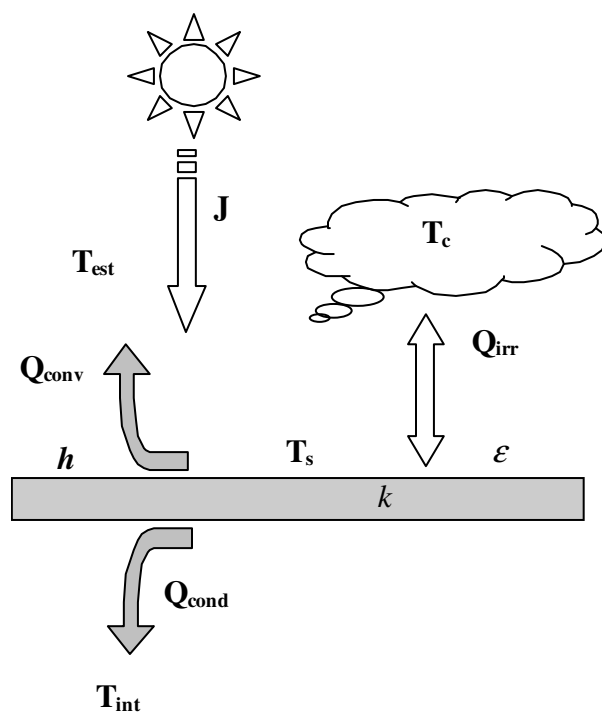
**ESERCIZIO 3:** (*Convezione e irraggiamento in regime stazionario*)

La soletta di un terrazzo, realizzata con un materiale con conduttività termica  $k = 0.8 \text{ W/mK}$ , ha uno spessore di 30 cm e separa l’esterno da un ambiente sottostante a temperatura costante di  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . In estate è investita ortogonalmente da una radiazione solare di  $700 \text{ W/m}^2$ . La superficie della soletta ha coefficiente di assorbimento  $a = 0.9$ . L’ambiente esterno ha una temperatura di  $28 \text{ }^\circ\text{C}$  ed è presente uno scambio convettivo con coefficiente di scambio pari a  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  mentre nel locale lo scambio convettivo con il soffitto è caratterizzato da un coefficiente di scambio convettivo di  $6 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Determinare la temperatura della superficie esterna della soletta in condizione di stazionarietà.

**Soluzione**

**A.** Il sistema è costituito da una parete orizzontale indefinita (soletta) che scambia potenza termica per convezione e irraggiamento e di cui si vuole determinare la temperatura superficiale in condizioni stazionarie.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$J = 700 \text{ W/m}^2$$

$$s = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$k = 0.8 \text{ W/mK}$$

$$a = 0.9$$

$$T_e = 28 \text{ }^\circ\text{C} = 301.15 \text{ K}$$

$$T_i = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$$

$$T_c = 250 \text{ K}$$

$$h_{\text{est}} = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$h_{\text{int}} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$$

C. La soletta, schematizzabile come una parete piana indefinita, separa due ambienti. Per determinare la temperatura di una sua superficie è necessario applicare l'equazione di bilancio energetico.

D. Lo scambio termico radiante si ha all'esterno del locale ed è costituito da un irraggiamento diretto e da uno scambio termico con il cielo la cui temperatura è stata assunta pari a 250 K. Ipotizzando la superficie esterna della soletta un corpo grigio ideale il coefficiente di emissione è pari al coefficiente di assorbimento (legge di Kirckoff)

Il bilancio energetico della soletta in condizioni di regime stazionario consente di affermare che è nulla la sua variazione di energia. Questo comporta che la potenza termica entrante

(energia radiante assorbita) sia pari alla potenza termica uscente (calore emesso per convezione ed irraggiamento verso l'esterno e per conduzione e convezione verso l'ambiente confinato). Nell'eseguire questo bilancio si trascura l'irraggiamento del soffitto verso le pareti dell'ambiente, essendo ragionevole supporre molto piccola la differenza tra la temperatura del soffitto e quella delle pareti.

$$\dot{Q}_{\text{sole}} = \dot{Q}_{\text{conv-est}} + \dot{Q}_{\text{irr-cielo}} + \dot{Q}_{\text{int}}$$

$$aJS = h_{\text{est}}S(T_S - T_e) + aS\sigma_o(T_S^4 - T_C^4) + \frac{(T_S - T_i)}{\frac{1}{h_{\text{int}}S} + \frac{L}{kS}}$$

da cui, risolvendo rispetto alla sola temperatura incognita T<sub>S</sub>, si ricava una equazione di quarto grado:

$$a\sigma_0T_S^4 + T_S\left(h_{\text{est}} + \frac{kh_{\text{int}}}{k + Lh_{\text{int}}}\right) - aJ - h_{\text{est}}T_e - a\sigma_0T_C^4 - T_i\frac{kh_{\text{int}}}{k + Lh_{\text{int}}} = 0$$

$$AT_s^4 + BT_s + C = 0$$

Con:

$$A = a\sigma_0 \qquad A = 0.9 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2\text{K}^4 = 5.103 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2\text{K}^4$$

$$B = \left(h_{\text{est}} + \frac{kh_{\text{int}}}{k + Lh_{\text{int}}}\right) \qquad B = \left(10 + \frac{0.8 \cdot 6}{0.8 + 0.3 \cdot 6}\right) \text{W / m}^2\text{K} = 11.846 \text{ W / m}^2\text{K}$$

$$C = \left(-aJ - h_{\text{est}}T_e - a\sigma_0T_C^4 - T_i\frac{kh_{\text{int}}}{k + Lh_{\text{int}}}\right)$$

$$C = \left(-0.9 \cdot 700 - 10 \cdot 301.15 - 0.9 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8}250^4 - 293.15\frac{0.8 \cdot 6}{0.8 + 0.3 \cdot 6}\right) \text{W / m}^2 = -4382 \text{ W / m}^2$$

questa equazione si risolve per tentativi ottenendo:

$$T_s = 323.15 \text{ K}] \cong 50 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

**ESERCIZIO 4:** *(Convezione naturale e irraggiamento in regime stazionario)*

La piastra piana di un collettore solare, alla sua temperatura di funzionamento, ha coefficiente di assorbimento selettivo pari a 0.95 ed un coefficiente di emissione pari a 0.1. In un certo istante della giornata viene rilevata una temperatura della superficie della piastra pari a 120 °C mentre la temperatura dell'aria che lambisce il collettore è 30 °C. La radiazione solare diretta corrisponde ad un flusso termico areico di 750 W/m<sup>2</sup>. Il coefficiente di scambio convettivo tra il collettore e l'ambiente esterno si determina con la relazione:

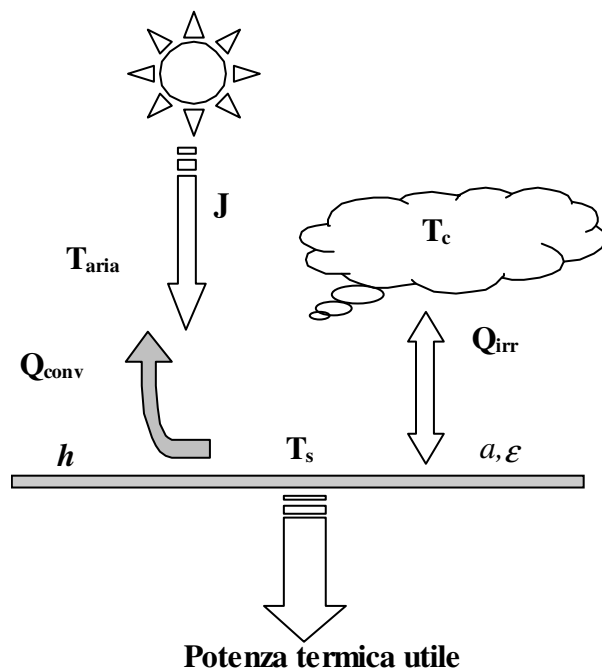
$$Nu = 0.15(Ra_L)^{\frac{1}{3}}$$

dove la lunghezza caratteristica è assunta apri al rapporto tra la superficie del collettore ed il perimetro.

Si determini la potenza utile assorbita dal collettore attraverso la piastra che si assume di forma rettangolare con i lati rispettivamente pari a L<sub>1</sub>= 1 m e L<sub>2</sub>= 2 m.

### Soluzione

A. Il sistema è costituito da una parete orizzontale indefinita (soletta) che scambia potenza termica per convezione e irraggiamento e di cui si vuole determinare la temperatura superficiale in condizioni stazionarie.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$J = 750 \text{ W/m}^2$$

$$a = 0.95$$

$$\epsilon = 0.1$$

$$T_c = 30 \text{ }^\circ\text{C} = 303.15 \text{ K}$$

$$T_s = 100 \text{ }^\circ\text{C} = 373.15 \text{ K}$$

$$T_c = 260 \text{ K}$$

$$S = 2 \text{ m}^2$$

C. Il collettore è schematizzabile come una superficie piana da cui viene asportata, in condizioni di regime, una potenza termica utile. Per determinare tale potenza è necessario applicare l'equazione di bilancio energetico.

D. Lo scambio termico della piastra è caratteristico di una superficie a comportamento reale. Lo scambio termico radiante è costituito da un irraggiamento diretto e da uno scambio termico con il cielo la cui temperatura è stata assunta pari a 260 K.

Il bilancio energetico della piastra in condizioni di regime stazionario consente di affermare che è nulla la sua variazione di energia. Questo comporta che la potenza termica entrante (energia radiante assorbita) sia pari alla potenza termica uscente (somma di potenza termica emessa per convezione ed irraggiamento verso l'esterno e potenza utile).

$$\dot{Q}_{\text{sole}} = \dot{Q}_{\text{conv-est}} + \dot{Q}_{\text{irr-cielo}} + \dot{Q}_{\text{utile}}$$
$$aJS = hS(T_s - T_e) + \epsilon S \sigma_o (T_s^4 - T_C^4) + \dot{Q}_{\text{utile}}$$

da cui si può ricavare la potenza utile, una volta noti gli altri termini. Occorre quindi valutare il coefficiente di scambio convettivo con la relazione proposta:

$$Nu = 0.15(Ra_L)^{\frac{1}{3}}$$

la lunghezza caratteristica, determinata con al relazione proposta, è pari a L=0.3333 m

La temperatura di film dell’aria utile per determinare le proprietà termofisiche è:

$$T_{\text{film}} = \frac{T_s + T_{\text{aria}}}{2} \qquad T_{\text{film}} = \frac{100 + 30}{2} \text{ }^{\circ}\text{C} = 65 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Dalle tabelle con le proprietà termofisiche dell’aria è necessario interpolare i dati essendo riportate le proprietà alla temperatura di 60 °C e 70 °C.

In particolare si ha:

T (°C)	ρ (kg/m³)	c <sub>p</sub> (J/kgK)	μ·10 <sup>5</sup> (Ns/m²)	k (W/mK)	Pr	ρ²gβ/μ²·10 <sup>-8</sup> (m³K⁻¹)
60	1.060	1007	1.99	0.0278	0.720	0.8352
70	1.029	1007	2.03	0.0285	0.716	0.7345

Da cui si determina interpolando, per la temperatura di 65 °C:

$$\rho = 1.037 \text{ kg/m}^3 \qquad c_p = 1007 \text{ J/kgK} \qquad \mu = 2.01 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2 \qquad k = 0.02815 \text{ W/mK}$$
$$Pr = 0.718 \qquad \rho^2 g \beta / \mu^2 = 0.77985 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3} \text{K}^{-1}$$

E quindi:

$$Ra_L = \frac{\rho^2 g \beta (T_s - T_{\text{aria}}) L^3}{\mu^2} Pr$$

$$Ra_L = 0.77985 \cdot 10^8 (0.333)^3 (100 - 30) \cdot 0.718 = 1.45 \cdot 10^8$$

da cui, con la correlazione proposta, si ricava il coefficiente di scambio convettivo:

$$Nu = 0.15(Ra_L)^{\frac{1}{3}} \qquad Nu = 0.15 \cdot (1.45 \cdot 10^8)^{\frac{1}{3}} = 78.75$$

$$h = Nu \frac{k}{L} \qquad h = 78.75 \frac{0.02815}{0.333} \text{ W / m}^2 \text{K} = 6.65 \text{ W / m}^2 \text{K}$$

Dal bilancio energetico si ha:

$$\dot{Q}_{\text{utile}} = aJS - hS(T_s - T_e) - \epsilon S \sigma_o (T_s^4 - T_C^4)$$
$$\dot{Q}_{\text{utile}} = 0.95 \cdot 750 \cdot 2 \text{ W} - 6.65 \cdot 2 \cdot (100 - 30) \text{ W} + -0.1 \cdot 2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} (373.15^4 - 260^4) \text{ W} = 326 \text{ W}$$

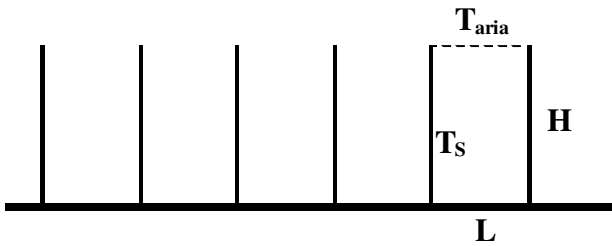


**ESERCIZIO 5:** *(Irraggiamento in condizioni stazionarie)*

Un modello estremamente semplificato di un sistema per dissipazione termica è costituito da una piastra alettata che, per semplicità, si ipotizza indefinita in direzione longitudinale. La piastra è costituita da una serie di alette di altezza 2 cm e distanziate tra loro 1 cm. La temperatura della base e delle alette si supponga sia costante e pari a 150 °C mentre tali superfici sono supposte nere. Analogamente viene ipotizzato nero l’ambiente a 25 °C a cui, per solo irraggiamento in prima approssimazione, viene ceduta potenza termica. Determinare la potenza netta radiante scambiata tra il sistema alettato e l’ambiente.

**Soluzione**

A. Il sistema è costituito da una piastra orizzontale indefinita ed alettata che scambia potenza termica per irraggiamento con l’ambiente.



B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$H = 2\text{ cm} = 0.02\text{ m}$

$L = 1\text{ cm} = 0.01\text{ m}$

$T_s = 150\text{ °C} = 423.15\text{ K}$

$T_{aria} = 25\text{ °C} = 298.15\text{ K}$

C. Il sistema alettato e rappresentato in figura è schematizzabile come una cavità con tre superfici (alette e base) a temperatura di 150 °C e la quarta superficie (apertura in aria) a temperatura di 25 °C.

Per determinare tale potenza ceduta dal sistema alettato all’ambiente è necessario applicare l’equazione di bilancio energetico.

D. Le pareti del sistema alettato e la superficie orizzontale ideale che delimita la cavità sono superfici nere.

Il problema equivale alla valutazione dello scambio termico radiante tra due superfici nere. Identificando con 1 la superficie delle alette e con 2 la superficie ideale di chiusura della cavità si ottiene la potenza termica netta scambiata dalla relazione:

$\dot{Q}_{1-2} = A_1 F_{12} \sigma_0 (T_s^4 - T_{aria}^4)$

Per determinare il fattore di vista della superficie 2 rispetto alla 1 è possibile utilizzare le proprietà dei fattori di vista:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

In questo problema è facile intuire che  $F_{21} = 1$ . Ne consegue che, identificando con B l'estensione del sistema in direzione normale alla rappresentazione grafica, si ha:

$$A_1 F_{12} = A_2 \quad A_2 = L \cdot B$$

e quindi

$$\dot{Q}_{1-2} = A_2 \sigma_o (T_s^4 - T_{aria}^4)$$

ovvero, per unità di profondità del sistema alettato, si ha:

$$\frac{\dot{Q}_{1-2}}{B} = L \sigma_o (T_s^4 - T_{aria}^4)$$

$$\frac{\dot{Q}_{1-2}}{B} = 0.01 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} (423.15^4 - 298.15^4) \text{ W/m} = 13.7 \text{ W/m}$$

Un aspetto interessante di questo risultato è che la potenza termica scambiata per irraggiamento non dipende dalla altezza dell'aletta, ovvero il medesimo risultato si sarebbe potuto ottenere nell'ipotesi di superfici piane e parallele indefinite. Nella valutazione dello scambio radiante la superficie alettata non ha influenza sul risultato.

### ESERCIZIO 6: (*Proprietà di emissione di una superficie*)

Una superficie di un emettitore diffuso ha una temperatura di 1600 K e un coefficiente di emissione monocromatico emisferico che dipende dalla lunghezza d'onda con la seguente distribuzione spettrale:

$$\epsilon_1 = 0.4 \quad 0 < \lambda \leq 2 \mu\text{m}$$

$$\epsilon_2 = 0.8 \quad 2 < \lambda \leq 5 \mu\text{m}$$

$$\epsilon_3 = 0 \quad \lambda > 5 \mu\text{m}$$

Si vuole determinare il coefficiente di emissione integrale emisferico, il potere emissivo della superficie e la lunghezza d'onda a cui è massima la radiazione emessa.

#### Soluzione

A. Il sistema è costituito da una emettitore diffuso con coefficiente di emissione monocromatico funzione della lunghezza d'onda.

B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:

$$T = 1600 \text{ K}$$

C. devono essere determinate le proprietà medie della superficie emettente.

D. Le pareti del sistema sono superfici con coefficiente di emissione monocromatico non costante.

Il coefficiente di emissione emisferico integrale è definito come:

$$\epsilon = \frac{\int_0^\infty \epsilon_\lambda E_\lambda^n d\lambda}{E^n} \qquad \epsilon = \frac{\int_0^{\lambda_1} \epsilon_1 E_\lambda^n d\lambda}{E^n} + \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \epsilon_2 E_\lambda^n d\lambda}{E^n}$$

Introducendo il concetto di frazione di energia che cade in una banda si ha:

$$\epsilon = \epsilon_1 F_{0-\lambda_1} + \epsilon_2 \left( F_{0-\lambda_2} - F_{0-\lambda_1} \right)$$

Utilizzando le opportune tabelle si ha:

$$\lambda_1 T = 2 \cdot 1600 = 3200 \, \mu\text{mK} \qquad F_{0-\lambda_1} = 0.318$$

$$\lambda_2 T = 5 \cdot 1600 = 8000 \, \mu\text{mK} \qquad F_{0-\lambda_2} = 0.856$$

da cui si ottiene:

$$\epsilon = \epsilon_1 F_{0-\lambda_1} + \epsilon_2 \left( F_{0-\lambda_2} - F_{0-\lambda_1} \right) \qquad \epsilon = 0.4 \cdot 0.318 + 0.8 \cdot (0.856 - 0.318) = 0.558$$

Il potere emissivo della superficie è:

$$E = \epsilon \sigma_o T^4 \qquad E = 0.558 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 1600^4 \, \text{W} / \text{m}^2 = 207 \, \text{kW} / \text{m}^2$$

Se la superficie fosse stata o un corpo nero o un corpo grigio la lunghezza d’onda a cui è massimo il potere emissivo monocromatico avrebbe potuto determinarsi con la legge di Wien:

$$\lambda_{\text{max}} T = 2897.8 \, \mu\text{mK} \qquad \lambda_{\text{max}} = 1.81 \, \mu\text{m}$$

In questo caso è necessario valutare il massimo del potere emissivo monocromatico nei due intervalli. In particolare, per la prima banda, il massimo del potere emissivo monocromatico si ha alla lunghezza d’onda  $\lambda_{\text{max}}$ , e corrisponde a:

$$E_1(\lambda_{\text{max}}, T) = \epsilon_1 \pi I_{\lambda}^n(T) \qquad E_1(\lambda_{\text{max}}, T) = \epsilon_1 \frac{C_1}{\lambda_{\text{max}}^5 \left( e^{\frac{C_2}{\lambda_{\text{max}} T}} - 1 \right)}$$

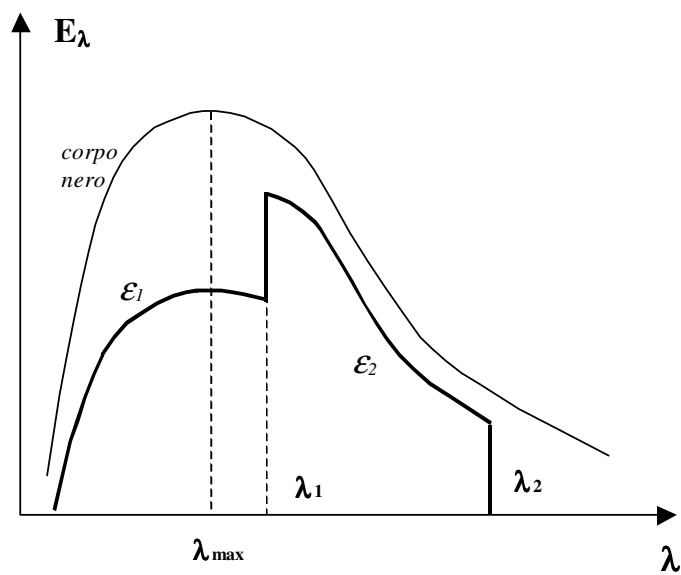
$$E_1(\lambda_{\text{max}}, T) = 0.4 \frac{3.7413 \cdot 10^8}{1.81^5 \cdot \left( e^{\frac{1.4388 \cdot 10^4}{2897.8}} - 1 \right)} \, \text{W} / \text{m}^2 = 54.1 \, \text{kW} / \text{m}^2$$

Nella seconda banda, essendo questa caratterizzata da lunghezze d’onda superiori a quelle per le quali è massima la lunghezza d’onda, il potere emissivo monocromatico è massimo alla lunghezza d’onda inferiore ( $\lambda_2 = 2 \, \mu\text{m}$ ). Si ha quindi:

$$E_2(\lambda_2, T) = \epsilon_2 \pi I_{\lambda_2}^n(T) \qquad E_2(\lambda_2, T) = \epsilon_1 \frac{C_1}{\lambda_2^5 \left( e^{\frac{C_2}{\lambda_2 T}} - 1 \right)}$$

$$E_2(\lambda_2, T) = 0.8 \frac{3.7413 \cdot 10^8}{0.2^5 \cdot \left( e^{\frac{1.4388 \cdot 10^4}{0.2 \cdot 1600}} - 1 \right)} \, \text{W} / \text{m}^2 = 105.5 \, \text{kW} / \text{m}^2$$

La distribuzione spettrale è quella riportata in figura:



**ESERCIZIO 7:** (*Proprietà di emissione di una superficie*)

Il filamento di tungsteno di una lampadina raggiunge, in condizioni di regime, la temperatura di 2500 K.

Considerando il filamento come un corpo grigio avente coefficiente di emissione  $k = 0.95$ , determinare la percentuale di energia radiante che cade nel visibile (tra  $0.4 \mu\text{m}$  e  $0.8 \mu\text{m}$ ).

**Soluzione**

A. Non è necessaria alcuna schematizzazione del sistema.

B. I dati del problema, espressi in unità del Sistema Internazionale, sono:  
 $T = 2500 \text{ K}$

C. Deve essere determinata la frazione di energia che cade in un intervallo finito di lunghezza d'onda.

D. Le pareti del sistema sono superfici con coefficiente di emissione monocromatico costante.

Dalla tabella si ricava per  $\lambda = 0.4 \mu\text{m}$  la frazione  $F_1$  della radiazione emessa per  $\lambda < 0.4 \mu\text{m}$   
 $\lambda T = 2500 \cdot 0.4 \mu\text{mK} = 1000 \mu\text{mK}$

$$F_1 = \int_0^{0.4} \frac{e^N(\lambda) d\lambda}{\epsilon T^4} = 0.032\%$$

mentre per  $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$  si ricava la frazione  $F_2$  della radiazione emessa per  $\lambda < 0.8 \mu\text{m}$

$$\lambda T = 2500 \cdot 0.8 \mu\text{mK} = 2000 \mu\text{mK}$$

$$F_2 = \int_0^{0.8} \frac{e^N(\lambda) d\lambda}{\epsilon T^4} = 6.672\%$$

La frazione della radiazioni emesse dal corpo nero alla temperatura  $T = 2500 \text{ K}$  comprese tra  $0.4 \mu\text{m}$  e  $0.8 \mu\text{m}$  risulta quindi pari a:

$$F = F_2 - F_1 = 6.672\% - 0.32\% = 6.64\%$$

La frazione della radiazioni comprese tra  $0.4 \mu\text{m}$  e  $0.8 \mu\text{m}$  emesse dal corpo grigio ( $k = 0.95$ ) risulta pari a:

$$F_g = kF \qquad F_g = 0.95 \cdot 0.0664 = 6.31\%$$

## 12.2 RACCOLTA DI ESERCIZI NON RISOLTI

### ESERCIZIO 12.1

La radiazione emessa dal filamento di tungsteno di una lampadina a bulbo, di vetro, sotto vuoto si può considerare abbia la composizione spettrale della radiazione di un corpo nero alla temperatura di 2900 K.

Essendo note le proprietà radiative del vetro:

$$t = 1, a = 0 \quad \text{se } \lambda < 1 \text{ }\mu\text{m}$$

$$t = 0, a = 1 \quad \text{se } \lambda > 1 \text{ }\mu\text{m}$$

calcolare la frazione di energia raggiante emessa dal filamento e trasmessa all’ambiente circostante. Si calcoli inoltre la frazione di energia trasmessa nel campo visibile (le radiazioni visibili hanno lunghezze d’onda comprese nell’intervallo 0.41  $\mu\text{m}$  e 0.793  $\mu\text{m}$ ).

[25.06%, 11.8%]

### ESERCIZIO 12.2

Un forno da essiccazione è costituito da un condotto semicircolare di diametro  $D = 1 \text{ m}$  e lunghezza  $L = 10 \text{ m}$ . Il materiale da essiccare è disposto in uno strato di piccolo spessore che ricopre il fondo piano del forno.

Supponendo che durante l’intero processo di essiccamento lo strato umido di materiale sia tutto alla temperatura di 50 °C mentre la parete del forno sia alla temperatura uniforme di 1000 °C e che lo scambio termico convettivo tra il materiale e l’aria sia trascurabile, determinare la potenza termica ceduta dal forno e la portata di massa d’acqua che evapora.

Sono noti:

- Il coefficiente di emissione del materiale da essiccare:  $a_m = 1$ ;
- Il coefficiente di emissione della parete del forno:  $a_p = 0.8$ ;
- Il fattore di vista tra fondo e parete del forno:  $F_{12} = 1$ .

[1279.4 kW, 0.535 kg/s]

### ESERCIZIO 12.3

Due superfici piane e parallele sono distanziate tra loro di  $L = 1 \text{ cm}$ . Tra le due superfici è fatto il vuoto. Le superficie sono grigie con emissività rispettivamente  $\epsilon_1 = 0.4$  e  $\epsilon_2 = 0.8$  e temperature  $T_1 = 800 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $T_2 = 200 \text{ }^\circ\text{C}$ . Determinare il flusso termico scambiato tra le due superfici.

[26.3 kW/m<sup>2</sup>]

### ESERCIZIO 12.4

Del caffè caldo è conservato in una bottiglia thermos di 7 cm di diametro interno e di 30 cm di altezza. Il thermos è costituito da due recipienti cilindrici di vetro separati da un’intercapedine dello spessore di 8mm in cui è mantenuto il vuoto. Le due superfici di vetro sono lucidate a specchio e hanno coefficienti di emissione rispettivamente  $\epsilon_1 = 0.1$  e  $\epsilon_2 = 0.2$ . Nelle ipotesi che la temperatura della superficie interna e di quella esterna siano rispettivamente  $T_1 = 75^\circ\text{C}$  e  $T_2 = 35^\circ\text{C}$  e che la potenza dispersa attraverso il fondo ed il tappo

del recipiente sia trascurabile determinare la potenza termica dispersa dal caffè in queste condizioni.

**[1.6 W]**

**ESERCIZIO 12.5**

Un pannello solare con superficie  $S = 2 \text{ m}^2$  ha un comportamento selettivo (coefficiente di assorbimento della radiazione solare  $\alpha = 0.95$  e coefficiente di emissione  $\varepsilon = 0.1$ ). In un certo istante la radiazione solare sul pannello è  $G = 735 \text{ W/m}^2$  mentre la sua temperatura è  $T_p = 65^\circ\text{C}$ . Supponendo che l'aria abbia una temperatura  $T_a = 30^\circ\text{C}$  e un coefficiente di scambio termico convettivo con il pannello  $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$  e che la temperatura apparente del cielo sia pari a  $T_c = 260 \text{ K}$ , determinare la potenza utile assorbita dal pannello in condizione di regime.

**[600 W]**

**ESERCIZIO 12.6**

Un disco di spessore trascurabile e diametro  $D = 4 \text{ m}$  viene utilizzato come antenna di una sonda in orbita geostazionaria. Il disco ha una superficie che è rivolta verso la superficie terrestre (schematizzabile come corpo nero alla temperatura  $T_1 = 288 \text{ K}$ ) e la seconda superficie rivolta verso lo spazio siderale (schematizzabile come un sistema a temperatura di  $0 \text{ K}$ ). Sapendo che le superficie della sonda sono schematizzabili come corpi grigi con emissività  $\varepsilon_1 = 0.6$  e che il fattore di vista tra le superfici della sonda è la terra e lo spazio sono rispettivamente pari a  $0.8$  e  $1$  si chiede di determinare la temperatura di equilibrio della antenna.

**[237.8 K]**

**PROBLEMA 1**  
**Immersione di un subacqueo**



Si vuole programmare l’immersione su un fondale marino a profondità di 30 m con l’ausilio di bombole ad aria compressa.  
L’equipaggiamento adottato consiste in una bombola con volume di 18 lt equipaggiata con un erogatore ed inizialmente riempita con aria alla pressione di 200 bar ed alla temperatura di 20 °C.  
L’immersione prevede una velocità di discesa  $w_d= 30$  m/min ed una velocità di risalita  $w_r= 10$  m/min.  
Per ragioni di sicurezza si ritiene opportuno avere nelle bombole un residuo di aria, al termine della immersione, corrispondente ad una pressione di 10 bar.  
Per il riempimento delle bombole si utilizza un compressore a due stadi con interrefrigerazione che eroga una portata  $G= 10$  kg/h e con un rendimento isoentropico di compressione

$\eta_c= 0.85$ .  
Si chiede di determinare:

1. la massa di gas contenuta inizialmente nella bombola e la massa a disposizione per l’immersione;
2. la potenza assorbita dal compressore per il riempimento della bombola inizialmente contenente aria alla pressione di 1 atm;
3. la permanenza del subacqueo alla profondità  $z$  ipotizzando che la temperatura del gas sia costante e pari a 20 °C.

Sono noti:  
Volume inspirato ad ogni atto:  $V= 700$  cm<sup>3</sup>  
Frequenza respiratoria:  $f= 15$  atti/min  
Tabelle di decompressione

**Premessa**  
Per poter risolvere questo problema è necessario che sia noto il principio di funzionamento degli erogatori per immersione e delle problematiche associate all’immersione stessa.  
L’erogatore di una bombola è un dispositivo in grado di garantire una portata in volume d’aria che è funzione della richiesta del subacqueo a pressione pari a quelle dell’ambiente in cui si trova il subacqueo stesso. Si ha quindi una erogazione in massa che risulta funzione della quota di immersione. In funzione della durata dell’immersione c’è necessità di effettuare, durante la risalita, delle soste forzate a quote prefissate per prevenire una eventuale embolia gassosa nell’organismo del subacqueo. La tabella riporta la durata e la profondità della sosta in funzione del tempo che intercorre tra l’inizio dell’immersione e l’inizio della fase di risalita.



**Tabella di decompressione U.S. Navy**  
(durante la risalita non superare la velocità di 18 m/min)

Prof. (m)	Durata (min)	Soste (min)			
		12	9	6	3
12	200	-			
	210	2			
	230	7			
	250	11			
	270	15			
	300	19			
15	110	3			
	120	5			
	140	10			
	160	21			
	180	29			
18	200	35			
	70	2			
	80	7			
	100	14			
	120	26			
21	140	39			
	60	8			
	70	14			
	80	18			
	90	23			
	100	33			
	110	2 41			
	120	4 47			
	130	6 25			
24	50	10			
	60	17			
	70	23			
	80	2 31			
	90	7 39			
	100	11 46			
	110	13 53			
	120	17 56			
	130	19 63			

Prof. (m)	Durata (min)	Soste (min)			
		12	9	6	3
27	40	7			
	50	18			
	60	25			
	70	7 30			
	80	13 40			
	90	18 48			
	100	21 54			
	110	24 61			
30	30	3			
	40	15			
	50	2 24			
	60	9 28			
	70	17 39			
	80	23 48			
	90	3 23 57			
33	100	7 23 66			
	25	3			
	30	7			
	40	2 21			
	50	8 26			
	60	18 36			
	70	1 23 48			
	80	7 23 57			
	90	12 30 64			
36	20	2			
	25	6			
	30	14			
	40	5 25			
	50	15 31			
39	20	4			
	25	10			
	30	3 18			
	40	10 25			
	50	3 21 37			

Soluzione

I dati del problema sono:	
quota di immersione	$z_f= 30\text{ m}$
volume della bombola	$V_b= 18\text{ l}= 18\cdot 10^{-3}\text{ m}^3$
pressione di carica	$P_b= 200\text{ bar}= 200\cdot 10^5\text{ Pa}$
pressione minima	$P_f= 10\text{ bar}= 10\cdot 10^5\text{ Pa}$
velocità di discesa	$w_d= 30\text{ m/min}= 0.5\text{ ms}^{-1}$
velocità di risalita	$w_r= 10\text{ m/min}= 0.2\text{ ms}^{-1}$
portata del compressore	$G= 10\text{ kg/h}= 0.00278\text{ kg/s}$
rendimento isoentropico	$\eta_c= 0.85$

Per il gas si assume una massa molare  $M_m= 29\text{ kg/kmole}$  a cui corrisponde una costante del gas:  
 $R^*= 286.7\text{ J/kgK}$

Quesito 1

La massa di aria che inizialmente deve essere presente nelle bombole si ottiene con l’equazione di stato dei gas ideali:

$$M_i = \frac{P_b V_b}{R^* T}$$
$$M_i = \frac{200 \cdot 10^5 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{286.7 \cdot 293.15} \text{ kg} = 4.284 \text{ kg}$$

La massa di aria che al termine dell’immersione deve essere presente nelle bombole si ottiene anch’essa con l’equazione di stato dei gas ideali:

$$M_f = \frac{P_f V_b}{R^* T}$$
$$M_f = \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{286.7 \cdot 293.15} \text{ kg} = 0.2142 \text{ kg}$$

La massa di aria  $M_a$  complessivamente a disposizione per l’immersione è quindi:  
 $M_a = M_i - M_f \qquad M_a = 4.284 \text{ kg} - 0.2142 \text{ kg} = 4.0698 \text{ kg}$

Quesito 2

Per la carica dell’aria nelle bombole viene utilizzato un compressore alternativo a due stadi con interrefrigerazione. Al fine di ottimizzare la potenza meccanica assorbita il rapporto di compressione utilizzato per ogni singolo stadio è pari a:

$$r_c = \sqrt{\frac{P_b}{P_o}} \qquad r_c = \sqrt{\frac{200}{1}} = 14.142$$

Ne consegue che il primo stadio del compressore comprime l’aria tra la pressione  $P_1= 1\text{ bar}$  e la pressione  $P_2= 14.142\text{ bar}$  mentre il secondo stadio comprime tra la pressione  $P_3= P_2$  e la pressione  $P_4= 200\text{ bar}$ .

La potenza meccanica assorbita dal compressore è pari alla somma delle potenze meccaniche assorbite nei singoli stadi di compressione (1-2 e 3-4):

$$\dot{L} = \dot{L}_{12} + \dot{L}_{34}$$

$$\dot{L} = \frac{1}{\eta_c} \left( \dot{L}_{12rev} + \dot{L}_{34rev} \right)$$

$$\dot{L} = \frac{1}{\eta_c} \dot{m} \left[ (h_{2rev} - h_1) + (h_{4rev} - h_3) \right]$$

$$\dot{L} = \frac{1}{\eta_c} \dot{m} c_p \left[ (T_{2rev} - T_1) + (T_{4rev} - T_3) \right]$$

Le condizioni di fine compressione si ottengono osservando che il processo reversibile di compressione corrisponde ad una trasformazione isoentropica del gas:

$$T_{2rev} = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \qquad T_{2rev} = 293.15 \left( \frac{14.142}{1} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \text{ K} = 624.6 \text{ K}$$

$$T_{4rev} = T_3 \left( \frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} \qquad T_{4rev} = 293.15 \left( \frac{200}{14.142} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} \text{ K} = 624.6 \text{ K}$$

Da cui si ricava:

$$\dot{L} = 2.175 \text{ kW}$$

**Quesito 3**

La pressione di erogazione dell’aria dalle bombole è funzione della quota di immersione attraverso la relazione:

$$P = P_o + \rho_{acqua} g \cdot z$$

dove P<sub>o</sub> è la pressione presente a livello del mare (P<sub>o</sub>= 101325 Pa), ρ<sub>acqua</sub> è la massa volumica dell’acqua (ρ<sub>acqua</sub> = 1000 kg·m<sup>-3</sup>), g è l’accelerazione del campo gravitazione (g= 9.81 m·s<sup>-2</sup>), e z è la quota di immersione.

La quantità di aria che viene inspirata dal subacqueo è determinabile come somma delle quantità di aria inspirate nelle singole fasi dell’immersione: discesa (M<sub>a</sub>), permanenza sul fondo (M<sub>f</sub>), risalita (M<sub>s</sub>), eventuale decompressione (M<sub>d</sub>).

$$M_a = M_d + M_f + M_s + M_d$$

La massa di aria associata ad ogni singola fase è determinabile con la relazione:

$$M = \int_0^\tau \rho_a \dot{V} dt$$

dove τ è la durata della fase considerata, ρ<sub>a</sub> è la massa volumica dell’aria inspirata,  $\dot{V}$  è la portata volumica di aria inspirata:

$$\dot{V} = V \cdot f \qquad \dot{V} = 700 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{15}{60} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} = 0.000175 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

La densità dell’aria inspirata varia con la profondità di immersione essendo variabile la pressione di erogazione con la quota di immersione. Durante le fasi di permanenza sul fondo

e di sosta per la decompressione, la pressione è invariante rispetto al tempo mentre durante le fasi di discesa e risalita la pressione varia rispetto al tempo.

Si ha infatti che durante le fasi di discesa e risalita, varranno le seguenti relazioni:

$$z = w_d \cdot t$$

$$z = z_f - w_s \cdot t$$

avendo posto t= 0 l’istante iniziale della fase considerata.

La quantità di aria inspirata dal subacqueo sarà quindi esprimibile come:

$$M_a = \int_0^{\tau_d} \rho_{ad} \dot{V} \cdot dt + \int_0^{\tau_f} \rho_{af} \dot{V} \cdot dt + \int_0^{\tau_s} \rho_{as} \dot{V} \cdot dt + \sum \int_0^{\tau_{de}} \rho_{ade} \dot{V} \cdot dt$$

si ha infine:

$$\rho_{ad} = \frac{(P_o + \rho_{acqua} g w_d t)}{R^* T}$$

$$\rho_{af} = \frac{P_o + \rho_{acqua} g z_f}{R^* T}$$

$$\rho_{as} = \frac{P_o + \rho_{acqua} g (z_f - w_s t)}{R^* T}$$

$$\rho_{ade} = \frac{P_o + \rho_{acqua} g z_{de}}{R^* T}$$

Si valuteranno ora le durate delle singole fasi di salita e discesa:

$$\tau_d = \frac{z_f}{w_d} = 60 \text{ s} \qquad \tau_s = \frac{z_f}{w_s} = 150 \text{ s}$$

La massa di aria utilizzata durante la fase di discesa vale quindi:

$$M_a = \int_0^{\tau_d} \frac{(P_o + \rho_{acqua} g w_d t)}{R^* T} \dot{V} \cdot dt$$

$$M_a = \frac{P_o}{R^* T} \dot{V}(\tau_d) + \frac{\rho_{acqua} g w_d}{R^* T} \dot{V} \frac{(\tau_d)^2}{2}$$

$$M_a = \frac{101325}{286.7 \cdot 293.15} 0.000175 \cdot (60) \text{kg} + \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.5}{286.7 \cdot 293.15} 0.000175 \frac{(60)^2}{2} \text{kg} = 0.031 \text{ kg}$$

La massa di aria utilizzata durante la fase di risalita vale quindi:

$$M_s = \int_0^{\tau_s} \frac{(P_o + \rho_{acqua} g z_f - \rho_{acqua} g w_s t)}{R^* T} \dot{V} \cdot dt$$

$$M_a = \frac{P_o + \rho_{acqua} g z_f}{R^* T} \dot{V}(\tau_s) - \frac{\rho_{acqua} g w_s}{R^* T} \dot{V} \frac{(\tau_s)^2}{2}$$

$$M_a = \frac{101325 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 0.2}{286.7 \cdot 293.15} 0.000175 \cdot (150) \text{kg} +$$

$$- \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.2}{286.7 \cdot 293.15} 0.000175 \frac{(150)^2}{2} \text{kg} = 0.049 \text{ kg}$$

La massa d’aria (M<sub>r</sub>) teoricamente a disposizione per le fasi di permanenza sul fondo e di decompressione è:

$$M_r = M_a - (M_d + M_s)$$

$$M_r = 3.989 \text{ kg}$$

Ipotizzando, come primo tentativo, che non sia da programmare la fase di decompressione la durata complessiva della permanenza sul fondo si ottiene risolvendo la seguente equazione rispetto alla durata τf’:

$$M_r = \int_0^{\tau f'} \frac{(P_o + \rho_{acqua} g Z_f)}{R^* T} \dot{V} \cdot dt$$

$$M_r = \frac{P_o + \rho_{acqua} g Z_f}{R^* T} \dot{V} (\tau f')$$

$$\tau f' = \frac{M_r R^* T}{P_o + \rho_{acqua} g Z_f} \frac{1}{\dot{V}}$$

$$\tau f' = \frac{3.989 \cdot 286.7 \cdot 293.15}{101325 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 30} \frac{1}{0.000175} \text{ s} = 4842.6 \text{ s} \cong 80.7 \text{ min}$$

Con una permanenza sul fondo di questo ordine di grandezza è necessario prevedere una fase di decompressione. Dalle tabelle, ipotizzando una durata complessiva tra dell’immersione tra 60 e 70 minuti, si deduce una fase di decompressione con una sosta di 17 min alla quota di 6 m e una sosta di 39 min alla quota di 3 m.

Posto ora τde1= 17 min= 1020 s, zde1= 6 m, τde2= 39 min= 2340 s, zde2= 3 m, la quantità di aria utilizzata durante la fase di decompressione è:

$$M_{de} = \int_0^{\tau de1} \frac{(P_o + \rho_{acqua} g Z_{de1})}{R^* T} \dot{V} \cdot dt + \int_0^{\tau de2} \frac{(P_o + \rho_{acqua} g Z_{de2})}{R^* T} \dot{V} \cdot dt$$

$$M_{de} = \frac{P_o + \rho_{acqua} g Z_{de1}}{R^* T} \dot{V} (\tau de1) + \frac{P_o + \rho_{acqua} g Z_{de2}}{R^* T} \dot{V} (\tau de2)$$

$$\tau f = \frac{101325 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 6}{286.7 \cdot 293.15} \frac{1}{0.000175} 1020 \text{ kg} + \\ + \frac{101325 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 3}{286.7 \cdot 293.15} \frac{1}{0.000175} 2340 \text{ kg} = 0.9773 \text{ kg}$$

La massa di aria ora a disposizione per la permanenza alla massima quota di immersione è:

$$M_f = M_a - (M_d + M_s + M_{de})$$

$$M_f = 3.012 \text{ kg}$$

La durata quindi della permanenza sul fondo del subacqueo è:

$$\tau f = \frac{M_f R^* T}{P_o + \rho_{acqua} g Z_f} \frac{1}{\dot{V}}$$

$$\tau f = \frac{3.012 \cdot 286.7 \cdot 293.15}{101325 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 30} \frac{1}{0.000175} \text{ s} = 3656.3 \text{ s} \cong 61 \text{ min}$$

Il risultato è compatibile con l’ipotesi adottata per la stima della fase di decompressione.

**PROBLEMA 2**  
**Impianto di riscaldamento**

In un albergo situato in riva ad un lago si vuole valutare l’opportunità di riscaldare ad una temperatura di 28 °C l’acqua ( $\rho_{H2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_{H2O} = 4.1 \text{ kJ/kgK}$ ) di una piscina posta all’aperto con una temperatura dell’ambiente di 20 °C. La piscina ha dimensioni di 25 m di lunghezza per 12 m di larghezza e 2.5 m di profondità. L’obiettivo è di valutare, dal punto di vista economico, i costi di esercizio che si ottengono nell’ipotesi di utilizzare tre differenti soluzioni impiantistiche, che consistono in:

- (1) riscaldamento mediante pompa di calore, che utilizza come sorgente fredda l’acqua del lago a temperatura media di 13 °C, azionata mediante un motore elettrico ;
- (2) riscaldamento mediante caldaia alimentata a gas metano;
- (3) riscaldamento mediante riscaldatore elettrico.

Quesiti:

- 1. Determinare la potenza termica da fornire all’acqua della piscina in condizione di regime nell’ipotesi che la piscina disperda in ambiente potenza termica per convezione ( $h= 20 \text{ W/m}^2\text{K}$ )
- 2. Nell’ipotesi di adottare la soluzione (1), con rendimento di II principio pari a 0.5, determinare il lavoro assorbito dalla pompa di calore e l’irreversibilità del processo.
- 3. Ancora per la soluzione (1), calcolare la portata in massa di acqua lacustre che deve essere processata nello scambiatore di calore (a pressione costante), nell’ipotesi che le temperature di ingresso e di uscita dell’acqua lacustre dallo scambiatore siano  $T_i = 14 \text{ °C}$  e  $T_u= 11 \text{ °C}$ .
- 4. Per la soluzione (2), determinare il consumo di gas metano. Per il calcolo si assuma che la combustione sia realizzata con un eccesso d’aria pari a 10%. Le temperature di ingresso di metano e aria siano  $T_{i,aria} = T_{i,CH4} = 25 \text{ °C}$ ; la temperatura dei fumi in uscita sia  $T_{u,fumi} = 120 \text{ °C}$ . Si ipotizzi per lo scambiatore di calore della caldaia un rendimento  $\eta_c = 0.95$ .
- 5. Ipotizzando che il motore elettrico nella soluzione (1) abbia un rendimento di conversione elettrico-meccanico  $\eta_{e-m} = 0.98$  e che nella soluzione (3) si abbia un rendimento di conversione  $\eta_e = 0.9$ , si esegua un confronto dei costi mensili di esercizio delle soluzioni (1), (2) e (3), sulla base dei seguenti costi unitari:

Costo unitario energia elettrica	$c_{u,en.el.} = 0.256 \text{ €/kWh}$
Costo unitario metano	$c_{u,CH4} = 0.58 \text{ €/Nm}^3 \text{ (*)}$
(*) costo al metro cubo normale: $P= 1 \text{ atm}$ ; $T = 0 \text{ °C}$	

Soluzione

I dati del problema sono:	
Larghezza piscina	L= 25 m
Lunghezza piscina	B= 12 m
Altezza piscina	H= 2.5 m
Temperatura dell’acqua	T <sub>p</sub> = 28 °C= 301.15 K
Temperatura dell’aria	T <sub>a</sub> = 20 °C= 293.15 K
Temperatura media del lago	T <sub>w</sub> = 13 °C= 286.15 K
Coefficiente convettivo	h= 20 W/m²K
Rendimento II principio della pompa di calore	η <sub>II</sub> = 0.5
Temperatura ingresso scambiatore	T <sub>i</sub> = 14 °C= 287.15 K
Temperatura uscita scambiatore	T <sub>u</sub> = 11 °C= 284.15 K
Eccesso d’aria	e= 0.1
Temperatura ingresso metano	T <sub>i,CH4</sub> = 25 °C= 298.15 K
Temperatura ingresso aria	T <sub>i,a</sub> = 25 °C= 298.15 K
Temperatura uscita fumi	T <sub>u,fumi</sub> = 120 °C= 353.15 K
Rendimento caldaia	η <sub>c</sub> = 0.95
Rendimento motore elettrico pompa di calore	η <sub>e-m</sub> = 0.98
Rendimento riscaldatore elettrico	η <sub>e</sub> = 0.9

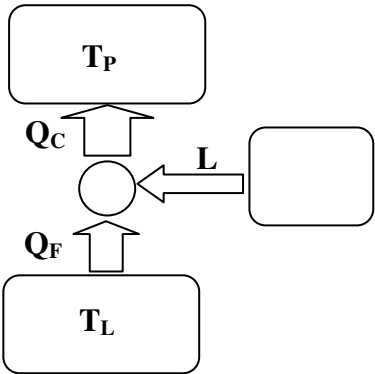
Quesito 1

La potenza termica che occorre fornire all’acqua della piscina, in condizioni di regime, è pari alla potenza termica dissipata dalla superficie della piscina stessa:

$$\dot{Q}_C = hS(T_p - T_a )$$
$$\dot{Q}_C = 20 \cdot (25 \cdot 12) \cdot (28 - 20) \text{ W} = 48000 \text{ W}$$

Quesito 2

Nella figura è illustrato lo schema della pompa di calore. La sorgente superiore è costituita dall’acqua della piscina mentre la sorgente inferiore è l’acqua del lago.



Per determinare la potenza assorbita dalla pompa di calore, essendo noto il rendimento di secondo principio ed essendo nota la potenza termica da cedere alla sorgente superiore, è necessario determinare l'efficienza della pompa di calore reversibile. Con l'ipotesi di sorgenti a temperatura costante si ha:

$$\text{COP}_{\text{PC,rev}} = \frac{T_P}{T_P - T_w}$$
$$\text{COP}_{\text{PC,rev}} = \frac{301.15}{301.15 - 286.15} = 20$$

L'efficienza della pompa di calore reale, sfruttando la definizione di rendimento di secondo principio, è:

$$\text{COP}_{\text{PC}} = \eta_{\text{II}} \cdot \text{COP}_{\text{PC,rev}}$$
$$\text{COP}_{\text{PC}} = 0.5 \cdot 20 = 10$$

Da cui si ricava la potenza meccanica necessaria assorbita dalla pompa di calore reale:

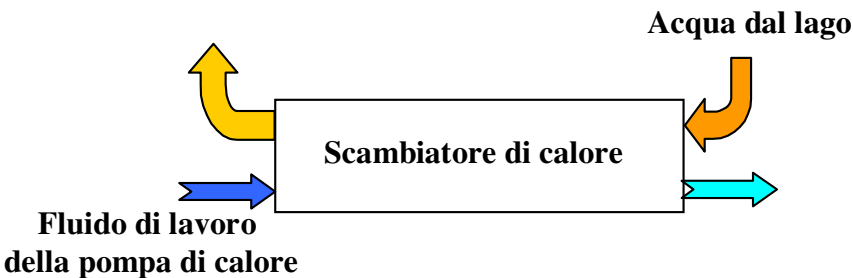
$$\text{COP}_{\text{PC}} = \frac{\dot{Q}_C}{\dot{L}_{\text{PC}}} \quad \dot{L}_{\text{PC}} = \frac{\dot{Q}_C}{\text{COP}_{\text{PC}}}$$
$$\dot{L}_{\text{PC}} = \frac{48000 \text{ W}}{10} = 4.8 \text{ kW}$$
$$\dot{Q}_F = \dot{Q}_C - \dot{L}_{\text{PC}} \quad \dot{Q}_F = 48 \text{ kW} - 4.8 \text{ kW} = 43.2 \text{ kW}$$

Per determinare l'entropia prodotta per irreversibilità occorre sfruttare l'equazione di bilancio entropico per il sistema termodinamico analizzato.

$$\frac{\dot{Q}_C}{T_P} - \frac{\dot{Q}_F}{T_w} = \dot{S}_{\text{irr}}$$
$$\dot{S}_{\text{irr}} = \frac{48000}{301.15} \text{ W / K} - \frac{43200}{286.15} \text{ W / K} = 8.42 \text{ W / K}$$

**Quesito 3**

Nella figura è illustrato lo schema dello scambiatore di calore a bassa temperatura della pompa di calore.



Sono note le condizioni termodinamiche di ingresso e di uscita per quanto riguarda l'acqua del lago e la potenza termica netta che deve scambiarsi tra il fluido di lavoro della pompa di



calore e l’acqua prelevata dal lago. Esplicitando il bilancio energetico per la sola quota relativa all’acqua del lago, ed adottando le solite semplificazioni per l’analisi dello scambiatore, si ha:

$$\dot{m}(h_i - h_u) - \dot{Q}_F = 0 \qquad \dot{m} = \frac{\dot{Q}_F}{c_P(T_i - T_u)}$$
$$\dot{m} = \frac{43200}{4100(14 - 11)} \text{ kg / s} = 3.51 \text{ kg / s} \cong 211 \text{ lt min}^{-1}$$

**Quesito 4**

La seconda soluzione proposta prevede l’impiego di una caldaia alimentata a gas metano per il riscaldamento dell’acqua della piscina.

Per determinare la quantità di metano necessaria per il riscaldamento occorre risolvere l’equazione di bilancio di massa e di energia per la caldaia.

$$\begin{cases} \dot{m}_{CH_4} + \dot{m}_{aria} - \dot{m}_{fumi} = 0 \\ \dot{m}_{CH_4} h_{CH_4} + \dot{m}_{aria} h_{aria} - \dot{m}_{fumi} h_{fumi} + \dot{Q} = 0 \end{cases}$$

Per determinare il rapporto tra la massa di aria e quella di metano occorre risolvere l’equazione di bilancio molare che, con l’ipotesi di un eccesso di aria pari al 10%, è:

$$CH_4 + 1.1 \cdot (2 \cdot O_2 + 2 \cdot 3.76 \cdot N_2) \Rightarrow CO_2 + 2 \cdot H_2O + 1.1 \cdot 2 \cdot 3.76 \cdot N_2 + 0.1 \cdot 2 \cdot O_2$$
$$16 \text{ kg}_{CH_4} + 70.4 \text{ kg}_{O_2} + 231.616 \text{ kg}_{N_2} \Rightarrow 44 \text{ kg}_{CO_2} + 36 \text{ kg}_{H_2O} + 231.616 \text{ kg}_{N_2} + 6.4 \text{ kg}_{O_2}$$

da cui si ricava:

$$CH_4 + 1.1 \cdot (2 \cdot O_2 + 2 \cdot 3.76 \cdot N_2) \Rightarrow CO_2 + 2 \cdot H_2O + 1.1 \cdot 2 \cdot 3.76 \cdot N_2 + 0.1 \cdot 2 \cdot O_2$$
$$1 \text{ kg}_{CH_4} + 4.4 \text{ kg}_{O_2} + 14.476 \text{ kg}_{N_2} \Rightarrow 2.75 \text{ kg}_{CO_2} + 2.25 \text{ kg}_{H_2O} + 14.476 \text{ kg}_{N_2} + 0.4 \text{ kg}_{O_2}$$

e quindi si ha che per la combustione di ogni kilogrammo di metano vengono utilizzati 18.876 kg di aria e si producono 19.876 kg di fumi.

Esplicitando nel bilancio energetico le entalpie in funzione delle temperature si ottiene:

$$\dot{m}_{CH_4} c_{P,CH_4} (T_{i,CH_4} - T_o) + \dot{m}_{CH_4} \alpha \cdot c_{P,aria} (T_{i,aria} - T_o) h_{aria} - \dot{m}_{CH_4} (1 + \alpha) c_{P,fumi} (T_{i,fumi} - T_o) + \dot{m}_{CH_4} P_{ci} - \dot{Q}_{cal} = 0$$

dove  $\alpha= 18.876$  è il rapporto aria combustibile e  $Q_{cal}$  è la potenza termica ceduta dalla caldaia.

Con l’ipotesi di un rendimento di combustione del 95% la potenza termica che deve fornire la combustione è:

$$\dot{Q}_{cal} = \frac{\dot{Q}_C}{\eta_c} \qquad \dot{Q}_{cal} = \frac{48}{0.95} \text{ kW} = 50.53 \text{ kW}$$

I calori specifici del metano, dell’aria e dei fumi vengono determinati con l’ipotesi che questi gas siano gas perfetti:

$$c_{P,CH_4} = \frac{8}{2} R^* \qquad c_{P,aria} = \frac{7}{2} R^* \qquad c_{P,fumi} = \sum x_i c_{P,i}$$

dove  $x_i$  sono le frazioni massiche dei singoli componenti della miscela. Si ottiene:

$$c_{P,CH_4}= 2.078 \text{ kJ/kgK}, \text{ } c_{P,aria}= 1.003 \text{ kJ/kgK}, \text{ } c_{P,fumi}= 1.076 \text{ kJ/kgK}.$$

Essendo le temperature di ingresso del combustibile e del comburente pari a T<sub>o</sub> la portata di metano si ottiene con la relazione:

$$\dot{m}_{CH4} = \frac{\dot{Q}_{cal}}{P_{ci} - (1 + \alpha)c_{p,fumi}(T_{i,fumi} - T_o)}$$
$$\dot{m}_{CH4} = \frac{50.53}{50100 - (1 + 18.876)1.076(120 - 25)} \text{ kg / s} = 1.051 \cdot 10^{-3} \text{ kg / s}$$

In condizioni normali (T= 273.15 Ke P= 101325 Pa) questa portata in massa corrisponde a una portata volumica di:

$$\Gamma_{CH4} = \frac{\dot{m}_{CH4}}{\rho_{CH4,normale}} \qquad \Gamma_{CH4} = 1.472 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^3 \text{ s}^{-1}$$

**Quesito 5**

La terza soluzione proposta prevede l’impiego di una resistenza elettrica per il riscaldamento dell’acqua della piscina.

La potenza elettrica che deve essere dissipata per effetto Joule, è funzione della potenza netta che deve essere ceduta all’acqua della piscina e del rendimento del sistema elettrico η<sub>e</sub>.

$$\dot{L}_{el} = \frac{\dot{Q}_C}{\eta_e} \qquad \dot{L}_{el} = \frac{50.53}{0.9} \text{ kW} = 46.39 \text{ kW}$$

L’assorbimento di energia elettrica da parte del motore della pompa di calore è:

$$\dot{L}_{e,PC} = \frac{\dot{L}_{PC}}{\eta_{e-m}} \qquad \dot{L}_{e,PC} = \frac{4.8}{0.98} \text{ kW} = 4.9 \text{ kW}$$

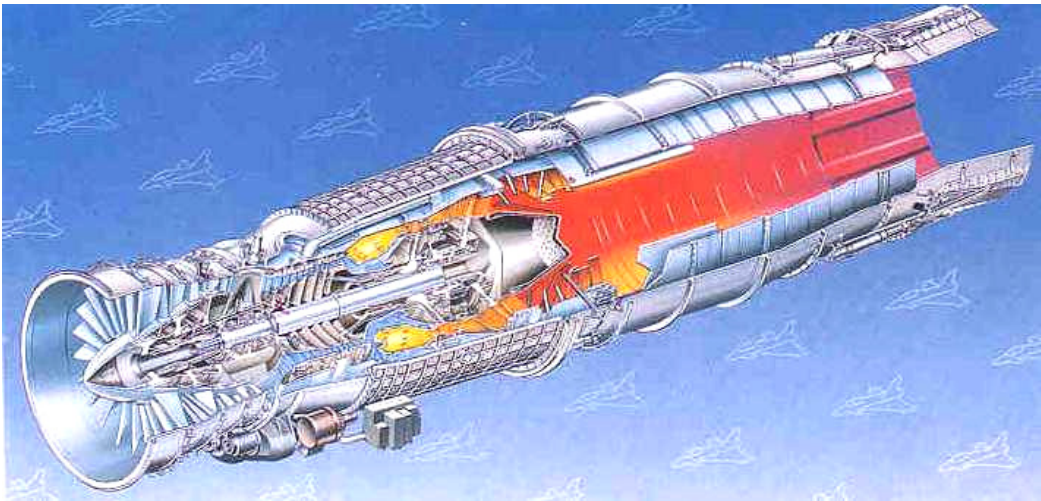
L’analisi dei costi di esercizio, con l’ipotesi di riferirsi a 1 h di funzionamento porta ai seguenti risultati:

Soluzione con pompa di calore	1.254 Euro/h
Soluzione con caldaia a metano	3.073 Euro/h
Soluzione con riscaldatore elettrico	13.65 Euro/h



**PROBLEMA 3**  
**Ciclo Joule-Brayton aperto: Motore Eurojet EJ200 (Eurofighter "Typhoon")**

Il velivolo da combattimento Eurofighter "Typhoon" è equipaggiato con due turboventole EJ200, bialbero a doppio flusso separato, dotate di post-bruciatore.



Spaccato della turboventola Eurojet EJ200.

Le caratteristiche principali del motore sono le seguenti:

rapporto di compressione totale:	$r_p = 26$	
rapporto di compressione della ventola:	$r_v = 4.2$	
rapporto di diluizione (BPR, bypass ratio):	$BPR = 0.4$	
portata massica d'aria totale a punto fisso:	$m_a = 76 \text{ kg/s}$	(a livello del mare)
temperatura di uscita camera di comb.:	$T_3 = 1600 \text{ K}$	
temperatura di uscita post-bruciatore:	$T_3 = 2100 \text{ K}$	
rendimento isoentropico di compressione del compressore:		$\eta_c = 0.85$
rendimento isoentropico di espansione in turbina:		$\eta_t = 0.95$
rendimento isoentropico di espansione dell'ugello:		$\eta_u = 0.90$

- Quesiti:
- con riferimento al motore in regime "secco":
1. calcolare i punti caratteristici del ciclo, la spinta fornita dal motore
  2. determinare il rendimento del ciclo Joule-Brayton ideale, quello del ciclo reale e quello di secondo principio (calore specifico a pressione costante  $c_p = 1003.5 \text{ J/kgK}$ );
- con riferimento al motore con post-bruciatore inserito:
3. calcolare i punti caratteristici del ciclo e determinare la velocità di uscita dei gas del flusso primario dal post-bruciatore.

Dati dichiarati dal produttore e risultati di prove sperimentali sul motore

Anno di qualificazione del motore	1999
Diametro presa d'aria	0.74 m
Lunghezza del motore	4 m
Massa del motore	circa 1000 kg
Spinta a punto fisso (w = 0) a livello del mare ("a secco")	60 kN
Spinta a punto fisso a livello del mare (con post-bruciatore)	90 kN
Rapporto spinta/peso ("a secco")	6.1
Rapporto spinta/peso (con post-bruciatore)	9
Consumo specifico TSFC ("a secco")	0.8 kg/h/kp
Consumo specifico TSFC (con postbruciatore)	1.7 kg/h/kp

Per ulteriori informazioni relative al motore si possono consultare i siti WEB:  
<http://www.eurofighter.com>  
<http://www.rolls-royce.co.uk/defence/products/tf/ej200/default.htm>

Premessa

Il motore a reazione è sostanzialmente costituito da una turbina a gas, da una presa d'aria anteriore, dal compressore, dagli iniettori del carburante, dalla camera di combustione e dal diffusore o condotto di scarico; tutti questi organi, insieme con i vari organi secondari, quali motorino d'avviamento, pompe per i lubrificanti e i liquidi di raffreddamento, postbruciatori, ecc., sono contenuti in un involucro metallico di forma aerodinamica che costituisce il vero e proprio motore. I primi velivoli a reazione entrarono in servizio verso la fine della II guerra mondiale, e furono i caccia tedesco Messerschmitt Me 262 e l'inglese Gloster Meteor.

In un turbogetto l'aria, captata dalle bocche delle prese d'aria, viene elaborata dal compressore (o dai compressori nelle soluzioni a compressore multistadio) e inviata alla camera di combustione, dove si miscela con il carburante iniettato da opportuni iniettori. L'accensione è a candela e, una volta iniziata, la combustione continua fino a quando giunge carburante (flusso continuo). Essendoci una combustione continua si ha un notevole innalzamento della temperatura dell'aria che si espande quando giunge in turbina producendo lavoro. Il turbogetto risponde, dal punto di vista termodinamico, al ciclo di Brayton e pertanto, come macchina termica, raggiunge rendimenti tanto più elevati quanto più elevati sono il suo rapporto di compressione e la temperatura massima del ciclo, a pari temperatura minima. La realizzazione dei turbogetto è quindi basata sull'ottenimento dei più elevati rendimenti possibili dei compressori, delle turbine a gas e delle camere di combustione. I compressori attualmente usati sono del tipo assiale. Le soluzioni più moderne per i compressori aeronautici prevedono l'adozione di palettature a calettamento variabile, per i primi stadi del compressore, lo spillamento di parte della portata d'aria elaborata dal compressore stesso, o la suddivisione del compressore in due tronchi indipendenti mossi, mediante due alberi coassiali, ciascuno da una propria turbina (schema noto come turbogetto bialbero).

La maggior parte dell'aria proveniente dal compressore (il 75%) viene impiegata per diluire i prodotti della combustione stessa e per refrigerare le pareti esterne delle camere. Queste sono costituite da più involucri toroidali e collegano l'uscita del compressore con l'ingresso in turbina, convogliando verso di questa i gas che si formano durante la combustione.

La turbina a gas, di norma assiale e frequentemente a più stadi, è la parte del turbogetto in cui vengono sfruttate le tecnologie più avanzate, date le elevate sollecitazioni meccaniche e termiche cui sono sottoposte soprattutto le sue palettature, le cui estremità possono ruotare a velocità dell'ordine dei 400 m/s, venendo investite da gas caldi a temperature spesso superiori ai 1300 °C e a velocità sui 600 m/s. Per tale motivo, le palette sono realizzate in speciali leghe ad alto tenore di nichel, con aggiunte di cobalto, e sono in diversi casi protette da un sottile strato di materiale ceramico, oppure sono munite di un sistema di raffreddamento alimentato da aria compressa prelevata al compressore, convogliata nell'interno delle palette (che sono cave) e quindi eiettata attraverso piccoli fori disposti sul loro bordo d'attacco (raffreddamento a film cooling).

La turbina ha la funzione di elaborare la portata gassosa trasformandola in parte in energia meccanica, necessaria per il funzionamento del compressore e dei sistemi ausiliari; la portata gassosa residua si espande nel condotto di scarico la cui forma contribuisce ad accelerare la velocità di espansione dei gas; la variazione della quantità di moto della massa gassosa in espansione fornisce la spinta. La spinta di un turbogetto, quando esso è montato su di un aeroplano, varia in misura abbastanza limitata al variare della velocità di volo ed è massima per velocità d'avanzamento nulla del velivolo, diminuisce leggermente quando vi è la minor differenza tra velocità di volo (e quindi di captazione dell'aria) e velocità di scarico del getto, mentre risale a velocità più elevate, dato l'incremento del rapporto di compressione ottenuto per effetto del recupero d'energia nella presa d'aria. Diminuzioni anche limitate del numero di giri del turbogetto (che dai 30.000~40.000 del turbogetto più piccoli si riducono a 8000~10.000 al minuto per quelli più grandi) determinano invece cospicue riduzioni della spinta. All'aumentare della quota, a parità di giri e di velocità di volo, la spinta del turbogetto si riduce, anche se in misura meno marcata, della potenza dei motori alternativi non sovralimentati. La riduzione della spinta al crescere della quota è notevole oltre gli 11.000 m dato che la densità dell'aria cala assai più vistosamente. I consumi specifici del turbogetto invece aumentano apprezzabilmente al crescere della velocità di volo, riducendosi al contrario quanto più la quota è elevata (sino al limite degli 11.000 m), e viceversa aumentando considerevolmente al ridursi del numero dei giri; pertanto, volendo risparmiare carburante ad alta quota, risulta inutile utilizzare il turbogetto a giri ridotti dato che a ciò provvede la diminuita spinta conseguente la rarefazione dell'aria. Dovendo aumentare la spinta a ogni quota, come è di regola sugli aviogetti militari, si adotta la postcombustione.

Con il diffondersi dei sistemi missilistici con sistema di guida passiva a raggi infrarossi, la postcombustione ha diminuito enormemente la sua utilità in combattimento, essendo l'aumento di spinta legato al cospicuo aumentare della vulnerabilità a tale tipo di armi. Quindi negli aviogetti militari la spinta secca (cioè senza postcombustione) ha assunto importanza fondamentale e livelli tali da consentire il volo a velocità di crociera supersonica. La necessità di adattare correttamente la sezione del condotto di scarico a variazioni della velocità del getto, che possono assumere vistose proporzioni, comporta di norma che i turbogetto con postcombustione abbiano ugelli a geometria variabile. L'adozione di un ugello regolabile facilita inoltre l'avviamento del turbogetto, mentre la possibilità di variare le condizioni di eiezione dei gas di scarico consente una certa riduzione dei consumi specifici. Esigenze di manovrabilità e decollo e atterraggio corto hanno portato a sperimentare, sugli aviogetti da combattimento, ugelli vettoriali, ovvero in grado di dirigere la spinta sul piano di simmetria verticale del velivolo.

La silenziosità, per i motori civili che per quelli militari, è divenuta una delle maggiori doti. La riduzione del rumore avviene attraverso un accurato progetto, mediante l'uso di materiali fonoassorbenti, l'affinamento delle superfici aerodinamiche, il controllo della combustione e, soprattutto, una accurata miscelazione del getto caldo con l'aria circostante. Per i velivoli militari è fondamentale la riduzione della traccia infrarossa attraverso il raffreddamento del getto, ottenuto sfruttando il flusso di by-pass.

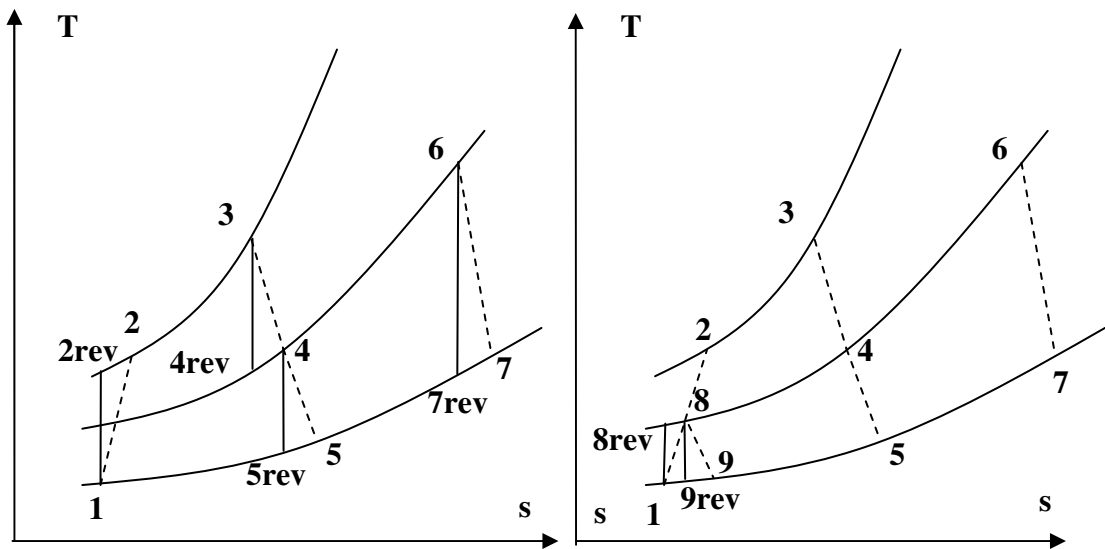
Per l'avviamento del turbogetto si ricorre, nei tipi di piccole dimensioni, a motori elettrici, mentre per gli altri all'iniezione di aria compressa che trascina in rotazione la turbina a gas, oppure a piccole

turbinette ausiliarie, collegate meccanicamente ai loro alberi. La potenza elettrica o pneumatica necessaria all'avviamento è generalmente fornita da piccole turbine ausiliarie, diffuse ormai su quasi tutti i velivoli.

L'affinamento del turbogetto ha oggi portato a propulsori il cui peso può mediamente essere di circa un decimo della spinta erogata, e anche meno nel caso di speciali reattori impiegati per fornire le forze sostenatrici su alcuni aviogetti a decollo verticale. In linea di massima i più elevati rapporti spinta/peso sono tipici dei turbogetto di minori dimensioni.

Il turbogetto è adattabile anche alle esigenze del volo a velocità subsoniche, sfruttando la tecnica della diluizione (o del turbogetto a doppio flusso), cui si è giunti cercando di conciliare le opposte esigenze di un alto rendimento termodinamico (che comportando elevate pressioni e temperature massime nel ciclo implica automaticamente altrettanto elevate velocità di scarico) e di un elevato rendimento propulsivo (che impone invece che la velocità dei gas di scarico non sia molto maggiore di quella con cui l'aereo sta volando). Nei turbogetto a diluizione, usualmente bialbero, una frazione anche cospicua dell'aria proveniente dal compressore a bassa pressione non viene fatta pervenire a quello ad alta pressione, ma è viceversa convogliata, attraverso un condotto anulare che avvolge il nucleo del propulsore, nel cono di scarico, dove si mescola con i gas ad alta temperatura e velocità provenienti dalle turbine, cioè con l'aria che, uscita dal compressore ad alta pressione, è passata alle camere di combustione e ha poi azionato le turbine stesse. I gas di scarico più caldi e più veloci, provenienti da un ciclo termodinamico con elevato rendimento, vengono così diluiti dall'aria fredda che è stata prelevata all'uscita del compressore a bassa pressione, costituendo una massa gassosa più fredda e più lenta, che assicura sia una ridotta rumorosità, sia un buon rendimento propulsivo anche a velocità dell'ordine dei 300 m/s, e anche inferiori se il rapporto di diluizione (cioè il rapporto tra la massa dei gas di scarico freddi e quella dei gas caldi) è sufficientemente elevato. La ricerca nel campo dei turbogetto a diluizione ha dato risultati talmente positivi da provocare la quasi scomparsa dei turbogetto puri.

Soluzione



Le trasformazioni che hanno luogo nel circuito primario, nel caso di trasformazioni reali e in assenza di post-combustore, sono rappresentate nel piano termodinamico T-s e sono schematizzabili come:

- 1-2                compressione adiabatica
- 2-3                riscaldamento isobaro nel combustore
- 3-4                espansione adiabatica in turbina
- 4-5                espansione adiabatica nell'ugello

con l'utilizzo del post-combustore si hanno, in sostituzione della trasformazione 4-5, le seguenti trasformazioni:

- 4-6                riscaldamento isobaro nel post-combustore
- 6-7                espansione adiabatica nell'ugello

Per il flusso nel secondario si ha, come rappresentato nel diagramma di stato alla sinistra:

- 1-8                compressione adiabatica nel ventilatore
- 8-9                espansione adiabatica nell'ugello

Quesito 1

Per determinare i punti caratteristici del ciclo ideale e del ciclo reale occorre analizzare le singole trasformazioni. Per la caratterizzazione termodinamica del ciclo è necessario determinare le temperature dei punti del ciclo.

Le pressioni che si hanno nei diversi punti del ciclo sono determinabili con i rapporti di compressione:

$$P_2 = P_1 \cdot r_P$$
$$P_8 = P_1 \cdot r_V$$

$$P_2 = 101325 \cdot 26 \text{ Pa} = 2634450 \text{ Pa}$$
$$P_8 = 101325 \cdot 4.2 \text{ Pa} = 425565 \text{ Pa}$$



Nelle trasformazioni di espansione e compressione adiabatiche la trasformazione di riferimento ideale è la trasformazione isoentropica che è retta dalla relazione:

$$\frac{T}{T_o} = \left( \frac{P}{P_o} \right)^{\frac{1-k}{k}}$$

Per determinare i punti caratteristici del ciclo reale si utilizzano le definizioni di rendimento isoentropico di espansione e compressione.

*Punto 2*

La temperatura del punto 2rev si ottiene con la relazione:

$$T_{2,rev} = T_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-k}{k}}$$
$$T_{2,rev} = 288.15 \left( \frac{1}{26} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} \text{ K} = 730.96 \text{ K}$$

Per determinare la temperatura del punto 2 si sfrutta la definizione di rendimento isoentropico di compressione, da cui, con opportuni passaggi, si ottiene:

$$T_2 = T_1 + \frac{(T_{2,rev} - T_1)}{\eta_c}$$
$$T_2 = 288.15 \text{ K} + \frac{(730.96 - 288.15)}{0.85} \text{ K} = 809.10 \text{ K}$$

*Punto 8*

Le condizioni all’uscita della ventola per il flusso d’aria di bypass si determinano in modo analogo.

La temperatura del punto 8rev si ottiene con la relazione:

$$T_{8,rev} = T_1 \left( \frac{P_1}{P_8} \right)^{\frac{1-k}{k}}$$
$$T_{8,rev} = 288.15 \left( \frac{1}{4.2} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} \text{ K} = 434.20 \text{ K}$$

Per determinare la temperatura del punto 8 si sfrutta la definizione di rendimento isoentropico di compressione, da cui, con opportuni passaggi, si ottiene:

$$T_8 = T_1 + \frac{(T_{8,rev} - T_1)}{\eta_c}$$
$$T_8 = 288.15 \text{ K} + \frac{(434.20 - 288.15)}{0.85} \text{ K} = 459.97 \text{ K}$$

#### Punto 4

Al punto 3 la temperatura è nota  $T_3 = 1600$  K. Per determinare il punto 4 si ipotizzerà che la potenza prodotta dalla turbina sia pari alla potenza assorbita dal ventilatore e dal compressore; a queste potenze si dovrebbero aggiungere le potenze assorbite dai sistemi ausiliari del velivolo e che, in questa analisi, sono trascurate.

$$\dot{L}_T = \dot{L}_V + \dot{L}_C$$

$$\dot{m}_T(h_3 - h_4) = \dot{m}_V(h_8 - h_1) + \dot{m}_C(h_2 - h_1)$$

Le portate in massa nei singoli componenti, sfruttando la definizione di BPR, sono:

$$\dot{m}_T = \frac{\dot{m}_a}{(1 - \text{BPR})} \quad \dot{m}_T = \frac{76}{(1 + 0.4)} \text{ kg/s} = 54.29 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_V = \dot{m}_a \cdot \frac{\text{BPR}}{(1 - \text{BPR})} \quad \dot{m}_V = 76 \cdot \frac{0.4}{(1 + 0.4)} \text{ kg/s} = 21.71 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_C = \frac{\dot{m}_a}{(1 - \text{BPR})} \quad \dot{m}_C = \frac{76}{(1 + 0.4)} \text{ kg/s} = 54.29 \text{ kg/s}$$

Con l'ipotesi che il gas sia ideale si ottiene la temperatura del punto 4:

$$T_4 = T_3 - \frac{\dot{m}_V(T_8 - T_1) + \dot{m}_C(T_2 - T_1)}{\dot{m}_T}$$

$$T_4 = 1600 \text{ K} - \frac{21.71 \cdot (459.97 - 288.15) + 54.29 \cdot (809.1 - 288.15)}{54.29} \text{ K} = 1010.32 \text{ K}$$

Nota la temperatura del punto 4 si può determinare la temperatura che teoricamente competerebbe all'espansione isoentropica in turbina:

$$T_{4,\text{rev}} = T_3 - \frac{(T_3 - T_4)}{\eta_T}$$

$$T_{4,\text{rev}} = 1600 \text{ K} - \frac{(1600 - 1010.32)}{0.95} \text{ K} = 979.28 \text{ K}$$

La pressione che si ottiene a valle della turbina è:

$$P_4 = P_3 \left( \frac{T_3}{T_{4,\text{rev}}} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$P_4 = 2634450 \left( \frac{979.28}{1600} \right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} \text{ Pa} = 472538 \text{ Pa}$$

Come si può osservare è molto simile alla pressione che si ha a valle del ventilatore.

La spinta è ottenuta sfruttando l'energia cinetica dei gas di scarico ottenuta sfruttando il salto entalpico nell'ugello del motore. Si hanno i contributi dovuti al flusso principale (4-5) e quello del flusso secondario (8-9).

#### Punto 5

Per determinare il punto 5 si deve analizzare il processo ideale di espansione (4-5) nell'ugello del motore (espansione isoentropica).

La temperatura del punto 5rev si ottiene con la relazione:

$$T_{5,\text{rev}} = T_4 \left( \frac{P_4}{P_5} \right)^{\frac{1-k}{k}}$$

$$T_{5,\text{rev}} = 1010.32 \left( \frac{472538}{101325} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} \text{ K} = 650.73 \text{ K}$$

Per determinare la temperatura del punto 5 si sfrutta la definizione di rendimento isoentropico di espansione dell'ugello, da cui, con opportuni passaggi, si ottiene:

$$T_5 = T_4 + \eta_u (T_{5,\text{rev}} - T_4)$$

$$T_5 = 1010.32 \text{ K} + 0.9 \cdot (650.73 - 1010.32) \text{ K} = 686.69 \text{ K}$$

La velocità di scarico dei fumi dall'ugello si ottiene applicando il bilancio energetico tra l'ingresso, in cui per ipotesi si considera trascurabile la componente cinetica, e la sezione di uscita, in un sistema aperto senza scambi di lavoro e di calore.

$$\dot{m}_T \left[ (h_4 - h_5) + \left( \frac{w_4^2}{2} - \frac{w_5^2}{2} \right) \right] = 0 \quad w_5 = \sqrt{2(h_4 - h_5)} \quad w_5 = \sqrt{2c_p(T_4 - T_5)}$$

$$w_5 = \sqrt{2 \cdot 1003.5(1010.32 - 686.69)} \text{ m/s} = 805.94 \text{ m/s}$$

#### Punto 9

Con un procedimineto analogo si ottengono le velocità di scarico associate all'espansione del flusso di by-pass. Per determinare il punto 9 si deve analizzare il processo ideale di espansione (8-9).

La temperatura del punto 9rev si ottiene con la relazione:

$$T_{9,\text{rev}} = T_8 \left( \frac{P_8}{P_9} \right)^{\frac{1-k}{k}}$$

$$T_{9,\text{rev}} = 459.97 \left( \frac{4.2}{1} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} \text{ K} = 305.25 \text{ K}$$

Per determinare la temperatura del punto 9 si sfrutta la definizione di rendimento isoentropico di espansione dell'ugello, da cui, con opportuni passaggi, si ottiene:

$$T_9 = T_8 + \eta_u (T_{9,\text{rev}} - T_8)$$

$$T_9 = 459.97 \text{ K} + 0.9 \cdot (305.25 - 459.97) \text{ K} = 320.73 \text{ K}$$

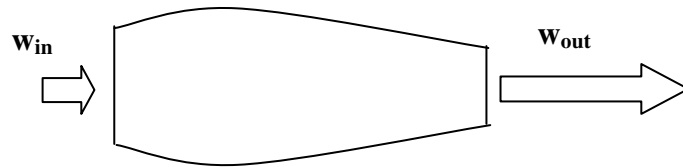
Come si può notare la temperatura di scarico di questo flusso d'aria è relativamente bassa. Come indicato nella premessa questo flusso, oltre a contribuire a raffreddare la struttura del motore, contribuisce a ridurre la temperatura complessiva dei fumi allo scarico. La velocità di scarico dei fumi del flusso secondario dall'ugello si ottiene applicando il bilancio energetico

tra l'ingresso, in cui per ipotesi si considera trascurabile la componente cinetica, e una sezione di uscita, in un sistema aperto senza scambi di lavoro e di calore.

$$\dot{m}_v \left[ (h_8 - h_9) + \left( \frac{w_8^2}{2} - \frac{w_9^2}{2} \right) \right] = 0 \quad w_9 = \sqrt{2(h_8 - h_9)} \quad w_9 = \sqrt{2c_p(T_8 - T_9)}$$

$$w_9 = \sqrt{2 \cdot 1003.5(459.97 - 320.73)} \text{ m/s} = 528.65 \text{ m/s}$$

Per calcolare la spinta occorre applicare l'equazione di bilancio di quantità di moto per il motore.



$$F = \dot{m}(w_{out} - w_{in})$$

Osservando che la velocità dell'aria all'ingresso del motore è trascurabile rispetto alla velocità dei gas in uscita e che le portate in massa sono scomposte nel flusso primario e nel flusso secondario si ottiene che la spinta  $F$  è data da:

$$F = \dot{m}_T w_5 + \dot{m}_V w_9$$

$$F = 54.29 \cdot 805.94 \text{ N} + 21.71 \cdot 528.65 \text{ N} = 55.2 \text{ kN}$$

Come si può osservare il risultato ottenuto è molto simile al dato sperimentale dichiarato di targa del motore.

## Quesito 2

Per ottenere il rendimento termodinamico del ciclo reale occorre valutare la potenza meccanica utile e la potenza termica fornita all'aria nella camera di combustione.

La potenza meccanica utile è data dalla differenza tra la somma delle potenze prodotte (turbina ed ugello) a cui vengono sottratte le potenze assorbite (compressore e ventilatore). Essendosi dimensionata la turbina in modo tale da ottenersi una potenza prodotta pari a quella assorbita da compressore e ventola si ottiene che la potenza utile è quella data dall'espansione nell'ugello dei due flussi primario e secondario:

$$\dot{L}_{ut} = \dot{m}_T(h_4 - h_5) + \dot{m}_V(h_8 - h_9) \quad \dot{L}_{ut} = c_p[\dot{m}_T(T_4 - T_5) + \dot{m}_V(T_8 - T_9)]$$

$$\dot{L}_{ut} = 1003.5[54.29(1010.32 - 686.69) + 21.71(459.97 - 320.73)] \text{ W} = 20664.8 \text{ kW}$$

La potenza termica è fornita al flusso primario nel processo (2-3).

$$\dot{Q}_C = \dot{m}_T(h_3 - h_2) \quad \dot{Q}_C = \dot{m}_T c_p(T_3 - T_2)$$

$$\dot{Q}_C = 54.29 \cdot 1003.5(1600 - 809.10) \text{ W} = 43088.2 \text{ kW}$$

Il rendimento termodinamico del ciclo reale è quindi:

$$\eta_{reale} = \frac{\dot{L}_{ut}}{\dot{Q}_C} \quad \eta_{reale} = \frac{20664.8}{43088.2} = 0.479$$

Un ciclo Joule-Brayton ideale realizzato con temperatura minima pari a  $T_1$  e temperatura massima pari a  $T_3$  avrebbe consentito di ottenere un rendimento termodinamico pari a:

$$\eta_{JB} = 1 - \frac{T_2}{T_3} \qquad \eta_{JB} = 1 - \frac{809.1}{1600} = 0.4943$$

Il rendimento di una macchina reversibile tra le medesime sorgenti è pari a:

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \qquad \eta_{JB} = 1 - \frac{288.15}{1600} = 0.8199$$

Si ottiene quindi un rendimento di secondo principio:

$$\eta_{II} = \frac{\eta_{reale}}{\eta_{rev}} \qquad \eta_{II} = \frac{0.479}{0.8199} = 0.5842$$

**Quesito 3**

Con il post-combustore attivo il ciclo termodinamico reale si modifica rispetto a quello già analizzato per l’assenza dell’espansione (4-5) nell’ugello sostituita da un riscaldamento del flusso primario per la trasformazione (4-6) e dalla successiva espansione nell’ugello (6-7). Gli stati termodinamici del punto 6 sono noti e rimane da quantificare lo stato termodinamico di fine espansione (7).

*Punto 7*

Per determinare il punto 7 si deve analizzare il processo ideale di espansione (6-7) nell’ugello del motore (espansione isoentropica).

La temperatura del punto 7rev si ottiene con la relazione:

$$T_{7,rev} = T_6 \left( \frac{P_6}{P_7} \right)^{\frac{1-k}{k}}$$
$$T_{7,rev} = 2100 \left( \frac{472538}{101325} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} \text{ K} = 1352.56 \text{ K}$$

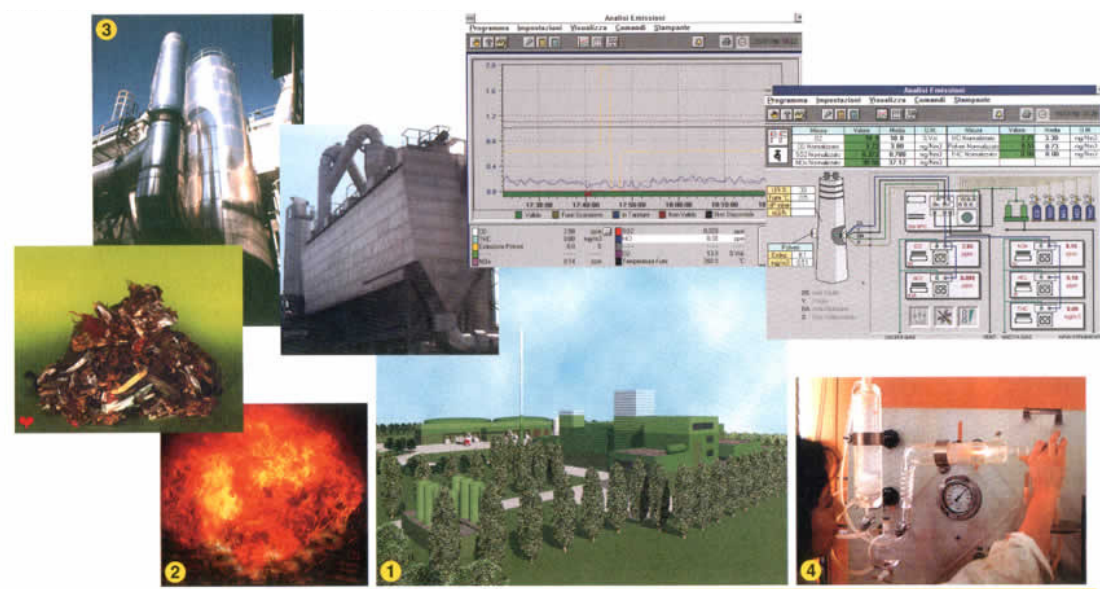
Per determinare la temperatura del punto 7 si sfrutta la definizione di rendimento isoentropico di espansione dell’ugello, da cui, con opportuni passaggi, si ottiene:

$$T_7 = T_6 + \eta_u (T_{7,rev} - T_6)$$
$$T_7 = 2100 \text{ K} + 0.9 \cdot (1352.56 - 2100) \text{ K} = 1427.3 \text{ K}$$

La temperatura di scarico è sensibilmente maggiore rispetto al caso senza post-combustore. La velocità di scarico dei fumi dall’ugello si ottiene applicando il bilancio energetico tra l’ingresso, in cui per ipotesi si considera trascurabile la componente cinetica, e la sezione di uscita, in un sistema aperto senza scambi di lavoro e di calore.

$$\dot{m}_T \left[ (h_6 - h_7) + \left( \frac{w_6^2}{2} - \frac{w_7^2}{2} \right) \right] = 0 \qquad w_7 = \sqrt{2(h_6 - h_7)} \qquad w_7 = \sqrt{2c_p(T_6 - T_7)}$$
$$w_5 = \sqrt{2 \cdot 1003.5(2100 - 1427.3)} \text{ m/s} = 1161.94 \text{ m/s}$$

**PROBLEMA 4**  
**Inceneritore di RSU con centrale termoelettrica a ciclo Rankine**



Si vuole dimensionare, dal punto di vista termodinamico, una centrale termoelettrica, basata sull'impiego di un ciclo Rankine a vapore surriscaldato con rigenerazione, che viene alimentata con rifiuti solidi urbani (RSU) prodotti da una città di 1.5 milioni di abitanti. Ogni cittadino produce in media una massa di rifiuto secco pari a 1.2 kg/giorno; opportunamente trattato questo rifiuto si è in grado di produrre combustibile con  $P_{ci}= 8000 \text{ kJ/kg}$ . Il processo di combustione ha una efficienza pari a 85 %.

Il generatore di vapore dell'impianto è costituito da una caldaia che produce vapore alla pressione  $P_{max}= 150 \text{ bar}$  mentre la temperatura massima di ingresso in turbina è pari a  $T_{max}= 600 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . La pressione nel condensatore è pari a  $P_{min}= 0.03 \text{ bar}$ . La espansione in turbina è realizzata con due gruppi di turbina: turbina di alta pressione e turbina di bassa pressione. Nel primo gruppo di turbine si espande il vapore d'acqua sino alla pressione  $P_{TB}= 25 \text{ bar}$  con un rendimento isoentropico di espansione  $\eta_{sTA}= 0.90$ . Parte del vapore all'uscita della turbina viene inviato al rigeneratore a miscela dell'impianto. Nel secondo gruppo di turbine si ha una espansione con un rendimento isoentropico di espansione  $\eta_{sTB}= 0.85$ . I sistemi di pompaggio hanno rendimenti isoentropici di compressione  $\eta_{sP}= 0.90$  mentre il generatore elettrico ha un rendimento  $\eta_{GE}= 0.95$ .

Al condensatore si disponga di acqua di fiume ( $c_{LF}= 4200 \text{ J/kgK}$ ) in arrivo alla temperatura di  $15 \text{ }^{\circ}\text{C}$  e si vuole limitare la temperatura dell'acqua allo scarico del condensatore a  $18 \text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- Quesiti:**
1. Determinare l'equivalente energetico in barili di petrolio al giorno (1 barile= 159 l di petrolio con  $P_{ci}= 40000 \text{ kJ/kg}$ ,  $\rho= 810 \text{ kg/m}^3$ ).

- 2. Determinare le condizioni termodinamiche dei punti del ciclo.
- 3. Determinare la frazione massica inviata al rigeneratore.
- 4. Calcolare il rendimento termodinamico.
- 5. Calcolare la portata massica di vapore che fluisce nell’impianto.
- 6. Calcolare la potenza termica dissipata in ambiente e la potenza elettrica prodotta.
- 7. Determinare la portata di acqua di refrigerazione al condensatore.
- 8. Determinare il rendimento termodinamico nell’ipotesi in cui a valle della turbina di alta pressione si esegua un nuovo surriscaldamento sino alla pressione massima  $P_{max}$ .

Soluzione

I dati del problema sono:

Produzione pro-capite di RSU	$\dot{m}_{RSU} = 1.2 \text{ kg/giorno}$
Potere Calorifico Inferiore di RSU	$P_{ci_{RSU}} = 8000 \text{ kJ/kg}$
Volume di petrolio per barile	$V_{bar} = 159 \text{ l} = 0.159 \text{ m}^3$
Potere Calorifico Inferiore del petrolio	$P_{ci_p} = 40000 \text{ kJ/kg}$
Massa volumica del petrolio	$\rho_p = 810 \text{ kg/m}^3$
Pressione massima del ciclo	$P_{max} = 150 \text{ bar} = 1.5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$
Temperatura massima del ciclo	$T_{max} = 600 \text{ }^\circ\text{C} = 873.15 \text{ K}$
Pressione minima del ciclo	$P_{min} = 0.03 \text{ bar} = 3000 \text{ Pa}$
Pressione nel rigeneratore	$P_{TB} = 25 \text{ bar} = 2.5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
Temperatura di ingresso dell’acqua nel condensatore	$T_{in} = 15 \text{ }^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}$
Temperatura di uscita dell’acqua nel condensatore	$T_{out} = 18 \text{ }^\circ\text{C} = 291.15 \text{ K}$
Calore specifico dell’acqua di fiume	$c_{LF} = 4200 \text{ J/kgK}$
Rendimento combustione RSU	$\eta_c = 0.85$
Rendimento isoentropico di espansione turbine AP	$\eta_{sTA} = 0.9$
Rendimento isoentropico di espansione turbine BP	$\eta_{sTB} = 0.85$
Rendimento isoentropico delle pompe	$\eta_{sp} = 0.9$
Rendimento generatore elettrico	$\eta_e = 0.95$

Quesito 1

Essendo nota la produzione pro-capite di rifiuti urbani ch vengono inviati al termovalorizzatore ed essendo noto il loro potere calorifico è possibile determinare la potenza termica teorica che viene prodotta con il loro utilizzo. La quantità istantanea di rifiuti trattata dall’impianto è:

$\dot{M}_{RSU} = \dot{m}_{RSU} nr_{Ab}$        $\dot{M}_{RSU} = 1.2 \cdot 1500000 \text{ kg / giorno} = 1.8 \cdot 10^6 \text{ kg / giorno} = 20.83 \text{ kg / s}$

La potenza termica resa disponibile all’impianto a ciclo Rankine dalla combustione dei rifiuti è pari a:

$\dot{Q}_C = \eta_c \dot{M}_{RSU} P_{ci_{RSU}}$        $\dot{Q}_C = 0.85 \cdot 20.83 \cdot 8000 \text{ kW} = 141.7 \text{ MW}$

La medesima potenza termica, con l’ipotesi di una combustione ideale, può essere ottenuta utilizzando una massa di petrolio pari a:

$$\dot{M}_p = \frac{\dot{Q}_C}{P_{ci_p}} \quad \dot{M}_p = \frac{141700}{40000} = 3.542 \text{ kg / s}$$

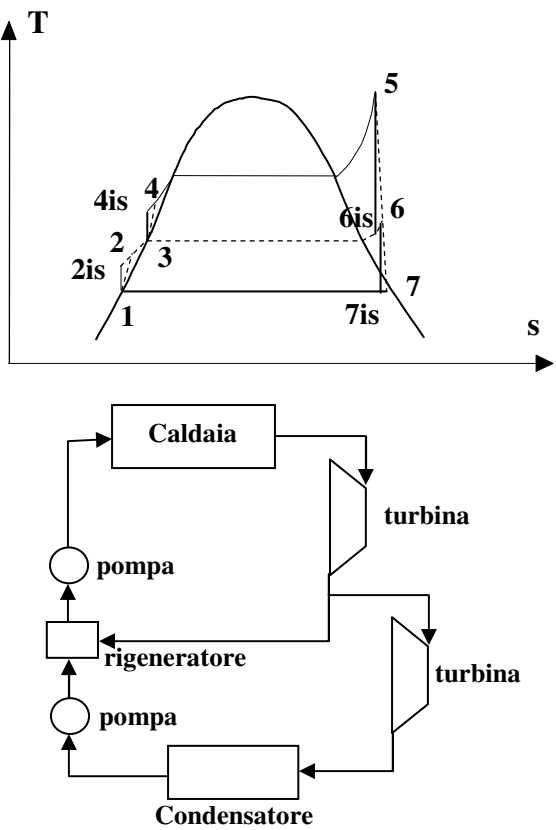
Tale quantitativo corrisponde ad un numero di barili di greggio pari a:

$$nr_b = \frac{\dot{M}_p}{\rho_P} \frac{1}{V_{bar}} \quad nr_b = \frac{3.542}{810} \frac{1}{0.159} = 0.0275 \text{ barili / s} = 2376 \text{ barili / giorno}$$

**Quesito 2**

Per rispondere a questo quesito è necessario analizzare il ciclo termodinamico valutando le coordinate termodinamiche dei diversi punti del ciclo.

Il figura è rappresentato sia il ciclo termodinamico sia la schematizzazione dei componenti presenti nell’impianto.



Gli stati caratteristici per il ciclo sono: 1-2-3-4-5-6-7. I dati sono determinabili, con esclusione degli stati 2 e 4, dalle tabelle del vapore saturo e del vapore surriscaldato.

**Stato 1:** di questo stato è nota la pressione e dalle tabelle termodinamiche di saturazione, per lo stato liquido, sono determinabili le altre coordinate.

$$P_1= 0.03 \text{ bar} \quad T_1= 24.1 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad v_1= 0.0010027 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1= 101.0 \text{ kJ/kg} \quad s_1= 0.3543 \text{ kJ/kgK}$$



**Stato 2is:** sono noti la pressione  $P_2= 25 \text{ bar}$  e l'entropia  $s_{2is}= s_1$ . la trasformazione isoentropica 1-2is può essere trattata con l'ipotesi di adottare il modello di liquido incompressibile ideale. Dalle definizioni di variazione di entropia e di variazioni di entalpia di un liquido incompressibile ideale si ha:

$$\begin{cases} (s_1 - s_{2is}) = c_L \ln \frac{T_1}{T_{2is}} \\ (h_1 - h_{2is}) = (c_L T_1 + P_1 v_1) - (c_L T_{2is} + P_2 v_{2is}) \end{cases}$$

Dalla definizione di variazione di entropia si ottiene  $T_{2is}= T_1= 24.1 \text{ }^{\circ}\text{C}$  mentre, dalla definizione di variazione di entalpia (e ponendo  $v_L= v_1= v_{2is}$ ), si ha:

$$h_{2is} = h_1 + v_L (P_2 - P_1)$$

$$h_{2is} = 101000 \text{ J/kg} + 0.0010027 (25 \cdot 10^5 - 3000) \text{ J/kg} = 103.5 \text{ kJ/kg}$$

**Stato 2:** essendo noto il rendimento isoentropico di compressione della pompa si possono determinare le variabili termodinamiche nello stato 2. Per l'analisi energetica del ciclo è sufficiente conoscere l'entalpia specifica:

$$\eta_{sp} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2is} - h_1}$$

$$h_2 = h_1 + \frac{(h_{2is} - h_1)}{\eta_{sp}} \qquad h_2 = 101 \text{ kJ/kg} + \frac{(103.5 - 101)}{0.9} \text{ kJ/kg} = 103.8 \text{ kJ/kg}$$

**Stato 3:** Nel rigeneratore si ha la miscelazione isobara ed adiabatca della portata di liquido proveniente dalla pompa con il flusso di vapore surriscaldato spillato dopo il gruppo di turbine ad alta pressione. Il prodotto di tale miscelazione è liquido saturo alla pressione di miscelazione. Pertanto dalle tabelle termodinamiche di saturazione, per lo stato liquido, sono determinabili le varie coordinate termodinamiche:

$$P_3= 25 \text{ bar} \qquad T_3= 223.9 \text{ }^{\circ}\text{C} \qquad v_3= 0.0011972 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_3= 961.9 \text{ kJ/kg} \qquad s_3= 2.4442 \text{ kJ/kgK}$$

**Stato 4is:** sono noti la pressione  $P_4= 150 \text{ bar}$  e l'entropia  $s_{4is}= s_3$ . la trasformazione isoentropica 3-4is è analoga alla trasformazione 1-2is. Si ha pertanto:

$$\begin{cases} (s_3 - s_{4is}) = c_L \ln \frac{T_3}{T_{4is}} \\ (h_3 - h_{4is}) = (c_L T_3 + P_3 v_3) - (c_L T_{4is} + P_4 v_{4is}) \end{cases}$$

Dalla definizione di variazione di entropia si ottiene  $T_{4is}= T_3$  mentre, dalla definizione di variazione di entalpia (e ponendo  $v_L= v_3= v_{4is}$ ), si ha:

$$h_{4is} = h_3 + v_L (P_4 - P_3)$$

$$h_{4is} = 961900 \text{ J/kg} + 0.0011972 (150 \cdot 10^5 - 25 \cdot 10^5) \text{ J/kg} = 976.9 \text{ kJ/kg}$$

**Stato 4:** essendo noto il rendimento isoentropico di compressione della pompa si possono determinare le variabili termodinamiche nello stato 5.

$$\eta_{sp} = \frac{h_4 - h_3}{h_{4is} - h_3}$$

$$h_4 = h_3 + \frac{(h_{4is} - h_3)}{\eta_{sp}} \qquad h_4 = 961.9 \text{ kJ / kg} + \frac{(976.9 - 961.9)}{0.9} \text{ kJ / kg} = 978.5 \text{ kJ / kg}$$

**Stato 5:** si tratta di uno stato di vapore surriscaldato di cui sono note la temperatura T<sub>5</sub>= T<sub>max</sub>= 600 °C e la pressione P<sub>5</sub>= P<sub>max</sub>= 150 bar.  
h<sub>5</sub>= 3579.8 kJ/kg                s<sub>5</sub>= 6.6764 kJ/kgK

**Stato 6is:** dallo stato 5 si realizza una espansione isoentropica nel gruppo di turbine ad alta pressione. Dello stato 6is sono quindi note la pressione P<sub>6</sub>= P<sub>TB</sub>= 25 bar e l’entropia s<sub>6is</sub>= s<sub>5</sub>= 6.6764 kJ/kgK.

Essendo, alla pressione di 25 bar, l’entropia del vapore saturo pari a s<sub>TB</sub>= 6.2537 kJ/kgK e quindi inferiore a quella del fluido nello stato 6is questo stato è uno stato di vapore surriscaldato. Per determinare il valore di temperatura e di entalpia occorre interpolare i dati presenti sulla tabella del vapore surriscaldato.

Sulle tabelle del vapore surriscaldato per la pressione di 25 bar, trovo le due serie di dati:

T <sub>A</sub> = 300 °C	h <sub>A</sub> = 3010.4 kJ/kg	s <sub>A</sub> = 6.647 kJ/kgK
T <sub>B</sub> = 350 °C	h <sub>B</sub> = 3240.7 kJ/kg	s <sub>B</sub> = 6.8442 kJ/kgK

Interpolando linearmente i dati si ottiene:

$$\frac{T_{6is} - T_A}{T_B - T_A} = \frac{s_{6is} - s_A}{s_B - s_A} \qquad T_{6is} = T_A + (T_B - T_A) \frac{s_{6is} - s_A}{s_B - s_A}$$

$$T_{6is} = 300^{\circ}\text{C} + (350 - 300) \frac{6.6764 - 6.647}{6.8442 - 6.647}^{\circ}\text{C} = 342.55^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{h_{6is} - h_A}{h_B - h_A} = \frac{s_{6is} - s_A}{s_B - s_A} \qquad h_{6is} = h_A + (h_B - h_A) \frac{s_{6is} - s_A}{s_B - s_A}$$

$$h_{6is} = 3010.4 \text{ kJ / kg} + (3240.7 - 3010.4) \frac{6.6764 - 6.647}{6.8442 - 6.647} \text{ kJ / kg} = 3044.7 \text{ kJ / kg}$$

**Stato 6:** essendo noto il rendimento isoentropico di espansione nelle turbine di alta pressione si possono determinare le variabili termodinamiche nello stato 6. Per l’analisi energetica del ciclo è sufficiente conoscere l’entalpia specifica:

$$\eta_{sTA} = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_{6is}} \qquad h_6 = h_5 - \eta_{sTA} (h_5 - h_{6is})$$

$$h_6 = 3579.8 \text{ kJ / kg} - 0.9 \cdot (3579.8 - 3044.7) \text{ kJ / kg} = 3098.2 \text{ kJ / kg}$$

L’entropia specifica si ottiene ancora con una interpolazione lineare avendo nota, questa volta, l’entalpia specifica:

$$\frac{h_6 - h_A}{h_B - h_A} = \frac{s_6 - s_A}{s_B - s_A} \qquad s_6 = s_A + (s_B - s_A) \frac{h_6 - h_A}{h_B - h_A}$$

$$s_6 = 6.647 \text{ kJ/kgK} + (6.8442 - 6.647) \frac{3098.2 - 3010.4}{3240.7 - 3010.4} \text{ kJ/kgK} = 6.7222 \text{ kJ/kgK}$$

**Stato 7is:** dallo stato 6 si realizza una espansione isoentropica nel gruppo di turbine di bassa pressione. Dello stato 7is sono quindi note la pressione  $P_7 = P_{\min} = 0.03 \text{ bar}$  e l’entropia  $s_{7is} = s_6 = 6.7222 \text{ kJ/kgK}$ .

Essendo, alla pressione di 0.03 bar, l’entropia del vapore saturo pari a  $s_{vs} = 8.5785 \text{ kJ/kgK}$  e quindi superiore a quella del fluido nello stato 7is si ha uno stato bifase.

Per determinare l’entalpia occorre dapprima valutare il titolo:

$$x_{7is} = \frac{s_{7is} - s_L}{s_{vs} - s_L}$$

$$h_{7is} = h_L (1 - x_{7is}) + x_{7is} h_{vs}$$

Dalle tabelle di saturazione, alla pressione di 0.03 bar, si hanno:

$$h_L = 101 \text{ kJ/kg} \qquad h_{vs} = 2545.6 \text{ kJ/kg}$$

$$s_L = 0.3543 \text{ kJ/kgK} \qquad s_{vs} = 8.5785 \text{ kJ/kgK}$$

Si ottiene quindi:

$$x_{7is} = \frac{6.7222 - 0.3543}{8.5785 - 0.3543} = 0.7743$$

$$h_{7is} = 101 \cdot (1 - 0.7743) \text{ kJ/kg} + 0.7743 \cdot 2545.6 \text{ kJ/kg} = 1993.8 \text{ kJ/kg}$$

**Stato 7:** essendo noto il rendimento isoentropico della turbina di bassa pressione si possono determinare le variabili termodinamiche nello stato 7. Per l’analisi energetica del ciclo è sufficiente conoscere l’entalpia specifica:

$$\eta_{\text{STB}} = \frac{h_6 - h_7}{h_6 - h_{7is}} \qquad h_7 = h_6 - \eta_{\text{STB}} (h_6 - h_{7is})$$

$$h_7 = 3098.2 \text{ kJ/kg} - 0.85 \cdot (3098.2 - 1993.8) \text{ kJ/kg} = 2159.5 \text{ kJ/kg}$$

Nota l’entalpia specifica dello stato 7 ed essendo il valore assunto da questa grandezza compreso tra l’entalpia specifica di liquido saturo e l’entalpia specifica di vapore saturo, si può concludere che anche lo stato 7 è uno stato bifase e determinare quindi temperatura ( $T_7 = T_1$ ) titolo della miscela ed entropia specifica.

Essendo ora note le entalpie specifiche degli stati che caratterizzano il ciclo è possibile determinare le potenze termiche e meccaniche scambiate.

### Quesito 3

Nel rigeneratore si realizza la miscelazione isobara ed adiabatica dei flussi di acqua provenienti dalla prima pompa del ciclo e dallo spillamento dopo il gruppo di turbine di alta pressione.

L’equazione di bilancio energetico si one nella forma:

$$\dot{m}_P h_2 + \dot{m}_R h_6 = (\dot{m}_P + \dot{m}_R) h_3$$

Dividendo ora per la portata complessiva del ciclo ed indicando con  $\xi$  la frazione della portata complessiva spillata dalle turbine si ottiene:

$$(1-\xi)h_2 + \xi \cdot h_6 = h_3$$

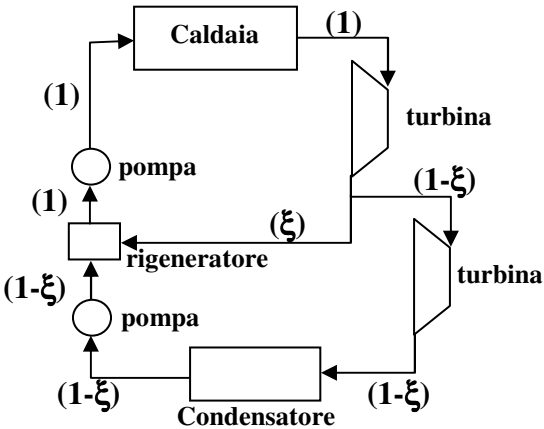
$$\xi = \frac{h_3 - h_2}{h_6 - h_2}$$

$$\xi = \frac{961.9 - 103.8}{3098.2 - 103.8} = 0.2867$$

Al rigeneratore viene quindi inviata una frazione pari al 28.7 % della portata che fluisce nel generatore di vapore.

**Quesito 4**

Per determinare il rendimento del ciclo è necessario valutare i lavori specifici prodotti dai singoli componenti e pesarli con l’opportuna frazione di portata in massa che li attraversa. La ripartizione delle portate in massa è illustrata in figura.



Primo gruppo di pompe:

$$l_{p1} = (h_2 - h_1) \quad l_{p1} = (103.8 - 101) \text{ kJ / kg} = 2.8 \text{ kJ / kg}$$

Secondo gruppo di pompe:

$$l_{p2} = (h_4 - h_3) \quad l_{p2} = (978.5 - 961.9) \text{ kJ / kg} = 16.6 \text{ kJ / kg}$$

Generatore di vapore

$$q_C = (h_5 - h_4) \quad q_C = (3579.8 - 978.5) \text{ kJ / kg} = 2601.3 \text{ kJ / kg}$$

Turbina di alta pressione

$$l_{TA} = (h_5 - h_6) \quad l_{TA} = (3579.8 - 3098.2) \text{ kJ / kg} = 481.6 \text{ kJ / kg}$$

Turbina di bassa pressione

$$l_{TB} = (h_6 - h_7) \quad l_{TB} = (3098.2 - 2159.5) \text{ kJ / kg} = 938.7 \text{ kJ / kg}$$

Condensatore

$$q_F = (h_7 - h_1) \quad q_F = (2159.5 - 101) \text{ kJ / kg} = 2058.5 \text{ kJ / kg}$$

Il rendimento è quindi:

$$\eta = \frac{l_{TA} + (1 - \xi)l_{TB} - [(1 - \xi)l_{P1} + l_{P2}]}{q_C} \quad \eta = 1 - \frac{(1 - \xi)q_F}{q_C}$$

$$\eta = 1 - \frac{(1 - 0.2867)2058.5}{2601.3} = 0.4354$$

#### Quesito 5

Essendo nota la potenza termica nel generatore di vapore è determinabile la portata in massa che attraversa il generatore stesso e che rappresenta la portata nominale dell'impianto.

$$\dot{Q}_C = \dot{m}_T q_C \quad \dot{m}_T = \frac{\dot{Q}_C}{q_C} \quad \dot{m}_T = \frac{141700}{2601.3} \text{ kg/s} = 54.46 \text{ kg/s}$$

#### Quesito 6

La potenza termica che viene ceduta in ambiente è determinabile avendo nota la portata di acqua che fluisce nel condensatore ed il salto entalpico relativo:

$$\dot{Q}_F = \dot{m}_T (1 - \xi) q_F \quad \dot{Q}_F = 54.46 \cdot (1 - 0.2867) \cdot 2058.5 \text{ kW} = 79.98 \text{ MW}$$

La potenza utile del ciclo si ottiene con il bilancio energetico:

$$\dot{L} = \dot{Q}_C - \dot{Q}_F \quad \dot{L} = 141.7 \text{ MW} - 80 \text{ MW} = 61.7 \text{ MW}$$

#### Quesito 7

Il condensatore è uno scambiatore di calore che cede al fluido refrigerante (acqua di fiume) la potenza termica che deve cedere il ciclo.

Applicando l'equazione di bilancio energetico per il fluido refrigerante si ottiene una equazione che ha come incognita, con i dati del problema, la portata in massa di acqua di fiume:

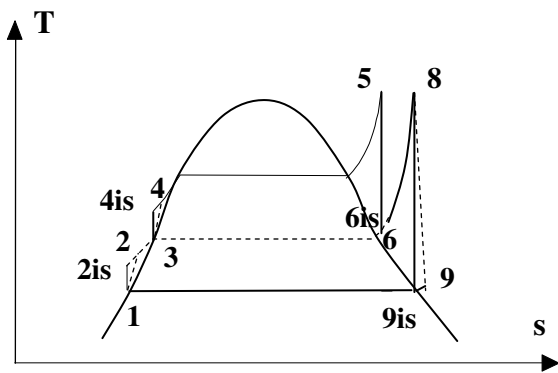
$$\dot{Q}_C = \dot{m}_F (h_{out} - h_{in}) \quad \dot{Q}_C = \dot{m}_F c_L (T_{out} - T_{in}) \quad \dot{m}_F = \frac{\dot{Q}_C}{c_L (T_{out} - T_{in})}$$

$$\dot{m}_F = \frac{80000}{4.2(18 - 15)} = 6347 \text{ kg/s} \cong 22850 \text{ m}^3/\text{h}$$

#### Quesito 8

Qualora si realizzasse un surriscaldamento all'uscita del gruppo di turbine di alta pressione si ha un nuovo ciclo termodinamico come rappresentato in figura.

Non si hanno più gli stati 7 e 7is ma compaiono i nuovi stati 8 (ingresso nelle turbine di bassa pressione) e gli stati 9 e 9is che identificano le condizioni di uscita dalle turbine di bassa pressione.



**Stato 8:** si tratta di uno stato di vapore surriscaldato di cui sono note la temperatura  $T_8 = T_{\max} = 600\text{ }^{\circ}\text{C}$  e la pressione  $P_8 = P_{\text{TB}} = 25\text{ bar}$ .  
 $h_8 = 3685.1\text{ kJ/kg}$        $s_8 = 7.5956\text{ kJ/kgK}$

**Stato 9is:** dallo stato 8 si realizza una espansione isoentropica nel gruppo di turbine di bassa pressione. Dello stato 9is sono quindi note la pressione  $P_9 = P_{\min} = 0.03\text{ bar}$  e l'entropia  $s_{9is} = s_8 = 7.5956\text{ kJ/kgK}$ .

Essendo, alla pressione di 0.03 bar, l'entropia del vapore saturo pari a  $s_{vs} = 8.5785\text{ kJ/kgK}$  e quindi superiore a quella del fluido nello stato 9is si ha uno stato bifase.

Per determinare l'entalpia occorre dapprima valutare il titolo:

$$x_{9is} = \frac{s_{9is} - s_L}{s_{vs} - s_L}$$

$$h_{9is} = h_L (1 - x_{9is}) + x_{9is} h_{vs}$$

ottendosi quindi:

$$x_{9is} = \frac{7.5956 - 0.3543}{8.5785 - 0.3543} = 0.8805$$

$$h_{9is} = 101 \cdot (1 - 0.8805)\text{ kJ/kg} + 0.8805 \cdot 2545.6\text{ kJ/kg} = 2253.4\text{ kJ/kg}$$

**Stato 9:** essendo noto il rendimento isoentropico della turbina di bassa pressione si possono determinare le variabili termodinamiche nello stato 9. Per l'analisi energetica del ciclo è sufficiente conoscere l'entalpia specifica:

$$\eta_{sTB} = \frac{h_8 - h_9}{h_8 - h_{9is}} \quad h_9 = h_8 - \eta_{sTB} (h_8 - h_{9is})$$

$$h_9 = 3685.1\text{ kJ/kg} - 0.85 \cdot (3685.1 - 2253.4)\text{ kJ/kg} = 2468.2\text{ kJ/kg}$$

Nota l'entalpia specifica dello stato 9 ed essendo il valore assunto da questa grandezza compreso tra l'entalpia specifica di liquido saturo e l'entalpia specifica di vapore saturo, si può concludere che anche lo stato 9 è uno stato bifase. Il titolo in uscita dalla turbina di bassa pressione è in questo caso pari a:

$$x_9 = \frac{h_9 - h_L}{h_{vs} - h_L}$$

$$x_9 = \frac{2468.2 - 101}{2545.6 - 101} = 0.968$$

Come era da attendersi l'esecuzione di un surriscaldamento a valle della prima espansione ha consentito di avere un titolo migliore in uscita dalla turbina di bassa pressione.

Il lavoro specifico prodotto dalla turbina di bassa pressione è:

$$l_{TB} = (h_8 - h_9) \quad l_{TB} = (3685.1 - 2468.2) \text{ kJ / kg} = 1216.9 \text{ kJ / kg}$$

Il calore scambiato nel generatore di vapore deve comprendere il nuovo surriscaldamento

$$q_C = (h_5 - h_4) + (1 - \xi)(h_8 - h_6)$$

$$q_C = (3579.8 - 978.5) \text{ kJ / kg} + (1 - 0.2867)(3685.1 - 3098.2) \text{ kJ / kg} = 3020 \text{ kJ / kg}$$

Il calore ceduto nel condensatore

$$q_F = (h_9 - h_1) \quad q_F = (2468.2 - 101) \text{ kJ / kg} = 2367.2 \text{ kJ / kg}$$

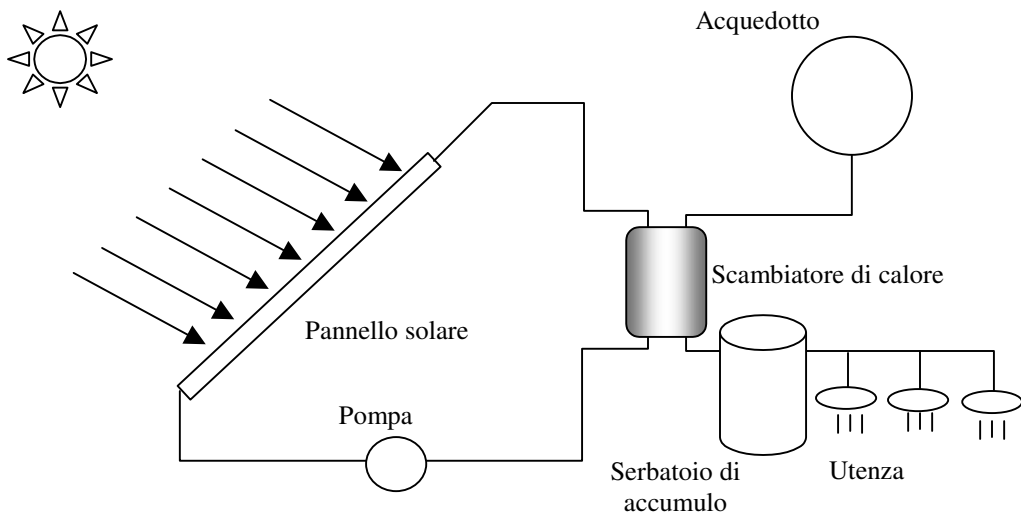
Il rendimento è quindi:

$$\eta = \frac{l_{TA} + (1 - \xi)l_{TB} - [(1 - \xi)l_{P1} + l_{P2}]}{q_C} \quad \eta = 1 - \frac{(1 - \xi)q_F}{q_C}$$

$$\eta = 1 - \frac{(1 - 0.2867)2367.2}{3020} = 0.4408$$

**PROBLEMA 5**  
**Impianto di riscaldamento a pannelli solari**

In uno stabilimento balneare si vuole produrre acqua calda per uso sanitario (docce) sfruttando un sistema a pannelli solari per il riscaldamento indiretto dell’acqua. L’acqua ( $\rho_w= 998 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu_w = 0.001 \text{ kg/ms}$ ,  $k_w = 0.6 \text{ W/mK}$ ,  $c_w = 4200 \text{ J/kgK}$ ) viene prelevata dall’acquedotto ad una temperatura  $T_a= 15 \text{ }^\circ\text{C}$  ed inviata ad uno scambiatore di calore in controcorrente dove viene riscaldata sino ad una temperatura  $T_u= 32 \text{ }^\circ\text{C}$  e quindi raccolta in un serbatoio di accumulo da cui viene prelevata dall’utenza. La portata d’acqua dipende dal numero di utenti e l’impianto analizzato prevede di poter alimentare un impianto per 10 utilizzatori; la richiesta di acqua calda è mediamente pari a 4 l/min per ogni utente dell’impianto. Per il riscaldamento dell’acqua si ricorre ad uno scambiatore di calore di alimentato da un impianto a pannelli solari. Lo scambiatore di calore ha un coefficiente globale di scambio termico  $U= 1500 \text{ W/m}^2\text{K}$ .



L’impianto di pannelli solari è un sistema a circolazione forzata realizzato con un condotto cilindrico di rame di diametro interno  $d= 14 \text{ mm}$  e spessore  $s= 1 \text{ mm}$  all’interno del quale scorre un olio diatermico con proprietà termofisiche note ( $\rho_o= 950 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu_o= 0.003 \text{ kg/ms}$ ,  $k_o= 0.8 \text{ W/mK}$ ,  $c_o= 2200 \text{ J/kgK}$ ) messo in circolazione da una pompa (supposta ideale). La temperatura dell’olio nell’impianto a circuito chiuso varia tra  $58 \text{ }^\circ\text{C}$  all’ingresso del pannello solare (uscita dello scambiatore) e  $74 \text{ }^\circ\text{C}$  all’uscita del pannello solare (ingresso dello scambiatore). La radiazione solare incidente normalmente al pannello è pari a  $700 \text{ W/m}^2$ , mentre il coefficiente di assorbimento della radiazione solare è  $\alpha= 0.95$  e il coefficiente di emissione alla temperatura di esercizio è pari a  $\epsilon= 0.1$ . La temperatura dell’aria ambiente è pari a  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  mentre il coefficiente convettivo pannello-ambiente è pari a  $h= 5 \text{ W/m}^2\text{K}$ . In condizioni di esercizio il pannello ha una temperatura superficiale di  $80 \text{ }^\circ\text{C}$ .



- Si chiede di determinare:
1. La potenza termica richiesta dall’utenza.
  2. La superficie dello scambiatore di calore.
  3. La superficie del collettore del pannello solare.
  4. La potenza assorbita dalla pompa dell’olio (ipotizzando che la perdita di carico sia concentrata nel circuito del pannello solare).
  5. Il consumo di metano qualora venisse impiegato uno scaldabagno istantaneo a gas (con combustione ideale stechiometrica) sapendo che i fumi sono scaricati alla temperatura di 120 °C con calore specifico  $c_F= 1.1 \text{ kJ/kgK}$ .

Soluzione

I dati del problema sono:	
Temperatura dell’acqua prelevata dall’acquedotto	$T_a= 18 \text{ }^{\circ}\text{C}= 291.15 \text{ K}$
Temperatura dell’acqua all’utenza	$T_u= 32 \text{ }^{\circ}\text{C}= 309.15 \text{ K}$
Coefficiente globale di scambio termico	$U= 1500 \text{ W/m}^2\text{K}$
Massa volumica dell’acqua	$\rho_w= 998 \text{ kg/m}^3$
Viscosità dell’acqua	$\mu_w= 0.001 \text{ Ns/m}^2$
Conduttività termica dell’acqua	$k_w= 0.6 \text{ W/mK}$
Calore specifico dell’acqua	$c_w= 4200 \text{ J/kgK}$
Portata volumica d’acqua pro-capite	$\dot{v} = 4 \text{ l/min}= 0.667\cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$
Numero di utenti	$n_r= 10$
Diametro del condotto in rame	$d= 12 \text{ mm}= 0.012 \text{ m}$
Spessore del condotto	$s= 1 \text{ mm}= 0.001 \text{ m}$
Conduttività termica del rame	$k_{Cu}= 300 \text{ W/mK}$
Temperatura dell’olio all’ingresso	$T_{o-in}= 58 \text{ }^{\circ}\text{C}= 331.15 \text{ K}$
Temperatura dell’acqua all’utenza	$T_{o-out}= 74 \text{ }^{\circ}\text{C}= 346.15 \text{ K}$
Temperatura di esercizio del collettore solare	$T_p= 80 \text{ }^{\circ}\text{C}= 353.15 \text{ K}$
Massa volumica dell’olio	$\rho_o= 950 \text{ kg/m}^3$
Viscosità dell’olio	$\mu_o= 0.003 \text{ Ns/m}^2$
Conduttività termica dell’olio	$k_o= 0.8 \text{ W/mK}$
Calore specifico dell’olio	$c_o= 2200 \text{ J/kgK}$
Radiazione solare incidente	$G= 700 \text{ W/m}^2$
Coefficiente di assorbimento della radiazione solare	$\alpha= 0.95$
Coefficiente di emissione alla temperatura ambiente	$\varepsilon= 0.1$
Temperatura dell’aria ambiente	$T_{\infty}= 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Coefficiente convettivo pannello-ambiente	$h= 5 \text{ W/m}^2\text{K}$
Temperatura di scarico dei fumi	$T_F= 120 \text{ }^{\circ}\text{C}= 393.15 \text{ K}$
Calore specifico dei fumi	$c_F= 1.1 \text{ kJ/kgK}= 1100 \text{ kJ/kgK}$

**Quesito 1**  
Per determinare la potenza termica richiesta dall’utenza occorre correlare tale potenza all’incremento di temperatura dell’acqua nello scambiatore attraverso la capacità termica di portata. La portata di acqua è proporzionale al numero di utenti ed al consumo pro-capite.

$$\dot{m}_w = nr \cdot \rho_a \cdot \dot{v}_a \qquad \dot{m}_w = 10 \cdot 998 \cdot 0.667 \cdot 10^{-4} \text{ kg/s} = 0.6653 \text{ kg/s}$$

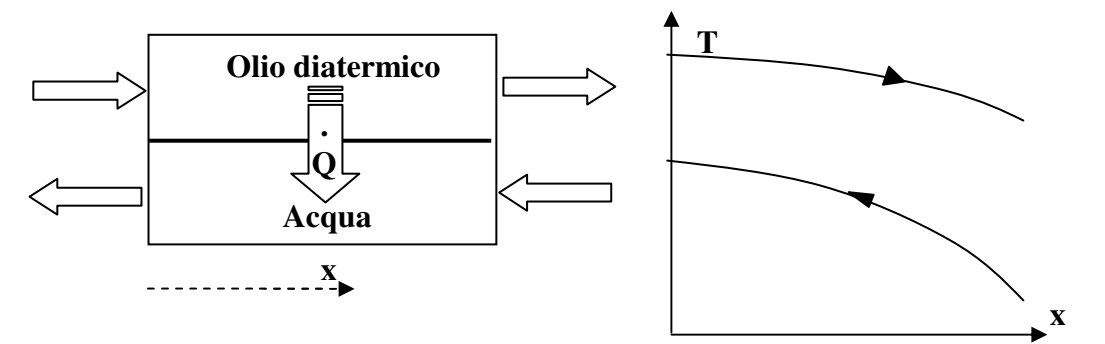
L’equazione di bilancio energetico per il lato acqua è:

$$\dot{Q}_{SC} = \dot{m}_w (h_u - h_a) \qquad \dot{Q}_{SC} = \dot{m}_w c_a (T_u - T_a)$$

$$\dot{Q}_{SC} = 0.6653 \cdot 4200 \cdot (32 - 18) \text{ W} = 39.12 \text{ kW}$$

**Quesito 2**

Lo scambiatore di calore è in controcorrente e sono note le temperature di ingresso e di uscita dell’acqua e dell’olio diatermico e la potenza termica scambiata.



Il legame tra la potenza termica scambiata e la superficie di scambio è data dalla relazione:

$$\dot{Q}_{SC} = (US)_{SC} \Delta T_m$$

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}}$$

Le differenze di temperatura presenti nel salto medio logaritmico, avendo assunto arbitrariamente come sezione di ingresso la sezione in x=0, sono:

$$\Delta T_u = T_{o-out} - T_a \qquad \Delta T_u = 74 \text{ }^{\circ}\text{C} - 32 \text{ }^{\circ}\text{C} = 42 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_i = T_{o-in} - T_u \qquad \Delta T_i = 58 \text{ }^{\circ}\text{C} - 18 \text{ }^{\circ}\text{C} = 40 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

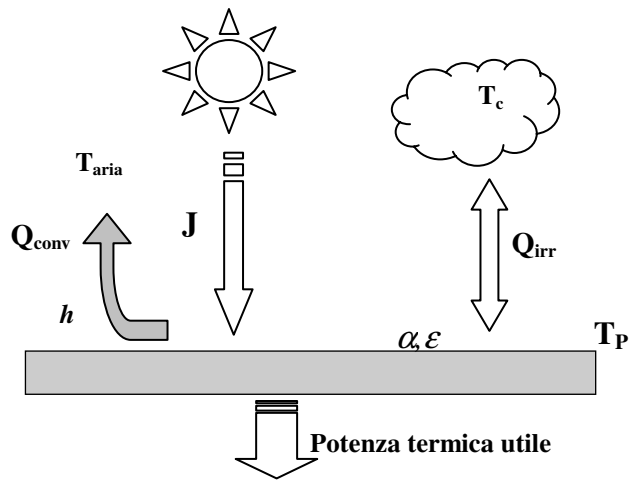
$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}} \qquad \Delta T_m = \frac{(42 - 40)}{\ln \frac{42}{40}} \text{ }^{\circ}\text{C} = 40.992 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

da cui si ricava:

$$S = \frac{\dot{Q}}{U \Delta T_m} \qquad S = \frac{39120}{1500 \cdot 40.992} \text{ m}^2 = 0.636 \text{ m}^2$$

**Quesito 3**

La valutazione della superficie del pannello solare richiede l’applicazione dell’equazione di bilancio energetico al sistema illustrato in cui la potenza termica utile è la potenza ceduta al fluido.



L'equazione di bilancio energetico si pone nella forma:

$$\dot{Q}_{\text{sole}} = \dot{Q}_{\text{conv-est}} + \dot{Q}_{\text{irr-cielo}} + \dot{Q}_{\text{utile}}$$

$$\alpha JS = hS(T_p - T_{\text{aria}}) + \epsilon S \sigma_o (T_p^4 - T_c^4) + \dot{Q}_{\text{utile}}$$

In questa equazione è incognita la superficie del pannello. Con  $T_c$  si è indicata la temperatura di cielo che si assume pari a  $T_c = -5 \text{ °C} = 268.15 \text{ K}$ .

Risolta rispetto alla superficie si ottiene:

$$S = \frac{\dot{Q}_{\text{utile}}}{\alpha J - h(T_p - T_{\text{aria}}) - \epsilon \sigma_o (T_p^4 - T_c^4)}$$

$$S = \frac{39120}{0.95 \cdot 700 - 5(80 - 30) - 0.1 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} (353.15^4 - 268.15^4)} \text{ m}^2 = 119.7 \text{ m}^2$$

Come si può osservare la superficie del pannello è abbastanza estesa. Si deve considerare che si tratta di produzione di un quantitativo di acqua calda sanitaria non trascurabile (sono 40 l/min!).

#### Quesito 4

Per dimensionare la pompa di circolazione dell'olio occorre dimensionare la lunghezza dei condotti del pannello solare. Il condotto è schematizzabile come un cilindro cavo in rame di diametro interno  $d = 14 \text{ mm}$  e spessore  $1 \text{ mm}$  che ha una temperatura superficiale di  $80 \text{ °C}$ .

Per determinare la sua lunghezza occorre analizzare lo scambio termico che si realizza.

La portata di olio diatermico dell'impianto è valutabile con l'equazione di bilancio energetico per tale parte di impianto.

$$\dot{Q}_{\text{SC}} = \dot{m}_p (h_{\text{o-out}} - h_{\text{o-in}}) \quad \dot{m}_p = \frac{\dot{Q}_{\text{SC}}}{c_o (T_{\text{o-out}} - T_{\text{o-in}})}$$

$$\dot{m}_p = \frac{39120}{2200(74 - 58)} \text{ kg/s} = 1.1114 \text{ kg/s}$$

Con questa portata si ha una velocità media di sezione nel condotto pari a:

$$w_P = \frac{4\dot{m}_P}{\rho\pi d^2} \qquad w_P = \frac{4 \cdot 1.1114}{950 \cdot \pi \cdot 0.014^2} = 7.6 \text{ m/s}$$

Il regime di moto nel condotto è stimabile attraverso il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{\rho w_P d}{\mu} \qquad Re = \frac{950 \cdot 7.6 \cdot 0.014}{0.003} = 33693$$

I moto è turbolento. Il coefficiente convettivo è quindi funzione del numero di Reynolds e del numero di Prandtl e può essere determinato con la relazione di Dittus-Boelter.

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3} \qquad Pr = \frac{c_o \mu_o}{k_o}$$

$$Nu = 0.023 \cdot 33693^{0.8} \left( \frac{2200 \cdot 0.003}{0.8} \right)^{0.3} = 181.4$$

Possiamo infine ottenere:

$$Nu = \frac{hd}{k} \qquad h = \frac{Nu k}{d} \qquad h = \frac{181.4 \cdot 0.8}{0.014} \text{ W/m}^2\text{K} = 10367 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Lo scambio termico nel condotto è schematizzabile come scambio termico con un coefficiente globale di scambio termico costante e con condizione al contorno di temperatura costante. L'equazione che consente di valutare lo scambio termico è:

$$\dot{Q}_{SC} = (US)_P \Delta T_m$$
$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_i - \Delta T_u}{\ln \frac{\Delta T_i}{\Delta T_u}} \qquad \Delta T_m = \frac{[(T_P - T_{o-in}) - (T_P - T_{o-out})]}{\ln \frac{T_P - T_{o-in}}{T_P - T_{o-out}}}$$

Le differenze di temperatura presenti nel salto medio logaritmico sono:

$$\Delta T_i = T_P - T_{o-in} \qquad \Delta T_i = 80 \text{ }^\circ\text{C} - 58 \text{ }^\circ\text{C} = 22 \text{ }^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_u = T_P - T_{o-out} \qquad \Delta T_u = 80 \text{ }^\circ\text{C} - 74 \text{ }^\circ\text{C} = 6 \text{ }^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_i - \Delta T_u}{\ln \frac{\Delta T_i}{\Delta T_u}} \qquad \Delta T_m = \frac{(22 - 6) \text{ }^\circ\text{C}}{\ln \frac{22}{6}} = 12.314 \text{ }^\circ\text{C}$$

risolvendo rispetto al prodotto (US)<sub>P</sub> si ha:

$$(US)_P = \frac{\dot{Q}_{SC}}{\Delta T_m} \qquad (US)_P = \frac{39120}{12.314} \text{ W/K} = 3176.9 \text{ W/K}$$

Il coefficiente globale di scambio termico per unità di lunghezza è determinabile con la relazione:

$$\frac{US}{L} = \frac{1}{L} \left[ \frac{1}{2\pi L} \left( \frac{1}{hd} + \frac{1}{k_{Cu}} \ln \frac{d+2s}{d} \right) \right]^{-1}$$
$$\frac{US}{L} = \left[ \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{10367 \cdot 0.014} + \frac{1}{300} \ln \frac{0.014 + 2 \cdot 0.001}{0.014} \right) \right]^{-1} \text{ W/mK} = 21.7 \text{ W/mK}$$

Si ottiene quindi una lunghezza del condotto pari a:

$$L = \frac{(US)_p}{\overline{US}} = \frac{3176.9}{21.7} m = 146.4 \text{ m}$$

Le perdite di carico, e quindi la potenza meccanica teorica della pompa di circolazione, si determina con la relazione:

$$\dot{L}_p = \dot{m}_p \frac{(P_u - P_i)}{\rho_o}$$

$$(P_u - P_i) = f \frac{L}{d} \rho_o \frac{w_p^2}{2} \qquad f = \frac{0.316}{Re^{0.25}}$$

Sostituendo le grandezze opportune si ottiene:

$$\dot{L}_p = \dot{m}_p v (P_u - P_i)$$

$$f = \frac{0.316}{33693^{0.25}} = 0.0233$$

$$(P_u - P_i) = 0.0233 \frac{146.4}{0.014} 950 \frac{7.6^2}{2} Pa = 66.85 \text{ bar}$$

La potenza termica è quindi:

$$\dot{L}_p = 1.1114 \frac{66.85 \cdot 10^5}{950} W = 7.82 \text{ kW}$$

**Quesito 5**

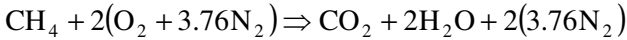
Se per riscaldare l’acqua si adottasse una soluzione con caldaia a metano e combustione stechiometrica la quantità di metano si determina applicando l’equazione di bilancio energetico alla caldaia avendo nota la potenza termica utile:

$$\dot{m}_c c_{pc} (T_c - T_o) + \dot{m}_a c_{pa} (T_{ac} - T_o) - \dot{m}_F c_{PF} (T_F - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pci = -\dot{Q}_{SC}$$

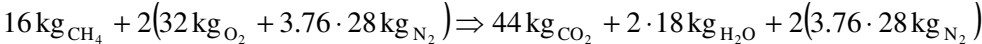
Ipotizzando che il combustibile e l’aria siano inviati alla caldaia in condizioni standard (T = T<sub>o</sub>) si ha:

$$-\dot{m}_F c_{PF} (T_F - T_o) + \dot{m}_c \cdot Pci = -\dot{Q}_{SC}$$

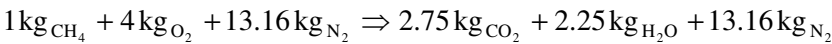
La portata di fumi è proporzionale alla portata di combustibile attraverso il rapporto α (massa d’aria/massa di combustibile). In condizioni stechiometriche per il metano tale rapporto è determinabile analizzando l’equazione di bilancio stechiometrico:



Sostituendo al bilancio in moli un bilancio di massa si ha:



dividendo per la massa di metano si ottengono le quantità di gas coinvolte nella combustione di un chilogrammo di combustibile:



Da questa equazione emerge che per la combustione di 1 kg/s di metano sono necessari 17.16 kg/s di aria e si ottengono 18.16 kg/s di fumi.

La portata di metano si determina con la relazione:

$$\dot{m}_c = \frac{-\dot{Q}_{sc}}{P_{ci} - (1 + \alpha)c_{pf}(T_F - T_o)}$$

$$\dot{m}_c = \left[ \frac{39.12}{50010 - (1 + 17.16) \cdot 1.1 \cdot (120 - 25)} \right] \text{kg/s} = 0.813 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$



## APPENDICE A

### UNITÀ DI MISURA

La nozione di grandezza fisica è primitiva: lunghezza, velocità, massa e tempo sono esempi di tali grandezza.

La grandezze fisiche sono definite dalle procedure adottate per la loro misura e solo grandezze misurate con identica procedura possono essere confrontate e sommate tra loro e sono dette omogenee.

L'operazione di misura consiste concettualmente nel confronto tra la grandezza in esame ed una grandezza, omogenea ad essa e perfettamente definita, detta *campione*.

La misura del campione è l'unità di misura e la misura di una grandezza è rappresentata dal numero di volte che la misura del campione è contenuta in essa.

In linea di principio per ogni classe di grandezze omogenee può essere costruito un campione in maniera del tutto arbitraria. In realtà vengono costruiti i campioni di alcune grandezze soltanto.

Le grandezze per le quali si costruisce il campione sono dette *fondamentali*. Le grandezze fondamentali definiscono un *sistema di unità di misura*.

Le grandezze non fondamentali sono dette *derivate*. Le unità derivate sono definite applicando il criterio di omogeneità a relazioni tra grandezze derivate e fondamentali.

Tali relazioni sono espressione di leggi fisiche e definizioni.

Indicando con  $U_1, U_2, \dots$  le unità fondamentali, una qualunque unità derivata  $D$  nel sistema di unità  $u_i$  considerato è legata alle precedenti da una relazione del tipo  $D = U_1^\alpha \cdot U_2^\beta \dots$  ove  $\alpha, \beta$  sono numeri razionali, detti dimensioni della grandezze derivate  $D$ .

Appare evidente che a causa delle arbitrarietà nella scelta delle grandezze fondamentali, una stessa grandezza fisica ha generalmente dimensioni diverse se valutate in diversi sistemi di unità.

#### I campioni metrici

La necessità di adottare opportune unità di misura ed i relativi campioni era già sentita ai tempi di Tolomeo, Euclide e Pitagora i quali lamentavano la mancanza di unità di misura di lunghezza e di tempo per le loro osservazioni astronomiche.

Fu solo con l'avvento del metodo sperimentale di Galilei che venne sottolineata la necessità di disporre di unità di misura unificate in sostituzione dell'enorme numero di unità in uso nel mondo. Era praticamente impossibile confrontare i risultati ottenuti da ricercatori diversi nell'osservazione del medesimo fenomeno fisico.

Solo nel 1790, in piena Rivoluzione Francese, l'Assemblea Nazionale incaricò una commissione di mettere ordine e di fissare le unità di misura ed i campioni delle grandezze fondamentali lunghezza e massa.

Nel 1791 l'Accademia delle Scienze di Parigi adottò come unità di misura della lunghezza il *metro*, definito come la decimilionesima parte di quadrante di un particolare meridiano





### **Massa**

Non esistendo sulla Terra alcun oggetto che potesse costituire un riferimento altrettanto comodo e riproducibile di quelli adottati per il campione di lunghezza e di tempo, il criterio di adozione fu assolutamente arbitrario.

Solo nel 1889 il campione che era stato definito nel 1791 a Parigi venne adottato come campione di massa con il nome di kilogrammo e custodito presso gli archivi di Sevres.

### **Temperatura**

La scala Celsius fu introdotta nel 1742 dall’astronomo svedese Celsius e costruita attribuendo valore 0 alla temperatura del ghiaccio fondente in equilibrio con acqua a pressione atmosferica e valore 100 alla temperatura di ebollizione dell’acqua distillata alla pressione atmosferica. La scala Fahrenheit fu introdotta nel 1714 dal fisico tedesco Fahrenheit e costruita attribuendo valore 32 alla temperatura del ghiaccio fondente in equilibrio con acqua a pressione atmosferica e valore 212 alla temperatura di ebollizione dell’acqua distillata alla pressione atmosferica.

Oltre alle due scale di temperatura accennate vi sono le scale termodinamiche assolute.

La scala Kelvin fu introdotta nel 1847 da fisico scozzese W. Thomson attribuendo il valore 273.15 al ghiaccio fondente e 373.15 all’ebollizione. L’ampiezza del grado Kelvin è uguale a quella del grado Celsius.

La scala Rankine fu proposta dal fisico inglese nel 1860 ed è la scala termodinamica assoluta corrispondente alla scala Fahrenheit; si attribuirà quindi il valore di temperatura pari a 461,67 al ghiaccio fondente e 641,67 all’acqua in ebollizione.

### **Sistema Internazionale di Unità SI**

Questo sistema è stato adottato per la prima volta dalla IX Conferenza Generale Pesi e Misure nel 1979 ed è stato reso obbligatorio in Italia nel 1983.

Il sistema SI è stato ripetutamente aggiornato e la forma attuale è rappresentata dalla norma CNR – UNI – 10003 – 1984.

Tale sistema è basato sulla definizione di:

- un numero limitato di grandezze fondamentali le cui unità sono definite dalla loro stessa procedura di misura;
- grandezze derivate le cui unità di misura derivano dalle leggi fisiche che le definiscono.

Ad esempio, una volta definite le unità fondamentali di spazio (il metro, m) e tempo (il secondo, s) non è necessaria una ulteriore unità fondamentale per la velocità, essendo la velocità uguale allo spazio diviso il tempo e la sua unità m/s.

Le grandezze fondamentali di cui abbiamo bisogno sono solo 7:

Unità Sistema Internazionale			
Grandezza	Nome	Simbolo	Definizione
lunghezza	metro	m	Lunghezza del tragitto compiuto dalla luce nel vuoto in un' intervallo di tempo di 1/1299 792 458 di secondo. In Italia il metro è attuato mediante i campioni dell'istituto di Metrologia Gustavo Colonnetti del CNR, a Torino.
massa	kilogrammo	kg	Massa del prototipo internazionale conservato al Pavillion de Breteuil (Sèvres). In Italia il campione del kilogrammo è conservato presso il Ministero dell' industria, del Commercio e dello Artigianato (Servizio Metrico), a Roma. Un altro campione primario è conservato presso l'istituto di Metrologia Gustavo Colonnetti del CNR, a Torino.
tempo	secondo	s	Intervallo di tempo che contiene 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione fra i due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio 133. In Italia il secondo è attuato mediante il campione dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris, a Torino.
corrente elettrica	ampere	A	Intensità di corrente elettrica che, mantenuta costante in due conduttori paralleli rettilinei, di lunghezza infinita, di sezione circolare trascurabile e posti alla distanza di 1 m l'uno dall'altro nel vuoto, produrrebbe tra i due conduttori la forza di $2 \cdot 10^{-7}$ N su ogni metro di lunghezza. In Italia l' ampere è attuato mediante il campione dell'istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris, a Torino.
temperatura termodinamica	kelvin	K	Frazione 1/273,16 della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua. In Italia la scala termodinamica della temperatura è attuata mediante i campioni dell'istituto di Metrologia Gustavo Colonnetti del CNR, a Torino.
quantità di sostanza	mole	mol	Quantità di sostanza di un sistema che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi in 0,012 kg di carbonio 12. Le entità elementari devono essere specificate e possono essere atomi, molecole, ioni, elettroni, ecc. ovvero gruppi specificati di tali particelle.
intensità luminosa	candela	cd	Intensità luminosa in una data direzione di una sorgente che emette una radiazione monocromatica di frequenza $540 \times 10^{12}$ hertz e la cui intensità energetica in quella direzione è 11683 W/sr. In Italia la candela è attuata mediante il campione dell'istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris, a Torino.

Tra le numerose grandezze derivate quelle che ci interessano maggiormente sono la forza, il lavoro e la potenza.

Le unità definite con questa procedura hanno il pregio della razionalità, in quanto non richiedono l'introduzione di fattori di conversione all'interno delle formule; per contro, talvolta esse sono troppo grandi o troppo piccole rispetto alle grandezze con cui si ha a che fare in pratica, per cui è necessario usare i loro multipli o sottomultipli. Essi si ottengono aggiungendo un prefisso alla grandezza. I prefissi definiti variano da  $10^{-18}$  a  $10^{18}$ .

Fattore di moltiplicazione	Prefisso	
	Nome	Simbolo
$10^{18}$	exa	E
$10^{15}$	peta	P
$10^{12}$	tera	T
$10^9$	giga	G
$10^6$	mega	M
$10^3$	kilo	k
$10^2$	etto	h
$10^1$	deca	da
$10^{-1}$	deci	d
$10^{-2}$	centi	c
$10^{-3}$	milli	m
$10^{-6}$	micro	μ
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-12}$	pico	p
$10^{-15}$	femto	f
$10^{-18}$	atto	a

Accanto alle unità del Sistema Internazionale (il cui uso è obbligatorio per legge nei documenti ufficiali, anche se spesso questa regola viene violata) sopravvivono le vecchie unità pratiche, che è necessario convertire con appositi fattori di conversione.

Massa		
g	$10^{-3}$ kg	
U.T.M.	9.80665 kg	Unità di misura nel Sistema Tecnico
Forza		
k <sub>p</sub>	9.80665 N	Unità di misura nel Sistema Tecnico (kg forza)
dine	$10^{-5}$ N	Unità di misura nel Sistema CGS <sup>1</sup>
Energia		
kcal	4186.8 J	Unità di misura convenzionale del calore
kWh	$3.6 \cdot 10^6$ J	
kpm	9.80665 J	Unità di misura nel Sistema Tecnico
tep	$4.18 \cdot 10^{10}$ J	Tonnellata equivalente di petrolio
erg	$10^{-7}$ J	Unità di misura nel Sistema CGS

<sup>1</sup> C(centimetri) G(grammi) S(secondi)

Potenza		
kpm/s	9.80665 W	Unità di misura nel Sistema Tecnico
kcal/s	4186.8 W	
kcal/h	1.163 W	
CV	735 W	
Pressione		
bar	10 <sup>5</sup> Pa	
atm	101325 Pa	atmosfera
ata	98066.5 Pa	Atmosfera tecnica (kp/cm <sup>2</sup> )
torr	133.32 Pa	1 torr = 1 mmHg
m <sub>H2O</sub>	9806.65 Pa	metro di colonna di acqua

La relazione tra la temperatura misurata con la scala kelvin e quella con la scala celsius è:  
T(K) = T(°C) + 273.15  
da cui risulta evidente l’esistenza di una traslazione tra le due scale ma l’identità dell’ampiezza tra le due unità di misura: 1 K= 1 °C.

**Sistema di misura anglosassone**

L’unità di lunghezza fondamentale è il piede. Esso è stato dedotto dalla pertica inglese, stabilita come la successione di “sedici piedi di sedici persone di diverso rango sociale”. La pertica così stabilita fu divisa in sedici parti uguali che si chiamarono *foot* o *piede* (ft) e questa lunghezza fu riportata sopra una verga di bronzo che costituisce il campione del piede. Riportiamo di seguito le tabelle contenenti i fattori di conversione.

Unità di lunghezza	Simbolo	Conversione interna	Conversione S.I.
mil	mil	0,001 in	25,4 μm
pollice (inch)	in		25,4 mm
palmo inglese (hand)		4 in	0,1016 m
spanna inglese (span)		9 in	0,2286 m
piede (foot)	ft	12 in	0,3048 m
cubito inglese (cubit)		18 in	0,4572 m
iarda (yard)	yd	36 in = 3 ft	0,9144 m
braccio (fathom)	fm	72 in = 2 yd	1,829 m
pertica inglese (rod, pole, perch)	rd, po	198 in = 5,5 yd	5,029 m
catena (chain)	ch	792 in = 11 fm	20,12 m
furlong	fur	7920 in = 10 ch	201,2 m
miglio (statute mile)	mi	8 fur = 220 yd	1609 m
lega (league)	lea	3 mi	4828 m
miglio marino (nautical mile)	n mi	6080 ft	1853,184 m
miglio marino internazionale	int n mi		1852 m
lega marina (nautical league)		3 n mi	5556 m

Unità di volume	Simbolo	Conversione	Note
pinta	pt	0,568 l	
pinta liquida (liquid pint)	liq pt	0,473 l	per i liquidi
pinta asciutta (dry pint)	dry pint	0,551 l	per i solidi
gallone (gallon)	gal <sub>UK</sub>	3,785 l	
gallone (gallon)	gal <sub>USA</sub>	4,546 l	per i liquidi
oncia fluida (fluid ounce)	fl oz <sub>UK</sub>	28,413 cm <sup>3</sup>	
oncia fluida (fluid ounce)	fl oz <sub>USA</sub>	29,563 cm <sup>3</sup>	per i liquidi
barile (barrel)		158,98 l	anche per petrolio
barile asciutto (dry barrel)	bbl	116,6 l	solo per i solidi

Unità di massa	Simbolo	Conversione
grano (grain)	gr	64,799 mg
oncia (ounce)	oz	28,35 gr
libbra (pound)	lb	0,4536 kg
Unità di forza	Simbolo	Conversione
Libbra_forza	lb <sub>f</sub>	4,4482N
Unità di pressione	Simbolo	Conversione
pound per square inch	psi	0,069 bar
Unità di energia	Simbolo	Conversione
British thermal unit	Btu	1054,5 J
therm	therm	105,506 MJ
Unità di potenza	Simbolo	Conversione
cavallo vapore brit. (horse power)	hp	745,7 W

Unità di temperatura	Simbolo	Conversione S.I.
grado Fahrenheit	°F	5/9 K

**Costanti fisiche notevoli**

Costante universale dei gas	R = 8,31445 ± 0,00034 kJ/kmol K
Numero di Avogadro	N <sub>A</sub> = (6,02293 ± 0,00016) 10 <sup>23</sup> molecole/kmol
Volume molare del gas ideale in condizioni normali (1 bar e 273,15K)	V <sub>0</sub> = 22,4139 ± 0,0006 m <sup>3</sup> / kmol
Pressione atmosferica standard (a livello del mare)	p = 101325 Pa
Accelerazione standard di gravità	g <sub>0</sub> = 9,80665 m/s <sup>2</sup>
Costante di Stefan – Boltzmann	s = 5,673 10 <sup>-8</sup> W/ m <sup>2</sup> K <sup>4</sup>
Costante di Planck	h = (6,62517 ± 0,00023) 10 <sup>-34</sup> J/K
Costante di Boltzmann	k = (1,38045 ± 0,00007) 10 <sup>-23</sup> J/K
Velocità della luce nel vuoto	c <sub>0</sub> = (2,997925 ± 0,000003) 10 <sup>8</sup> m/s



APPENDICE B

TABELLE TERMODINAMICHE





## Tabelle di saturazione dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/ed. Verein Deutscher Ingenieure. - Düsseldorf: VDI-Verl., 1993



Tabelle di saturazione dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/ed. Verein Deutscher Ingenieure. - Düsseldorf: VDI-Verl., 1993

T (°C)	P (bar)	v <sub>L</sub> (m³/kg)	v <sub>L</sub> -v <sub>v</sub> (m³/kg)	v <sub>v</sub> (m³/kg)	h <sub>L</sub> (kJ/kg)	h <sub>L</sub> -h <sub>v</sub> (kJ/kg)	h <sub>v</sub> (kJ/kg)	s <sub>L</sub> (kJ/kgK)	s <sub>L</sub> -s <sub>v</sub> (kJ/kgK)	s <sub>v</sub> (kJ/kgK)	T (°C)
0.01	0.006112	0.001000	206.162	206.163	0.0	2501.6	2501.6	0.0000	9.1575	9.1575	0.01
2	0.007055	0.001000	179.922	179.923	8.4	2496.8	2505.2	0.0306	9.0741	9.1047	2
4	0.008129	0.001000	157.271	157.272	16.8	2492.1	2508.9	0.0611	8.9915	9.0526	4
6	0.009345	0.001000	137.779	137.78	25.2	2487.4	2512.6	0.0913	8.9102	9.0015	6
8	0.01072	0.001000	120.965	120.966	33.6	2482.6	2516.2	0.1213	8.8300	8.9513	8
10	0.01227	0.001000	106.429	106.43	42.0	2477.9	2519.9	0.1510	8.7510	8.9020	10
12	0.014014	0.001000	93.834	93.835	50.4	2473.2	2523.6	0.1805	8.6731	8.8536	12
14	0.015973	0.001001	82.899	82.9	58.8	2468.5	2527.2	0.2098	8.5963	8.8060	14
15	0.017139	0.001001	77.977	77.978	62.9	2466.1	2529.1	0.2243	8.5582	8.7826	15
16	0.018168	0.001001	73.383	73.384	67.1	2463.8	2530.9	0.2388	8.5205	8.7593	16
18	0.020624	0.001001	65.086	65.087	75.5	2459.0	2534.5	0.2677	8.4458	8.7135	18
20	0.023366	0.001002	57.837	57.838	83.9	2454.3	2538.2	0.2963	8.3721	8.6684	20
25	0.03166	0.001003	43.401	43.402	104.8	2442.5	2547.3	0.3670	8.1922	8.5592	25
30	0.042415	0.001004	32.928	32.929	125.7	2430.7	2556.4	0.4365	8.0181	8.4546	30
35	0.056216	0.001006	25.244	25.245	146.6	2418.8	2565.4	0.5049	7.8495	8.3543	35
40	0.07375	0.001008	19.545	19.546	167.5	2406.9	2574.4	0.5721	7.6861	8.2583	40
45	0.09582	0.001010	15.275	15.276	188.4	2394.9	2583.3	0.6383	7.5277	8.1661	45
50	0.12335	0.001012	12.045	12.046	209.3	2382.9	2592.2	0.7035	7.3741	8.0776	50
55	0.15741	0.001015	9.5779	9.5789	230.2	2370.8	2601.0	0.7677	7.2248	7.9925	55
60	0.1992	0.001017	7.6775	7.6785	251.1	2358.6	2609.7	0.8310	7.0798	7.9108	60
65	0.25009	0.001020	6.2013	6.2023	272.0	2346.3	2618.4	0.8933	6.9388	7.8321	65
70	0.31162	0.001023	5.0453	5.0463	293.0	2334.0	2626.9	0.9548	6.8017	7.7565	70
75	0.38549	0.001026	4.1331	4.1341	313.9	2321.5	2635.4	1.0154	6.6681	7.6835	75
80	0.4736	0.001029	3.4081	3.4091	334.9	2308.8	2643.8	1.0753	6.5380	7.6133	80
85	0.57803	0.001033	2.8278	2.8288	355.9	2296.1	2652.0	1.1343	6.4111	7.5454	85
90	0.70109	0.001036	2.3603	2.3613	376.9	2283.2	2660.1	1.1925	6.2873	7.4798	90
95	0.84526	0.001040	1.9812	1.9822	398.0	2270.2	2668.1	1.2501	6.1665	7.4166	95
100	1.01325	0.001044	1.672	1.673	419.1	2256.9	2676.0	1.3069	6.0485	7.3554	100
105	1.208	0.001048	1.4183	1.4193	440.2	2243.6	2683.7	1.3630	5.9331	7.2962	105
110	1.4327	0.001052	1.2089	1.2099	461.3	2230.0	2691.3	1.4185	5.8203	7.2388	110
115	1.6906	0.001056	1.0353	1.0363	482.5	2216.2	2698.7	1.4733	5.7099	7.1832	115
120	1.9854	0.001061	0.89046	0.89152	503.7	2202.2	2706.0	1.5276	5.6017	7.1293	120
125	2.321	0.001065	0.76917	0.77023	525.0	2188.0	2713.0	1.5813	5.4957	7.0769	125
130	2.7013	0.001070	0.66707	0.66814	546.3	2173.6	2719.9	1.6344	5.3917	7.0261	130
135	3.1308	0.001075	0.58074	0.58181	567.7	2158.9	2726.6	1.6869	5.2897	6.9766	135
140	3.6138	0.001080	0.50741	0.50849	589.1	2144.0	2733.1	1.7390	5.1894	6.9284	140
145	4.1552	0.001085	0.44489	0.44597	610.6	2128.7	2739.3	1.7906	5.0910	6.8815	145
150	4.76	0.001091	0.39136	0.39245	632.1	2113.2	2745.4	1.8416	4.9941	6.8358	150
155	5.4333	0.001096	0.34555	0.34644	653.8	2097.4	2751.2	1.8923	4.8989	6.7911	155
160	6.1806	0.001102	0.30566	0.30676	675.5	2081.3	2756.7	1.9425	4.8050	6.7473	160
165	7.0077	0.001108	0.27129	0.2724	697.3	2064.8	2762.0	1.9923	4.7126	6.7048	165
170	7.9202	0.001115	0.24144	0.24255	719.1	2047.9	2767.1	2.0416	4.6214	6.6630	170
175	8.9244	0.001121	0.21542	0.21654	741.1	2030.7	2771.8	2.0906	4.5314	6.6221	175

Tabelle di saturazione dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/ed. Verein Deutscher Ingenieure, - Düsseldorf: VDI-Verl., 1993

T (°C)	P (bar)	v <sub>L</sub> (m³/kg)	v <sub>L</sub> -v <sub>v</sub> (m³/kg)	v <sub>v</sub> (m³/kg)	h <sub>L</sub> (kJ/kg)	h <sub>L</sub> -h <sub>v</sub> (kJ/kg)	h <sub>v</sub> (kJ/kg)	s <sub>L</sub> (kJ/kgK)	s <sub>L</sub> -s <sub>v</sub> (kJ/kgK)	s <sub>v</sub> (kJ/kgK)	T (°C)
175	8.9244	0.001121	0.21542	0.21654	741.1	2030.7	2771.8	2.0906	4.5314	6.6221	175
180	10.027	0.001128	0.19267	0.1938	763.1	2013.2	2776.3	2.1393	4.4426	6.5819	180
185	11.233	0.001134	0.17263	0.17386	785.3	1995.2	2780.4	2.1876	4.3548	6.5424	185
190	12.551	0.001142	0.15518	0.15632	807.5	1976.7	2784.3	2.2356	4.2680	6.5036	190
195	13.987	0.001149	0.13969	0.14084	829.9	1957.9	2787.8	2.2833	4.1821	6.4654	195
200	15.549	0.001157	0.12601	0.12716	852.4	1938.6	2790.9	2.3307	4.0971	6.4278	200
205	17.243	0.001164	0.11387	0.11503	875.0	1918.8	2793.8	2.3778	4.0128	6.3906	205
210	19.077	0.001173	0.10307	0.10424	897.7	1898.5	2796.2	2.4247	3.9293	6.3539	210
215	21.06	0.001181	0.09345	0.094625	920.6	1877.6	2798.3	2.4713	3.8463	6.3176	215
220	23.198	0.001190	0.08485	0.086038	943.7	1856.2	2799.9	2.5178	3.7639	6.2817	220
225	25.501	0.001199	0.07115	0.078349	966.9	1834.3	2801.2	2.5641	3.6820	6.2461	225
230	27.976	0.001209	0.07024	0.07145	990.3	1811.7	2802.0	2.6102	3.6006	6.2107	230
235	30.632	0.001219	0.06403	0.064245	1013.8	1788.5	2802.3	2.6561	3.5194	6.1756	235
240	33.478	0.001229	0.05842	0.059645	1037.6	1764.6	2802.2	2.7020	3.4386	6.1406	240
245	36.523	0.001240	0.05137	0.054606	1061.6	1740.0	2801.6	2.7478	3.3579	6.1057	245
250	39.776	0.001251	0.04879	0.050037	1085.8	1714.7	2800.4	2.7935	3.2773	6.0708	250
255	43.246	0.001263	0.04879	0.045896	1110.2	1688.5	2798.7	2.8392	3.1968	6.0359	255
260	46.943	0.001276	0.04086	0.04213	1134.9	1661.5	2796.4	2.8848	3.1161	6.0010	260
265	50.877	0.001289	0.03743	0.03871	1159.9	1633.5	2793.5	2.9306	3.0353	5.9658	265
270	55.058	0.001303	0.03429	0.035588	1185.2	1604.6	2789.9	2.9763	2.9541	5.9304	270
275	59.496	0.001317	0.03142	0.032736	1210.9	1574.7	2785.5	3.0222	2.8725	5.8947	275
280	64.202	0.001332	0.0288	0.030126	1236.8	1543.6	2780.4	3.0683	2.7903	5.8586	280
285	69.186	0.001349	0.02638	0.027733	1263.2	1511.3	2774.5	3.1146	2.7074	5.8220	285
290	74.461	0.001366	0.02417	0.025535	1290.0	1477.6	2767.6	3.1611	2.6237	5.7848	290
295	80.037	0.001384	0.02213	0.023513	1317.3	1442.6	2759.8	3.2079	2.5389	5.7469	295
300	85.927	0.001404	0.02025	0.021649	1345.1	1406.0	2751.0	3.2552	2.4529	5.7081	300
305	92.144	0.001425	0.01841	0.019927	1373.4	1367.7	2741.1	3.3029	2.3656	5.6685	305
310	98.7	0.001443	0.01688	0.018334	1402.4	1327.6	2730.0	3.3512	2.2766	5.6278	310
315	105.61	0.001473	0.01509	0.016856	1432.1	1285.5	2717.6	3.4002	2.1856	5.5858	315
320	112.89	0.001500	0.01398	0.01548	1462.6	1241.1	2703.7	3.4500	2.0923	5.5423	320
325	120.56	0.001529	0.01267	0.014195	1494.0	1194.0	2688.0	3.5008	1.9961	5.4969	325
330	128.63	0.001562	0.01143	0.012989	1526.5	1143.6	2670.2	3.5528	1.8962	5.4490	330
335	137.12	0.001598	0.01026	0.011854	1560.3	1089.5	2649.7	3.6063	1.7916	5.3979	335
340	146.05	0.001639	0.00914	0.01078	1595.5	1030.7	2626.2	3.6616	1.6811	5.3427	340
345	155.45	0.001686	0.00807	0.009763	1632.5	966.4	2598.9	3.7193	1.5636	5.2828	345
350	165.35	0.001741	0.00706	0.008799	1671.9	895.7	2567.7	3.7800	1.4376	5.2177	350
355	175.77	0.001809	0.00605	0.007859	1716.6	813.8	2530.4	3.8489	1.2953	5.1442	355
360	186.75	0.001896	0.00504	0.006939	1764.2	721.3	2485.4	3.9210	1.1390	5.0600	360
365	198.33	0.002016	0.00399	0.006011	1818.0	610.0	2428.0	4.0021	0.9558	4.9579	365
370	210.54	0.002214	0.00276	0.004972	1890.2	452.6	2342.8	4.1108	0.7036	4.8144	370
374	220.81	0.002843	0.00063	0.003465	2046.7	109.5	2156.2	4.3493	0.1692	4.5185	374
374.15	221.2	0.003170	0	0.00317	2107.4	0.0	2107.4	4.4429	0.0000	4.4429	374.15

Tabelle vapore surriscaldato dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/ed. Verein Deutscher Ingenieure. - Düsseldorf: VDI-Verl., 1993

P (bar)			Temperatura											
Ts ( °C)			50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
0.02	v	m3/kg	74.524	86.08	97.628	109.171	120.711	132.251	143.79	155.329	178.405	201.482	224.558	247.634
	h	kJ/kg	2594.4	2688.5	2783.7	2880	2977.7	3076.8	3177.7	3279.7	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	kJ/kgK	8.9226	9.1934	9.4327	9.6479	9.8441	10.0251	10.1934	10.3512	10.6413	10.9044	11.1464	11.3712
0.04	v	m3/kg	37.24	43.027	48.806	54.58	60.351	66.122	71.892	77.662	89.201	100.74	112.278	123.816
	h	kJ/kg	2593.9	2688.3	2783.5	2879.9	2977.6	3076.8	3177.4	3279.7	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	kJ/kgK	8.6016	8.873	9.1125	9.3279	9.5241	9.7051	9.8735	10.0313	10.3214	10.5845	10.8265	11.0513
0.06	v	m3/kg	24.812	28.676	32.532	37.383	40.232	44.079	47.927	51.773	59.467	67.159	74.852	82.544
	h	kJ/kg	2593.5	2688	2783.4	2879.8	2977.6	3076.7	3177.4	3279.6	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	kJ/kgK	8.4135	8.6854	8.9251	9.1406	9.3369	9.5179	9.6863	9.8441	10.1342	10.3973	10.6394	10.8642
0.08	v	m3/kg	18.598	21.501	24.395	27.284	30.172	33.058	35.944	38.829	44.599	50.369	56.138	61.908
	h	kJ/kg	2593.1	2687.8	2783.2	2879.7	2977.5	3076.7	3177.3	3279.6	3489.1	3705.5	3928.8	4158.7
	s	kJ/kgK	8.2797	8.5521	8.7921	9.0077	9.2041	9.3851	9.5535	9.7113	10.0014	10.2646	10.5066	10.7314
0.1	v	m3/kg	14.869	17.195	19.512	21.825	24.136	26.445	28.754	31.062	35.679	40.295	44.91	49.526
	h	kJ/kg	2592.7	2687.5	2783.1	2879.6	2977.4	3076.6	3177.3	3279.6	3489.1	3705.5	3928.8	4158.7
	s	kJ/kgK	8.1757	8.4486	8.6888	8.9045	9.101	9.282	9.4504	9.6083	9.8984	10.1616	10.4036	10.6284
0.5	v	m3/kg		3.4181	3.8893	4.356	4.8205	5.2839	5.7467	6.2091	7.1335	8.0574	8.981	9.9044
	h	kJ/kg		2682.6	2780.1	2877.7	2976.1	3075.7	3176.6	3279	3488.7	3705.2	3928.6	4158.5
	s	kJ/kgK		7.6953	7.9406	8.1587	8.3564	8.538	8.7068	8.8649	9.1552	9.4185	9.6606	9.8855
1	v	m3/kg		1.6955	1.9363	2.1723	2.4061	2.6387	2.8708	3.1025	3.5653	4.0277	4.4898	4.9517
	h	kJ/kg		2676.2	2776.1	2875.4	2974.5	3074.5	3175.6	3278.2	3488.1	3704.8	3928.2	4158.3
	s	kJ/kgK		7.3618	7.6137	7.8349	8.0342	8.2166	8.3858	8.5442	8.8348	9.0982	9.3405	9.5654
2	v	m3/kg			0.95954	1.0804	1.1989	1.3162	1.4328	1.5492	1.7812	2.0129	2.2442	2.4754
	h	kJ/kg			2768.5	2870.5	2971.2	3072.1	3173.8	3276.7	3487	3704	3927.6	4157.8
	s	kJ/kgK			7.2794	7.5072	7.7096	7.8937	8.0638	8.2226	8.5139	8.7776	9.0201	9.2452
3	v	m3/kg			0.63374	0.71635	0.79644	0.87529	0.95352	1.0314	1.1865	1.3412	1.4957	1.6499
	h	kJ/kg			2760.4	2865.5	2967.9	3069.7	3171.9	3275.2	3486	3703.2	3927	4157.3
	s	kJ/kgK			7.0771	7.3119	7.5176	7.7034	7.8744	8.0338	8.3257	8.5898	8.8325	9.0577
4	v	m3/kg			0.47066	0.53426	0.59519	0.65485	0.71385	0.7725	0.88919	1.0054	1.1214	1.2372
	h	kJ/kg			2752	2860.4	2964.5	3067.2	3170	3273.6	3484.9	3702.3	3926.4	4156.9
	s	kJ/kgK			6.9285	7.1708	7.38	7.5675	7.7395	7.8994	8.1919	8.4563	8.6992	8.9246
5	v	m3/kg				0.42496	0.47443	0.52258	0.57005	0.61716	0.71078	0.80395	0.89685	0.98956
	h	kJ/kg				2855.1	2961.1	3064.8	3168.1	3272.1	3483.8	3701.5	3925.8	4156.4
	s	kJ/kgK				7.0592	7.2721	7.4614	7.6343	7.7948	8.0879	8.3626	8.5957	8.8213
6	v	m3/kg				0.35204	0.39391	0.43439	0.47419	0.51361	0.59184	0.66963	0.74714	0.82447
	h	kJ/kg				2849.7	2951.6	3062.3	3166.2	3270.6	3482.7	3700.7	3925.1	4155.9
	s	kJ/kgK				6.9662	7.1829	7.374	7.5479	7.709	8.0027	8.2678	8.5111	8.7368
7	v	m3/kg				0.29992	0.33637	0.37139	0.40571	0.43964	0.50689	0.57368	0.64021	0.70655
	h	kJ/kg				2844.2	2954	3059.8	3164.3	3269	3481.6	3699.9	3924.5	4155.5
	s	kJ/kgK				6.8859	7.1066	7.2997	7.4745	7.6332	7.9305	8.1959	8.4395	8.6653

Tabelle vapore surriscaldato dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/ed. Verein Deutscher Ingenieure. - Düsseldorf: VDI-Verl., 1993

P (bar)			Temperatura											
Ts ( °C)			50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
8	v	m3/kg				0.26079	0.29321	0.32414	0.35434	0.38416	0.44317	0.50172	0.56001	0.61811
	h	kJ/kg				2838.6	2950.4	3057.3	3162.4	3267.5	3480.5	3699.1	3923.9	4155
	s	kJ/kgK				6.8148	7.0397	7.2348	7.4107	7.5729	7.8678	8.1336	8.3773	8.6033
9	v	m3/kg				0.23032	0.25963	0.27839	0.3144	0.34101	0.39361	0.44576	0.49763	0.54933
	h	kJ/kg				2832.7	2946.8	3054.7	3160.5	3266	3479.4	3698.2	3923.3	4154.5
	s	kJ/kgK				6.7508	6.98	7.1771	7.354	7.5169	7.8124	8.0785	8.3225	8.5486
10	v	m3/kg				0.20592	0.23275	0.25798	0.28243	0.30649	0.35396	0.40098	0.44773	0.4943
	h	kJ/kg				2826.8	2943	3052.1	3158.5	3264.4	3478.3	3697.4	3922.7	4154.1
	s	kJ/kgK				6.6922	6.9259	7.1251	7.3031	7.4665	7.7627	8.0292	8.2734	8.4997
15	v	m3/kg				0.13238	0.15199	0.1697	0.18653	0.20292	0.23503	0.26666	0.29803	0.32921
	h	kJ/kg				2794.7	2923.5	3038.9	3148.7	3256.6	3472.8	3693.3	3919.6	4151.7
	s	kJ/kgK				6.4508	6.7099	6.9207	7.1044	7.2709	7.5703	7.8385	8.0838	8.3108
20	v	m3/kg					0.11145	0.1255	0.13866	0.15113	0.17555	0.1995	0.22317	0.24666
	h	kJ/kg					2902.4	3025	3138.6	3248.7	3467.3	3689.2	3916.5	4149.4
	s	kJ/kgK					6.5454	6.7696	6.9596	7.1296	7.4323	7.7022	7.9485	8.1763
25	v	m3/kg					0.086985	0.098925	0.10975	0.12004	0.13987	0.15921	0.17826	0.19714
	h	kJ/kg					2879.5	3010.4	3128.2	3240.7	3461.7	3685.1	3913.4	4147
	s	kJ/kgK					6.4077	6.647	6.8442	7.0178	7.324	7.5956	7.8431	8.0716
30	v	m3/kg					0.070551	0.081159	0.090526	0.09931	0.11608	0.13234	0.14832	0.16412
	h	kJ/kg					2854.8	2995.1	3117.5	3232.5	3456.5	3681	3910.3	4144.7
	s	kJ/kgK					6.2857	6.5422	6.7471	6.9246	7.2345	7.5079	7.7564	7.9857
35	v	m3/kg					0.058693	0.068424	0.076776	0.084494	0.099088	0.11315	0.12694	0.14054
	h	kJ/kg					2828.1	2979	3106.5	3224.2	3450.6	3676.9	3907.2	4142.4
	s	kJ/kgK					6.1732	6.4491	6.6626	6.8443	7.158	7.4332	7.6828	7.9128
40	v	m3/kg						0.058833	0.066446	0.073376	0.086341	0.098763	0.1109	0.12285
	h	kJ/kg						2962	3095.1	3215.7	3445	3672.8	3904.1	4140
	s	kJ/kgK						6.3642	6.587	6.7733	7.0909	7.368	7.6187	7.8495
45	v	m3/kg						0.051336	0.058696	0.064721	0.076427	0.08757	0.098425	0.1091
	h	kJ/kg						2944.2	3083.3	3207.1	3439.3	3668.6	3901	4137.7
	s	kJ/kgK						6.2852	6.5182	6.7093	7.0311	7.31	7.5619	7.7934
50	v	m3/kg						0.045301	0.051941	0.057791	0.068494	0.078616	0.088446	0.098093
	h	kJ/kg						29255	3071.2	3198.3	3433.7	3664.5	3897.9	4135.3
	s	kJ/kgK						6.2105	6.4545	6.6508	6.977	7.2578	7.5108	7.7431
60	v	m3/kg						0.036145	0.042222	0.047379	0.056592	0.065184	0.073478	0.081587
	h	kJ/kg						2885	3045.8	3180.1	3422.2	3656.2	3891.7	4130.7
	s	kJ/kgK						6.0692	6.3386	6.5462	6.8818	7.1664	7.4217	7.655
70	v	m3/kg						0.029457	0.035233	0.039922	0.048086	0.05559	0.062787	0.069798
	h	kJ/kg						2839.4	3018.7	3161.2	3410.6	3647.9	3885.4	4126
	s	kJ/kgK						5.9327	6.2333	6.4536	6.7993	7.088	7.3456	7.5808

Tabelle vapore surriscaldato dell'acqua

Tratto da VDI Atlas/ed. Verein Deutscher Ingenieure. - Düsseldorf: VDI-Verl., 1993

P (bar)			Temperatura											
Ts ( °C)			50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
80	v	m3/kg						0.024264	0.029948	0.03431	0.041704	0.048394	0.05477	0.060956
	h	kJ/kg						2786.8	2989.9	3141.6	3398.8	3639.5	3879.2	4121.5
	s	kJ/kgK						5.7942	6.1349	6.3694	6.7262	7.0191	7.279	7.5158
90	v	m3/kg							0.025792	0.02929	0.036737	0.042798	0.048534	0.05408
	h	kJ/kg							2959	3121.2	3386.8	3631.1	3873	4116.7
	s	kJ/kgK							6.0408	6.2915	6.66	6.9574	7.2196	7.4579
100	v	m3/kg							0.022421	0.026408	0.03276	0.03832	0.043546	0.04858
	h	kJ/kg							2925.8	3099.9	3374.6	3622.7	3866.8	4112
	s	kJ/kgK							5.9489	6.2182	6.5994	6.9013	7.166	7.4058
125	v	m3/kg							0.016122	0.02001	0.02559	0.030259	0.03451	0.038682
	h	kJ/kg							2828	3042.9	3343.3	3601.4	3851.1	4100.3
	s	kJ/kgK							5.7155	6.0481	6.4654	6.7796	7.0504	7.2942
150	v	m3/kg							0.011462	0.015661	0.020795	0.024884	0.028587	0.032086
	h	kJ/kg							2694.8	2979.1	3310.6	3579.8	3835.4	4088.6
	s	kJ/kgK							5.4467	5.8876	6.3487	6.6764	6.9536	7.2013
175	v	m3/kg								0.01246	0.017359	0.021043	0.024314	0.027376
	h	kJ/kg								2906.3	3276.5	3557.8	3819.7	4077
	s	kJ/kgK								5.7274	6.2432	6.5858	6.8698	7.1215
200	v	m3/kg								0.009947	0.014771	0.018161	0.021111	0.023845
	h	kJ/kg								2820.5	3241.1	3535.5	3803.8	4065.3
	s	kJ/kgK								5.5585	6.1456	6.5043	6.7953	7.0511
300	v	m3/kg	0.000999	0.001029	0.001072	0.00113	0.001211	0.001322	0.001554	0.0028306	0.0086808	0.011436	0.013647	0.015619
	h	kJ/kg	234.95	441.62	650.9	865.2	1088.42	1328.69	1610.04	2161.8	3085	3443	3739.7	4018.5
	s	kJ/kgK	0.68971	1.2843	1.81053	2.28907	2.73735	3.17565	3.64552	4.4896	5.7972	6.234	6.556	6.8288
400	v	m3/kg	0.000995	0.001024	0.001066	0.001122	0.001198	0.001308	0.00149	0.0019091	0.0056156	0.0080884	0.0099302	0.011521
	h	kJ/kg	243.46	449.22	657.44	870.2	1090.76	1325.39	1589.69	1934.1	2906.8	3346.4	3674.8	3971.7
	s	kJ/kgK	0.68519	1.27714	1.80072	2.27584	2.71879	3.14688	3.58848	4.119	5.4762	6.0135	6.3701	6.6606
500	v	m3/kg	0.000991	0.00102	0.001061	0.001114	0.001187	0.001287	0.001444	0.0017291	0.0038822	0.0061113	0.0077197	0.0090759
	h	kJ/kg	251.94	456.83	664.06	865.4	1093.61	1323.69	1576.39	1877.7	2723	3248.3	3610.2	3925.3
	s	kJ/kgK	0.68069	1.27014	1.79123	2.26319	2.70145	3.12127	3.54361	4.0083	5.1782	5.8207	6.2138	6.5222
600	v	m3/kg	0.000988	0.001016	0.001055	0.001107	0.001176	0.00127	0.001408	0.0016324	0.0029155	0.004835	0.006269	0.0074603
	h	kJ/kg	260.39	464.46	670.74	880.76	1096.88	1323.17	1567.15	1847.3	2570.6	3151.6	3547	3879.6
	s	kJ/kgK	0.67622	1.26331	1.78203	2.25105	2.68513	3.09806	3.5059	3.9383	4.9374	5.6477	6.0775	6.4031
700	v	m3/kg	0.000984	0.001012	0.00105	0.001101	0.001166	0.001254	0.001379	0.0015671	0.0024668	0.0039719	0.0052566	0.0063208
	h	kJ/kg	268.81	472.1	677.48	886.27	1100.51	1323.57	1560.58	1827.8	2467.1	3060.4	3486.3	3835.3
	s	kJ/kgK	0.67177	1.25662	1.76308	2.23937	2.66967	3.07674	3.473	3.8855	4.7688	5.4931	5.9562	6.2979



Tabelle di saturazione di R134a

		liquido saturo			vapore saturo		liquido saturo	vapore saturo		liquido saturo	vapore saturo		liquido saturo	vapore saturo	
T (°C)	P (MPa)	v <sub>L</sub> (m³/kg)	v <sub>L</sub> -v <sub>v</sub> (m³/kg)	v <sub>v</sub> (m³/kg)	u <sub>L</sub> (kJ/kg)	u <sub>v</sub> (kJ/kg)		h <sub>L</sub> (kJ/kg)	h <sub>L</sub> -h <sub>v</sub> (kJ/kg)	h <sub>v</sub> (kJ/kg)	s <sub>L</sub> (kJ/kgK)	s <sub>L</sub> -s <sub>v</sub> (kJ/kgK)	s <sub>v</sub> (kJ/kgK)		
-50.0	0.02945	0.00069	0.60551	0.6062	-30.16	184.0		-30.14	231.94	201.8	-0.128	1.0395	0.9115		
-47.5	0.03401	0.00069	0.52911	0.5298	-27.06	185.4		-27.03	230.43	203.4	-0.1142	1.0213	0.9071		
-45.0	0.03912	0.00070	0.464	0.4647	-23.95	186.8		-23.92	228.92	205	-0.1005	1.0034	0.9029		
-42.5	0.04483	0.00070	0.4083	0.409	-20.83	188.3		-20.8	227.4	206.6	-0.08693	0.98593	0.899		
-40.0	0.05121	0.00071	0.36039	0.3611	-17.70	189.7		-17.67	225.87	208.2	-0.07344	0.96874	0.8953		
-37.5	0.05829	0.00071	0.31909	0.3198	-14.56	191.1		-14.52	224.32	209.8	-0.06004	0.95184	0.8918		
-35.0	0.06614	0.00071	0.28329	0.284	-11.41	192.6		-11.37	222.77	211.4	-0.04675	0.93525	0.8885		
-32.5	0.07482	0.00072	0.25228	0.253	-8.25	194.0		-8.198	221.098	212.9	-0.03354	0.91894	0.8854		
-30.0	0.08438	0.00072	0.22518	0.2259	-5.08	195.4		-5.018	219.518	214.5	-0.02042	0.90282	0.8824		
-27.5	0.09488	0.00072	0.20158	0.2023	-1.90	196.9		-1.826	217.926	216.1	-0.00739	0.88709	0.8797		
-25.0	0.1064	0.00073	0.18087	0.1816	1.30	198.3		1.378	216.222	217.6	0.00555	0.87145	0.877		
-22.5	0.119	0.00073	0.16267	0.1634	4.51	199.7		4.595	214.605	219.2	0.01841	0.85619	0.8746		
-20.0	0.1327	0.00074	0.14666	0.1474	7.73	201.2		7.826	212.874	220.7	0.0312	0.8411	0.8723		
-17.5	0.1477	0.00074	0.13246	0.1332	10.96	202.6		11.07	211.23	222.3	0.04391	0.82619	0.8701		
-15.0	0.1639	0.00074	0.11996	0.1207	14.21	204.0		14.33	209.47	223.8	0.05654	0.81146	0.868		
-12.5	0.1816	0.00075	0.10875	0.1095	17.46	205.5		17.6	207.7	225.3	0.0691	0.797	0.8661		
-10.0	0.2006	0.00075	0.09884	0.09959	20.74	206.9		20.89	206.01	226.9	0.0816	0.7827	0.8643		
-7.5	0.2212	0.00076	0.08997	0.09073	24.02	208.3		24.19	204.21	228.4	0.09403	0.76857	0.8626		
-5.0	0.2433	0.00076	0.08204	0.0828	27.32	209.7		27.51	202.29	229.8	0.1064	0.7546	0.861		
-2.5	0.2672	0.00077	0.07492	0.07569	30.63	211.1		30.84	200.46	231.3	0.1187	0.7408	0.8595		
0.0	0.2928	0.00077	0.06854	0.06931	33.96	212.5		34.19	198.61	232.8	0.131	0.727	0.858		
2.5	0.3203	0.00078	0.06278	0.06356	37.31	213.9		37.56	196.64	234.2	0.1431	0.7136	0.8567		
5.0	0.3497	0.00078	0.05759	0.05837	40.67	215.3		40.94	194.76	235.7	0.1553	0.7001	0.8554		
7.5	0.3811	0.00079	0.0529	0.05369	44.04	216.6		44.35	192.75	237.1	0.1674	0.6868	0.8542		
10.0	0.4146	0.00079	0.04865	0.04944	47.44	218.0		47.77	190.73	238.5	0.1794	0.6737	0.8531		
12.5	0.4503	0.00080	0.04479	0.04559	50.85	219.4		51.21	188.69	239.9	0.1914	0.6606	0.852		
15.0	0.4884	0.00080	0.04129	0.04209	54.28	220.7		54.67	186.63	241.3	0.2034	0.6475	0.8509		
17.5	0.5288	0.00081	0.03809	0.0389	57.72	222.0		58.15	184.45	242.6	0.2153	0.6346	0.8499		
20.0	0.5717	0.00082	0.03518	0.036	61.19	223.4		61.66	182.24	243.9	0.2272	0.6218	0.849		
22.5	0.6172	0.00082	0.03252	0.03334	64.68	224.7		65.18	180.02	245.2	0.239	0.6091	0.8481		
25.0	0.6654	0.00083	0.03008	0.03091	68.18	226.0		68.74	177.76	246.5	0.2509	0.5963	0.8472		
27.5	0.7163	0.00084	0.02785	0.02869	71.71	227.2		72.31	175.49	247.8	0.2627	0.5836	0.8463		
30.0	0.7702	0.00084	0.0258	0.02664	75.26	228.5		75.91	173.09	249	0.2745	0.5709	0.8454		
32.5	0.827	0.00085	0.02391	0.02476	78.84	229.7		79.54	170.66	250.2	0.2862	0.5584	0.8446		
35.0	0.887	0.00086	0.02217	0.02303	82.44	230.9		83.2	168.2	251.4	0.298	0.5457	0.8437		
37.5	0.9501	0.00086	0.02058	0.02144	86.06	232.1		86.88	165.62	252.5	0.3097	0.5332	0.8429		
40.0	1.017	0.00087	0.0191	0.01997	89.71	233.3		90.6	163	253.6	0.3214	0.5206	0.842		

Tabelle di saturazione di R134a

		liquido saturo			vapore saturo		liquido saturo	vapore saturo		liquido saturo	vapore saturo	liquido saturo	vapore saturo	
T (°C)	P (MPa)	v <sub>l</sub> (m³/kg)	v <sub>l</sub> -v <sub>v</sub> (m³/kg)	v <sub>v</sub> (m³/kg)	u <sub>l</sub> (kJ/kg)	u <sub>v</sub> (kJ/kg)		h <sub>l</sub> (kJ/kg)	h <sub>l</sub> -h <sub>v</sub> (kJ/kg)	h <sub>v</sub> (kJ/kg)		s <sub>l</sub> (kJ/kgK)	s <sub>l</sub> -s <sub>v</sub> (kJ/kgK)	s <sub>v</sub> (kJ/kgK)
42.5	1.086	0.00088	0.01772	0.0186	93.39	234.5		94.35	160.35	254.7		0.3332	0.5079	0.8411
45.0	1.16	0.00089	0.01645	0.01734	97.10	235.6		98.13	157.57	255.7		0.3449	0.4953	0.8402
47.5	1.237	0.00090	0.01527	0.01617	100.8	236.7		102	154.7	256.7		0.3566	0.4826	0.8392
50.0	1.318	0.00091	0.01418	0.01509	104.6	237.7		105.8	151.8	257.6		0.3684	0.4698	0.8382
52.5	1.403	0.00092	0.01316	0.01408	108.4	238.8		109.7	148.8	258.5		0.3802	0.4569	0.8371
55.0	1.492	0.00093	0.01221	0.01314	112.3	239.7		113.7	145.6	259.3		0.392	0.444	0.836
57.5	1.584	0.00094	0.01132	0.01226	116.2	240.7		117.7	142.4	260.1		0.4039	0.4308	0.8347
60.0	1.682	0.00095	0.01049	0.01144	120.1	241.6		121.7	139.1	260.8		0.4158	0.4176	0.8334
62.5	1.784	0.00096	0.00972	0.01068	124.1	242.4		125.8	135.7	261.5		0.4277	0.4042	0.8319
65.0	1.89	0.00097	0.00899	0.00996	128.1	243.2		130	132	262		0.4398	0.3905	0.8303
67.5	2.001	0.00099	0.0083	0.00929	132.2	243.9		134.2	128.3	262.5		0.4519	0.3766	0.8285
70.0	2.117	0.00100	0.00765	0.00865	136.3	244.5		138.5	124.3	262.8		0.4641	0.3625	0.8266
72.5	2.238	0.00102	0.00704	0.00806	140.6	245.1		142.8	120.3	263.1		0.4765	0.3479	0.8244
75.0	2.364	0.00104	0.00645	0.00749	144.9	245.5		147.3	115.9	263.2		0.489	0.3329	0.8219
77.5	2.496	0.00106	0.0059	0.00696	149.3	245.8		151.9	111.3	263.2		0.5017	0.3174	0.8191
80.0	2.633	0.00108	0.00537	0.00645	153.7	246.0		156.6	106.4	263		0.5146	0.3013	0.8159
82.5	2.776	0.00110	0.00486	0.00596	158.4	246.0		161.4	101.2	262.6		0.5278	0.2845	0.8123
85.0	2.926	0.00113	0.00437	0.0055	163.1	245.9		166.4	95.5	261.9		0.5413	0.2668	0.8081
87.5	3.082	0.00116	0.00389	0.00505	168.1	245.4		171.6	89.4	261		0.5553	0.2478	0.8031
90.0	3.244	0.00119	0.00342	0.00461	173.2	244.6		177.1	82.5	259.6		0.57	0.2271	0.7971
92.5	3.414	0.00124	0.00294	0.00418	178.8	243.4		183	74.7	257.7		0.5855	0.2042	0.7897
95.0	3.591	0.00129	0.00245	0.00374	184.8	241.4		189.4	65.5	254.9		0.6025	0.1777	0.7802
97.5	3.777	0.00138	0.0019	0.00328	191.7	238.1		196.9	53.6	250.5		0.6221	0.1446	0.7667
100.0	3.972	0.00154	0.00114	0.00268	201.4	231.2		207.5	34.4	241.9		0.6497	0.0922	0.7419

Tabelle di saturazione di R134a

		liquido saturo			vapore saturo		liquido saturo			vapore saturo		liquido saturo			vapore saturo	
P (MPa)	T (°C)	v <sub>L</sub> (m³/kg)	v <sub>L</sub> -v <sub>v</sub> (m³/kg)	v <sub>v</sub> (m³/kg)	u <sub>L</sub> (kJ/kg)	u <sub>v</sub> (kJ/kg)	h <sub>L</sub> (kJ/kg)	h <sub>L</sub> -h <sub>v</sub> (kJ/kg)	h <sub>v</sub> (kJ/kg)	s <sub>L</sub> (kJ/kgK)	s <sub>L</sub> -s <sub>v</sub> (kJ/kgK)	s <sub>v</sub> (kJ/kgK)				
0.03	-49.68	0.00069	0.59511	0.5958	-29.76	184.2	-29.74	231.74	202.0	-0.1263	1.0373	0.911				
0.04	-44.60	0.0007	0.4544	0.4551	-23.45	187.1	-23.42	228.72	205.3	-0.09832	1.00062	0.9023				
0.05	-40.45	0.0007	0.3686	0.3693	-18.27	189.4	-18.24	226.14	207.9	-0.07588	0.97178	0.8959				
0.06	-36.93	0.00071	0.31049	0.3112	-13.85	191.5	-13.81	223.91	210.1	-0.05703	0.94803	0.891				
0.07	-33.86	0.00071	0.26859	0.2693	-9.97	193.2	-9.92	222.02	212.1	-0.0407	0.9277	0.887				
0.08	-31.12	0.00072	0.23688	0.2376	-6.496	194.8	-6.438	220.238	213.8	-0.02626	0.90996	0.8837				
0.09	-28.63	0.00072	0.21188	0.2126	-3.34	196.2	-3.275	218.675	215.4	-0.01329	0.89419	0.8809				
0.10	-26.36	0.00073	0.19187	0.1926	-0.4409	197.5	-0.3683	217.1683	216.8	-0.00149	0.87989	0.8784				
0.11	-24.26	0.00073	0.17527	0.176	2.245	198.7	2.326	215.774	218.1	0.00935	0.86695	0.8763				
0.12	-22.31	0.00073	0.16137	0.1621	4.753	199.9	4.841	214.459	219.3	0.01939	0.85501	0.8744				
0.13	-20.48	0.00074	0.14956	0.1503	7.108	200.9	7.203	213.197	220.4	0.02874	0.84396	0.8727				
0.14	-18.76	0.00074	0.13936	0.1401	9.33	201.9	9.433	212.067	221.5	0.03751	0.83369	0.8712				
0.15	-17.13	0.00074	0.13056	0.1313	11.44	202.8	11.55	210.95	222.5	0.04577	0.82403	0.8698				
0.16	-15.59	0.00074	0.12276	0.1235	13.44	203.7	13.56	209.94	223.5	0.05358	0.81492	0.8685				
0.18	-12.71	0.00075	0.10965	0.1104	17.19	205.3	17.32	207.88	225.2	0.06804	0.79826	0.8663				
0.20	-10.08	0.00075	0.09913	0.09988	20.64	206.8	20.79	206.01	226.8	0.08122	0.78318	0.8644				
0.22	-7.64	0.00076	0.09043	0.09119	23.84	208.2	24.01	204.29	228.3	0.09335	0.76935	0.8627				
0.24	-5.37	0.00076	0.08315	0.08391	26.84	209.5	27.02	202.58	229.6	0.1046	0.7566	0.8612				
0.26	-3.24	0.00077	0.07693	0.0777	29.66	210.7	29.86	201.04	230.9	0.1151	0.7448	0.8599				
0.28	-1.23	0.00077	0.07159	0.07236	32.33	211.8	32.54	199.56	232.1	0.1249	0.7338	0.8587				
0.30	0.67	0.00077	0.06693	0.0677	34.86	212.9	35.09	198.11	233.2	0.1342	0.7235	0.8577				
0.32	2.48	0.00078	0.06283	0.06361	37.28	213.9	37.53	196.67	234.2	0.143	0.7137	0.8567				
0.34	4.20	0.00078	0.0592	0.05998	39.59	214.8	39.85	195.35	235.2	0.1514	0.7044	0.8558				
0.36	5.84	0.00078	0.05596	0.05674	41.8	215.7	42.08	194.12	236.2	0.1594	0.6956	0.855				
0.40	8.93	0.00079	0.05042	0.05121	45.98	217.4	46.3	191.6	237.9	0.1743	0.6792	0.8535				
0.45	12.48	0.0008	0.04482	0.04562	50.82	219.4	51.18	188.72	239.9	0.1913	0.6607	0.852				
0.50	15.73	0.00081	0.04031	0.04112	55.29	221.1	55.69	186.01	241.7	0.2069	0.6437	0.8506				
0.55	18.75	0.00081	0.0366	0.03741	59.46	222.7	59.91	183.39	243.3	0.2213	0.6282	0.8495				
0.60	21.57	0.00082	0.03348	0.0343	63.38	224.2	63.87	180.93	244.8	0.2346	0.6138	0.8484				
0.65	24.22	0.00083	0.03082	0.03165	67.08	225.6	67.62	178.48	246.1	0.2472	0.6003	0.8475				
0.70	26.71	0.00083	0.02854	0.02937	70.6	226.8	71.18	176.22	247.4	0.259	0.5876	0.8466				
0.80	31.33	0.00085	0.02477	0.02562	77.16	229.1	77.84	171.76	249.6	0.2807	0.5643	0.845				
0.90	35.53	0.00086	0.02183	0.02269	83.2	231.2	83.97	167.63	251.6	0.3004	0.5432	0.8436				
1.00	39.39	0.00087	0.01945	0.02032	88.82	233	89.69	163.71	253.4	0.3186	0.5236	0.8422				

Tabelle di saturazione di R134a

		liquido saturo		vapore saturo		liquido saturo	vapore saturo		liquido saturo	vapore saturo	liquido saturo	vapore saturo	
P (MPa)	T (°C)	v <sub>L</sub> (m³/kg)	v <sub>L</sub> -v <sub>v</sub> (m³/kg)	v <sub>v</sub> (m³/kg)	u <sub>L</sub> (kJ/kg)	u <sub>v</sub> (kJ/kg)	h <sub>L</sub> (kJ/kg)	h <sub>L</sub> -h <sub>v</sub> (kJ/kg)	h <sub>v</sub> (kJ/kg)	s <sub>L</sub> (kJ/kgK)	s <sub>L</sub> -s <sub>v</sub> (kJ/kgK)	s <sub>v</sub> (kJ/kgK)	
	1.10	42.97	0.00088	0.01748	0.01836	94.09	234.7	95.06	159.84	254.9	0.3354	0.5055	0.8409
	1.20	46.31	0.00089	0.01583	0.01672	99.06	236.2	100.1	156.1	256.2	0.3511	0.4886	0.8397
	1.30	49.46	0.00091	0.01441	0.01532	103.8	237.5	105	152.4	257.4	0.3658	0.4726	0.8384
	1.40	52.42	0.00092	0.01319	0.01411	108.3	238.7	109.6	148.9	258.5	0.3798	0.4574	0.8372
	1.50	55.23	0.00093	0.01213	0.01306	112.6	239.8	114	145.4	259.4	0.3931	0.4428	0.8359
	1.60	57.91	0.00094	0.01119	0.01213	116.8	240.8	118.3	141.9	260.2	0.4058	0.4287	0.8345
	1.70	60.46	0.00095	0.01035	0.0113	120.8	241.7	122.4	138.5	260.9	0.4179	0.4152	0.8331
	1.80	62.90	0.00096	0.0096	0.01056	124.7	242.5	126.4	135.1	261.5	0.4296	0.4021	0.8317
	1.90	65.23	0.00098	0.00892	0.0099	128.5	243.3	130.3	131.8	262.1	0.4409	0.3892	0.8301
	2.00	67.48	0.00099	0.0083	0.00929	132.2	243.9	134.1	128.4	262.5	0.4518	0.3767	0.8285
	2.10	69.64	0.001	0.00774	0.00874	135.8	244.4	137.9	124.9	262.8	0.4624	0.3644	0.8268
	2.20	71.73	0.00101	0.00723	0.00824	139.3	244.9	141.5	121.5	263.0	0.4727	0.3524	0.8251
	2.30	73.74	0.00103	0.00674	0.00777	142.7	245.3	145.1	118.1	263.2	0.4827	0.3405	0.8232
	2.40	75.69	0.00104	0.0063	0.00734	146.1	245.6	148.6	114.6	263.2	0.4925	0.3287	0.8212
	2.50	77.58	0.00106	0.00588	0.00694	149.4	245.8	152	111.2	263.2	0.5021	0.3169	0.819
	2.60	79.41	0.00107	0.0055	0.00657	152.7	246	155.5	107.6	263.1	0.5115	0.3052	0.8167
	2.70	81.18	0.00109	0.00513	0.00622	155.9	246.1	158.8	104	262.8	0.5208	0.2935	0.8143
	2.80	82.90	0.0011	0.00479	0.00589	159.1	246	162.2	100.3	262.5	0.5299	0.2818	0.8117
	2.90	84.58	0.00112	0.00446	0.00558	162.3	245.9	165.6	96.5	262.1	0.539	0.2698	0.8088
	3.00	86.20	0.00114	0.00414	0.00528	165.5	245.7	168.9	92.6	261.5	0.548	0.2578	0.8058
	3.10	87.79	0.00116	0.00384	0.005	168.6	245.3	172.2	88.6	260.8	0.557	0.2455	0.8025
	3.20	89.33	0.00118	0.00355	0.00473	171.8	244.9	175.6	84.4	260.0	0.566	0.2328	0.7988
	3.30	90.83	0.00121	0.00326	0.00447	175	244.3	179	80	259.0	0.5751	0.2198	0.7949
	3.40	92.30	0.00123	0.00299	0.00422	178.3	243.5	182.5	75.3	257.8	0.5842	0.2062	0.7904
	3.50	93.73	0.00126	0.00271	0.00397	181.6	242.5	186.1	70.3	256.4	0.5936	0.1918	0.7854
	3.60	95.12	0.0013	0.00242	0.00372	185.1	241.3	189.8	64.9	254.7	0.6034	0.1763	0.7797
	3.80	97.80	0.00139	0.00182	0.00321	192.7	237.6	198	51.8	249.8	0.6248	0.1398	0.7646
	4.00	100.30	0.00158	0.00098	0.00256	203.4	229.3	209.8	29.8	239.6	0.6557	0.0798	0.7355

Tabelle di R134a - stato monofase

P= 0.03 [MPa]		Tsat= -49.68 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.16	-30.14	-0.128	
-40	0.6235	190.4	209.1	0.9417	
-30	0.6519	196.9	216.5	0.9728	
-20	0.68	203.6	224	1.003	
-10	0.7079	210.5	231.7	1.033	
0	0.7358	217.5	239.6	1.062	
10	0.7635	224.7	247.6	1.091	
20	0.7912	232.1	255.8	1.12	
30	0.8188	239.7	264.2	1.148	
40	0.8463	247.4	272.8	1.176	
50	0.8738	255.3	281.5	1.203	
60	0.9013	263.4	290.4	1.23	
70	0.9287	271.6	299.5	1.257	
80	0.9562	280	308.7	1.283	
90	0.9835	288.6	318.1	1.31	
100	1.01075	297.4	327.7	1.3355	
110	1.038	306.2	337.3	1.361	
120	1.066	315.2	347.2	1.387	
130	1.093	324.5	357.2	1.412	
140	1.12	333.8	367.4	1.437	
150	1.147	343.4	377.8	1.462	
160	1.175	353	388.3	1.486	
170	1.202	362.9	398.9	1.511	
180	1.229	372.9	409.7	1.535	
190	1.257	383	420.7	1.559	
200	1.284	393.3	431.8	1.582	

P= 0.04 [MPa]		Tsat= -44.60 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.16	-30.13	-0.1281	
-40	0.4651	190.1	208.7	0.917	
-30	0.4867	196.6	216.1	0.9483	
-20	0.5081	203.4	223.7	0.9788	
-10	0.5292	210.3	231.4	1.009	
0	0.5503	217.3	239.3	1.038	
10	0.5712	224.6	247.4	1.067	
20	0.5921	232	255.7	1.096	
30	0.6129	239.5	264.1	1.124	
40	0.6337	247.3	272.6	1.152	
50	0.6544	255.2	281.4	1.179	
60	0.6751	263.3	290.3	1.206	
70	0.6957	271.5	299.3	1.233	
80	0.7163	279.9	308.6	1.26	
90	0.7369	288.5	318	1.286	
100	0.7575	297.3	327.6	1.312	
110	0.7781	306.1	337.2	1.338	
120	0.7986	315.2	347.1	1.363	
130	0.8191	324.4	357.2	1.388	
140	0.8396	333.8	367.4	1.413	
150	0.8601	343.3	377.7	1.438	
160	0.8806	353	388.2	1.463	
170	0.9011	362.8	398.9	1.487	
180	0.9216	372.8	409.7	1.511	
190	0.942	383	420.7	1.535	
200	0.9625	393.3	431.8	1.559	

P= 0.05 [MPa]		Tsat= -40.45 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.16	-30.13	-0.1281	
-40	0.3701	189.7	208.2	0.8974	
-30	0.3876	196.4	215.8	0.929	
-20	0.4049	203.2	223.4	0.9598	
-10	0.422	210.1	231.2	0.9899	
0	0.439	217.2	239.1	1.019	
10	0.4559	224.4	247.2	1.049	
20	0.4727	231.8	255.5	1.077	
30	0.4894	239.4	263.9	1.105	
40	0.5061	247.2	272.5	1.133	
50	0.5227	255.1	281.2	1.161	
60	0.5393	263.2	290.1	1.188	
70	0.5559	271.4	299.2	1.215	
80	0.5724	279.8	308.5	1.241	
90	0.589	288.4	317.9	1.268	
100	0.60545	297.25	327.55	1.2935	
110	0.6219	306.1	337.2	1.319	
120	0.6384	315.1	347	1.345	
130	0.6549	324.3	357.1	1.37	
140	0.6713	333.7	367.3	1.395	
150	0.6877	343.3	377.6	1.42	
160	0.7041	352.9	388.1	1.444	
170	0.7205	362.8	398.8	1.469	
180	0.7369	372.8	409.6	1.493	
190	0.7533	382.9	420.6	1.517	
200	0.7697	393.2	431.7	1.541	

P= 0.06 [MPa]		Tsat= -36.93 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.17	-30.12	-0.1281	
-40	0.00071	-17.71	-17.66	-0.07345	
-30	0.3215	196.1	215.4	0.913	
-20	0.3361	202.9	223.1	0.944	
-10	0.3505	209.9	230.9	0.9743	
0	0.3648	217	238.9	1.004	
10	0.3789	224.3	247	1.033	
20	0.393	231.7	255.3	1.062	
30	0.4071	239.3	263.7	1.09	
40	0.421	247	272.3	1.118	
50	0.4349	255	281.1	1.146	
60	0.4488	263.1	290	1.173	
70	0.4627	271.3	299.1	1.2	
80	0.4765	279.7	308.3	1.226	
90	0.4903	288.3	317.8	1.253	
100	0.5041	297.15	327.45	1.2785	
110	0.5179	306	337.1	1.304	
120	0.5316	315.1	347	1.33	
130	0.5453	324.3	357	1.355	
140	0.5591	333.7	367.2	1.38	
150	0.5728	343.2	377.6	1.405	
160	0.5865	352.9	388.1	1.429	
170	0.6002	362.7	398.7	1.454	
180	0.6139	372.7	409.6	1.478	
190	0.6275	382.9	420.5	1.502	
200	0.6412	393.2	431.7	1.526	

P= 0.08 [MPa]		Tsat= -31.12 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.17	-30.12	-0.1281	
-40	0.00071	-17.71	-17.66	-0.07348	
-30	0.2388	195.6	214.7	0.8873	
-20	0.2501	202.5	222.5	0.9187	
-10	0.2611	209.5	230.4	0.9493	
0	0.272	216.6	238.4	0.9793	
10	0.2828	223.9	246.6	1.009	
20	0.2935	231.4	254.9	1.038	
30	0.3041	239	263.4	1.066	
40	0.3147	246.8	272	1.094	
50	0.3252	254.8	280.8	1.122	
60	0.3357	262.9	289.7	1.149	
70	0.3462	271.1	298.8	1.176	
80	0.3566	279.6	308.1	1.202	
90	0.367	288.2	317.5	1.229	
100	0.3774	297.05	327.2	1.255	
110	0.3878	305.9	336.9	1.281	
120	0.3981	314.9	346.8	1.306	
130	0.4085	324.2	356.8	1.331	
140	0.4188	333.5	367.1	1.356	
150	0.4291	343.1	377.4	1.381	
160	0.4394	352.8	387.9	1.406	
170	0.4497	362.6	398.6	1.43	
180	0.46	372.6	409.4	1.454	
190	0.4703	382.8	420.4	1.478	
200	0.4806	393.1	431.5	1.502	

P= 0.10 [MPa]		Tsat= -26.36 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.18	-30.11	-0.1281	
-40	0.00071	-17.72	-17.65	-0.07351	
-30	0.00072	-5.085	-5.013	-0.02045	
-20	0.1984	202	221.8	0.8986	
-10	0.2074	209.1	229.8	0.9296	
0	0.2163	216.3	237.9	0.9598	
10	0.2251	223.6	246.1	0.9893	
20	0.2337	231.1	254.5	1.018	
30	0.2423	238.8	263	1.047	
40	0.2509	246.6	271.7	1.075	
50	0.2594	254.6	280.5	1.103	
60	0.2678	262.7	289.5	1.13	
70	0.2763	271	298.6	1.157	
80	0.2847	279.4	307.9	1.184	
90	0.293	288	317.3	1.21	
100	0.30135	296.85	327	1.236	
110	0.3097	305.7	336.7	1.262	
120	0.318	314.8	346.6	1.288	
130	0.3263	324	356.7	1.313	
140	0.3346	333.4	366.9	1.338	
150	0.3429	343	377.3	1.363	
160	0.3512	352.7	387.8	1.387	
170	0.3594	362.5	398.5	1.412	
180	0.3677	372.6	409.3	1.436	
190	0.3759	382.7	420.3	1.46	
200	0.3842	393	431.4	1.484	

P= 0.15 [MPa]		Tsats= -17.13 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.19	-30.09	-0.1282	
-40	0.00071	-17.74	-17.63	-0.07358	
-30	0.00072	-5.104	-4.996	-0.02052	
-20	0.00074	7.721	7.831	0.03117	
-10	0.1358	208	228.4	0.8925	
0	0.142	215.4	236.7	0.9234	
10	0.1481	222.8	245	0.9534	
20	0.1541	230.4	253.5	0.9829	
30	0.16	238.1	262.1	1.012	
40	0.1658	246	270.9	1.04	
50	0.1716	254	279.8	1.068	
60	0.1773	262.2	288.8	1.096	
70	0.183	270.5	298	1.123	
80	0.1887	279	307.3	1.15	
90	0.1944	287.6	316.8	1.176	
100	0.2	296.5	326.5	1.202	
110	0.2056	305.4	336.2	1.228	
120	0.2112	314.5	346.2	1.254	
130	0.2168	323.7	356.3	1.279	
140	0.2224	333.2	366.5	1.304	
150	0.228	342.7	376.9	1.329	
160	0.2335	352.4	387.5	1.354	
170	0.2391	362.3	398.2	1.378	
180	0.2446	372.3	409	1.402	
190	0.2501	382.5	420	1.426	
200	0.2556	392.8	431.2	1.45	

P= 0.35 [MPa]		Tsats= 5.02 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.25	-30.01	-0.1285	
-40	0.00071	-17.8	-17.56	-0.07387	
-30	0.00072	-5.179	-4.927	-0.02083	
-20	0.00074	7.636	7.894	0.03084	
-10	0.00075	20.66	20.93	0.08133	
0	0.00077	33.93	34.2	0.1308	
10	0.05985	219.3	240.3	0.8716	
20	0.06281	227.3	249.3	0.9031	
30	0.06567	235.4	258.4	0.9336	
40	0.06844	243.6	267.5	0.9631	
50	0.07116	251.8	276.7	0.9921	
60	0.07382	260.2	286	1.02	
70	0.07645	268.7	295.4	1.048	
80	0.07904	277.3	305	1.076	
90	0.0816	286.1	314.6	1.103	
100	0.08413	295.05	324.45	1.129	
110	0.08666	304	334.3	1.155	
120	0.08916	313.2	344.4	1.181	
130	0.09165	322.5	354.6	1.207	
140	0.09412	332	365	1.232	
150	0.09659	341.7	375.5	1.257	
160	0.09904	351.4	386.1	1.282	
170	0.1015	361.4	396.9	1.307	
180	0.1039	371.4	407.8	1.331	
190	0.1063	381.6	418.9	1.355	
200	0.1088	392	430.1	1.379	

P= 0.20 [MPa]		Tsats= -10.08 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.21	-30.07	-0.1283	
-40	0.00071	-17.75	-17.61	-0.07365	
-30	0.00072	-5.122	-4.978	-0.0206	
-20	0.00074	7.699	7.847	0.03108	
-10	0.09991	206.9	226.9	0.8646	
0	0.1048	214.4	235.4	0.8964	
10	0.1096	222	243.9	0.927	
20	0.1142	229.7	252.5	0.9569	
30	0.1187	237.5	261.2	0.9861	
40	0.1232	245.4	270.1	1.015	
50	0.1277	253.5	279	1.043	
60	0.1321	261.7	288.1	1.071	
70	0.1364	270.1	297.4	1.098	
80	0.1407	278.6	306.7	1.125	
90	0.145	287.3	316.3	1.152	
100	0.1493	296.2	326.1	1.178	
110	0.1536	305	335.8	1.204	
120	0.1578	314.2	345.7	1.229	
130	0.1621	323.4	355.9	1.255	
140	0.1663	332.9	366.1	1.28	
150	0.1705	342.5	376.6	1.305	
160	0.1747	352.2	387.1	1.33	
170	0.1789	362.1	397.8	1.354	
180	0.183	372.1	408.7	1.378	
190	0.1872	382.3	419.7	1.402	
200	0.1914	392.6	430.9	1.426	

P= 0.40 [MPa]		Tsats= 8.93 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.27	-29.99	-0.1285	
-40	0.0007	-17.82	-17.54	-0.07394	
-30	0.00072	-5.197	-4.909	-0.02091	
-20	0.00074	7.615	7.91	0.03075	
-10	0.00075	20.64	20.94	0.08124	
0	0.00077	33.91	34.21	0.1307	
10	0.05151	218.3	238.9	0.8571	
20	0.05421	226.5	248.2	0.8893	
30	0.0568	234.7	257.4	0.9202	
40	0.05929	242.9	266.6	0.9502	
50	0.06172	251.2	275.9	0.9794	
60	0.0641	259.7	285.3	1.008	
70	0.06644	268.2	294.8	1.036	
80	0.06875	276.9	304.4	1.063	
90	0.07102	285.7	314.1	1.091	
100	0.07327	294.6	323.9	1.117	
110	0.07551	303.7	333.9	1.144	
120	0.07772	312.9	344	1.17	
130	0.07991	322.2	354.2	1.195	
140	0.0821	331.7	364.6	1.221	
150	0.08427	341.4	375.1	1.246	
160	0.08643	351.2	385.7	1.271	
170	0.08858	361.1	396.5	1.295	
180	0.09072	371.2	407.5	1.32	
190	0.09286	381.4	418.6	1.344	
200	0.09499	391.8	429.8	1.368	

P= 0.30 [MPa]		Tsats= 0.67 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.24	-30.03	-0.1284	
-40	0.00071	-17.79	-17.57	-0.0738	
-30	0.00072	-5.16	-4.944	-0.02076	
-20	0.00074	7.657	7.878	0.03092	
-10	0.00075	20.69	20.91	0.08142	
0	0.00077	33.96	34.19	0.1309	
10	0.07093	220.2	241.5	0.8876	
20	0.07425	228.2	250.4	0.9185	
30	0.07748	236.1	259.4	0.9485	
40	0.08063	244.2	268.4	0.9778	
50	0.08372	252.4	277.5	1.006	
60	0.08677	260.7	286.7	1.035	
70	0.08978	269.1	296.1	1.062	
80	0.09276	277.7	305.6	1.089	
90	0.0957	286.5	315.2	1.116	
100	0.0986	295.5	325	1.143	
110	0.1015	304.4	334.8	1.169	
120	0.1044	313.5	344.9	1.195	
130	0.1073	322.8	355	1.22	
140	0.1102	332.3	365.4	1.246	
150	0.113	341.9	375.8	1.271	
160	0.1158	351.7	386.4	1.295	
170	0.1187	361.6	397.2	1.32	
180	0.1215	371.6	408.1	1.344	
190	0.1243	381.8	419.1	1.368	
200	0.1271	392.2	430.3	1.392	

P= 0.50 [MPa]		Tsats= 15.73 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.3	-29.95	-0.1287	
-40	0.0007	-17.85	-17.5	-0.07408	
-30	0.00072	-5.235	-4.875	-0.02106	
-20	0.00074	7.573	7.941	0.03059	
-10	0.00075	20.59	20.97	0.08106	
0	0.00077	33.85	34.24	0.1305	
10	0.00079	47.38	47.78	0.1792	
20	0.04212	224.7	245.8	0.8649	
30	0.04434	233.2	255.3	0.8969	
40	0.04646	241.6	264.8	0.9276	
50	0.0485	250.1	274.3	0.9574	
60	0.05049	258.6	283.8	0.9865	
70	0.05243	267.2	293.4	1.015	
80	0.05433	276	303.1	1.043	
90	0.05621	284.8	312.9	1.07	
100	0.05805	293.8	322.9	1.097	
110	0.05988	303	332.9	1.124	
120	0.06169	312.2	343.1	1.15	
130	0.06348	321.6	353.4	1.176	
140	0.06526	331.2	363.8	1.201	
150	0.06702	340.8	374.4	1.226	
160	0.06878	350.7	385.1	1.251	
170	0.07052	360.6	395.9	1.276	
180	0.07226	370.7	406.9	1.301	
190	0.07398	381	418	1.325	
200	0.07571	391.4	429.2	1.349	

P= 0.60 [MPa]		Tsats= 21.57 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.33	-29.91	-0.1288	
-40	0.0007	-17.89	-17.46	-0.07423	
-30	0.00072	-5.272	-4.84	-0.02122	
-20	0.00074	7.532	7.973	0.03042	
-10	0.00075	20.55	21	0.08088	
0	0.00077	33.8	34.26	0.1303	
10	0.00079	47.32	47.8	0.179	
20	0.00082	61.17	61.66	0.2271	
30	0.03598	231.6	253.2	0.8765	
40	0.03787	240.2	262.9	0.9082	
50	0.03966	248.8	272.6	0.9387	
60	0.04139	257.5	282.3	0.9682	
70	0.04307	266.2	292.1	0.9971	
80	0.04471	275.1	301.9	1.025	
90	0.04632	284	311.8	1.053	
100	0.0479	293.1	321.8	1.08	
110	0.04946	302.3	331.9	1.107	
120	0.051	311.6	342.2	1.133	
130	0.05252	321	352.5	1.159	
140	0.05403	330.6	363	1.185	
150	0.05552	340.3	373.6	1.21	
160	0.05701	350.1	384.4	1.235	
170	0.05848	360.1	395.2	1.26	
180	0.05995	370.3	406.2	1.285	
190	0.0614	380.5	417.4	1.309	
200	0.06285	390.9	428.7	1.333	

P= 0.80 [MPa]		Tsats= 31.33 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.39	-29.84	-0.1291	
-40	0.0007	-17.95	-17.39	-0.07451	
-30	0.00072	-5.346	-4.771	-0.02152	
-20	0.00074	7.448	8.036	0.03009	
-10	0.00075	20.45	21.05	0.08052	
0	0.00077	33.69	34.31	0.1299	
10	0.00079	47.2	47.83	0.1786	
20	0.00082	61.02	61.68	0.2266	
30	0.00084	75.24	75.91	0.2744	
40	0.02704	237.2	258.8	0.8746	
50	0.02855	246.2	269	0.9068	
60	0.02997	255.2	279.1	0.9376	
70	0.03134	264.1	289.2	0.9674	
80	0.03266	273.2	299.3	0.9964	
90	0.03394	282.3	309.4	1.025	
100	0.03519	291.5	319.6	1.052	
110	0.03642	300.8	329.9	1.08	
120	0.03763	310.2	340.3	1.106	
130	0.03881	319.7	350.8	1.133	
140	0.03999	329.4	361.4	1.159	
150	0.04114	339.2	372.1	1.184	
160	0.04229	349.1	382.9	1.21	
170	0.04343	359.1	393.9	1.235	
180	0.04455	369.3	405	1.259	
190	0.04567	379.6	416.2	1.284	
200	0.04679	390.1	427.5	1.308	

P= 1.0 [MPa]		Tsats= 39.39 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.45	-29.76	-0.1293	
-40	0.0007	-18.02	-17.31	-0.0748	
-30	0.00072	-5.42	-4.701	-0.02183	
-20	0.00073	7.365	8.1	0.02976	
-10	0.00075	20.36	21.11	0.08016	
0	0.00077	33.58	34.35	0.1296	
10	0.00079	47.07	47.87	0.1781	
20	0.00081	60.88	61.69	0.2261	
30	0.00084	75.06	75.91	0.2738	
40	0.02041	233.6	254	0.8444	
50	0.0218	243.3	265.1	0.8791	
60	0.02307	252.7	275.7	0.9116	
70	0.02426	261.9	286.2	0.9425	
80	0.0254	271.2	296.6	0.9724	
90	0.02649	280.5	307	1.001	
100	0.02755	289.8	317.4	1.03	
110	0.02858	299.3	327.9	1.057	
120	0.02959	308.8	338.4	1.085	
130	0.03058	318.4	349	1.111	
140	0.03155	328.2	359.7	1.137	
150	0.03251	338	370.6	1.163	
160	0.03346	348	381.5	1.189	
170	0.03439	358.1	392.5	1.214	
180	0.03532	368.4	403.7	1.239	
190	0.03623	378.7	415	1.264	
200	0.03714	389.2	426.4	1.288	

P= 1.5 [MPa]		Tsats= 55.23 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.6	-29.56	-0.13	
-40	0.0007	-18.18	-17.13	-0.07551	
-30	0.00072	-5.604	-4.527	-0.02259	
-20	0.00073	7.159	8.26	0.02894	
-10	0.00075	20.12	21.25	0.07927	
0	0.00077	33.32	34.47	0.1286	
10	0.00079	46.77	47.95	0.1771	
20	0.00081	60.52	61.74	0.2249	
30	0.00084	74.64	75.9	0.2724	
40	0.00087	89.21	90.51	0.3198	
50	0.00091	104.4	105.7	0.3677	
60	0.01361	245.1	265.5	0.8543	
70	0.01466	255.6	277.6	0.8899	
80	0.01561	265.7	289.1	0.923	
90	0.01648	275.6	300.3	0.9543	
100	0.01731	285.4	311.4	0.9844	
110	0.01809	295.3	322.4	1.014	
120	0.01885	305.1	333.4	1.042	
130	0.01958	315	344.4	1.07	
140	0.02029	325	355.5	1.097	
150	0.02099	335.1	366.6	1.123	
160	0.02167	345.3	377.8	1.149	
170	0.02234	355.6	389.1	1.175	
180	0.023	365.9	400.4	1.201	
190	0.02365	376.4	411.9	1.226	
200	0.02429	387.1	423.5	1.25	

P= 2.0 [MPa]		Tsats= 67.48 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.74	-29.37	-0.1307	
-40	0.0007	-18.35	-16.94	-0.07622	
-30	0.00072	-5.786	-4.351	-0.02334	
-20	0.00073	6.955	8.421	0.02813	
-10	0.00075	19.89	21.39	0.07839	
0	0.00077	33.06	34.59	0.1276	
10	0.00079	46.47	48.05	0.176	
20	0.00081	60.17	61.8	0.2237	
30	0.00084	74.23	75.9	0.271	
40	0.00087	88.71	90.44	0.3182	
50	0.0009	103.7	105.5	0.3657	
60	0.00095	119.6	121.4	0.4141	
70	0.00957	247.1	266.2	0.8396	
80	0.01054	258.9	280	0.879	
90	0.01136	269.8	292.6	0.9142	
100	0.0121	280.4	304.6	0.947	
110	0.01279	290.8	316.4	0.9781	
120	0.01344	301.1	328	1.008	
130	0.01405	311.4	339.5	1.037	
140	0.01464	321.7	351	1.065	
150	0.01521	332	362.4	1.092	
160	0.01576	342.4	373.9	1.119	
170	0.0163	352.9	385.5	1.146	
180	0.01683	363.4	397.1	1.171	
190	0.01735	374.1	408.8	1.197	
200	0.01786	384.8	420.5	1.222	

P= 2.5 [MPa]		Tsats= 77.58 [°C]			
T [°C]	v (m³/kg)	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]	
-50	0.00069	-30.89	-29.17	-0.1313	
-40	0.0007	-18.51	-16.75	-0.07692	
-30	0.00072	-5.967	-4.175	-0.02409	
-20	0.00073	6.753	8.584	0.02733	
-10	0.00075	19.67	21.54	0.07752	
0	0.00077	32.8	34.72	0.1267	
10	0.00079	46.17	48.14	0.1749	
20	0.00081	59.83	61.86	0.2225	
30	0.00083	73.82	75.91	0.2697	
40	0.00086	88.22	90.38	0.3166	
50	0.0009	103.1	105.4	0.3637	
60	0.00094	118.8	121.1	0.4117	
70	0.001	135.5	137.9	0.4615	
80	0.00722	249.5	267.6	0.8314	
90	0.00815	262.8	283.1	0.8749	
100	0.0089	274.6	296.8	0.9121	
110	0.00955	285.8	309.7	0.9461	
120	0.01015	296.7	322.1	0.9781	
130	0.0107	307.4	334.2	1.009	
140	0.01123	318.1	346.2	1.038	
150	0.01173	328.7	358.1	1.066	
160	0.01221	339.4	369.9	1.094	
170	0.01267	350.1	381.7	1.121	
180	0.01313	360.8	393.6	1.147	
190	0.01357	371.6	405.5	1.173	
200	0.014	382.5	417.5	1.199	





