Lezione 11 - Convezione

Corso di Fisica Tecnica
a.a. 2019-2020

Prof. Gaël R. Guédon
Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

Obiettivi della lezione

- Introdurre elementi di **fluidodinamica**
- Determinare il legame tra coefficiente di scambio convettivo e proprietà del fluido, del moto e della geometria tramite l'**analisi dimensionale**
- Introdurre alcune **correlazioni sperimentali** per determinati problemi

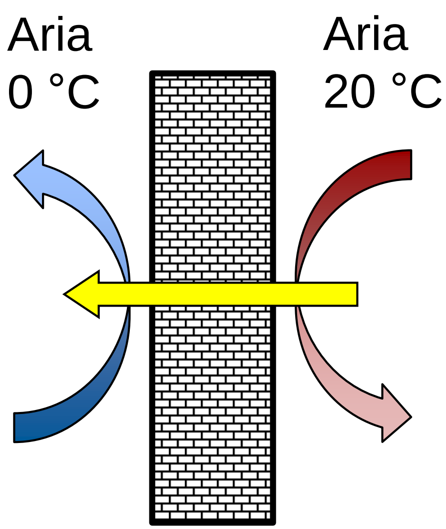
DEFINIZIONE

La convezione identifica il trasporto di energia associato al moto macroscopico del sistema: è quindi un processo che si verifica tra la superficie di un corpo ed un fluido in moto relativo. Si può classificare in due tipologie:

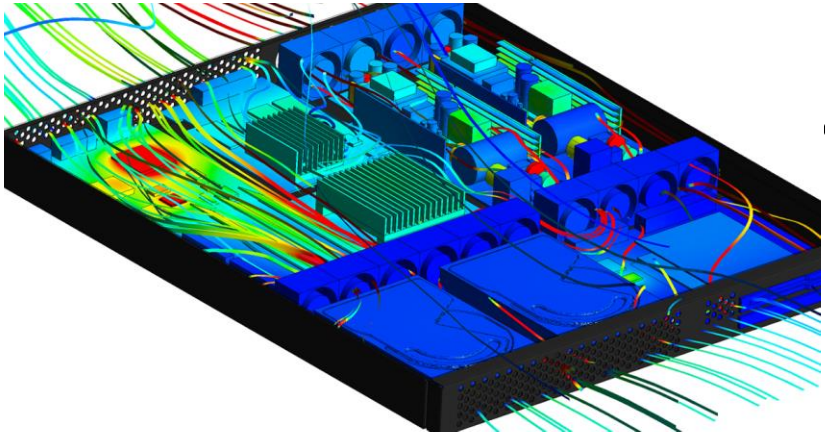
CONVEZIONE FORZATA: il moto del fluido è imposto da un agente esterno (per es. un ventilatore)

CONVEZIONE NATURALE: il moto del fluido è causato dal processo di trasmissione del calore che causa spinte di galleggiamento

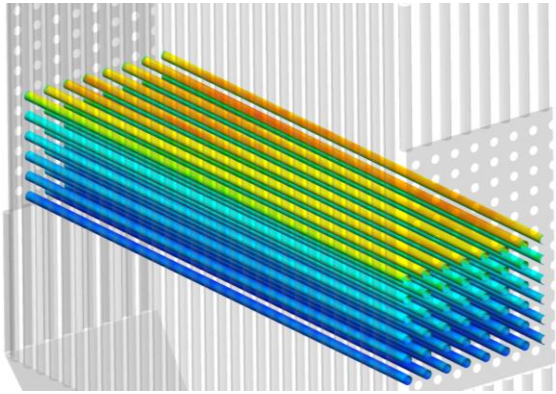
ALCUNI ESEMPI



Parete edilizia



Raffreddamento elettronica



Scambiatori di calore

FLUIDODINAMICA

La trasmissione del calore per convezione è **fortemente legata** alla dinamica del fluido che lambisce la parete solida.

- In molte situazioni il moto del fluido **non assume una soluzione analitica** (natura tridimensionale e non lineare)

- Per questa ragione l'approccio utilizzato è di tipo **sperimentale** con l'introduzione di una **legge fenomenologica**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}\vec{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot \left[\mu\left(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^{\mathrm{T}}\right)\right]$$

LEGGE DI NEWTON

$$J = h\left(T_p - T_f\right)$$

dove $h =$ coefficiente di scambio termico convettivo $[W/m^2K]$

$T_p =$ temperatura della parete solida $[K]$

$T_f =$ temperatura del fluido $[K]$

Il coefficiente di scambio convettivo (o conduttanza convettiva) dipende da:

- proprietà fisiche del fluido
- dinamica del flusso
- geometria della superficie della parete

VALORI GENERICI DEL COEFFICIENTE CONVETTIVO

gas stagnante	5-50 W/m^{2}K
acqua stagnante	100 W/m^{2}K
gas in moto	15-1000 W/m^{2}K
olio minerale	50-3000 W/m^{2}K
acqua in moto	200-10000 W/m^{2}K
acqua in ebollizione o condensazione	1000-100000 W/m^{2}K
metalli liquidi	10000-100000 W/m^{2}K

TEMPERATURA DEL FLUIDO

Non è facile attribuire un ben preciso valore per T_f nella legge di Newton, in quanto il fluido è generalmente sede di un gradiente termico e la sua temperatura varia da punto a punto.

- L'esperienza mostra che il gradiente termico è particolarmente accentuato nello strato di fluido direttamente a contatto con la parete (detto **strato limite termico**)

- I criteri di scelta o definizione di T_f risulteranno in generale quelli della **semplicità** di determinazione e di **significatività**

- Le definizioni di T_f saranno diverse per ogni configurazione geometrica

TEMPERATURA DEL FLUIDO

- Nel caso di un fluido che lambisce esternamente un corpo solido **(convezione esterna)**, si utilizza come temperatura T_f la cosiddetta **temperatura asintotica T_∞**, ovvero la temperatura del fluido misurata in un punto in cui è praticamente nulla l'influenza della parete del solido

- Nel caso invece di un fluido che scorre all'interno di un condotto **(convezione interna)** si possono adottare diverse soluzioni anche se è maggiormente diffuso l'utilizzo della **temperatura di miscelamento adiabatico**, definita come:

$$T_m = \frac{\int_S \rho c_P T w \, dS}{\int_S \rho c_P w \, dS}$$

ρ = massa volumica del fluido $[kg/m^3]$

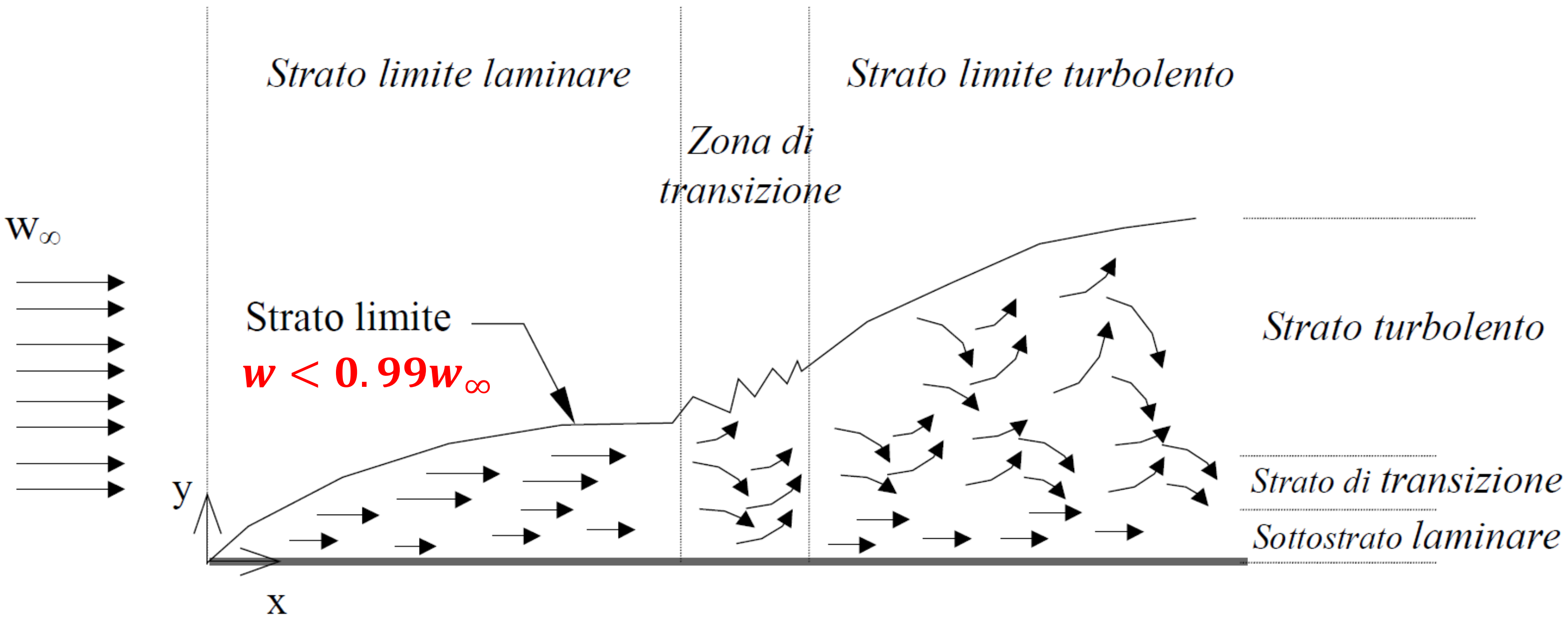
c_P = calore specifico del fluido $[J/kgK]$

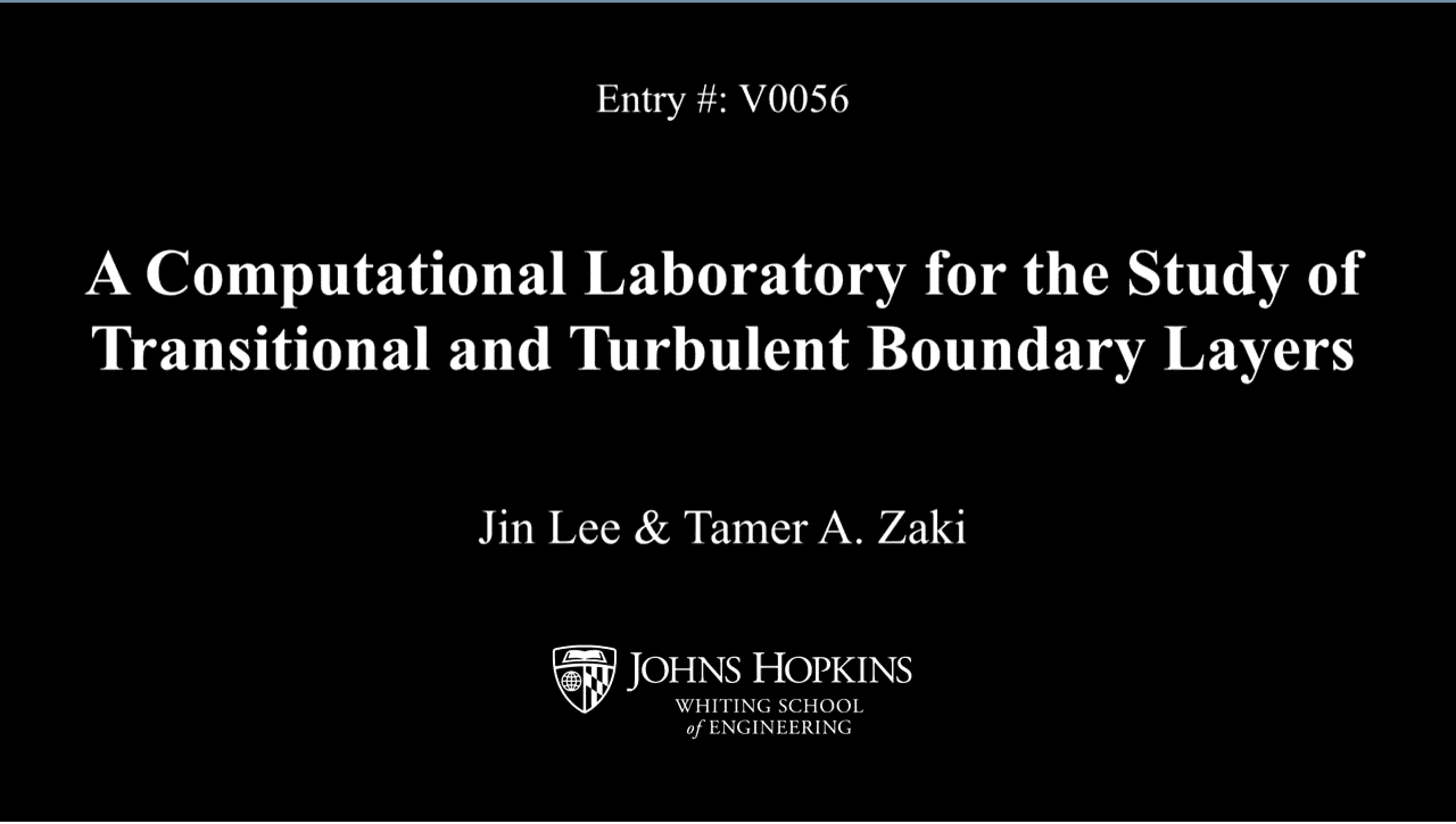
w = velocità del fluido $[m/s]$

S = sezione del condotto $[m^2]$

IL MOTO DEI FLUIDI: ESEMPIO DELLA LASTRA PIANA

Si consideri il moto di un fluido su una lastra piana non in movimento.





https://www.youtube.com/watch?v=wXsl4eyupUY

IL MOTO DEI FLUIDI: ESEMPIO DELLA LASTRA PIANA

- Negli strati adiacenti allo strato aderente alla lastra le particelle del fluido per effetto della viscosità tenderanno progressivamente a raggiungere la velocità indisturbata w_∞. In questi strati sono influenti le sollecitazioni di taglio viscose (attrito) e la regione in cui la velocità è inferiore alla velocità indisturbata è detta zona di **strato limite** ($w < 0.99 w_\infty$).

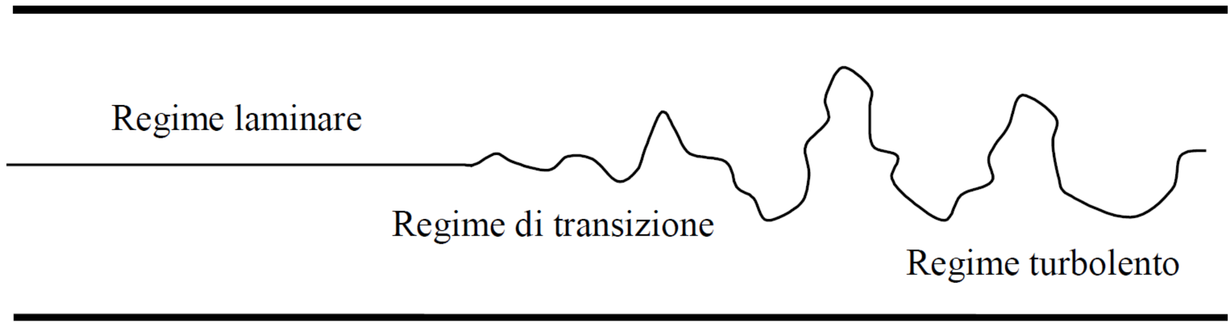
- Un moto è denominato **laminare** se ordinato (o stabile) ovvero se i singoli filetti fluidi si muovono tutti parallelamente tra loro.

- Un moto è denominato **turbolento** se caratterizzato da variazioni di velocità e moto disordinato (o instabile) con componenti di velocità trasversali (vortici).

IL MOTO DEI FLUIDI: ESEMPIO DELLA LASTRA PIANA

- In generale la **transizione** tra moto laminare e turbolento non avviene bruscamente ma esiste una regione nella quale il moto fluttua tra laminare e turbolento prima di diventare completamente instabile e perciò turbolento.

- La dimostrazione sperimentale dell'esistenza di diversi **regimi di moto** è dovuta ad **Osborne Reynolds** che nel 1880 eseguì una serie di esperienze al fine di comprendere come si potesse descrivere il movimento di un fluido.



L'ANALISI DIMENSIONALE

Il coefficiente convettivo nel caso di **CONVEZIONE FORZATA** dipende

- dalle caratteristiche del fluido: densità (ρ), viscosità (μ), calore specifico a pressione costante (c_P), conduttività termica (k)
- dalle condizioni di moto del fluido: velocità caratteristica (w)
- dalla geometria della parete: lunghezza caratteristica (λ)

$$h = h(\rho, \mu, c_P, k, w, \lambda)$$

Nota: h non è una proprietà della materia

L'ANALISI DIMENSIONALE

$$h = h(\rho, \mu, c_P, k, w, \lambda)$$

Si hanno $r = 7$ grandezze fisiche $(h, \rho, \mu, c_P, k, w, \lambda)$
e $n = 4$ grandezze fondamentali (L, M, t, T)

Dal **teorema di Buckingham** (dispensa sezione 6.4),
si dovrà avere un legame tra $\Pi = r - n = 3$ **gruppi adimensionali**

Esiste una relazione funzionale (da determinare sperimentalmente) tra questi 3 gruppi adimensionali

$$g'(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0$$

L'ANALISI DIMENSIONALE

GRUPPI ADIMENSIONALI PER CONVEZIONE FORZATA

$$\mathrm{Nu} = \frac{h\lambda}{k} \qquad \mathrm{Re} = \frac{\rho w \lambda}{\mu} \qquad \mathrm{Pr} = \frac{c_P \mu}{k}$$

Numero di Nusselt — Numero di Reynolds — Numero di Prandtl

NUMERO DI NUSSELT

Può essere interpretato come **rapporto** tra la potenza termica scambiata con moti macroscopici (**convezione**) e la potenza termica scambiata per **conduzione** nello strato limite

$$\mathrm{Nu} = \frac{h\lambda}{k}$$

In effetti, dividendo il flusso di calore per convezione ($\mathrm{h}\Delta T$) per il flusso di calore per conduzione ($k/\lambda \cdot \Delta T$) si ottiene il numero di Nusselt

$$\mathrm{Nu} = \frac{h\Delta T}{\frac{k}{\lambda}\Delta T}$$

Indica di quanto è stato incrementato lo scambio termico per via del moto del fluido

NUMERO DI REYNOLDS

Può essere interpretato come **rapporto** tra la risultante delle forze di **inerzia** e la risultante delle forze **viscose**

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho w \lambda}{\mu}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\text{Forze d'inerzia}}{\text{Forze viscose}} = \frac{\rho w \dfrac{\partial w}{\partial x}}{\mu \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}} \propto \frac{\rho w \dfrac{w}{\lambda}}{\mu \dfrac{w}{\lambda^2}}$$

- **Indica se il moto è in regime laminare o turbolento (Reynolds critico)**

NUMERO DI REYNOLDS

- Flusso interno a un condotto ($\lambda = D_i$, $w = w_m$)

$$Re_D < 2000 \quad \text{moto laminare}$$

$$Re_D > 4000 \quad \text{moto turbolento}$$

- Moto lungo una lastra piana ($\lambda = x$, $w = w_\infty$):

$$Re_x < 3.5 \cdot 10^5 \quad \text{moto laminare}$$

$$Re_x > 3.5 \cdot 10^5 \quad \text{moto turbolento}$$

- Moto attorno ad un cilindro ($\lambda = D_e$, $w = w_\infty$):

$$Re_D < 2.8 \cdot 10^5 \quad \text{moto laminare}$$

$$Re_D > 2.8 \cdot 10^5 \quad \text{moto turbolento}$$

Attenzione: *valori limiti variabili in funzione di molti altri parametri secondari*

NUMERO DI PRANDTL

Può essere interpretato come **rapporto** tra la viscosità cinematica, $\nu = \mu/\rho$, (da cui dipende la diffusione della quantità di moto) e la diffusività termica del fluido, $a = k/\rho c_P$ (da cui dipende la diffusione molecolare della potenza termica).

$$\mathrm{Pr} = \frac{c_P \mu}{k}$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\rho c_P}{k}\frac{\mu}{\rho}$$

$$\begin{cases} \text{gas} & 0.7 \div 1 \\ \text{acqua} & 2 \div 10 \\ \text{metalli liquidi} & 0.005 \div 0.03 \\ \text{oli pesanti} & 100 \div 100000 \end{cases}$$

- **Indica lo spessore relativo dello strato limite termico rispetto a quello fluidodinamico**

FORMA MONOMIA

La relazione tra i gruppi adimensionali è espressa tramite una forma monomia

$$\mathrm{Nu} = A\mathrm{Re}^{\alpha}\mathrm{Pr}^{\beta}$$

I coefficienti A, α, β devono essere determinati attraverso l'interpolazione di risultati di prove sperimentali.

- I numeri adimensionali dipendono da parametri termofisici che normalmente a loro volta dipendono dalla temperatura (e talvolta anche dalla pressione) alla quale avviene il fenomeno di convezione. Diventa quindi importante stabilire a **quale temperatura** devono essere valutati i suddetti parametri.

TEMPERATURE

Le proprietà termofisiche si possono valutare in condizioni differenti:

- alla temperatura di parete T_P
- alla temperatura asintotica T_∞
- alla temperatura di film $T_{\text{film}} = \dfrac{T_P + T_\infty}{2}$
- alla temperatura di miscelamento adiabatico (temp. media dal punto di vista energetico) $T_m = \dfrac{\int_S \rho w c_P T \, dS}{\int_S \rho w c_P \, dS}$

ALCUNE CORRELAZIONI

Convezione **forzata**: flusso su lastra piana a T_P costante

$h = h(x)$ locale: $\mathrm{Nu}_x = 0.332\mathrm{Re}_x^{0.5}\mathrm{Pr}^{1/3}$

h medio: $\overline{\mathrm{Nu}} = 0.664\mathrm{Re}_\mathrm{L}^{0.5}\mathrm{Pr}^{1/3}$

valide se strato limite **laminare** sull'intera lastra ($L < x_c$) e se $\mathrm{Pr} \geq 0.6$

$h = h(x)$ locale: $\mathrm{Nu}_x = 0.0296\mathrm{Re}_x^{0.8}\mathrm{Pr}^{1/3}$

h medio: $\overline{\mathrm{Nu}} = 0.037\mathrm{Re}_\mathrm{L}^{0.8}\mathrm{Pr}^{1/3}$

valide se strato limite **turbolento** sull'intera lastra ($x_c \ll L$) e se $0.6 \leq \mathrm{Pr} \leq 60$

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film

ALCUNE CORRELAZIONI

Convezione **forzata**: flusso esterno su cilindri a T_P costante

Relazione di Churchill e Bernstein (cilindro singolo liscio)

$$\mathrm{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62\mathrm{Re}^{0.5}\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+\left(\frac{0.4}{\mathrm{Pr}}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{Re}{28200}\right)^{\frac{5}{8}}\right]^{\frac{4}{5}} \qquad \mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr} > 0.2$$

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film

ALCUNE CORRELAZIONI

Convezione **forzata**: flusso esterno su cilindri a T_P costante

Relazione di Hilpert (cilindro singolo liscio)

$$\mathrm{Nu}_D = C\mathrm{Re}^m\mathrm{Pr}^{1/3}$$

Re	C	m
$0.4 \div 4$	0.989	0.330
$4 \div 40$	0.911	0.385
$40 \div 4000$	0.683	0.466
$4000 \div 40000$	0.193	0.618
$40000 \div 400000$	0.027	0.805

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film

ALCUNE CORRELAZIONI

Convezione **forzata**: moto sviluppato all'interno di un condotto circolare

$\mathrm{Nu}_D = 3.66$ moto laminare con T_P costante

$\mathrm{Nu}_D = 4.36$ moto laminare con J costante

$\mathrm{Nu}_D = 0.023\mathrm{Re}^{0.8}\mathrm{Pr}^n$ moto turbolento (relazione di Dittus-Boelter)

$\mathrm{Re} > 10000 \quad 0.7 < \mathrm{Pr} < 160$

$n = 0.3$ se il fluido si sta raffreddando

$n = 0.4$ se il fluido si sta riscaldando

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di miscelamento adiabatico

ALCUNE CORRELAZIONI

Convezione **forzata**: moto sviluppato all'interno di un condotto circolare

$$\mathrm{Nu}_D = 0.027\mathrm{Re}^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.333}\left(\frac{\mu}{\mu_P}\right)^{0.14}$$

moto turbolento (relazione di Sieder-Tate)

$\mathrm{Re} > 10000 \quad 0.7 < \mathrm{Pr} < 16700$

$\mu_P = \mu(T_P)$

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di miscelamento adiabatico

FLUSSO ALL'INTERNO DI TUBI

- In ogni sezione: w varia da un valore pari a zero sulla parete a un valore massimo sull'asse del tubo
- In ogni sezione: T varia da un valore pari a quello che si rileva sulla parete a un valore maggiore o inferiore (a seconda che il processo sia di raffreddamento o di riscaldamento) sull'asse del tubo

T e w si assumono comunque costante per ogni sezione e pari al loro valore medio. Ovviamente questi valori medi possono variare lungo l'asse del tubo.

- La velocità media si determina col principio di conservazione della massa

$$\dot{m} = \rho w_m S$$

- La temperatura media si determina col principio di conservazione dell'energia (temperatura adiabatica di miscelamento)

FLUSSO ALL'INTERNO DI TUBI

Esistono due principali tipologie di problemi (semplificati)

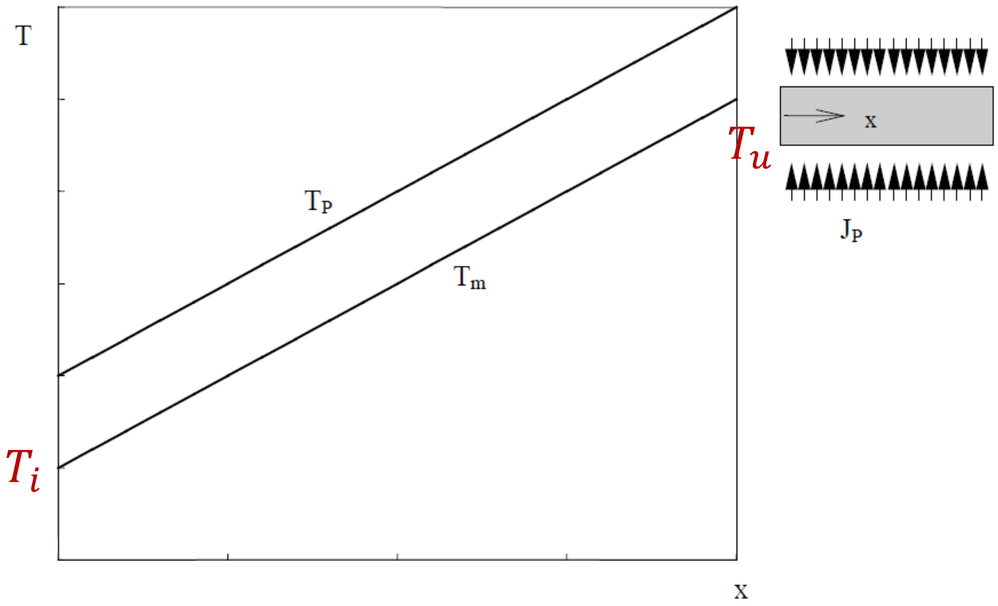
- il flusso termico superficiale è costante $J = \text{costante}$
- la temperatura della parete è costante $T_P = \text{costante}$

Non possono essere contemporaneamente presenti ambedue le condizioni

Il flusso termico è dato da $J = h(T_P - T_m)$

FLUSSO ALL'INTERNO DI TUBI

- il **flusso termico** superficiale è costante $J = \text{costante}$



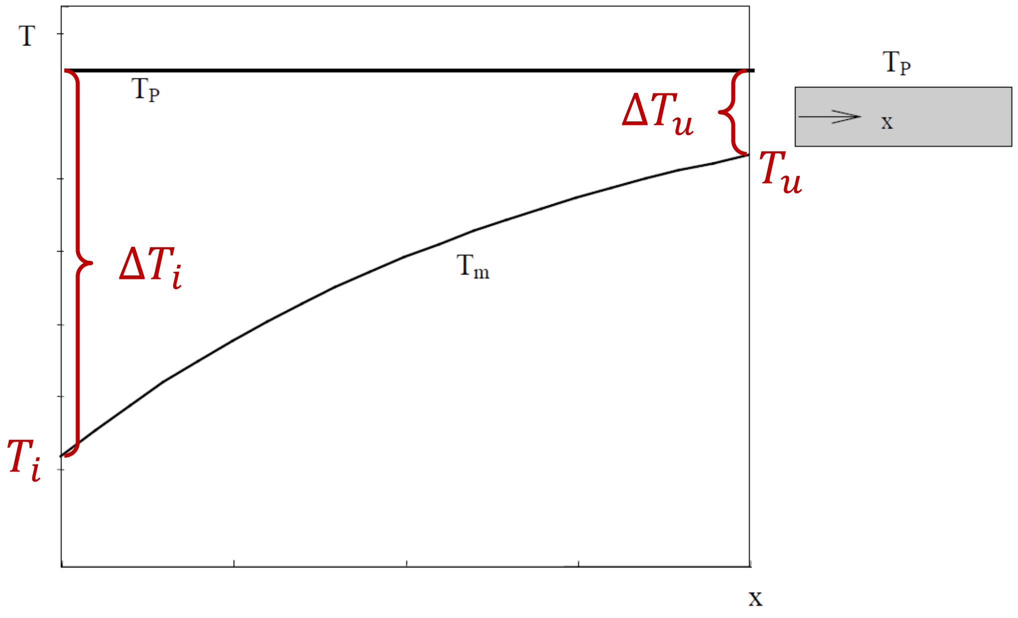
$$\dot{Q} = JS = \dot{m} c_P (T_u - T_i)$$

$$T_u = T_i + \frac{JS}{\dot{m} c_P}$$

$$J = h(T_P - T_m)$$

FLUSSO ALL'INTERNO DI TUBI

- la temperatura della parete è costante $T_P = \text{costante}$



$$\dot{Q} = JS = \dot{m}c_P(T_u - T_i)$$

$$T_u = T_i + \frac{JS}{\dot{m}c_P}$$

$$J = h\Delta T_{ml} = h\frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln\left(\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}\right)}$$

L'ANALISI DIMENSIONALE

$$h = h(\rho, \mu, c_P, k, g\beta\Delta T, \lambda)$$

Si hanno $r = 7$ grandezze fisiche $(h, \rho, \mu, c_P, k, g\beta\Delta T, \lambda)$
e $n = 4$ grandezze fondamentali (L, M, t, T)

Dal **teorema di Buckingham** (dispensa sezione 6.4),
si dovrà avere un legame tra $\Pi = r - n = 3$ **gruppi adimensionali**

Esiste una relazione funzionale (da determinare sperimentalmente) tra questi 3 gruppi adimensionali

$$g'(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0$$

L'ANALISI DIMENSIONALE

GRUPPI ADIMENSIONALI PER CONVEZIONE NATURALE

$$\mathrm{Nu} = \frac{h\lambda}{k} \qquad \mathrm{Gr} = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T \lambda^3}{\mu^2} \qquad \mathrm{Pr} = \frac{c_P \mu}{k}$$

Numero di Nusselt   Numero di Grashoff   Numero di Prandtl

NUMERO DI GRASHOFF

Può essere interpretato come **rapporto** tra il prodotto delle forze di **galleggiamento** e di inerzia ed il quadrato della risultante delle forze **viscose**

$$\mathrm{Gr} = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T \lambda^3}{\mu^2}$$

$$\mathrm{Gr} = \frac{F_{\text{galleg}} F_{\text{inerzia}}}{F_{\text{viscose}}^2} = \frac{\rho g \beta \Delta T \left(\rho w \frac{\partial w}{\partial x}\right)}{\left(\mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2} \propto \frac{\rho g \beta \Delta T \rho w \frac{w}{\lambda}}{\mu^2 \frac{w^2}{\lambda^4}}$$

- **Indica se il moto è in regime laminare o turbolento (Grashoff critico)**

PECLET E RAYLEIGH

Convezione forzata:

Numero di Peclet

$$\mathrm{Pe} = \mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr} = \frac{w\lambda}{a}$$

Convezione naturale:

Numero di Rayleigh

$$\mathrm{Ra} = \mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr} = \frac{g\beta\Delta T\lambda^3}{a\nu}$$

(stessa funzione del numero di Reynolds per la convezione forzata, cioè **determinare il regime di moto**)

CONSIDERAZIONI

Il coefficiente h dipende:

- dalle caratteristiche del fluido: come nel caso della convezione forzata, ma in più abbiamo il coefficiente di dilatazione termica a pressione costante β da cui dipende il cambiamento di densità

- dalle condizioni di moto del fluido: la velocità del fluido varia localmente e dipende dalle spinte di galleggiamento $f_g \approx \rho g \beta (T_P - T_\infty)$

- dalla geometria della parete: come nel caso precedente ma con la necessità di conoscere la posizione della parete rispetto al campo gravitazionale

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film

ALCUNE CORRELAZIONI

Geometria	lunghezza caratteristica	Intervallo di Ra	Nu
piastra verticale di altezza L	L	$10^4 \div 10^9$ $10^9 \div 10^{13}$	$Nu = 0.59Ra^{1/4}$ $Nu = 0.1Ra^{1/3}$
piastra orizzontale			
(Superficie superiore calda o superficie inferiore fredda)	Area/Perimetro	$10^4 \div 10^7$ $10^7 \div 10^{11}$	$Nu = 0.54Ra^{1/4}$ $Nu = 0.15Ra^{1/3}$
(Superficie superiore fredda o superficie inferiore calda)	Area/Perimetro	$10^5 \div 10^{11}$	$Nu = 0.27Ra^{1/4}$
Cilindro verticale di altezza L e diametro D	L	come una lastra verticale quando	$D \geq \frac{35L}{Gr^{1/4}}$
Cilindro orizzontale di diametro D	D	$10^5 \div 10^{12}$	$Nu = \left\{ 0.6 + \frac{0.387Ra^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$

Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film