
# Lezione 07 - Cicli termodinamici a gas

**Corso di Fisica Tecnica**
**a.a. 2019-2020**

***Prof. Gaël R. Guédon***
Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

## Obiettivi della lezione

- Ricavare le proprietà dei **cicli simmetrici**
- Analizzare il **ciclo di Carnot**
- Analizzare i cicli **Joule-Brayton**, **Otto** e **Diesel**

## I cicli termodinamici a gas

Ciclo di Carnot

Ciclo Joule-Brayton

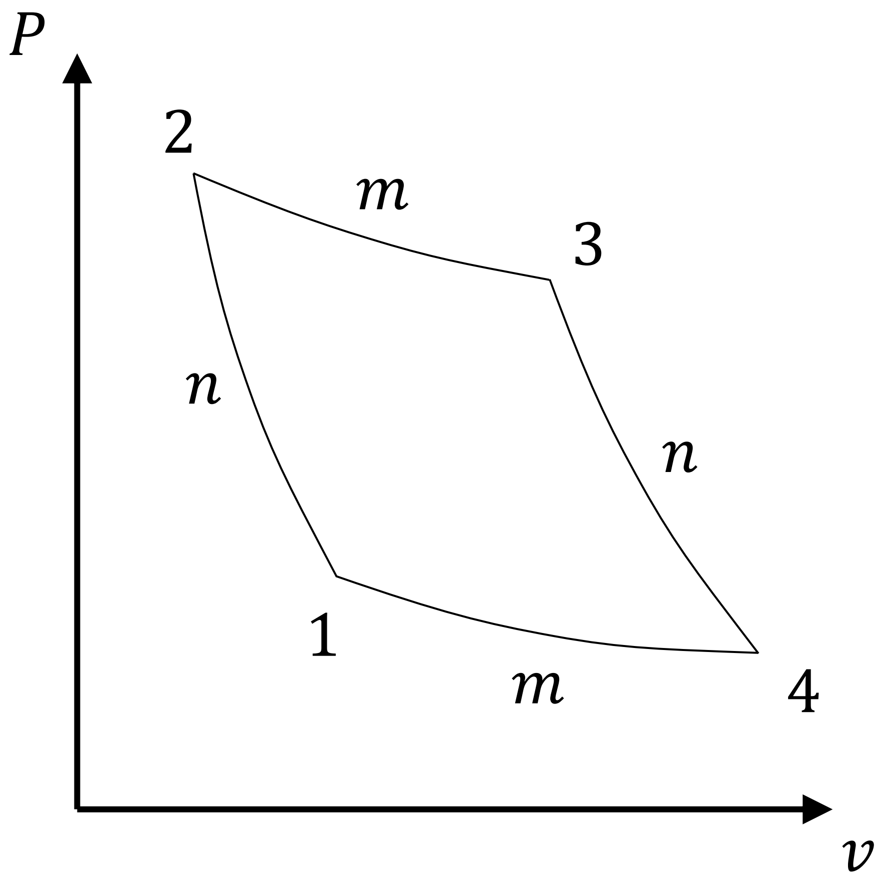
Ciclo Otto

Ciclo Diesel

Ciclo Stirling

Ciclo Ericsson

## Proprietà dei cicli simmetrici




*4 politropiche, uguali due a due*

VALIDO PER CICLI IDEALI

$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$
$$P_1 P_3 = P_2 P_4$$
$$T_1 T_3 = T_2 T_4$$

## Proprietà dei cicli simmetrici

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n$$
$$P_2 v_2^m = P_3 v_3^m$$
$$P_3 v_3^n = P_4 v_4^n$$
$$P_4 v_4^m = P_1 v_1^m$$

**Moltiplicando membro a membro le equazioni di pari indice:**

$$P_1 P_3 (v_1 v_3)^n = P_2 P_4 (v_2 v_4)^n$$
$$P_3 P_1 (v_3 v_1)^m = P_2 P_4 (v_2 v_4)^m$$

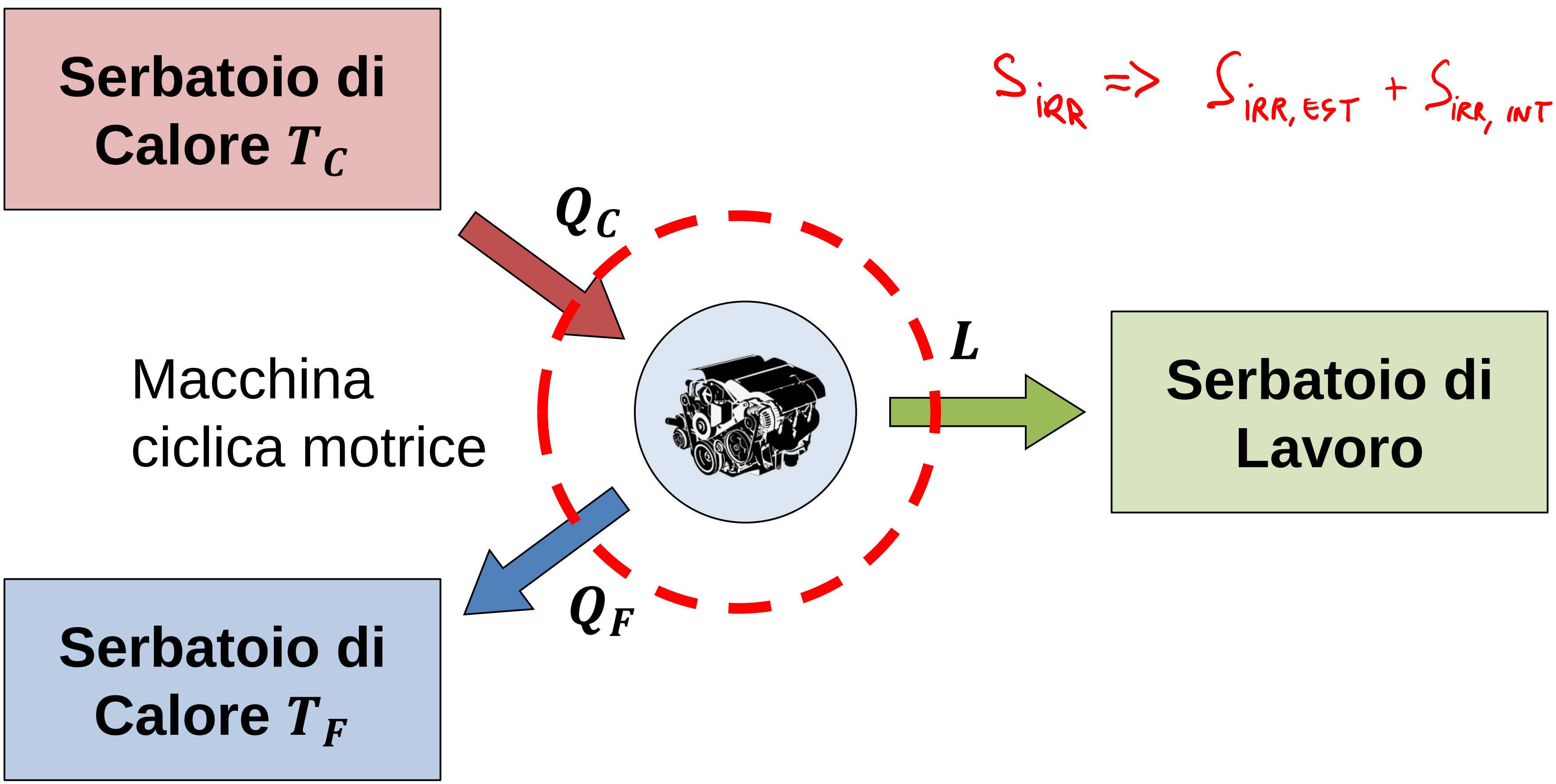
**Dividendo membro a membro:**

$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$

$$P_1 P_3 = P_2 P_4$$
$$T_1 T_3 = T_2 T_4$$

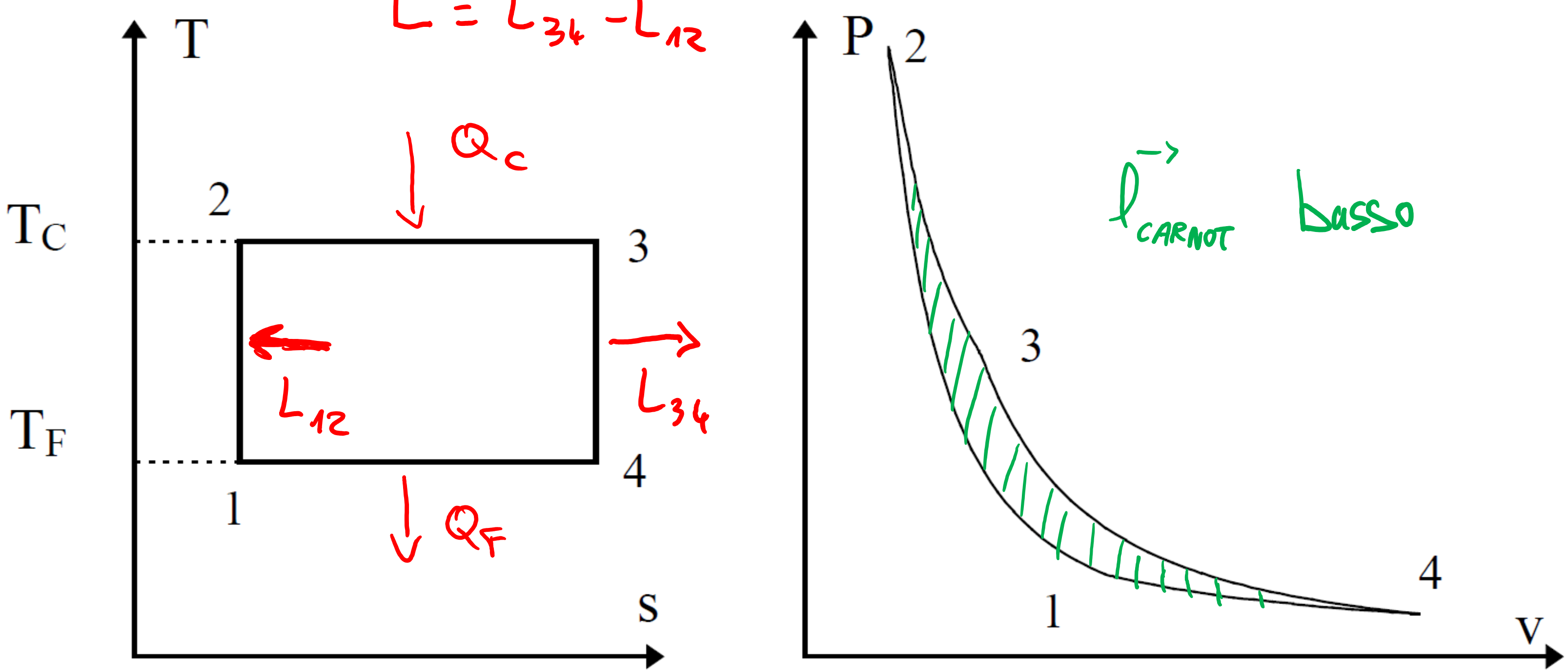
**che inserita nella prima equazione e con l'equazione di stato dei gas ideali**

$\dot{S}_{IRR} \Rightarrow \dot{S}_{IRR,EST} + \dot{S}_{IRR,INT}$



## Ciclo di Carnot

$L = L_{34} - L_{12}$




**Due isoentropiche** e **due isoterme**

## Ciclo di Carnot

**Rendimento del ciclo:** $$\eta = \frac{L}{Q_c} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

(essendo isoterme le trasformazioni lungo le quali si scambia calore)

**Possibili fonti di irreversibilità per una macchina termodinamica:**

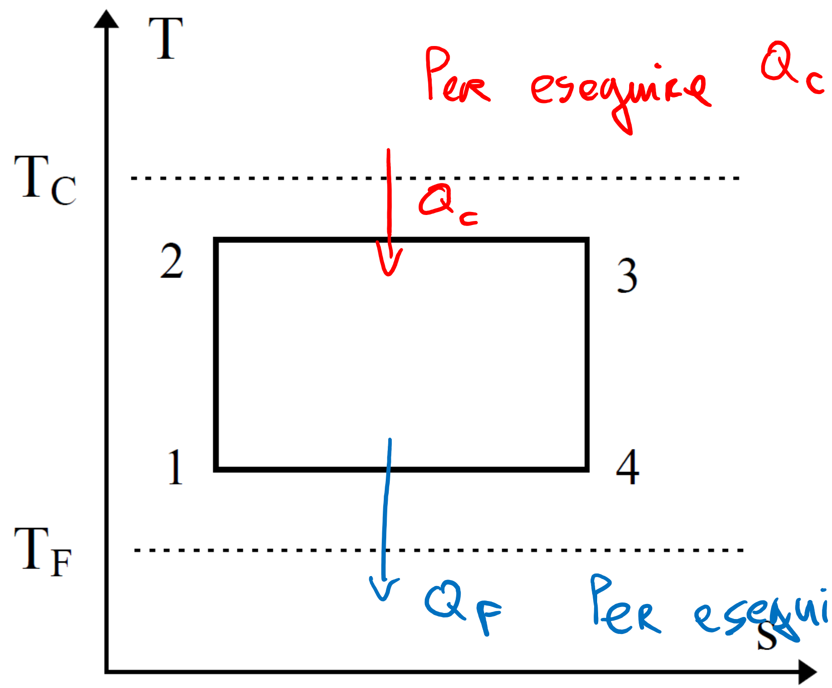
**Irreversibilità esterna ($T_1 > T_F$ e $T_2 < T_C$)**

$T_1 = T_4 = T_{MIN}$
$T_2 = T_3 = T_{MAX}$

**Irreversibilità interna ($s_1 < s_2$ e $s_3 < s_4$)**

## Irreversibilità esterna ($T_1 > T_F$ e $T_2 < T_C$)

Per eseguire $Q_c$ devo avere $T_c > T_{MAX}$




Per eseguire $Q_F$ devo avere $T_F < T_{MIN}$

## Irreversibilità esterna ($T_1 > T_F$ e $T_2 < T_C$)

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_F}{T_C} > \eta_{ciclo} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \qquad \frac{T_{MIN}}{T_{MAX}}$$

Bilancio entropico su tutta la macchina termica: $-\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr}$
(REALE)

Per il ciclo di Carnot vale: $\frac{Q_C}{T_3} = \frac{Q_F}{T_1} = \Delta S$

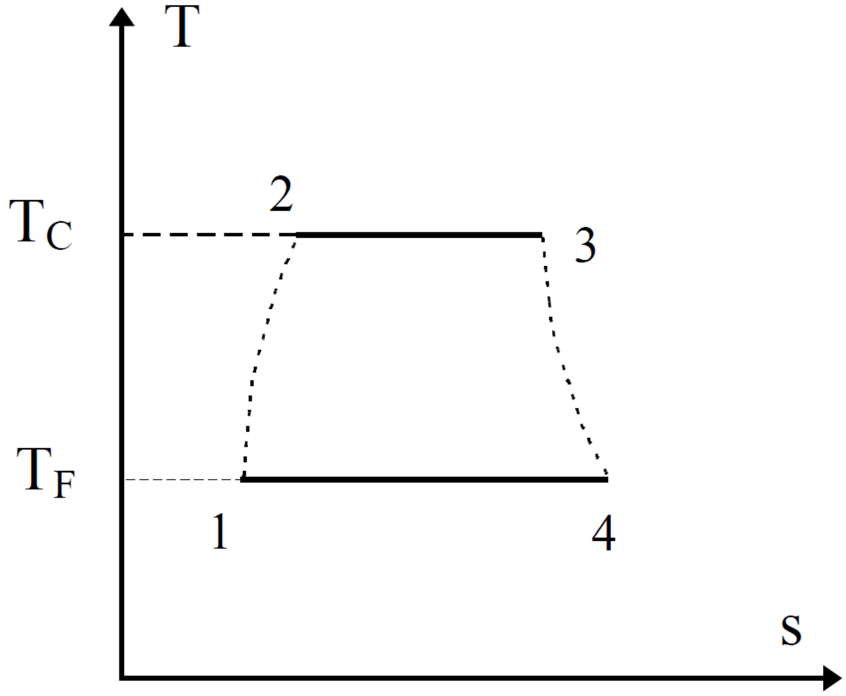
$\Delta S = S_3 - S_2$
$\Delta S = S_4 - S_1$

Che risolta rispetto a $Q_F$: $Q_C\left(\frac{1}{T_F}\frac{T_1}{T_3} - \frac{1}{T_C}\right) = S_{irr}$ $\leftarrow$

$$Q_C\left(\frac{T_C T_1 - T_F T_3}{T_3 T_C T_F}\right) = S_{irr} > 0$$

$\hookrightarrow S_{IRR,EST}$

## Irreversibilità interna ($s_1 < s_2$ e $s_3 < s_4$)



## Irreversibilità interna ($s_1 < s_2$ e $s_3 < s_4$)

Bilancio entropico su tutta la macchina termica: $$-\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = S_{irr}$$

(REALE)

$$\frac{Q_C}{T_C} = S_3 - S_2$$

Perché $T_{MAX} = T_C$

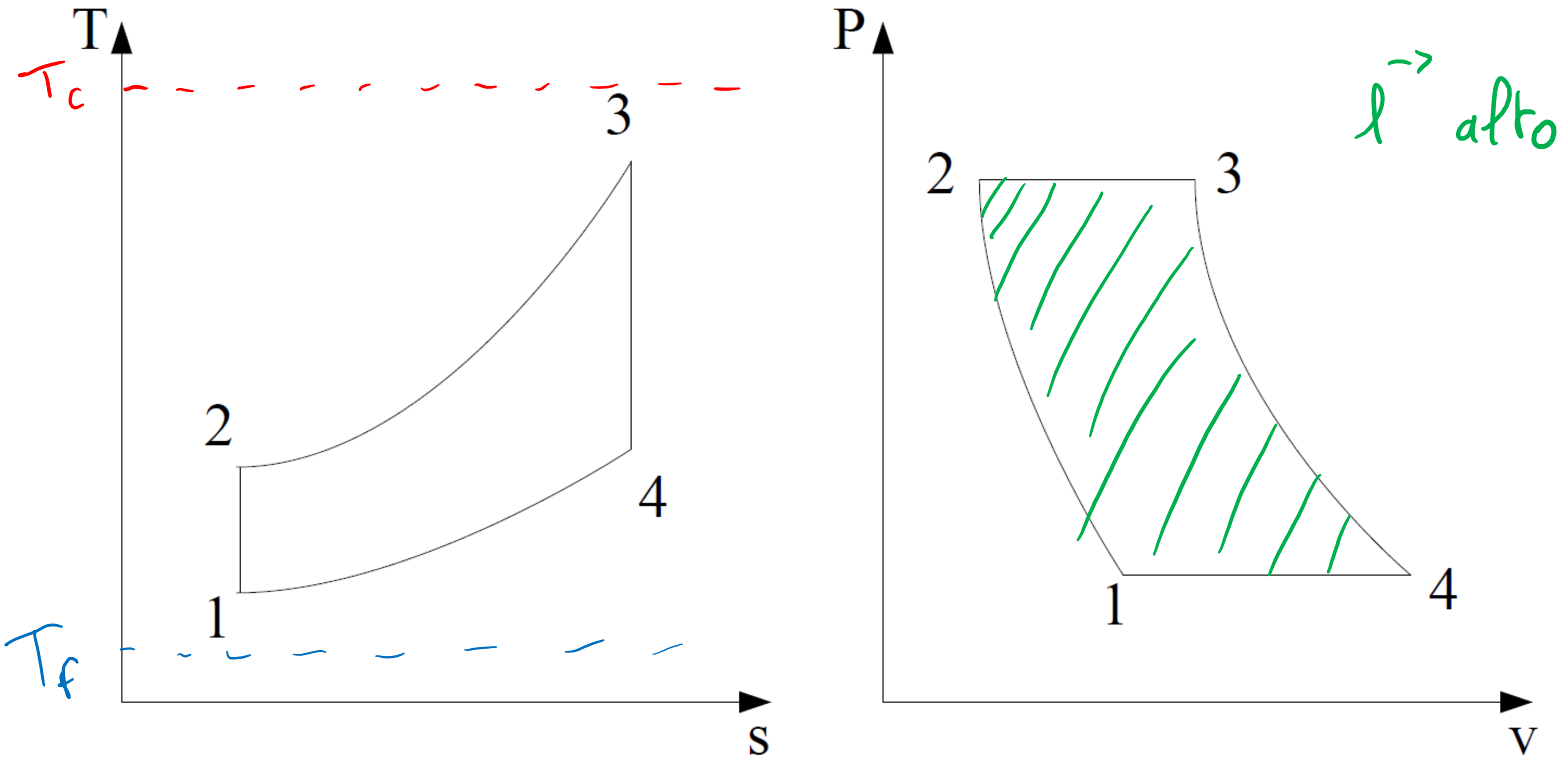
$$\frac{Q_F}{T_F} = S_4 - S_1$$

Perché $T_{MIN} = T_F$

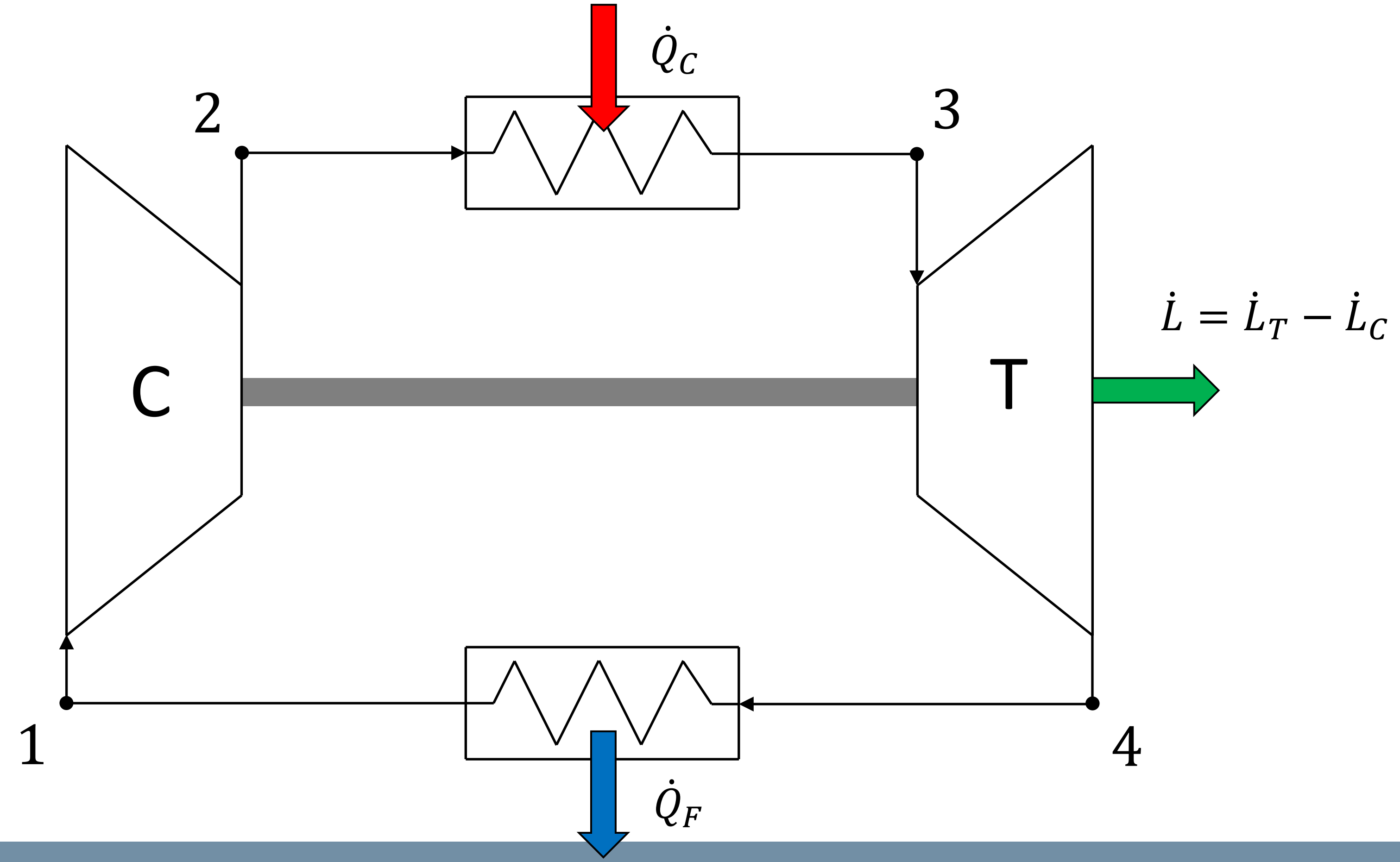
$$S_2 - S_3 + S_4 - S_1 = S_{irr} > 0$$

$S_{IRR,INT}$

**Ciclo simmetrico costituito da due isoentropiche e due isobare**



**Ciclo simmetrico costituito da due isoentropiche e due isobare**



## Rendimento del ciclo J-B (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)

Con l'ipotesi di gas perfetto, le equazioni di bilancio energetico per i due serbatoi di calore sono:

$$\dot{Q}_C = \dot{m}(h_3 - h_2) \qquad \dot{Q}_F = \dot{m}(h_4 - h_1)$$

G.P.

$$\dot{Q}_C = \dot{m}c_P(T_3 - T_2) \qquad \dot{Q}_F = \dot{m}c_P(T_4 - T_1)$$

Il rendimento termodinamico del ciclo vale:

$$\eta_{JB} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$\dot{L} = \dot{Q}_C - \dot{Q}_F$

$\dot{L} = \dot{L}_T - \dot{L}_C$

## Rendimento del ciclo J-B (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)

$$\eta_{JB} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Inserendo il bilancio di entropia fra 1 e 2 per i gas perfetti:

$$\Delta s_{12} = c_P \ln\frac{T_2}{T_1} - R^* \ln\frac{P_2}{P_1} = 0$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{c_P} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{R^*}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{R^*}{c_P}} = r_P^{\frac{R^*}{c_P}} = r_P^{\frac{k-1}{k}}$$

$r_P$ è il rapporto di compressione ($P_2/P_1$)

$P_{MAX}/P_{MIN}$

$$\eta_{JB} = 1 - \frac{1}{r_P^{\frac{k-1}{k}}}$$

$k = \frac{c_P}{c_V} = \text{cost}$

## Rendimento del ciclo J-B (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)

Il rendimento del ciclo Joule-Brayton è funzione del solo rapporto di compressione e presenta un minimo quando la pressione $P_2$ tende alla pressione $P_1$, e quindi

$$r_{P,min} = 1$$

mentre ha un valore massimo quando $T_2$ tende a $T_3$, e pertanto

$$r_{P,max} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

## Lavoro specifico del ciclo J-B (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)

Anche il lavoro specifico utile del ciclo Joule-Brayton ideale è funzione del solo rapporto di compressione

$$l = l_T - l_c = c_P(T_3 - T_4) - c_P(T_2 - T_1)$$

$$l = c_P T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) - c_P T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$$

$$l = c_P T_3 \left(1 - \frac{1}{r_P^{\frac{k-1}{k}}}\right) - c_P T_1 \left(r_P^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)$$

Si ha il massimo lavoro specifico in corrispondenza del rapporto di compressione:

$$r_{P,opt} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}} = \sqrt{r_{P,max}}$$

**Lavoro specifico del ciclo J-B (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)**

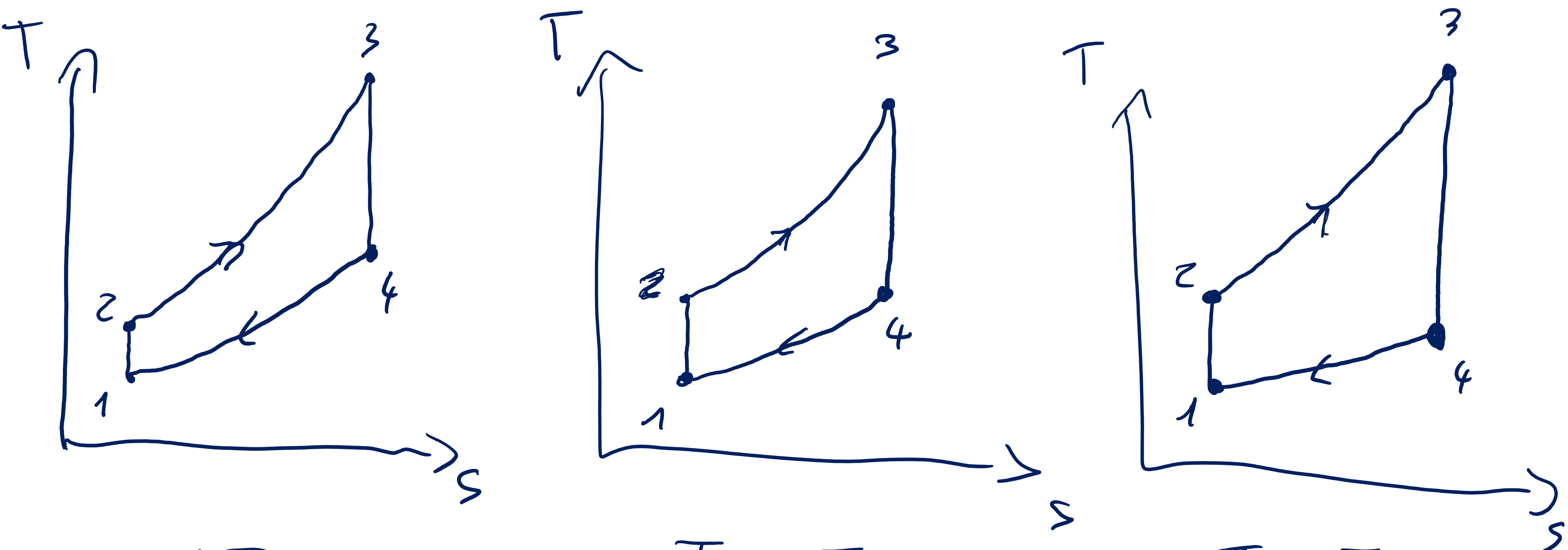
Ricordando poi che in una turbina isoentropica

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{R^*}{c_P}} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

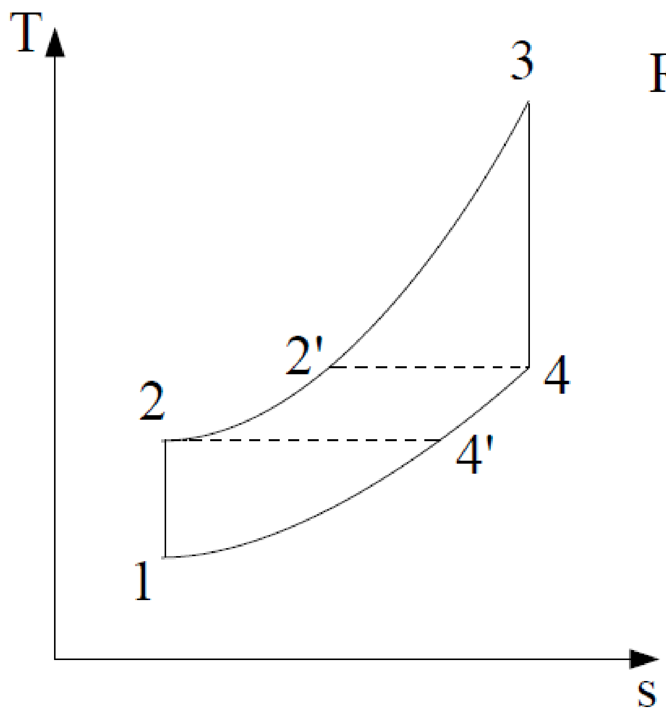
E inserendo in questa espressione al posto di $P_3/P_4$ (pari a $P_2/P_1$) il valore di $r_{P,opt}$ e sfruttando le proprietà dei cicli simmetrici, si ottiene:

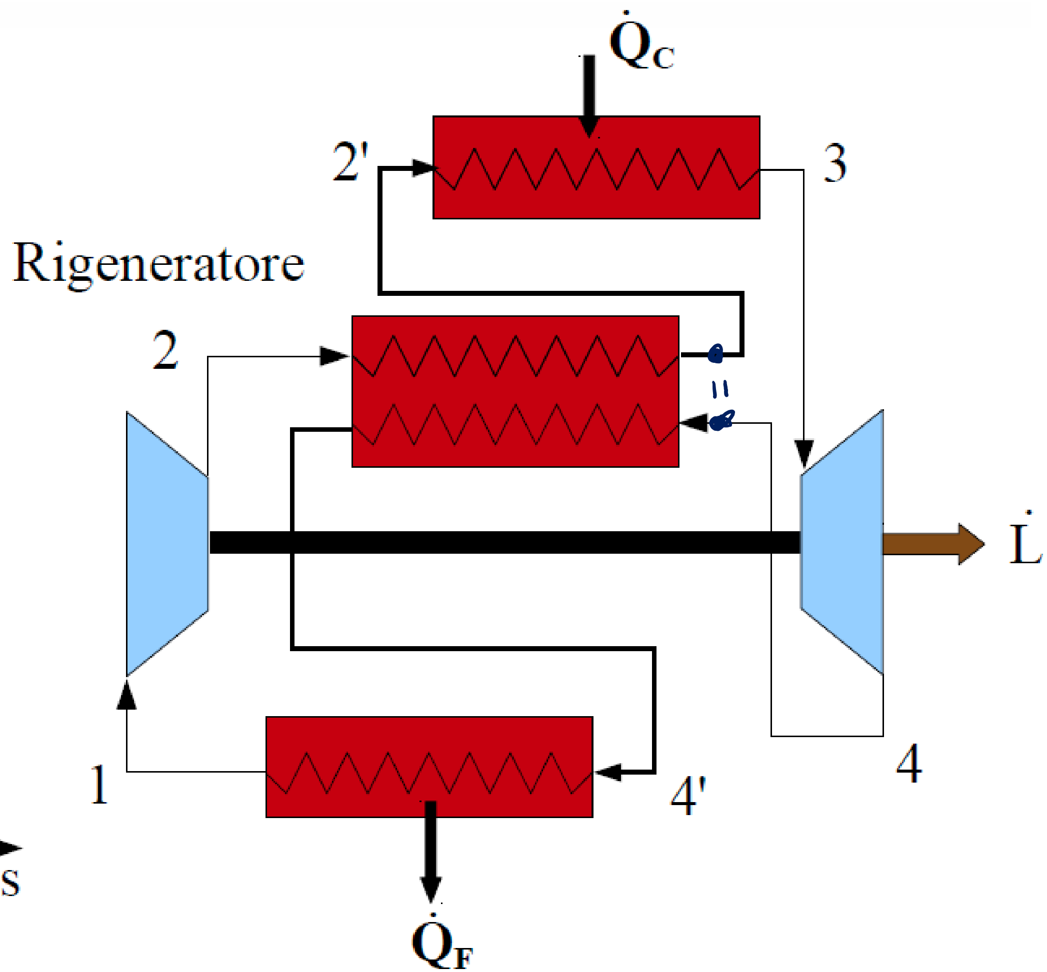
$$T_4 = T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$$

Cioè il lavoro specifico è massimo nel ciclo in cui la temperatura di fine espansione coincide con quella di fine compressione.




$T_2 < T_4$ $T_2 = T_4$ $T_2 > T_4$


T
3
2'
4
2
4'
1
s


$\dot{Q}_C$
2'
3
Rigeneratore
2
=
L̇
1
4'
4
$\dot{Q}_F$

## Rendimento del ciclo rigenerato ideale

**($T_{2'} = T_4$, gas perfetti e ciclo ideale simmetrico)**

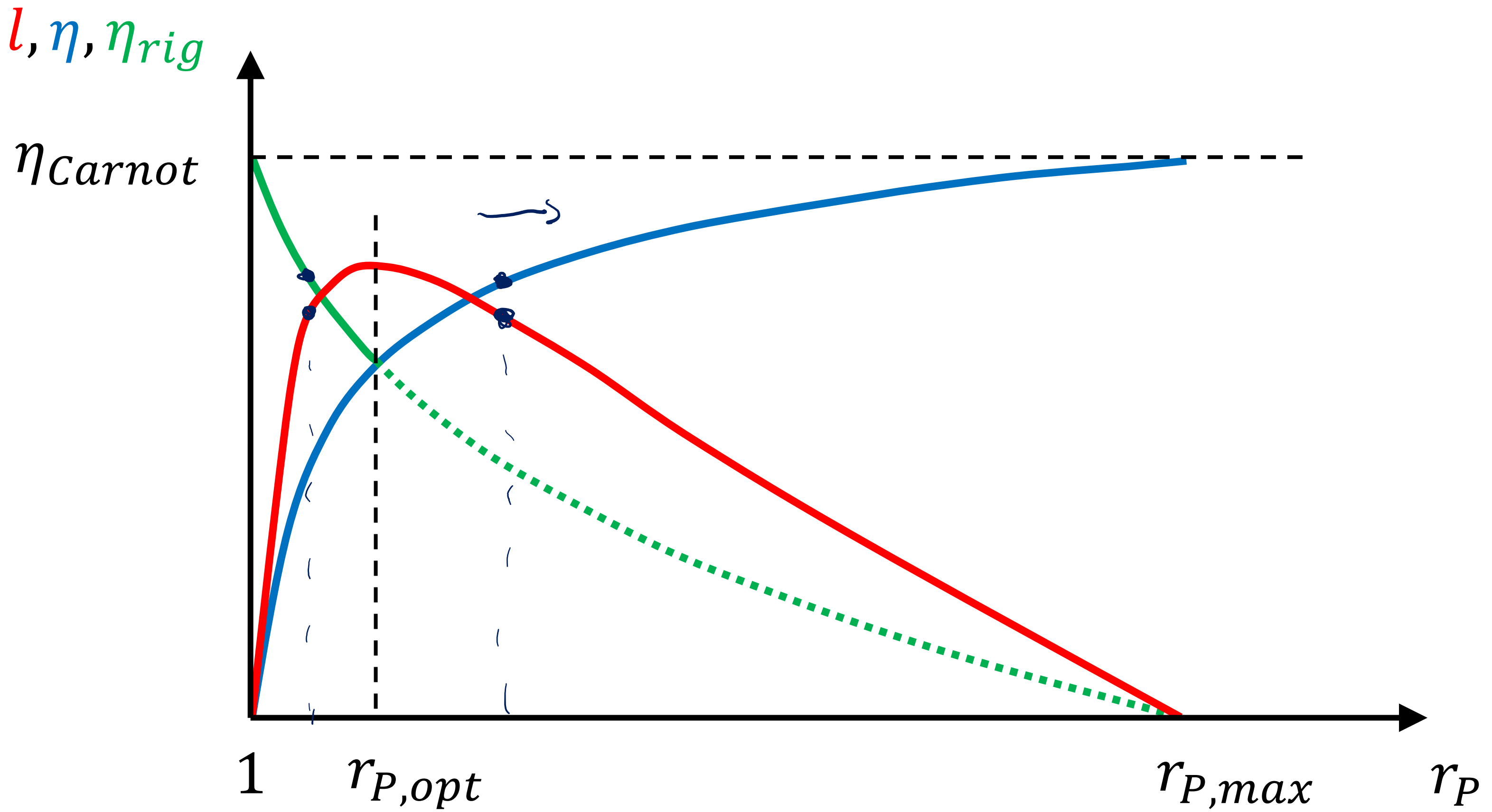
$$\eta_{rig} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_C} = \frac{\dot{L}_T - \dot{L}_C}{\dot{Q}_C} = \frac{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}{(T_3 - \underset{T_{2'}}{T_4})} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4}$$

$$\eta_{rig} = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \frac{T_2 T_1}{T_3 T_1}$$

$$\eta_{rig} = 1 - \frac{T_1}{T_3} r_p^{\frac{k-1}{k}}$$

Rigenerazione reale $\rightarrow$ $T_{2'} < T_4$

## Rendimento e lavoro specifico

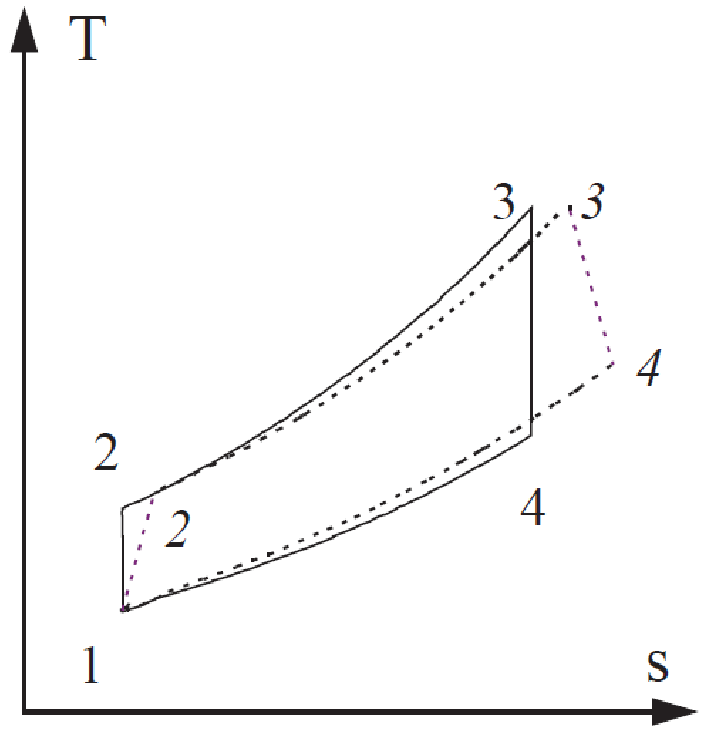


## Applicazioni

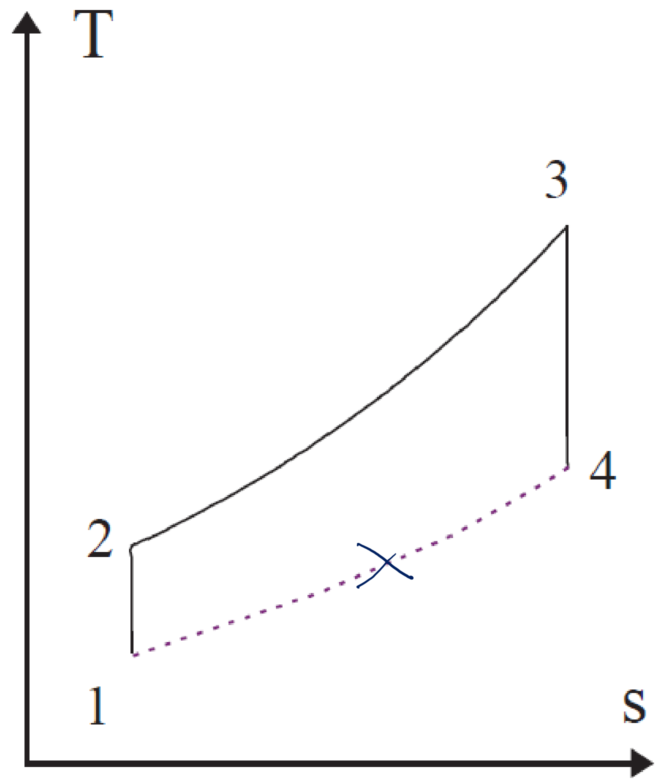
- Impianti a turbina a gas (potenze da 5 kW a 1000 MW) con ciclo chiuso oppure aperto

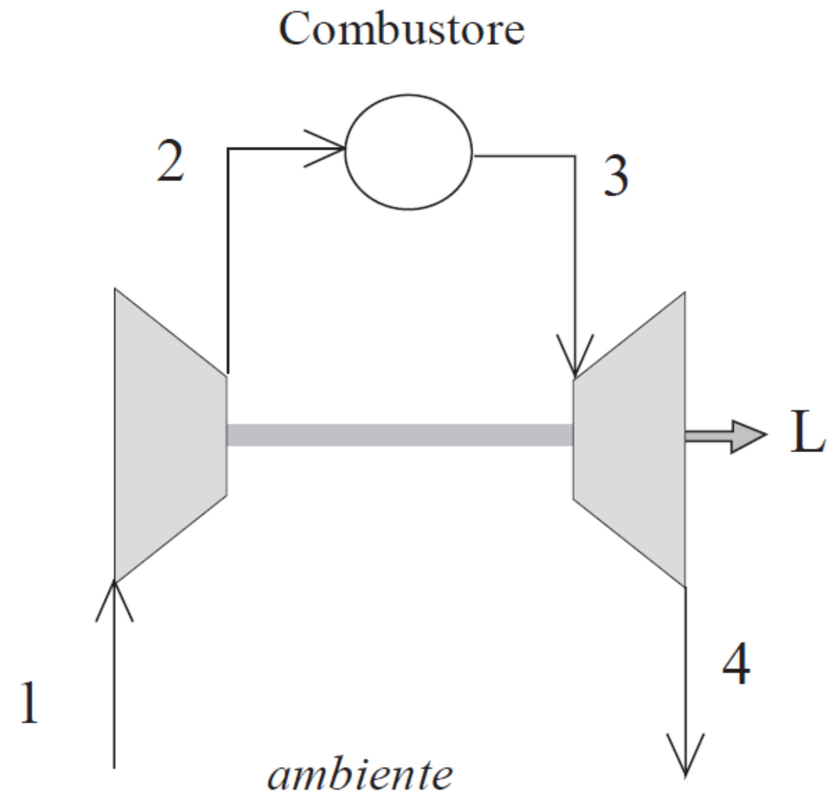
- Ciclo chiuso è utilizzato principalmente in impianti di grande potenza quali centrali termoelettriche con fluido di lavoro ad elevato $c_P$ (per esempio elio)

## Applicazioni (ciclo reale)



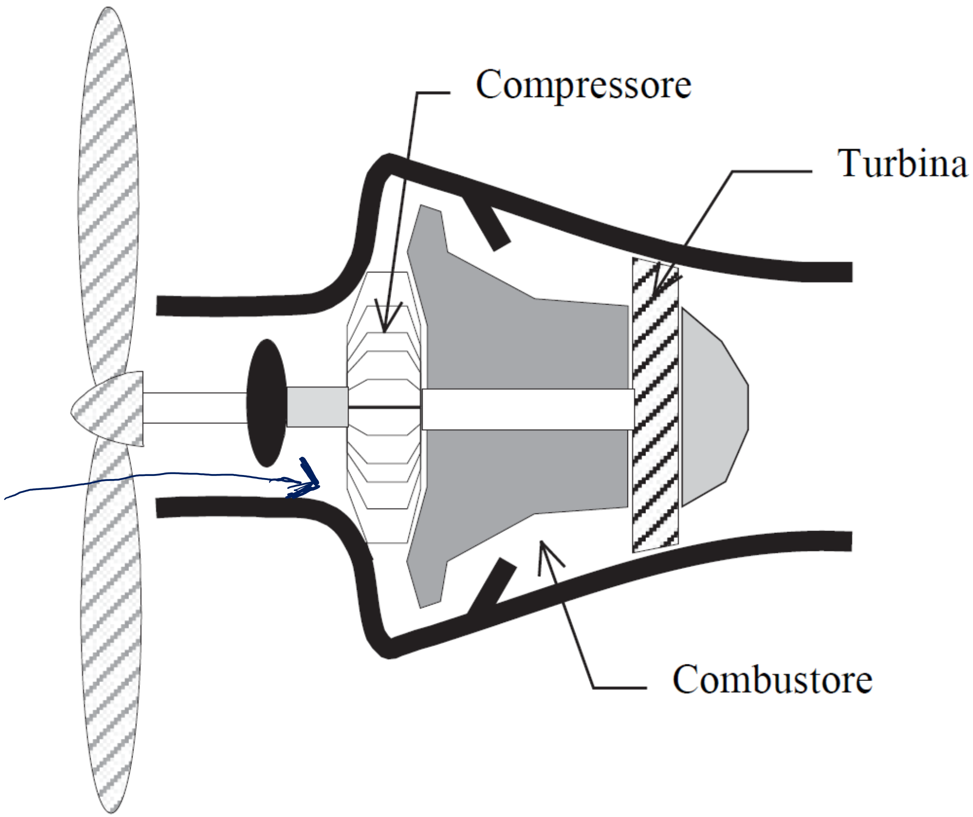
## Applicazioni (ciclo aperto)

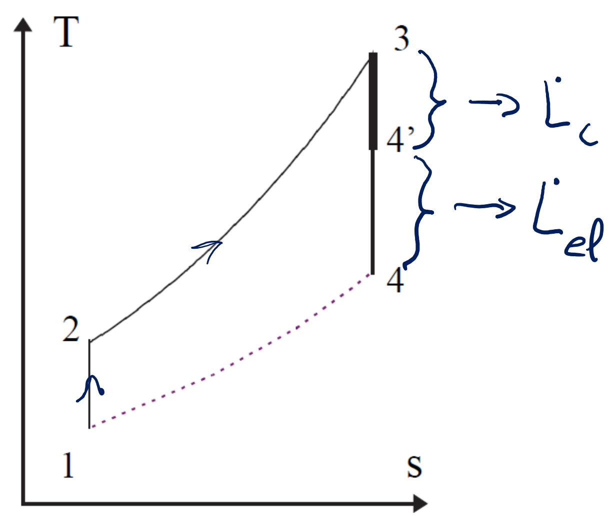


## Applicazioni (ciclo aperto)

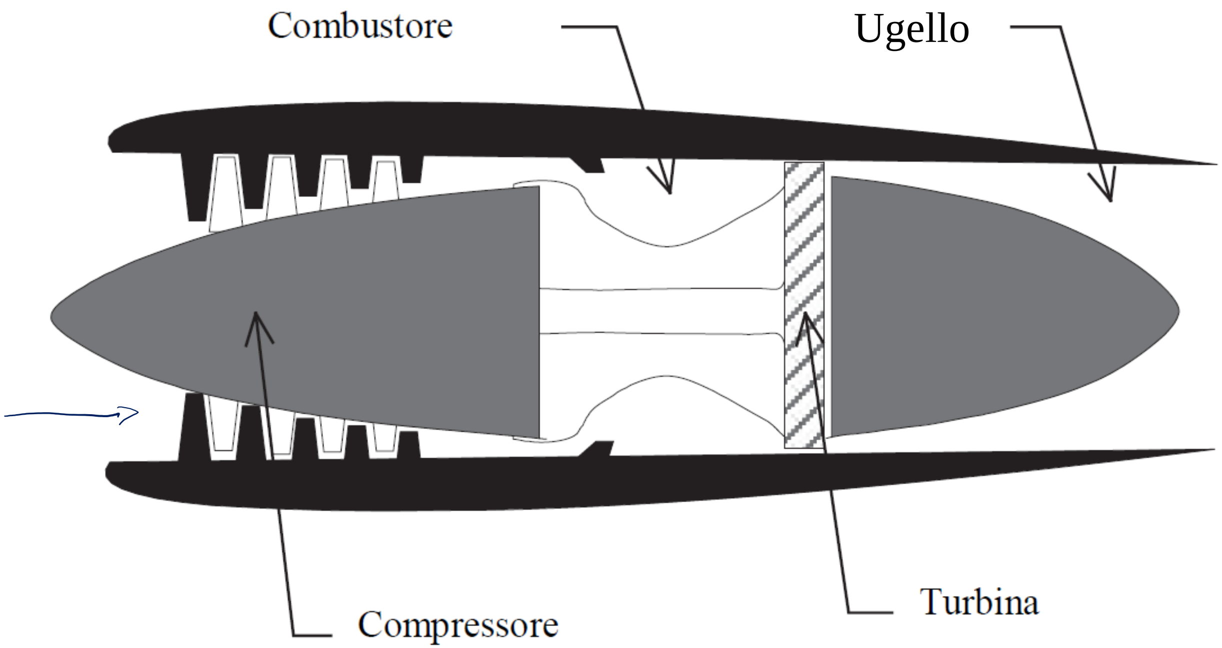
### Turboelica

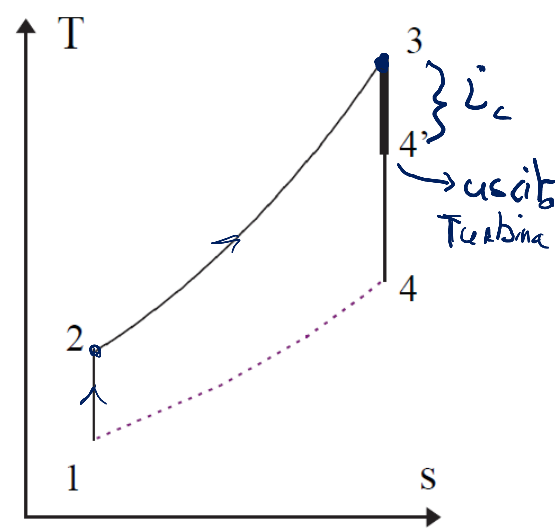


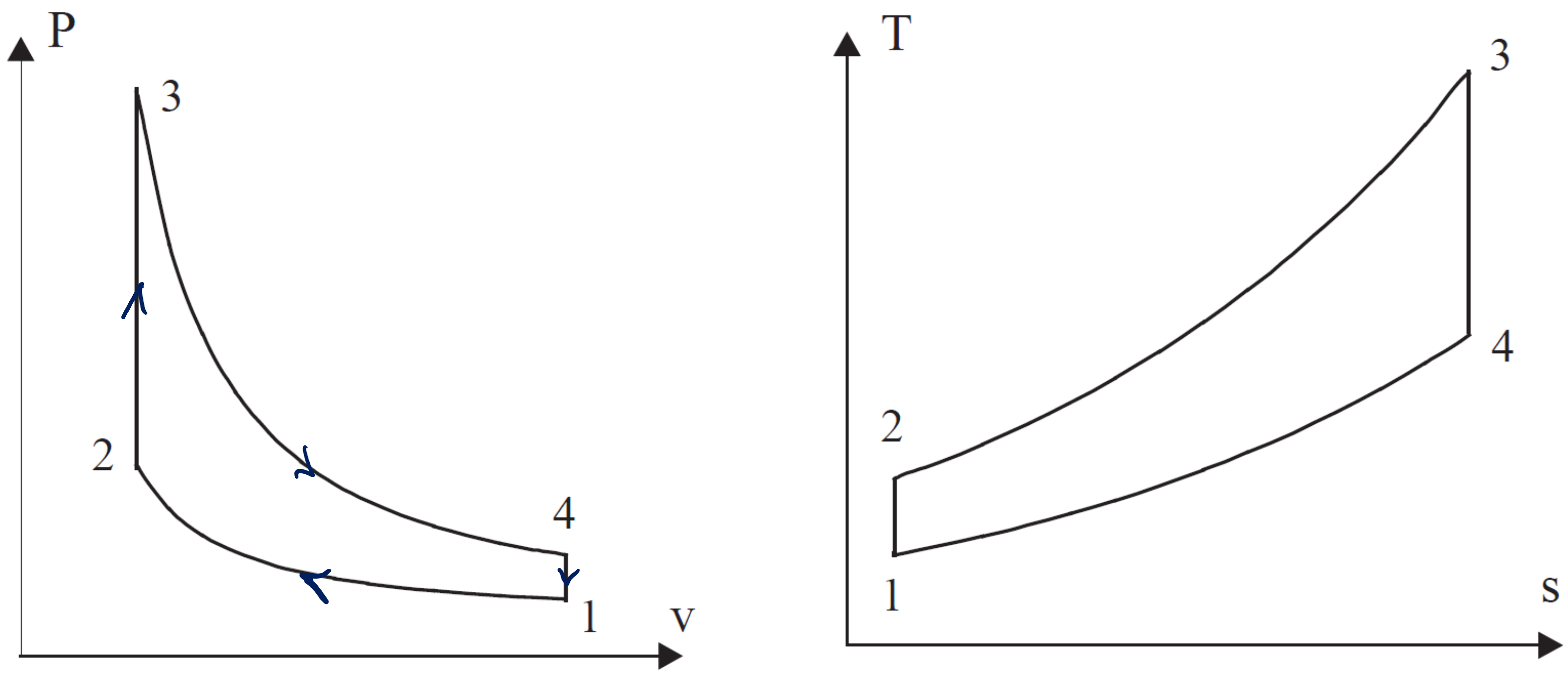
## Applicazioni (ciclo aperto)

### Turbogetto



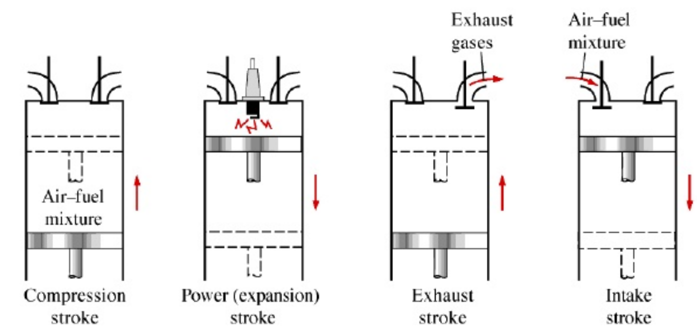
**Ciclo Otto: ciclo simmetrico costituito da due isoentropiche e due isocore**

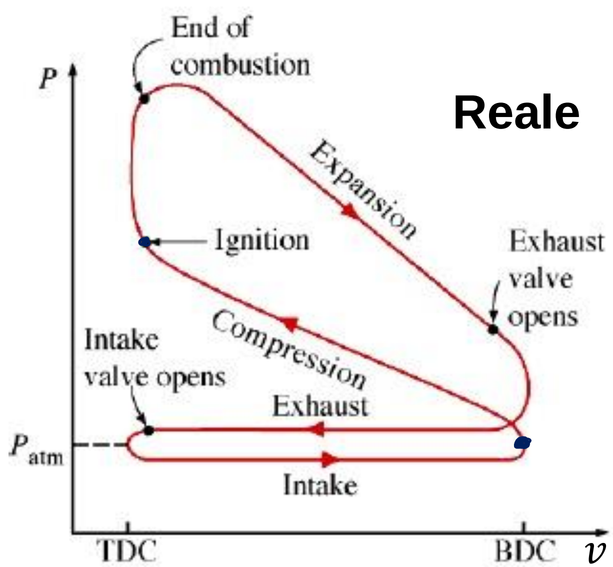


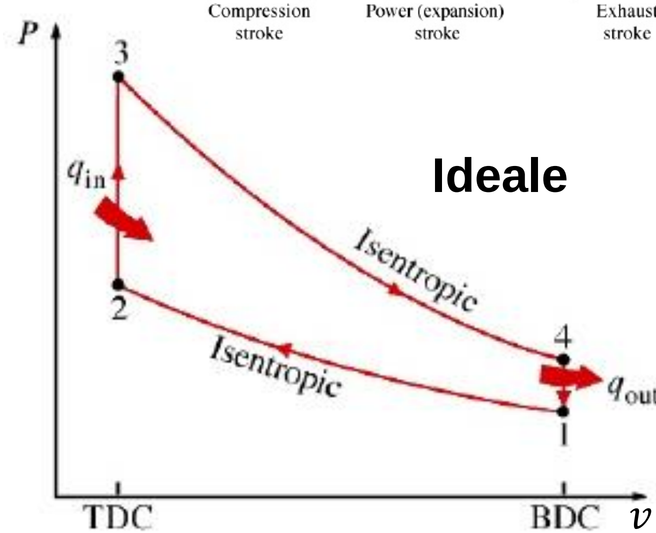
## Studio termodinamico del ciclo Otto

Il ciclo Otto **ideale** è costituito da quattro trasformazioni internamente reversibili:

1. compressione isoentropica;
2. adduzione di calore a volume costante;
3. espansione isoentropica;
4. sottrazione di calore a volume costante.



## Rendimento termodinamico del ciclo Otto (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)

Il calore addotto, considerando una trasformazione isocora, vale:

$$q_C = u_3 - u_2$$

Ipotizzando costante il calore specifico nell'intervallo di temperatura si ha:

$$q_C = c_V(T_3 - T_2)$$

Analogamente l'espressione del calore sottratto vale:

$$q_F = u_4 - u_1 = c_V(T_4 - T_1)$$

Il rendimento termodinamico del ciclo vale:

$$\eta_{Otto} = \frac{q_c - q_F}{q_c} = 1 - \frac{q_F}{q_C} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} = \underbrace{1 - \frac{T_1}{T_2}}_{\text{IDEALE}}$$

**Rendimento termodinamico del ciclo Otto** **(gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)**

Inserendo il bilancio di entropia fra 1 e 2 per i gas perfetti:

$$\Delta s_{12} = c_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R^* \ln\frac{V_2}{V_1} = 0 \qquad \text{da cui} \qquad \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{c_V} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{R^*}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{R^*}{c_V}} = r_V^{\frac{R^*}{c_V}} = r_V^{k-1}$$

$$\eta_{Otto} = 1 - r_V^{1-k}$$

**$r_V$ è il rapporto di compressione volumetrico ($V_1/V_2$)** $= \frac{V_{MAX}}{V_{MIN}}$

**Lavoro specifico del ciclo Otto** (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)

$$l = c_V(T_3 - T_4) - c_V(T_2 - T_1)$$

$$l = c_V T_3\left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) - c_V T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$$

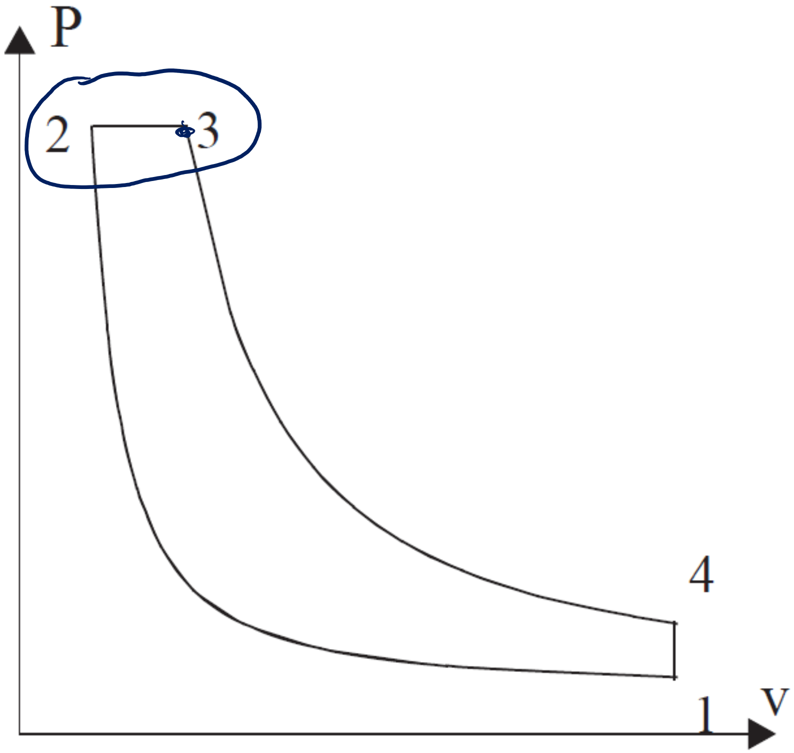
$$l = c_V T_3\left(1 - \frac{1}{r_V^{k-1}}\right) - c_V T_1\left(r_V^{k-1} - 1\right)$$

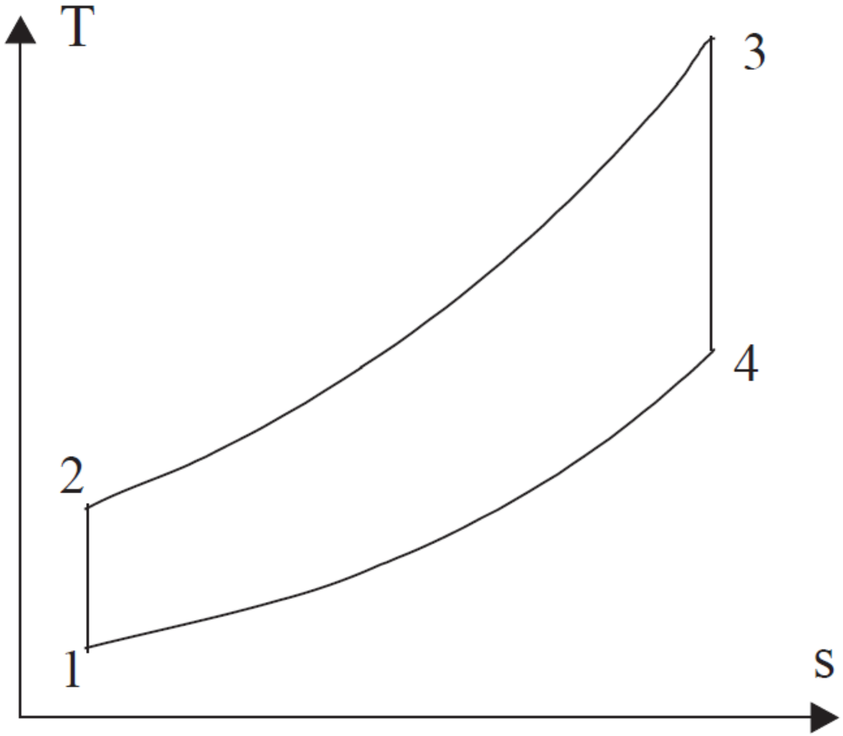
$$r_{V,opt} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{1}{2(k-1)}}$$

## Applicazioni

- Nel caso ideale il fluido è aria, nella pratica è una miscela aria-benzina
- $r_V$ ha valori compresi nell'intervallo 6-10 in quanto per valori superiori si raggiungono temperature durante la compressione 1-2 che possono innescare l'accensione spontanea e non voluta della miscela
- Applicazioni prevalentemente in campo automobilistico

**Ciclo Diesel: ciclo costituito da due isoentropiche, una isocora ed una isobara**



## Rendimento termodinamico del ciclo Diesel (gas perfetto, ciclo ideale simmetrico)

$$1-\frac{q_F}{q_C}$$

$$\eta_{Diesel}=\frac{L}{Q_C}=1-\frac{c_V(T_4-T_1)}{c_P(T_3-T_2)}=1-\frac{c_V T_1\left(\frac{T_4}{T_1}-1\right)}{c_P T_2\left(\frac{T_3}{T_2}-1\right)}$$

$$r=\frac{V_1}{V_2}=\frac{V_{MAX}}{V_{MIN}} \qquad z=\frac{V_3}{V_2}=\frac{V_{FINE\ COMBUSTIONE}}{V_{INIZIO\ COMBUSTIONE}}$$

$r$ è il rapporto di compressione volumetrico

$z$ è il rapporto di combustione

$$\eta_{Diesel}=1-\frac{1}{r^{k-1}}\frac{1}{k}\frac{(z^k-1)}{(z-1)}$$

## Vantaggi del motore Otto vs il motore Diesel

### 1. Maggiore leggerezza

Il motore Otto è, a parità di potenza, più leggero del motore diesel. Il maggiore peso del Diesel dipende principalmente dai maggiori rapporti di compressione necessari per portare la pressione e la temperatura dell'aria a valori sufficientemente elevati da fare auto-accendere il combustibile nel momento in cui viene iniettato nel cilindro. Il rapporto peso/potenza di un Diesel è circa il triplo di quello di un motore otto.

### 2. Maggiore frequenza di rotazione

Il motore Otto raggiunge frequenze di rotazione più elevate rispetto ad un motore diesel. Quest'ultimo infatti, sia per la maggiore lentezza con cui si svolge il processo di combustione e sia per le elevate masse degli organi in moto alterno, non può raggiungere regimi di rotazione elevati. Ciò comporta che i motori ad accensione per compressione (motori Diesel), come confermato dai dati sopra tabellati, abbiano potenze specifiche circa la metà di quelle dei motori ad accensione comandata (motori Otto) di caratteristiche equivalenti.

### 3. Minore rumorosità

I motori Diesel hanno una elevata "ruvidezza" di combustione che tende ad innescare vibrazioni nella struttura del motore rendendolo più rumoroso.

## Svantaggi del motore Otto vs il motore Diesel

### 1. Minor rendimento globale

Il motore Otto ha un minore rendimento globale rispetto al motore Diesel perché in quest'ultimo sono possibili, anzi auspicabili, rapporti di compressione circa il doppio di quelli tollerati dal motore Otto senza pericolo di fenomeni anomali di combustione (si ricordi che nel motore Diesel si comprime aria, mentre nel motore otto si comprime miscela carburata).

### 2. Brusco calo di rendimento al diminuire del carico

Nel motore Diesel, al diminuire del carico, il rendimento cala meno rapidamente, rispetto ad un analogo motore Otto. Ciò in conseguenza del sistema di regolazione viene adottato nel motore Diesel: esso permette di ridurre la potenza sviluppata dal motore aumentando progressivamente il rapporto aria/combustibile rendendo il motore particolarmente adatto per quelle applicazioni (propulsione stradale in traffico urbano) che richiedono al motore di funzionare spesso in condizioni di carico parziale.

### 3. Utilizzazione di combustibili più pregiati

Ne deriva che il motore Diesel trova un suo naturale campo di applicazione in tutti quei settori (potenze medie ed alte) in cui il costo di esercizio del motore risulta prevalente rispetto ai problemi di peso e ingombro (trasporti industriali su strada, mezzi agricoli, macchine per il movimento terra, mezzi ferroviari e stradali).

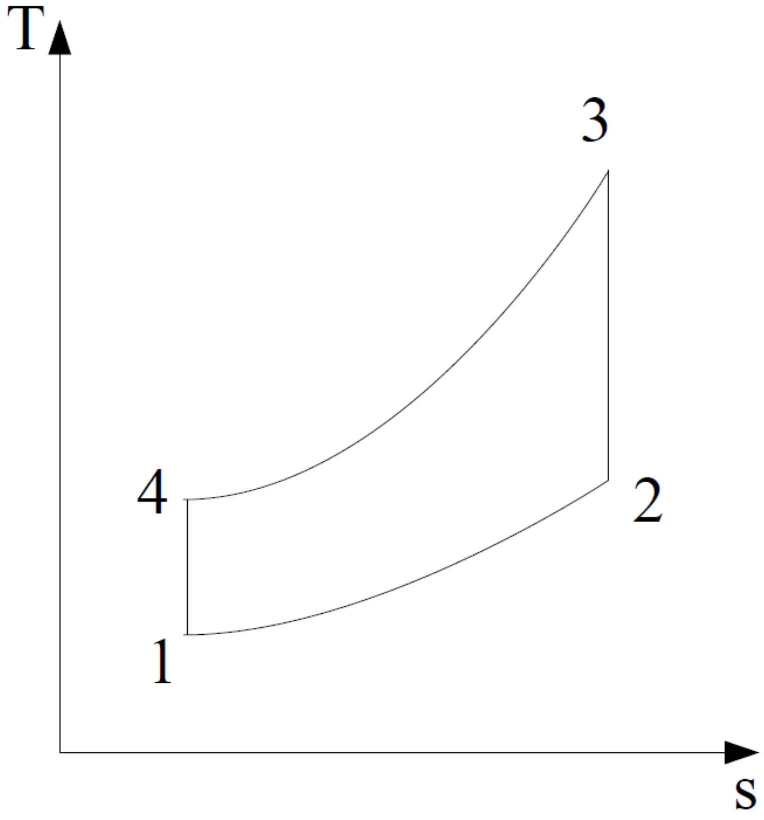
Per contro il motore Otto risulta particolarmente adatto a coprire il campo delle basse potenze, trovando impiego in tutte quelle applicazioni (mezzi di trasporto leggeri e impianti mobili di bassa potenza) dove i fattori: elevata potenza specifica, leggerezza, contenute dimensioni e dolcezza di funzionamento risultano prevalenti.

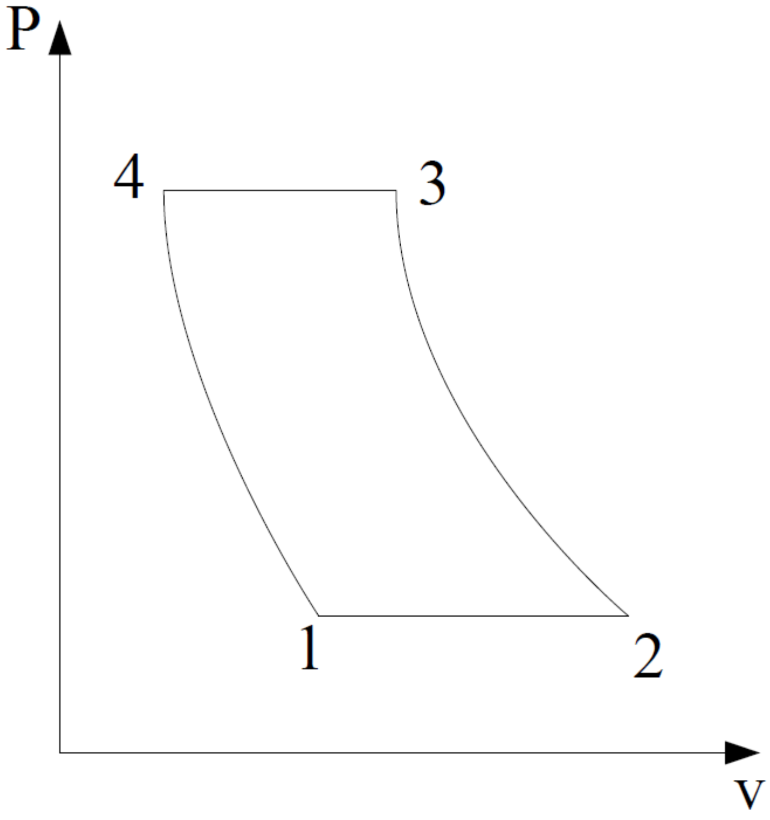
| *Tipo di motore* | $p_{me}$ [MPa] | $\eta_g$ [%] | [kW/dm³] | [kg/kW] |
|---|---|---|---|---|
| *Motocicli:* | | | | |
| Otto 2 tempi | 0,8÷1,2 | 25÷35 | 100÷200 | 0,8÷1,5 |
| Otto 4 tempi | 1÷1,6 | 35÷40 | 80÷120 | 1÷2 |
| *Gruppi mobili:* | | | | |
| Otto 2 tempi | 0,8÷1,2 | 30÷35 | 80÷120 | 1÷1,5 |
| Diesel 4 tempi | 1÷1,6 | 35÷42 | 30÷60 | 2÷4 |
| *Autovetture:* | | | | |
| Otto 4 tempi | 1,0÷2,0 | 35÷40 | 60÷120 | 1÷3 |
| Diesel 4 tempi | 1,0÷2,4 | 40÷45 | 40÷80 | 2÷4 |
| *Trasporto:* | | | | |
| Diesel 4 t. sovr. | 1,5÷2,5 | 45÷50 | 20÷35 | 4÷8 |
| *Media velocità:* * | | | | |
| Diesel 4 t. sovr. | 2,0÷2,6 | 45÷55 | 10÷30 | 8÷20 |
| *Motori lenti:* ** | | | | |
| Diesel 2 t. sovr. | 2,0÷2,8 | 50÷60 | 2÷6 | 40÷60 |

* Per appllicazioni marine, ferroviarie, impianti fissi.

** Per applicazioni marine e impianti fissi.

**Ciclo Joule-Brayton inverso: ciclo frigorifero simmetrico costituito da due isoentropiche e due isobare**



## Efficienza del ciclo

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C - \dot{Q}_F} \qquad \epsilon = \left(\frac{T_2 - T_1}{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}\right)$$

$$\epsilon = \frac{T_2}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_4 - T_1} = \left(\frac{1}{r_P^{\frac{k-1}{k}} - 1}\right)$$

**(solo per cicli simmetrici)**

- **alta efficienza quando $r_P \to 1$ però aumentano le dimensioni dell'impianto**
- **miglioramento ottenibile con l'impiego della rigenerazione**

## Ciclo Stirling

**ciclo simmetrico costituito da due isoterme e due isocore**

## Ciclo Ericsson

**ciclo simmetrico costituito da due isoterme e due isobare**

**Ciclo di Carnot**

ciclo simmetrico costituito da **due isoentropiche** e **due isoterme**

**Ciclo Joule-Brayton**

ciclo simmetrico costituito da **due isoentropiche** e **due isobare**

**Ciclo Joule-Brayton Inverso**

ciclo frigorifero simmetrico costituito da **due isoentropiche** e **due isobare**

**Ciclo Otto**

ciclo simmetrico costituito da **due isoentropiche** e **due isocore**

**Ciclo Diesel**

ciclo costituito da **due isoentropiche**, **una isocora** ed **una isobara**

**Ciclo Stirling**

ciclo simmetrico costituito da **due isoterme** e **due isocore**

**Ciclo Ericsson**

ciclo simmetrico costituito da **due isoterme** e **due isobare**