NOME MATERIA

Federico Mainetti Gambera

25 marzo 2020

LEZIONE 1 9/03/2020
link clicca qui

1 SLIDE: Introduzione al corso

1.1 Informazioni generale

[0-10]
Prof. Alberto Leva
Il materiale didattico è distribuito su Beep e sulla pagina del corso.
Le slide e il materiale del corso non è sufficiente, bisogna prendere appunti e studiare dai testi.
Non ci sono prove in itinere.

1.2 Concetti preliminari

[11]
[12]
[13]
[14]
[15]
[16]
[17]
[18] Laboratorio: due transistor (marroni) non in contatto diretto, ma legati da una barretta di rame (azzurra), ci sono tre sensori di temperatura (blu), due sui transistor e uno sulla barretta (non si vede), c'è anche una ventola che può essere azionata o meno. Lo scopo è controllare la temperatura della barretta agendo su uno dei due transistor, mentre l'altro ha lo scopo di rappresentare un disturbo.
[19]
[20]
[21]
[22]

1.3 Prerequisiti, motivazione e collocamento del corso

[23]
[24]
[25]
[26]
[27] Struttura del corso. Nozioni base da sapere: derivate, integrali, invertire un matrice, autovalori e autovettori.

1.4 Relazione fra automatica e informatica

[28]
[29]
[30]
[31]
[32]
[33]
[34]
[35]

2 Il problema del controllo

[appunti del prof disponibili su Beep]

2.1 Concetti fondamentali

[immagine dagli appunti del prof]
S: sistema da controllare.
U: variabili di controllo o in generale variabili di ingresso. Da notare è che per esempio anche una pompa che possiamo comandare e che tira fuori acqua dal nostro sistema è una variabile di ingresso perchè la controlliamo, nonostante la massa fisica dell'acqua esca. y: variabili d'uscita.
w: andamento desiderato di y o segnale di riferimento o set point.
d: disturbi.
L'obbiettivo è che y sia il più possibile uguale a w nonostante d e nonostante una conoscenza potenzialmente imperfetta di S.

2.2 Strategie di controllo

2.2.1 Controllo in anello aperto (AA)

[immagine dagli appunti del prof]
C: controllore.
Il controllore decide l'andamento di U sulla base di w. Il controllore non sa cosa succede in y e non conosce d.
Questo approccio funziona se il legame $U \rightarrow y$ è esattamente noto e non ci sono disturbi d.

2.2.2 Controllo in anello aperto (AA) con compensazione del disturbo misurabile

[immagine dagli appunti del prof]
M_d: misuratore del disturbo.
d_m: misura di d.
Il controllore in questo caso non vede y, ma vede d, o meglio d_m.
Questo approccio funziona s il legame $(U, d) \rightarrow y$ è esattamente noto e se $d_m = d$, cioè se la misura del disturbo è corretta.

2.2.3 Controllo in anello chiuso (AC) o in retroazione o Feedback

[immagine dagli appunti del prof]
M_y: misuratore di y.
y_m: misura di y.
Questo sistema può contrastare i disturbi ed errori di modello anche senza conoscerli, il controllore ne vede gli effetti tramite y_m.
Naturalmente occorre sempre che $y_m = y$, se la misurazione è sbagliata non si può fare nulla. Non laavoriamo con le grandezze vere e proprie, ma con le loro misurazioni.

2.2.4 Controllo in anello chiuso (AC) con compensazione del disturbo

[immagine dagli appunti del prof]
Questo approccio è come il caso precedente ma più pronto nel reagire a d. Nel caso precedente in seguito a un disturbo si reagisce alle sue conseguenze, in questo caso si reagisce in maniera preventiva ai disturbi.
N.B. la precisione di M_d conta meno di quella di M_y.

2.2.5 Esempio

[immagine dagli appunti del prof]
Abbiamo una guida su cui scorre una massa M attaccata con una molla di costante elastica k. La massa viene spinta da una forza $F = U$ (è l'ingresso, lo imponiamo al sistema). La y (uscita) del sistema è la posizione della massa sulla guida.
$F_{molla} = -ky$
$F_{attrito} = -h\frac{d}{dt}y = -h\dot{y}$

Modello statico

Per prima cosa vediamo un **modello statico (all'equilibrio)** di questo sistema:
In un modello statico la velocità è nulla, e quindi la $F_{attrito} = 0$ e $F + F_{molla} = 0$, che diventa $F - k\bar{y} = 0$, dove peri $\bar{y}$ si intende il valore di y in stato di equilibrio, e dunque $\bar{y} = \frac{F}{k}$.
Quindi se voglio $y = y^o$, dove per y^o si intende un y desiderato, dovrò applicare una forza $F = ky^o$.

Analiziamo ora il sistema con un controllo in **AA**, supponendo che la costante elastica della molla sia $k = k_n + \Delta k$, dove k_n è detto k nominale.
Applicando quindi $F = k_n y^o$, otterrò $y = \frac{F}{k_n+\Delta k} = \frac{k_n}{kn+\Delta k} y^o$. Quindi si può avere un errore di modello dovuto a quel Δk, che provoca un errore di controllo, cioè che $y \neq y^o$.

Errore nel modello (Δk) $\Longrightarrow$ errore nel controllo ($y \neq y^o$)

Analiziamo ora il sistema con un controllo in **AC**.
Posso decidere di applicare una forza $F = \alpha(y^o - y)$, con $\alpha > 0$. Il termine $(y^o - y)$ rappresenta l'errore, (quello che voglio - quello che ho). F è la variabile di controllo ed è proporzionale (α) all'errore. Questo è un esempio di applicazione di controllo ad anello chiuso.
Con questo approccio ottengo $y = \frac{F}{k_n+\Delta k} = \frac{\alpha(y^o-y)}{k_n+\Delta k}$ e continuando i conti si arriva a $\frac{y-y^o}{y^o} = \frac{k}{k+\alpha}$, dove il termine $\frac{y-y^o}{y^o}$ prende il nome di errore normalizzato. Se $k = k_n$ non ho errore, però con α abbastanza grande posso rendere l'errore piccolo a piacere (con possibili problemi di stabilità di cui parleremo più avanti).

Quindi:

- il controllo in AA è basato sul modello (usa k_n); l'errore è nullo se il modello è esatto, se no non si può contrastare l'incertezza.
- il controllo in AC è basato su misure (usa $y^o - y$); l'errore può essere nullo anche con modello esatto, ma può rendere l'errore piccolo a piacere.

Modello dinamico

Vediamo ora il **modello dinamico**: Partiamo dalla famosa formula "massa $\cdot$ accellerazione $= \sum$ forze".
Quindi $m \cdot \ddot{y} = F - ky - h\dot{y}$, cioè $m\ddot{y}(t) + h\dot{y}(t) + ky(t) = F(t)$.

Nel caso di un sistema con controllo in **AA**, $F(t)$ non dipende da $y(t)$ e quindi l'integrale generale non cambia qualunque sia $F(t)$.

Nel caso di un sistema con controllo in **AC**, se, per esempio, $F(t) = \alpha(y^o(t) - y(t)) + \beta\dot{y}(t)$, ovvero se faccio dipendere la forza istante per istante, devo scrivere che $m\ddot{y}(t) + h\dot{y}(t) + ky(t) = \alpha(y^o(t) - y(t)) + \beta\dot{y}(t)$, cioè $m\ddot{y}(t) + (h - \beta)\dot{y}(t) + (k + \alpha)y(t) = \alpha y^o(t)$. Agendo con $alfa$ e β sto cambiando il polinomio caratteristico dell'equazione differenziale e quindi sto cambiando l'integrale generale. L'integrale generale dipende dai parametri di controllo α e β.

[immagine dagli appunti del prof]: schema a blocchi (verrà spiegato meglio più avanti) dell'esempio appena fatto.

LEZIONE 2 11/03/2020
link clicca qui

3 Sistemi dinamici (SD)

3.1 Introduzione

[immagine dagli appunti del prof]
Premettendo che per questa trattazione la presenza del disturbo non è influente, ci poniamo la seguente domanda: se conosco $u(t)$ sull'intervallo $[t_0, t]$, questo mi basta per conoscere $y[t_0, t]$, cioè l'andamento del segnale di y nell'intervallo $[t_0, t]$?
Se la risposta a questa domanda è sì, significa che siamo in presenza di un sistema dinamico, se la risposta è no, il sistema non è dinamico.

Un sistema dinamico è un sistema in cui la conoscenza degli ingressi su un intervallo di tempo non è sufficiente per determinare l'andamento delle uscite sullo stesso intervallo di tempo.

3.2 Esempi

es. sistema non dinamico:
[immagine dagli appunti del prof]
La tensione $u(t)$ è l'ingresso, la corrente sulla resistenza R è l'uscita $y(t)$. La legge che governa questo circuito è $y(t) = \frac{1}{R}u(t)$, quindi noto $U(t)$ conosco $y(t)$. Siamo in presenza di un sistema non dinamico.

es. sistema dinamico:
[immagine dagli appunti del prof]
La tensione $u(t)$ è l'ingresso, la corrente sulla capacità C è l'uscita $y(t)$. Per conoscere $y[t_0, t]$ mi occorrono $u[t_0, t]$ e $y(t_0)$, notiamo che ci serve un solo numero (l'equazione differenziale che governa questo sistema è del primo ordine, quindi necessità di una sola costante arbitraria). Siamo in presenza di un sistema dinamico.

es. sistema dinamico:
[immagine dagli appunti del prof]
E' lo stesso esempio visto alla lezione precedente. Per conoscere $y[t_0, t]$ mi occorrono $u[t_0, t]$ e la posizione e la velocità iniziali, notiamo che ci servono due numeri (l'equazione differenziale che governa questo sistema è del secondo ordine, quindi necessità di due costanti arbitrarie). Siamo in presenza di un sistema dinamico.

es. sistema dinamico:
Prendiamo come esempio un tram che fa delle fermate numerate da $0, \dots, N$. Abbiamo un indice k che indica la fermata corrente, definiamo con $u(k)$ la differenza fra il numero di passeggeri saliti e il numero di passeggeri scesi alla fermata k e con $y(k)$ il numero di passeggeri a bordo quando il tram lascia la fermata k. Siamo in presenza di un sistema dinamico, perchè per conoscere $y[k_0, k]$ mi occorrono $u[k_0, k]$ e $y(k_0)$, notiamo che ci serve un solo numero.

es. sistema dinamico:
[immagine dagli appunti del prof]
Supponiamo di avere un nastro trasportatore, sopra la quale c'è una tamoggia che fa cadere del granulato. Definiamo come $u(t)$ la portata in ingresso in $[kg/s]$. Il granulato viene trasportato dal nastro finchè non cade e definiamo come $y(t)$ questa portata in uscita. Diciamo che il tempo di transito sul nastro trasportatore τ è costante.
Per conoscere $y[t_0, t]$ mi occorrerà analizzare la portata $u[t_0 - \tau, t - \tau]$ (notare i τ) e..., in questo caso notiamo che ci servono informazioni su un intervallo di tempo diverso da quello desiderato ($[t_0, t]$). Per proseguire nell'esempio in maniera più semplice non utiliziamo $u[t_0 - \tau, t - \tau]$, ma utilizziamo un approccio del tutto analogo: per conoscere $y[t_0, t]$ mi occorrono $u[t_0, t]$ e $y[t_0 - \tau, t_0]$, che rappresenta cosa c'era sul nastro. Comunque notiamo che, senza fissarci in maniera troppo pignola su questo esempio, diversamente dagli esempi precedenti, la condizione iniziale del sistema sono infiniti numeri, che è ciò che succede quando un sistema è ritardato.
Siamo in presenza di un sistema dinamico.

Quindi un sistema dinamico per conoscere l'andamento dell'uscita ha bisogno di conoscere l'andamento dell'ingresso e il valore iniziale di qualcos'altro, che solitamente è un numero finito di numeri, ma può anche essere un numero infinito se si è in presenza di un ritardo.

es. caso particolare:
Il sistema è costituito da un pulsante e una lampadina e il suo funzionamento segue il seguente meccanismo: quando si rilascia il pulsante la lampada cambia stato (si accende se era spenta e viceversa). Per conoscere l'andamento dell'accensione y nell'intervallo $[t_0, t]$ occorre conoscere l'ingresso (istanti di rilascio entro $[t_0, t]$) e lo stato iniziale della lampada, che non rappresenta un numero, ma una variabile booleana. Non sarebbe sbagliato dire che lo stato iniziale della lampada è un numero, ma lo indichiamo come variabile booleana, per mostrare in maniera marcata che non è una variabile di cui si può fare una derivata temporale, l'intero sistema non è governato da un equazione differenziale.
oss. Se mi interessa soltanto lo stato della lampada all'isante t, l'informazione che mi occorre è lo stato della lampada a t_0 e se il numero di volte in cui il pulsante è stato rilasciato è pari o dispari.

Tutti questi esempi mostrano i vari sistemi che esistono, noi ci specializzeremo a due classi di sistemi dinamici, ma l'idea è molto più generale.

3.3 Sistema dinamico (SD) a tempo continuo (TC)

Le quantità di cui occorre il valore iniziale per conoscere l'uscita, noto l'ingresso, si dicono **variabili di stato** e si indicano tipicamente con x.

$$\left.\begin{aligned} x(t_0) \\ u[t_0, t] \end{aligned}\right\} \to x(t), y(t) \text{ su } [t_0, t] \quad t \in \mathbb{R}$$

In questo corso consideriamo (quasi) sempre SD con solo un ingresso e solo un'uscita, i quali si dicono **SISO** (Single Input, Single Output), quindi non lavoriamo con vettori, ma con numeri scalari.
Nel caso a TC abbiamo

- $t \in \mathbb{R}$ (scalare)
- $u, y \in \mathbb{R}$ (scalari)
- $x \in \mathbb{R}^n$ (non per forza uno scalare, può essere un vettore) (come esempio di caso vettoriale si può usare il terzo visto nella sezione precedente, che aveva bisogno di due variabili di stato: posizione e velocità)

dove con n si intende il numero di variabili di stato, (quasi) sempre finito, che prende il nome di **ordine**.
oss. Un SD è definito su un campo, per noi in $\mathbb{R}$.

3.4 Espressione del sistema

Il volore assunto dalla prima variabile di stato $x_1(t)$ all'istante t è una funzione $\phi_1(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), u[t_0, t], t)$, quindi dipende da sè stessa e da tutte le altre variabili di stato, da $u[t_0, t]$ e dal tempo t se il sistema è tempo variante. E così pure per le altre variabili di stato:

$$\left.\begin{aligned} x_1(t) &= \phi_1(x_1(t_0), x_2(t_0), \ldots, x_n(t_0), u[t_0, t], t) \\ \ldots &= \ldots \\ x_n(t) &= \phi_n(x_1(t_0), x_2(t_0), \ldots, x_n(t_0), u[t_0, t], t) \end{aligned}\right\} \to \text{funzione di transizione dello stato}$$

Queste espressioni prendono il nome di **funzione di transizione dello stato**.

$$\left. y(t) = \gamma(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), u(t), t) \right\} \to \text{equazione o trasformazione d'uscita}$$

Questa espressione prende il nome di **equazione o trasformazione d'uscita**.

La differenza fra ϕ e γ è che γ è una semplice funzione a cui noi diamo dei parametri e ci viene restituita la y, mentre le ϕ sembrano "qualcosa di strano" che ci richiede la "storia" del sistema come parametri.

Tutte queste espressioni possono sostanziarsi matematicamente in diversi modi. Vediamo quello principale e il solo di nostro interesse.

Negli SD a TC: $x(t)$ è la soluzione di un equazione differenziale.

$$\left.\begin{array}{rcl}\dot{x}_1(t) &=& f_1(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), u(t), t) \\ \ldots &=& \ldots \\ \dot{x}_n(t) &=& f_n(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), u(t), t)\end{array}\right\} \rightarrow \text{equazione (differenziale) di stato}$$

Queste espressioni prendono il nome di **equazione (differenziale) di stato**.

$$\left. y(t) = g(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), u(t), t) \right\} \rightarrow \text{equazione o trasformazione d'uscita}$$

Quello che è cambiato rispetto a prima è che siamo in presenza di un equazione differenziale e quindi, quando noi integriamo questa equazione differenziale, il valore della funzione dipende da tutta la storia del termine noto.
Con espressione vettoriale:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \ldots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = g(x(t), u(t), t) \end{cases} \qquad u, y \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n$$

3.5 Definizioni

Time stamp: [1:37:31]

LEZIONE //2020
link clicca qui

4

LEZIONE //2020
link clicca qui

5