TUTORATO 2

Macchine termodinamiche e sistemi aperti

(link registrazione)

Corso di Fisica Tecnica 2019-2020

Francesco Lombardi
Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

Contenuti della lezione

- Macchine termodinamiche
- Equazioni di bilancio per sistemi aperti

Macchine termodinamiche

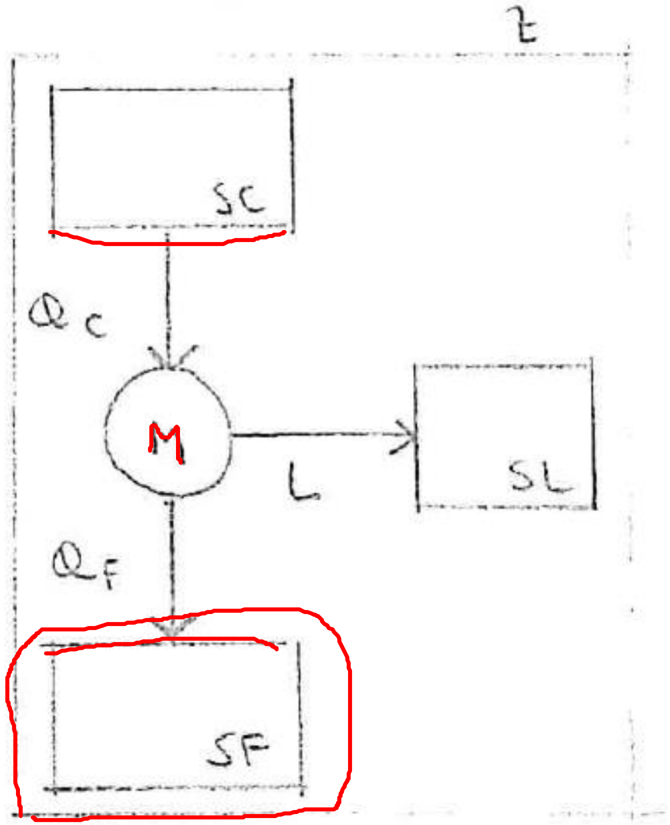
4.10 – Avanzato

4.10. *[avanzato]* Una macchina motrice reversibile opera fra una sorgente di calore a temperatura costante T_C = 1000 °C e una sorgente di calore a massa finita M = 1000 kg di acqua a pressione P_{F1} = 1 bar e temperatura T_{F1} = -20 °C. Determinare il lavoro compiuto dalla macchina termodinamica se la sorgente fredda viene portata a temperatura T_{F2} = 20 °C a pressione costante. In prima approssimazione si assuma trascurabile il lavoro compiuto dalla sorgente di calore fredda (la variazione di volume si assuma trascurabile). Determinare inoltre il rendimento termodinamico medio del processo, quello a inizio processo e quello a fine processo. Mettere in evidenza come il rendimento medio si collochi in un intervallo compreso fra gli altri due. Sono dati l'entalpia di transizione di fase da liquido a solido allo stato triplo per l'acqua (h_{lst} = -333 kJ/kg) e il calore specifico del ghiaccio c_g = 2.093 kJ/kgK. Utilizzare le tabelle di saturazione dell'acqua ove necessario.

Macchine termodinamiche

4.10 – Avanzato

- Schematizzazione del problema.
- Scrivere i dati e le incognite.



MACCHINA MOTRICE REVERSIBILE ($S_{irr} = 0$)

$T_C = 1000\,C$ (1273 K) COSTANTE

$M_F = 1000$ kg ACQUA
$P_F = 1$ bar (COSTANTE)

$T_{Fi} = -20\,C$ (253 K)
$T_{Ff} = 20\,C$ (293 K)

CALCOLARE: $L, \bar{\eta}, \eta_i, \eta_f$?

IPOTESI: - IL LAVORO DOVUTO ALLA VARIAZIONE DI VOLUME DELL'ACQUA CHE SI SCALDA È TRASCURABILE ($L_F^{\rightarrow} = 0$)

Macchine termodinamiche

4.10 – Avanzato

- Applicazione bilanci di energia

CALCOLO CALORE CEDUTO DAL SERBATOIO FREDDO APPLICANDO IL BILANCIO ENERGETICO AL SERBATOIO FREDDO:
ATTENZIONE: IL SISTEMA INCORRE IN UN CAMBIO DI FASE.

$$\Delta U_F = \overleftarrow{Q}_F - \overrightarrow{L}_F \rightarrow \Delta U_F = \overleftarrow{Q}_F - p_F \Delta V_F \quad \text{CON } p_F \text{ COSTANTE}$$

$$\Delta U_F + p_F \Delta V_F = \overleftarrow{Q}_F$$

$$\overleftarrow{Q}_F = \Delta H_F \rightarrow \overleftarrow{Q}_F = M_F \left(h_{Ff} - h_{Fi} \right)$$

Macchine termodinamiche
4.10 – Avanzato

- Utilizzo tabelle

CALCOLO ENTALPIA ACQUA FINALE E INIZIALE:

$$h_{Ff}(293\,K,\ 1\,bar) \sim h_L(T_{SAT} = 293\,K) = 83{,}9\ kJ/kg$$

DALLE TABELLE DI SATURAZIONE (ACQUA E' LIQUIDO SOTTORAFF.)

$$h_{Fi}(253\,K,\ 1\,bar) \rightarrow$$

STATO SOLIDO (INFATTI NON SI TROVA NELLE TABELLE) SI RICORRE ALLE RELAZIONI APPROSSIMATE

$$h_S = h_0 + h_{LST} + c_G(T_{Fi} - T_0)$$

Macchine termodinamiche

4.10 – Avanzato

- Risoluzione numerica

T punto triplo: 0 °C

$$h_{Fi} = 0 \frac{kJ}{kg} + \left(-333 \frac{kJ}{kg}\right) + 2{,}093 \frac{kJ}{kg\,K} (253-273)\,K = -374{,}9 \ kJ/kg$$

$$\overleftarrow{Q}_F = M_F (h_{Ff} - h_{Fi}) = 1000\ kg \cdot (83{,}9 - (-374{,}88)) \frac{kJ}{kg} = 458{,}73 \cdot 10^3\ kJ$$

$$(458{,}73\ MJ)$$

- SCRIVO I BILANCI DI ENERGIA ED ENTROPIA PER IL SISTEMA COMPLESSIVO Σ: $(S_{irr} = 0)$

$$\Sigma: \begin{cases} \Delta U_\Sigma = 0 \\ \Delta S_\Sigma = \cancel{S_{irr}}^{\,0} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -Q_C + Q_F + L_{rev} = 0 \\ \Delta S_C + \Delta S_F = 0 \end{cases}$$

RICAVO IL CALORE ASSORBITO DAL SERBATOIO CALDO GRAZIE AL BILANCIO ENTROPICO:

$$\Delta S_C + \Delta S_F = 0 \rightarrow \begin{cases} \Delta S_C = -\dfrac{Q_C}{T_C} \quad (T_C \text{ COSTANTE}) \\ \Delta S_F = m_F (s_{Ff} - s_{Fi}) \end{cases}$$

Macchine termodinamiche
4.10 – Avanzato

$s_{Ff}(293\,K, 1\,atm) \approx s_L(T_{SAT} = 293\,K) = 0{,}2963\ kJ/kg\,K$ LIQUIDO SOTTORAFFREDDATO

$s_{Fi}(253\,K, 1\,atm) = s_0 + \Delta s_{LST} + c_G \ln \frac{T_{Fi}}{T_0}$ CON $\Delta s_{LST} = \frac{h_{LST}}{T_0}$ SOLIDO

$$\rightarrow \quad s_{Fi} = 0 + \frac{(-333\ kJ/kg)}{273\ K} + 2{,}093\ \frac{kJ}{kg\,K} \cdot \ln \frac{253}{273} = -1{,}3783\ \frac{kJ}{kg\,K}$$

QUINDI:

$$\Delta S_C + \Delta S_F = 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{Q_C}{T_C} + M_F (s_{Ff} - s_{Fi}) = 0$$

$$Q_C = T_C M_F (s_{Ff} - s_{Fi}) = 1273\ K \cdot 1000\ kg \cdot (0{,}2963 - 1{,}3783) \frac{kJ}{kg\,K}$$

$$Q_C = 2132\ MJ$$

Macchine termodinamiche

4.10 – Avanzato

IL LAVORO SI RICAVA DAL BILANCIO ENERGETICO AL SISTEMA COMPLESSIVO; IL RENDIMENTO MEDIO DALLA DEFINIZ.

$$-Q_C + Q_F + L_{REV} = 0 \rightarrow L_{REV} = Q_C - Q_F = (2132 - 458,78)\,MJ = 1673,22\,MJ$$

$$\bar{\eta} = \frac{L_{REV}}{Q_C} = \frac{1673,22\,MJ}{2132\,MJ} = 0,785$$

CALCOLO I RENDIMENTI INIZIALE E FINALE:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}} \rightarrow \begin{cases} \eta_i = 1 - \dfrac{T_{Fi}}{T_C} = 0,8 \\ \eta_f = 1 - \dfrac{T_{Ff}}{T_C} = 0,77 \end{cases} \quad \eta_f < \bar{\eta} < \eta_i$$

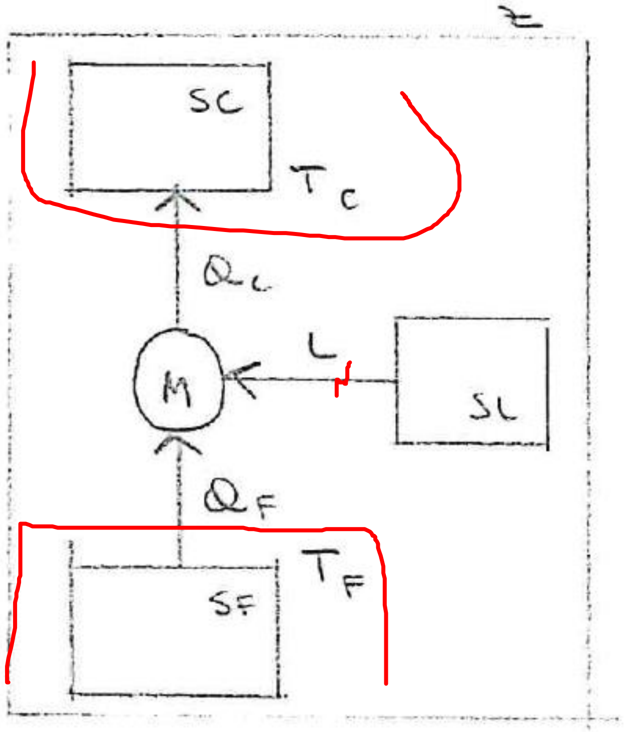
Macchine termodinamiche
4.4 – Intermedio

4.4. *[intermedio]* Per raffreddare una massa di aria (gas ideale con $M_m = 29$ kg/kmol) pari a 1000 kg dalla temperatura iniziale pari a $T_i = 18$ °C alla temperatura finale $T_f = 2$ °C, in un sistema a volume costante, viene utilizzata una macchina termodinamica frigorifera. Questa assorbe energia elettrica (pari a $L_{el} = 1500$ kJ) da un serbatoio di lavoro e cede energia termica ad una sorgente di calore alla temperatura $T_C = 30$°C. Determinare:

- L'energia termica prelevata dalla massa di aria e l'energia ceduta alla sorgente superiore.
- L'efficienza frigorifera della macchina.
- L'entropia prodotta per irreversibilità dalla macchina termodinamica.

Macchine termodinamiche

4.4 – Intermedio



MACCHINA FRIGORIFERA: MACCHINA OPERATRICE CHE OPERA TRA UN SERBATOIO CALDO A T COST E UN SERBATOIO FREDDO A T VARIABILE (MASSA DI ARIA)

$M_A = 1000$ kg (V cost)
MM = 29 kg/kmol

$T_{Ai} = 18$ C (291 K)
$T_{Af} = 2$ C (275 K)

$T_C = 30$ C (303 K)
$L_{el} = 1500$ kJ

INCOGNITE:

Q_F, ε_F, S_{irr} ?

IL CALORE PRELEVATO DALLA SORGENTE INFERIORE SI RICAVA DALL'APPLICAZIONE DEL BILANCIO ENERGETICO AL SERBATOIO FREDDO:

$$\Delta U_{SF} = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

$$\begin{cases} M_A \, c_{vA} (T_{Af} - T_{Ai}) = Q_A^{\leftarrow} \\ c_{vA} = \dfrac{5}{2} R^* \end{cases}$$

Macchine termodinamiche

4.4 – Intermedio

EFFICIENZA E IRREVERSIBILITÀ DELLA MACCHINA SI RICAVANO DAL BILANCIO AL SISTEMA CHIUSO Z:

$$\begin{cases} \Delta U_Z = 0 \\ \Delta S_Z = S_{IRR} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_C - Q_F - L = 0 \\ \Delta S_C + \Delta S_F = S_{IRR} \end{cases}$$

Macchine termodinamiche

4.4 – Intermedio

Ricavo l'efficienza dalla definizione:

$$\varepsilon_F = \frac{Q_F}{L} = \frac{11467{,}6\ kJ}{1500\ kJ} = 7{,}65$$

Ricavo l'entropia generata dal bilancio entropico: $\Delta S_C + \Delta S_F = S_{irr}$

Applicazione del bilancio entropico ai due serbatoi:

$$\Delta S_C = \frac{Q_C^{\leftarrow}}{T_C}$$ scambio termico a T_C costante

$$\Delta S_F = \int_i^f \frac{\delta Q_F}{T_F} = \int_i^f \frac{M c_v dT}{T_F} = M c_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$

Macchine termodinamiche
4.4 – Intermedio

BILANCIO COMPLESSIVO:

$$\Delta S_C + \Delta S_F = S_{irr} \rightarrow S_{irr} = \frac{Q_c}{T_c} + M c_v \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$S_{irr} = 12968\ kJ + 1000\ kg \cdot \frac{5}{2} \frac{8{,}314}{29} \frac{kJ}{kg\,K} \cdot \ln \frac{275}{291}$$

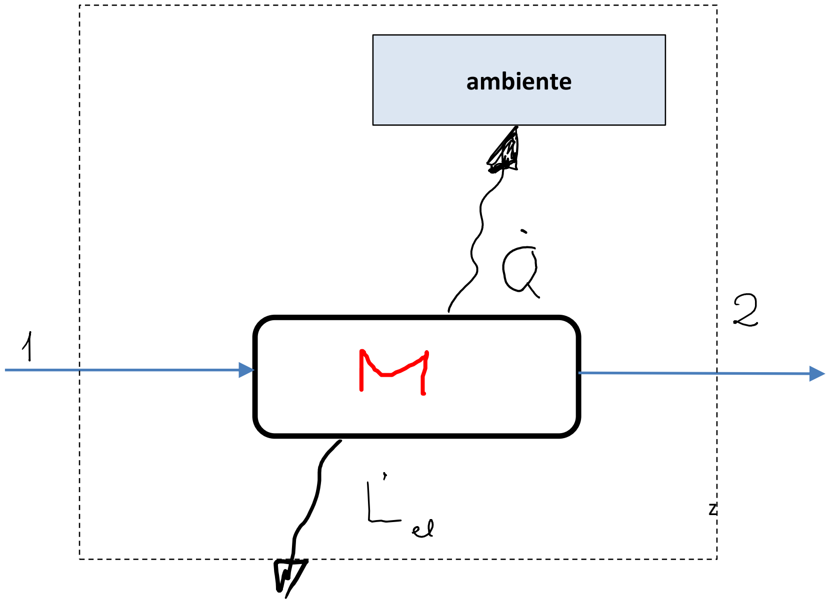
$$S_{irr} = 2{,}27\ kJ/kg\,K$$

Equazioni di bilancio per sistemi aperti
5.3 – Intermedio

5.3. *[intermedio]* In una macchina aperta motrice, operante in regime stazionario, entra una corrente di gas caldo (gas ideale biatomico con M_m= 31 kg/kmole), con una portata in massa pari a 14400 kg/h, alla temperatura T_1= 525 °C e alla pressione P_1= 10 bar, ed esce a T_2= 280 °C e P_2= 1 bar. La potenza termica dispersa verso l'ambiente (T_{amb}= 80 °C) è di 100 kW. Assumendo che le variazioni di energia cinetica e potenziale fra ingresso e uscita siano trascurabili, determinare:

- La potenza meccanica prodotta.
- L'entropia eventualmente generata per irreversibilità nell'unità di tempo.

Equazioni di bilancio per sistemi aperti
5.3 – Intermedio



Dati

Gas ideale biatomico con M_m= 31 kg/kmol

$\dot{m}$= 14400 kg/h $\dot{m}$= 4 kg/~~h~~ kg/s

T_1= 525 °C T_1= 798,15 K

P_1= 10 bar

T_2= 280 °C T_2= 553,15 K

P_2= 1 bar

Ambiente:

T_{amb}= 80 °C T_{amb}= 353,15 K

Q_{amb}= 100 kW

Incognite:

$\dot{L}, \dot{Q}$

Ipotesi: Si analizza il sistema z indicato in figura

Equazioni di bilancio per sistemi aperti
5.3 – Intermedio

Le equazioni di bilancio energetico ed entropico sono:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}\left[(h_1 - h_2) + \cancel{g(z_1 - z_2)} + \cancel{\left(\frac{w_1^2 - w_2^2}{2}\right)}\right] + \cancel{\dot{Q}} - \dot{L}_{el}$$

$$\frac{dS}{dt} = \dot{m}(s_1 - s_2) + \cancel{\dot{S}_Q} + \dot{S}_{irr} = 0$$

Il sistema z indicato non è in regime stazionario per quanto riguarda il bilancio energetico ed entropico (mentre lo è per il bilancio di massa).

Il sistema ambiente varia, nel tempo, la sua energia interna e la sua entropia in conseguenza dello scambio termico $\dot{Q}$ con il flusso di gas. Si ha infatti che:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_z = \dot{Q}_{amb}$$

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_z = \frac{\dot{Q}_{amb}}{T_{amb}}$$

Equazioni di bilancio per sistemi aperti

5.3 – Intermedio

Con l'ipotesi di gas ideale, condotto orizzontale, variazione di energia cinetica trascurabile, e sistema z adiabatico, si ha:

$$\dot{Q}_{amb} = \dot{m}c_P(T_1 - T_2) - \dot{L}_{el}$$

$$\frac{\dot{Q}_{amb}}{T_{amb}} = \dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{S}_{irr}$$

Dall'equazione di bilancio energetico si ricava $\dot{L}_{el}$ mentre dal bilancio entropico si determina $\dot{S}_{irr}$.

$$\dot{L}_{el} = 4\left[\frac{7}{2}\frac{8314}{31}(525 - 280)\right] - 100000 \qquad \dot{L}_{el} = 820 \text{ kW}$$

$$\dot{S}_{irr} = -4\left(\frac{7}{2}\frac{8314}{31}\,ln\frac{798,15}{553,15} - \frac{8314}{31}\,ln\frac{10}{1}\right) + \frac{100000}{353,15} \qquad \dot{S}_{irr} = 1,3766 \text{ kW/K}$$

Equazioni di bilancio per sistemi aperti

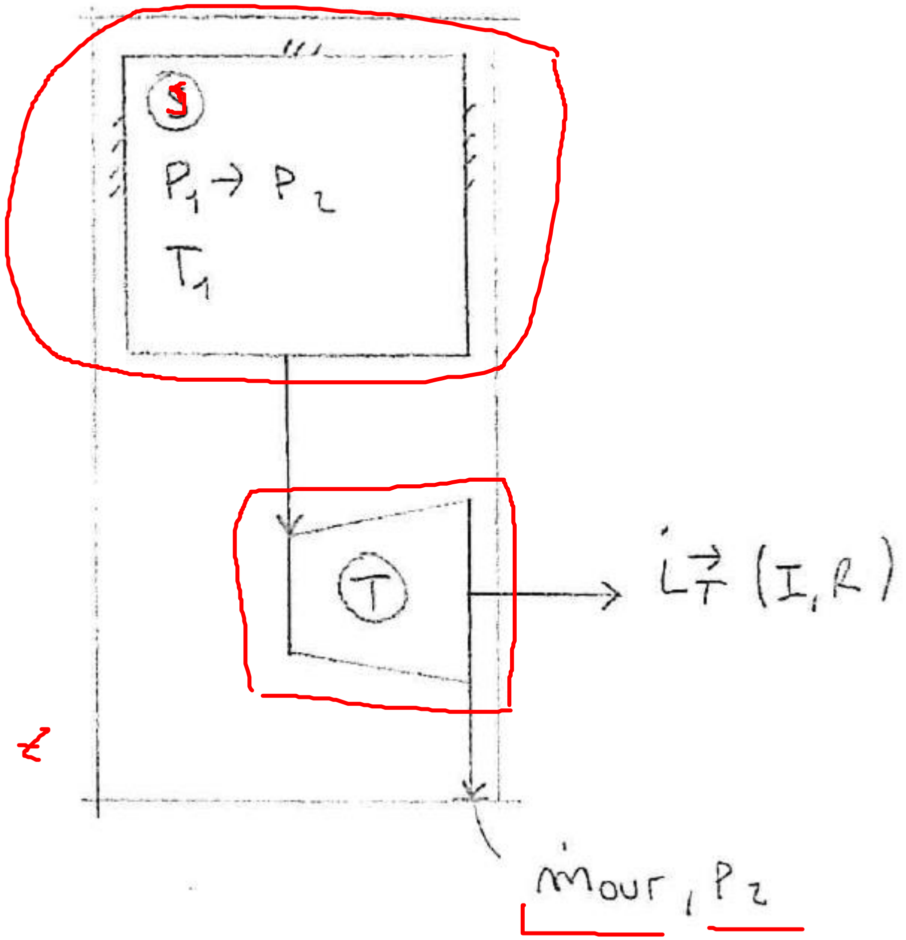
5.16 – Avanzato

5.16. *[avanzato]* Del vapore d'acqua è contenuto in un serbatoio rigido di volume pari a $V = 4\ m^3$ alle condizioni di $P_1 = 58$ bar e $T_1 = 520$ °C. Si propone di espanderlo mediante una turbina fino alla pressione $P_2 = 0.5$ bar per produrre lavoro meccanico. Il processo può ritenersi adiabatico e le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili. Calcolare:

- Il lavoro prodotto da una turbina ideale.
- Il lavoro prodotto dalla turbina reale, se il rendimento isoentropico fosse pari a 0.9.
- L'entropia prodotta per irreversibilità della turbina reale.

Equazioni di bilancio per sistemi aperti

5.16 – Avanzato



DATI:

$V = 4 \ m^3$

$T_1 = 520 \ C$

$P_1 = 58 \ bar \rightarrow P_2 = 0,5 \ bar$

$\eta_{ISO,T} = 0,9$

INCOGNITE: $L^{\rightarrow}(I, R)$, $S_{IRR} (L_R^{\rightarrow})$

IPOTESI:
- SISTEMA ADIABATICO E RIGIDO;
- TURBINA OPERANTE IN ASS. STAZ.;
- NO Δw, Δz DI FLUIDI E SISTEMA;

Equazioni di bilancio per sistemi aperti
5.16 – Avanzato

Si impostano i bilanci di massa, energia e entropia per il volume di controllo (aperto):

- bilancio di massa:

$$\frac{dM_Z}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}$$

- bilancio di energia:

$$\frac{dE_Z}{dt} = \boxed{\sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} \left(h\right.} + \cancel{gz} + \left.\cancel{\frac{w^2}{2}}\right)_k + \cancel{\dot{Q}^{\leftarrow}} - \dot{L}_e^{\rightarrow}$$

- bilancio di entropia:

$$\frac{dS_Z}{dt} = \sum_k \dot{m}_k^{\leftarrow} s_k + \cancel{\dot{S}_Q^{\leftarrow}} + \dot{S}_{irr}$$

Con

$$\frac{dM_Z}{dt} = \frac{dM_S}{dt} + \underbrace{\cancel{\frac{dM_T}{dt}}}_{0} \qquad \frac{dE_Z}{dt} = \frac{dE_S}{dt} + \underbrace{\cancel{\frac{dE_T}{dt}}}_{0} \qquad \boxed{\frac{dS_Z}{dt} = \frac{dS_S}{dt} + \underbrace{\cancel{\frac{dS_T}{dt}}}_{0}}$$

Equazioni di bilancio per sistemi aperti

5.16 – Avanzato

Il sistema ha solo un uscita quindi $\dot{m}_{in} = 0$. Inoltre le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili e il processo è adiabatico quindi i bilanci diventano:

- bilancio di massa:

$$\frac{dM_S}{dt} = -\dot{m}_{out}$$

- bilancio di energia:

$$\frac{dE_S}{dt} = -\dot{m}_{out} h_{out} - \dot{L}_{\vec{e}}$$

- bilancio di entropia:

$$\frac{dS_S}{dt} = -\dot{m}_{out} s_{out} + \dot{S}_{irr}$$

Equazioni di bilancio per sistemi aperti
5.16 – Avanzato

Integrando nel tempo otteniamo:

- bilancio di massa:

$$M_{finale} - M_{iniziale} = -M_{espansa}$$
$$M_2 - M_1 = -M_E$$

- bilancio di energia:

$$E_{finale} - E_{iniziale} = -M_E h_2 - L_e^{\rightarrow}$$
$$M_2 u_2 - M_1 u_1 = -M_E h_2 - L_e^{\rightarrow}$$

- bilancio di entropia:

$$S_{finale} - S_{iniziale} = -M_E s_2 + S_{irr}$$
$$M_2 s_2 - M_1 s_1 = -M_E s_2 + S_{irr}$$

Attenzione: una volta integrati, il lavoro e l'entropia generata per irreversibilità non sono più per unità di tempo ($\dot{L}_e^{\rightarrow}$ diventa $L_e^{\rightarrow}$ e $\dot{S}_{irr}$ diventa S_{irr}).

Equazioni di bilancio per sistemi aperti

5.16 – Avanzato

Considerando il caso di turbina ideale ($S_{irr} = 0$) e sostituendo il bilancio di massa nel bilancio energetico e entropico ($M_2 = M_1 - M_E$), si ottiene:

- bilancio di energia:

$$L_{ID}^{\rightarrow} = M_1(u_1 - u_2) - M_E(h_2 - u_2)$$
$$L_{ID}^{\rightarrow} = M_1(u_1 - u_2) - M_E P_2 v_2$$

- bilancio di entropia:

$$M_1 s_2 - \cancel{M_E s_2} - M_1 s_1 = -\cancel{M_E s_2}$$
$$s_2 = s_1$$

Avendo ricavato la condizione di trasformazione isoentropica, possiamo determinare lo stato finale (2) nel caso ideale usando le tabelle.

Equazioni di bilancio per sistemi aperti

5.16 – Avanzato

520 °C 58 bar

Stato 1) Vapore surriscaldato
Interpolazione bilineare per tra gli stati a 500 °C e 600 °C e 50 bar e 60 bar.

A B

$$v_1 = 0.06053 \quad m^3/kg$$
$$h_1 = 3472.7 \quad kJ/kg$$
$$s_1 = 6.9609 \quad kJ/kgK$$
$$u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 3121.6 \quad kJ/kg$$
$$M_1 = \frac{V_1}{v_1} = 66.08 \quad kg$$

@ 520 °C

$U_{60} - U_{50}$

58 − 50

$$Y = Y_A + \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}(X - X_A)$$

U_{58} U_{50}

60 − 50

Equazioni di bilancio per sistemi aperti

5.16 – Avanzato

Stato 2) Vapore espanso alle condizioni di uscita della turbina

$$s_2 = s_1 = 6.9609 \quad kJ/kgK$$

Vapore umido con

$$\boxed{x_2 = \left.\frac{s_2 - s_{LS}}{s_{VS} - s_{LS}}\right|_{P_{sat}=0.5\ bar} = 0.93}$$

$$h_2 = 2421.2 \quad kJ/kg$$
$$v_2 = 2.9251 \quad m^3/kg$$
$$u_2 = 2274.9 \quad kJ/kg$$
$$M_2 = \frac{V_2}{v_2} = 1.37 \quad kg$$

Ricavo la massa espansa dal bilancio di massa

$$M_E = M_1 - M_2 = 64.71 \quad kg$$

Equazioni di bilancio per sistemi aperti
5.16 – Avanzato

Calcolo il lavoro ideale prodotto dal sistema

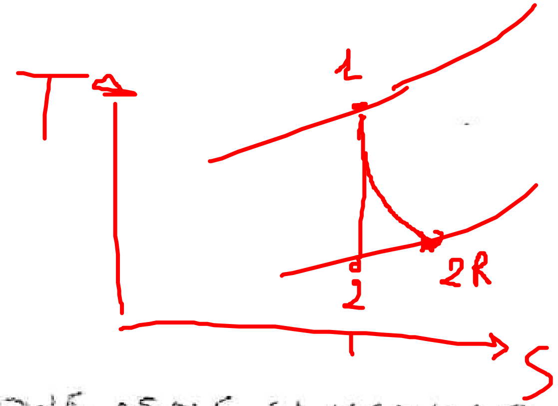
$$L_{ID}^{\rightarrow} = 66.08[kg] \cdot (3121.6 - 2274.9) \times 10^3 \left[\frac{J}{kg}\right] - 64.71[kg] \cdot 0.5 \times 10^5 [Pa] \cdot 2.9251 \left[\frac{m^3}{kg}\right]$$

$$L_{ID}^{\rightarrow} = 46486\ kJ$$

ANALISI DEL CASO REALE ($S_{irr} > 0$). SI RICAVA L'ENTALPIA DI FINE ESPANSIONE REALE DALLA DEFINIZIONE DI RENDIMENTO:

$$\boxed{\eta_{int} = \frac{\dot{m}_E (h_1 - h_{2R})}{\dot{m}_E (h_1 - h_2)}} < 1$$

0,9



LE PROPRIETÀ DEL VAPORE A FINE ESPANSIONE REALE SI RICAVANO DA h_{2R} E DALLA DEFINIZIONE DEL TITOLO:

$$x_{2R} = \left.\frac{h_{2R} - h_{LS}}{h_{VS} - h_{LS}}\right|_{P_2} = 0{,}948 \rightarrow \text{DA CUI RICAVO } u_{2R},\ v_{2R},\ s_{2R}$$

APPLICO I BILANCI DI ENERGIA ED ENTROPIA PER IL CASO REALE, E RICAVO $\vec{L}_{REALE}$ E S_{irr}