



POLITECNICO
MILANO 1863

TUTORATO 3

Cicli termodinamici a gas

([link registrazione](#))

Corso di Fisica Tecnica 2019-2020

Francesco Lombardi
Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

Cicli termodinamici a gas

6.4 – Intermedio

6.4. *[intermedio]* Si vuole realizzare un ciclo Joule-Brayton che rispetti le seguenti caratteristiche:

- Temperatura di inizio compressione $T_1 = 36\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- Pressione di inizio compressione $P_1 = 0,95\text{ atm}$.
- Temperatura massima del ciclo $T_3 = 900\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- Rapporto di compressione del ciclo $r_p = 4$.

Determinare gli stati termodinamici dei punti caratteristici del ciclo ideale ed il suo rendimento, ipotizzando che il fluido di lavoro sia un gas ideale biatomico. Determinare il rendimento del ciclo qualora si realizzasse un ciclo reale con rendimenti isoentropici del compressore η_c e della turbina η_T pari entrambi a 0,9.



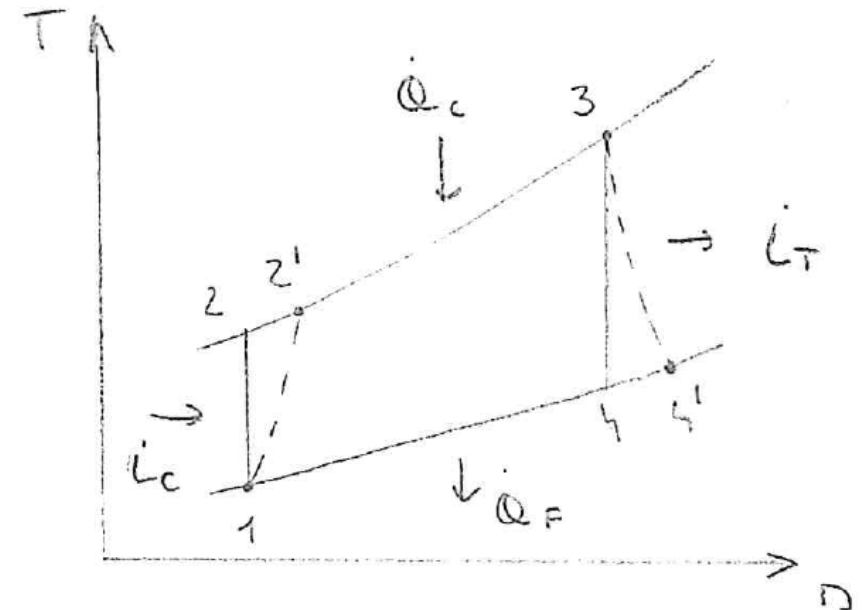
Cicli termodinamici a gas

6.4 – Intermedio

DATI: $T_1 = 30^\circ\text{C}$ ($309,15\text{ K}$)
 $P_1 = 0,95\text{ atm}$ ($96,26\text{ kPa}$)
 $T_3 = 500^\circ\text{C}$ (773 K)
 $r_p = 4$

INCOGNITE: - STATI TERMODINAMICI DEI PUNTI;
- RENDIMENTO CICLO IDEALE;
- RENDIMENTO CICLO REALE ($\eta_{\text{CICLO REALE}} = 0,9$);

IDEE: - REGIME STAZIONARIO;
- FUSO IDEALE BIANCO; $\rightarrow C_v = 5/2 R$
- $\Delta W, \Delta E \approx 0$; $C_p = 7/2 R$



Cicli termodinamici a gas

6.4 – Intermedio

- CICLO IDEALE: UNO PRODOTTO UNITARIO;

1 → 2 : COMPRESSIONE ADIABATICA ISOENTROPICA:

$$\dot{L}_c + \dot{m}(h_1 - h_2) = 0 \rightarrow \dot{L}_c = \dot{m} c_p (T_2 - T_1)$$

$$\text{CON: } \left. \begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \end{aligned} \right\} T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 459,4 \text{ K}$$

$$\kappa = c_p / c_v = 1,4$$

$$P_2 = P_1 \cdot \tau_r = 385 \text{ MPa}$$



Cicli termodinamici a gas

6.4 – Intermedio

$1 \rightarrow 2'$: COMPRESSIONE ADIABATICA REALE:

$$\dot{Q}_{c'}^{\leftarrow} + \dot{m}(h_1 - h_{2'}) = 0 \rightarrow \dot{Q}_{c'}^{\leftarrow} = c_p(T_{2'} - T_1)$$

$$\eta_{iso,c} = \frac{\dot{Q}_c}{\dot{Q}_{c'}} = \frac{c_p(T_2 - T_1)}{c_p(T_{2'} - T_1)} \rightarrow T_{2'} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_{iso,c}} = 476 \text{ K}$$

$$P_{2'} = P_2 = 385 \text{ hPa}$$



Cicli termodinamici a gas

6.4 – Intermedio

3-4 : ESPANSIONE IDEALE ISENTROPICA (ADIBATICA)

$$\dot{Q}_T + \dot{m} (h_3 - h_4) = 0 \rightarrow \dot{Q}_T = c_p (T_3 - T_4)$$

CON: $\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$

$$\kappa = 1,4$$

$$P_3 = P_2 = 335 \text{ kPa}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 789,5 \text{ K}$$



Cicli termodinamici a gas

6.4 – Intermedio

3-4': ESPANSIONE ADIABATICA LOCALE

$$\dot{Q}_{T'} + \dot{m} (h_3 - h_{4'}) = 0 \rightarrow \dot{Q}_{T'} = c_p (T_3 - T_{4'})$$

$$\eta_{IOT} = \frac{\dot{Q}_{T'}}{\dot{Q}_T} = \frac{c_p (T_3 - T_{4'})}{c_p (T_3 - T_4)} \rightarrow T_{4'} = T_3 - \eta_{ST} (T_3 - T_4) = 879,8 \text{ K}$$



Cicli termodinamici a gas

6.4 – Intermedio

CALCOLO RENDIMENTI DEI CICLI:

$$\eta_{I,10} = \frac{e_N}{q_c} = 1 - \frac{q_F}{q_c} = 1 - \frac{\cancel{c_p}(T_4 - T_1)}{\cancel{c_p}(T_3 - T_2)} = 0,3270$$

$$\eta_{I,2} = \frac{e'_N}{q_{c'}} = 1 - \frac{q'_F}{q'_{c'}} = 1 - \frac{\cancel{c_p}(T'_4 - T_1)}{\cancel{c_p}(T_3 - T'_2)} = 0,2559$$

Come si sarebbe potuto calcolare, in alternativa, il rendimento ideale?



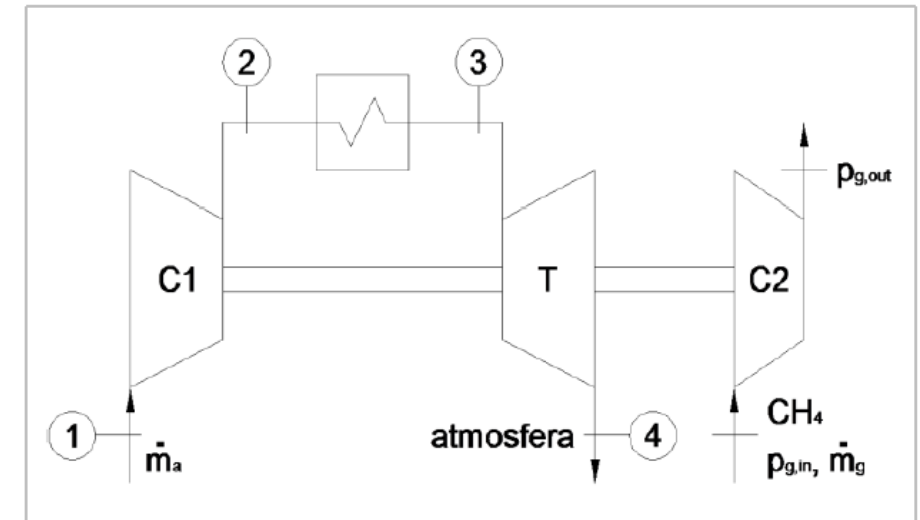
Cicli termodinamici a gas

6.7 – Intermedio

6.7. *[intermedio]* In una stazione di compressione di gas metano viene utilizzato un compressore (C2, rapporto di compressione $r_{p2} = 45$, portata $\dot{m}_g = 1$ kg/s, temperatura in ingresso $T_{in} = 20^\circ\text{C}$) che è azionato da un impianto turbogas, come mostrato in figura, operante secondo un ciclo Joule-Brayton aperto. Supponendo che il turbogas prelevi aria a pressione atmosferica e temperatura ambiente ($P_1 = 1$ bar, $T_1 = 20^\circ\text{C}$), che abbia un rapporto di compressione $r_{p1} = 5$ e che la temperatura massima sia di 1000°C , determinare:

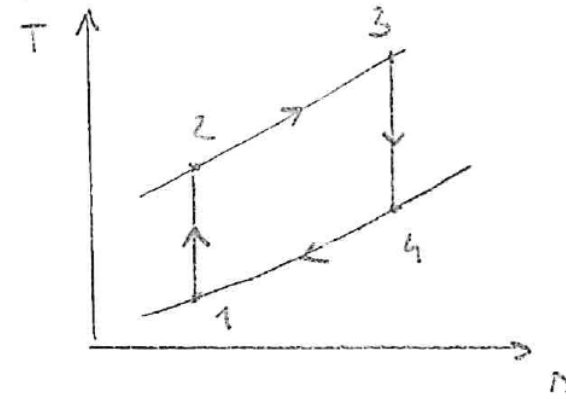
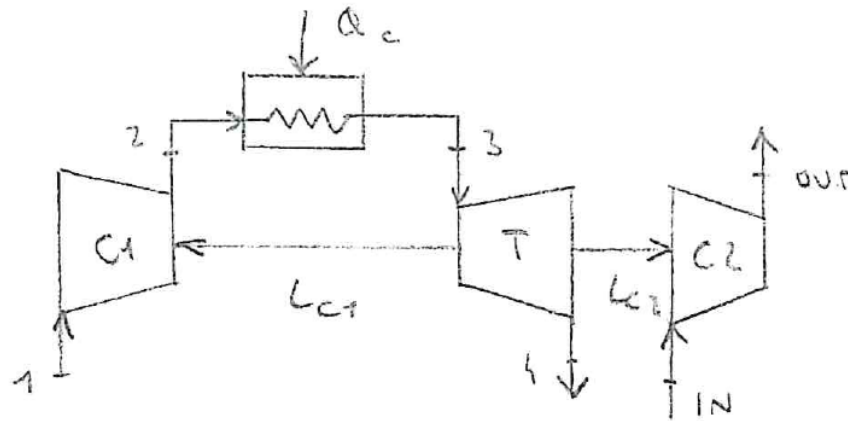
- La potenza meccanica assorbita dal compressore C2.
- La potenza termica e la portata d'aria necessarie al funzionamento del turbogas.
- La potenza complessivamente prodotta dalla turbina T.

(Aria e metano trattabili come gas perfetti, funzionamento ideale e a regime di tutti i componenti, dispersioni termiche e cadute di pressione trascurabili).



Cicli termodinamici a gas

6.7 – Intermedio



DATI:

$$\gamma_{P2} = 45$$

$$\gamma_{P1} = 5$$

$$\dot{m}_{NG} = 1 \text{ kg/s}$$

$$T_{IN} = 20^\circ\text{C} (293 \text{ K})$$

$$P_1 = 1 \text{ bar} (10^5 \text{ Pa})$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C} (293 \text{ K})$$

$$T_3 = 1000^\circ\text{C} (1273 \text{ K})$$

INCONNUTE:

$$\dot{L}_{C1}, \dot{L}_{C2}, \dot{L}_T, \dot{m}$$

\dot{Q}_c

IPOTESI:

- CICLO IDEALE;
- REGIME STAZIONARIO;
- FRISSIONE PERFETTA;
- NO $\Delta W, \Delta Z$;
- TRASFORMAZIONI IDEALI;



Cicli termodinamici a gas

6.7 – Intermedio

Si analizza innanzitutto l'impianto turbogas

Si determinano le temperature T_2 (uscita del compressore) e T_4 (uscita dalla turbina), incognite

- La pressione in uscita dal compressore è $P_2 = r_p \cdot P_1$ $P_2 = 5 \text{ bar}$
- La trasformazione 1-2 è isoentropica:

$$T_1 P_1^{\frac{1-k}{k}} = T_2 P_2^{\frac{1-k}{k}} \quad , \quad \text{da cui si ricava } T_2 = 464,3 \text{ K}$$

Essendo lo scarico della turbina a pressione $P_4 = P_1$, il ciclo è simmetrico

- La temperatura dello stato 4 è: $T_1 T_3 = T_2 T_4$ da cui si ricava $T_4 = 803,8 \text{ K}$



Cicli termodinamici a gas

6.7 – Intermedio

Il lavoro specifico assorbito dal compressore e prodotto dalla turbina, e la quantità di calore scambiata con la sorgente calda del turbogas sono:

- $l_c = c_p(T_2 - T_1)$ $l_c = \frac{7}{2} \frac{8314}{29} (464,3 - 293,15) = 171,7 \text{ kJ/kg}$
- $l_T = c_p(T_3 - T_4)$ $l_T = \frac{7}{2} \frac{8314}{29} (1273,15 - 803,8) = 470,9 \text{ kJ/kg}$
- $q_c = c_p(T_3 - T_2)$ $q_c = \frac{7}{2} \frac{8314}{29} (1273,15 - 464,3) = 811,6 \text{ kJ/kg}$

Il lavoro utile prodotto dal turbogas è: $l = l_T - l_c$ $l = 299,2 \text{ kJ/kg}$



Cicli termodinamici a gas

6.7 – Intermedio

Si analizza ora l'impianto di compressione del metano

Processo di compressione isoentropico, rapporto di pressione noto: si determina la T di uscita dal compressore C₂

$$\blacksquare T_{in} P_{in}^{\frac{1-k}{k}} = T_{out} P_{out}^{\frac{1-k}{k}} \rightarrow T_{out} = T_{in} (r_p)^{\frac{k-1}{k}}, \text{ con } k = 1,333 \quad \rightarrow \quad T_{out} = 759,26 \text{ K}$$

La potenza meccanica assorbita dal compressore C2 è:

$$\blacksquare \dot{L}_{c2} = \dot{m}_g c_{P_CH4} (T_{out} - T_{in}), \quad \dot{L}_{c2} = 1 \frac{8}{2} \frac{8314}{16} (759,26 - 293,15) = 968,8 \text{ kW}$$



Cicli termodinamici a gas

6.7 – Intermedio

La portata di aria nel turbogas è:

- $\dot{m} = \frac{\dot{L}_{C2}}{l_u} \quad \dot{m} = 3,24 \text{ kg/s}$

La potenza termica necessaria al funzionamento del turbogas è:

- $\dot{Q}_c = \dot{m} \cdot q_c \quad \dot{Q}_c = 2,63 \text{ MW}$

La potenza meccanica complessivamente prodotta dalla turbina è:

- $\dot{L}_T = \dot{m} \cdot l_T \quad \dot{L}_T = 1,52 \text{ MW}$



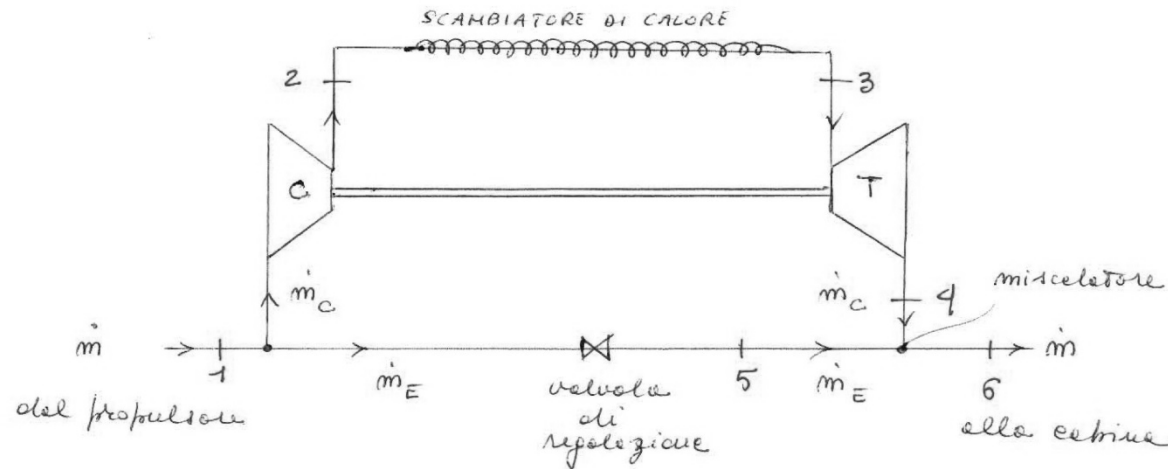
Cicli termodinamici a gas

Esercizio extra – Avanzato

[avanzato] In figura è riportato schematicamente uno dei quattro impianti frigoriferi ad aria impiegati per la climatizzazione del velivolo Concorde. La portata d'aria pari a $\dot{m} = 0,34 \text{ kg/s}$ (trattata da ognuno dei quattro impianti) viene prelevata dai turbocompressori dei motori di propulsione nelle condizioni $P_1 = 2,24 \text{ bar}$ e $T_1 = 200 \text{ °C}$. Parte di essa è compressa adiabaticamente fino alla pressione $P_2 = 4 \text{ bar}$ in un apposito compressore con rendimento isoentropico $\eta_c = 0,75$. Viene quindi raffreddata in uno scambiatore di calore operante a pressione costante fino a $T_3 = 87 \text{ °C}$ e fatta espandere adiabaticamente in turbina fino alla pressione di cabina $P_4 = P_6 = 0,9 \text{ bar}$. All'uscita dalla turbina, l'aria viene miscelata con l'altra parte del flusso principale che viene laminato fino alla pressione di cabina mediante una valvola, che permette quindi anche la regolazione della temperatura dell'aria immessa in cabina.

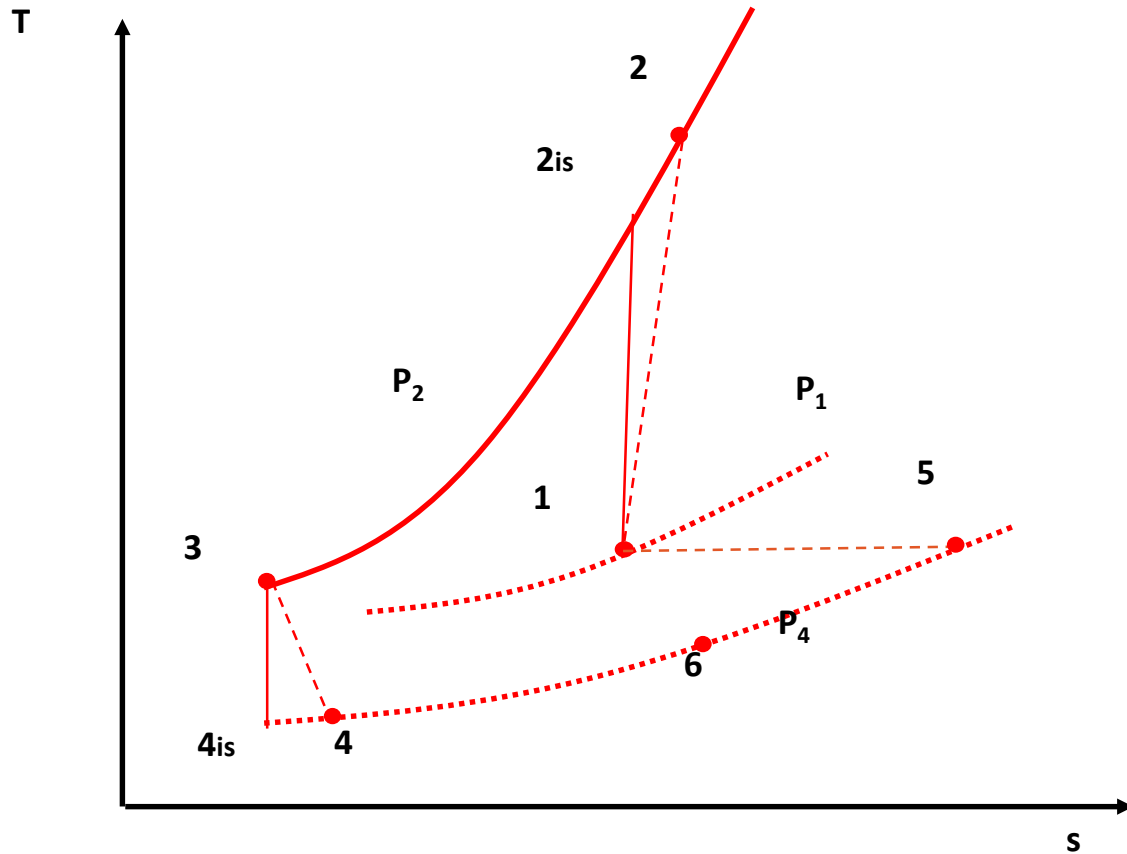
Considerando l'aria come gas perfetto, calcolare:

- Il rendimento isoentropico di espansione in turbina.
- Le portate in massa d'aria da miscelare affinché questa venga immessa in cabina alla temperatura $T_6 = 20 \text{ °C}$.
- Rappresentare su un piano T-s le trasformazioni del gas.



Cicli termodinamici a gas

6.8 – Intermedio



Dati:

Aria, gas ideale biatomico $M_m = 29 \text{ kg/kmole}$

$P_1 = 2,24 \text{ bar}$

$T_1 = 220 \text{ °C}$

$T_1 = 493,15 \text{ K}$

$P_2 = 4 \text{ bar}$

$\eta_c = 0,75$

$T_3 = 87 \text{ °C}$

$T_3 = 360,15 \text{ K}$

$P_4 = P_5 = P_6 = 0,9 \text{ bar}$

$T_6 = 20 \text{ °C}$

$T_6 = 293,15 \text{ K}$

$\dot{m}_6 = 0,34 \text{ kg/s}$

portata inviata al velivolo



Cicli termodinamici a gas

6.8 – Intermedio

Si determinano gli stati termodinamici relativi al processo

Stato 2_{is}: compressione isoentropica 1-2_{is}

- $T_1 P_1^{\frac{1-k}{k}} = T_{2is} P_2^{\frac{1-k}{k}}$ da cui si ricava $T_{2is} = 558,4 \text{ K}$

Stato 2: è noto il rendimento di compressione isoentropico

- $\eta_C = \frac{\dot{L}_{rev}}{\dot{L}} \quad \eta_C = \frac{\dot{m} c_P (T_{2is} - T_1)}{\dot{m} c_P (T_2 - T_1)}$

- $T_2 = T_1 + \frac{(T_{2is} - T_1)}{\eta_C}$ da cui si ricava $T_2 = 586,8 \text{ K}$

Stato 3: noto



Cicli termodinamici a gas

6.8 – Intermedio

Stato 4_{is}: espansione isoentropica 3-4_{is}

$$\blacksquare T_3 P_3^{\frac{1-k}{k}} = T_{4is} P_4^{\frac{1-k}{k}} \quad \text{da cui si ricava } T_{4is} = 235,18 \text{ K}$$

Stato 4: la turbina deve produrre la potenza per azionare il compressore: $l_T = l_C$

$$\blacksquare \dot{m}_1 c_P (T_3 - T_4) = \dot{m}_1 c_P (T_2 - T_1) \quad \text{da cui si determina } T_4 = 246,48 \text{ K}$$

Il rendimento isoentropico di espansione della turbina è:

$$\blacksquare \eta_T = \frac{\dot{L}}{\dot{L}_{rev}} \quad \eta_T = \frac{\dot{m}_1 c_P (T_3 - T_4)}{\dot{m}_1 c_P (T_3 - T_{4is})} \quad \text{da cui si ricava } \eta_T = 0,91$$



Cicli termodinamici a gas

6.8 – Intermedio

L'aria in uscita dalla turbina è miscelata con la portata di aria prelevata dall'ingresso del compressore e che attraversa una valvola di laminazione isoentalpica.

Con l'ipotesi di gas perfetto il processo di laminazione isoentalpica è anche isoterma:

- $h_1 - h_5 = 0 \quad T_1 = T_5$

I bilanci di massa ed energetico del miscelatore sono:

- $\dot{m}_5 + \dot{m}_4 - \dot{m}_6 = 0 \quad \dot{m}_5 = \dot{m}_6 - \dot{m}_4$

- $\dot{m}_5 h_5 + \dot{m}_4 h_4 - \dot{m}_6 h_6 = 0 \quad \dot{m}_4 (h_4 - h_5) + \dot{m}_6 (h_5 - h_6) = 0$
 $\dot{m}_4 c_p (T_4 - T_5) + \dot{m}_6 c_p (T_5 - T_6) = 0$

Da cui si ricava:

- $\dot{m}_4 = \dot{m}_6 \frac{(T_5 - T_6)}{(T_5 - T_4)} \quad \dot{m}_4 = 0,27 \text{ kg/s} \quad \dot{m}_6 = 0,07 \text{ kg/s}$

