13/05/2020

E 1) 31/01/2019, E3

Dato il SD LTI a TD descritto da

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad d = 0$$

1) AS/S/I?

2) FdT $G(z)$?

3) Ragg? Oss?

4) primi 4 campioni della sua risposta a $u(k) = k+2$ con C.I. nulle usando $G(z)$

1) La matrice A ha 2 autovalori coincidenti in 0,5
cioè con modulo < 1 ⇒ sistema AS

2) $$G(z) = c(zI - A)^{-1} b + d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z-0,5 & -0,5 \\ 0 & z-0,5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{(z-0,5)^2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z-0,5 & 0,5 \\ 0 & z-0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{''} \begin{bmatrix} 0 & z-0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\cancel{z-0,5}}{(z-0,5)^{\cancel{2}}} = \frac{1}{z-0,5}$$

3) R&O non può essere

R?

$$M_R = [\,b \;\; Ab\,] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \underbrace{0{,}5} \end{bmatrix}$$ non sing. $\Rightarrow$ R $\Rightarrow$ non O

$$Ab = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Verifica:

$$M_O = [\,c' \;\; A'c'\,] = \begin{bmatrix} 0 & \cancel{0} \\ 1 & \end{bmatrix}$$ singolare $\Rightarrow$ non O

$$A'c' = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0{,}5 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

4) $G(z) = \dfrac{1}{z-0{,}5} = \dfrac{Y(z)}{U(z)}$

$$(z-0{,}5)\,Y(z) = U(z)$$

$$y(k+1) - 0{,}5\,y(k) = u(k) \Rightarrow y(k) = 0{,}5\,y(k-1) + u(k-1)$$

k	$u(k)$
0	2
1	3
2	4
3	5

$$y(0) = 0{,}5\,\cancel{y(-1)} + \cancel{u(-1)} = 0$$

0 perchè $u(k)=0$ per $k<0$

0 perchè cond. iniziali nulle

$$y(1) = 0{,}5\,y(0) + u(0) = 2$$

$$y(2) = 0{,}5 \cdot y(1) + u(1) = 0{,}5 \cdot 2 + 3 = 4$$

$$y(3) = 0{,}5\,y(2) + u(2) = 0{,}5 \cdot 4 + 4 = 6$$

$\square$

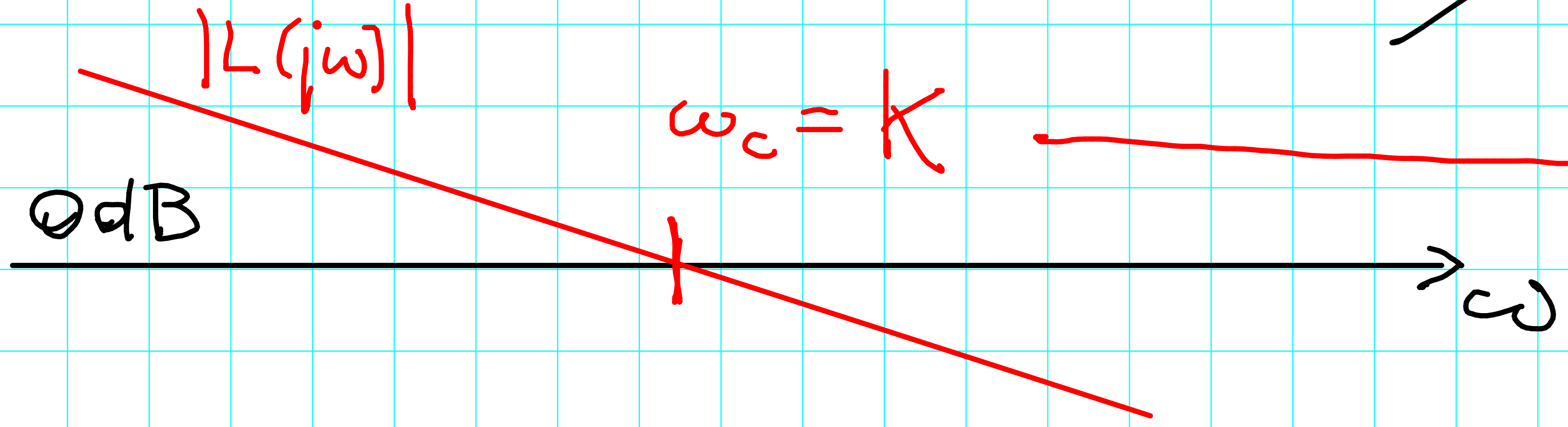
E2) 31/01/2019, E4

Dato il sistema di controllo in retroazione a TC con

$$P(s) = \frac{e^{-0,1s}}{1+s} \qquad R(s) = K\,\frac{1+s}{s} \qquad (K>0)$$

1) determinare K in modo che $\varphi_m = 45°$ e calcolare ω_c;
2) scegliere T_s per la realizzazione digitale di $R(s)$ in modo che $\omega_s \geq 20\,\omega_c$ e che l'attenuazione introdotta da $L(j\omega)$ alla f. di Nyquist sia di almeno 40 dB;
3) scrivere la legge di controllo a TD usando il metodo di Eulero esplicito.

1) $L(s) = R(s)P(s) = K\frac{\cancel{1+s}}{s}\,\frac{e^{-0,1s}}{\cancel{1+s}} = \frac{K}{s}e^{-0,1s}$

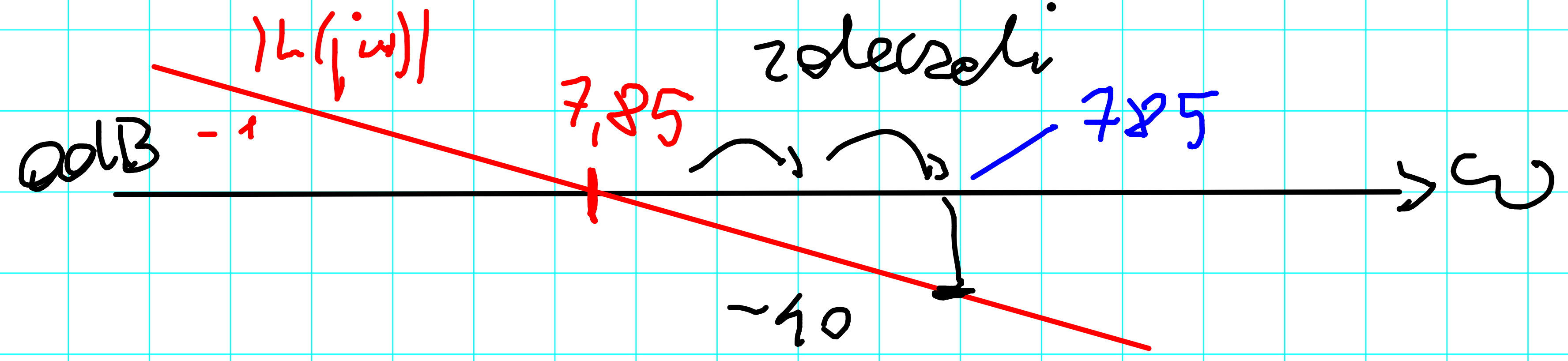


$$\varphi_c = \angle^\circ L(j\omega_c) = \underset{g=1}{-90^\circ} - \underbrace{\underset{RIT}{\omega_c \cdot 0,1}}_{RAD} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$\varphi_m = 45^\circ \Rightarrow K\; 0,1 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 45^\circ \Rightarrow K = \frac{45^\circ\,\pi}{180}\,\frac{1}{0,1} = 7,85 = \omega_c$$

2) $\omega_s \geq 20\,\omega_c \Rightarrow \dfrac{2\pi}{T_s} \geq 20 \cdot 7{,}85 \Rightarrow T_s \leq \dfrac{2\pi}{20 \cdot 7{,}85} = 0{,}04$

$$|L(j\omega_N)|_{dB} < -40$$



$$\omega_N \geq 785 \Rightarrow \frac{2\pi}{T_s} \geq 2 \cdot 785$$

$$T_s \leq \frac{\pi}{785} = 0{,}004$$

Scelgo $T_s = 0{,}004$

3) $$R^*(z) = R\left(\frac{z-1}{T_s}\right) = 7{,}85\,\frac{1+\frac{z-1}{0{,}004}}{\frac{z-1}{0{,}004}} =$$

$$= 7{,}85\,\frac{z-0{,}996}{z-1} = \frac{7{,}85z-7{,}82}{z-1} = \frac{U(z)}{E(z)}$$

Quindi

$$(z-1)\,U(z) = (7{,}85z-7{,}82)\,E(z)$$

$$u(k+1)-u(k) = 7{,}85\,e(k+1)-7{,}82\,e(k)$$

$$u(k) = \underbrace{u(k-1)}_{\substack{\text{integratore} \\ \text{polo in } z=1}} + 7{,}85\,e(k) - 7{,}82\,e(k-1)$$

$\square$

E3) 10/07/2018, E4

Dato il loop a TC con

$$P(s) = \frac{5}{1+2s}$$

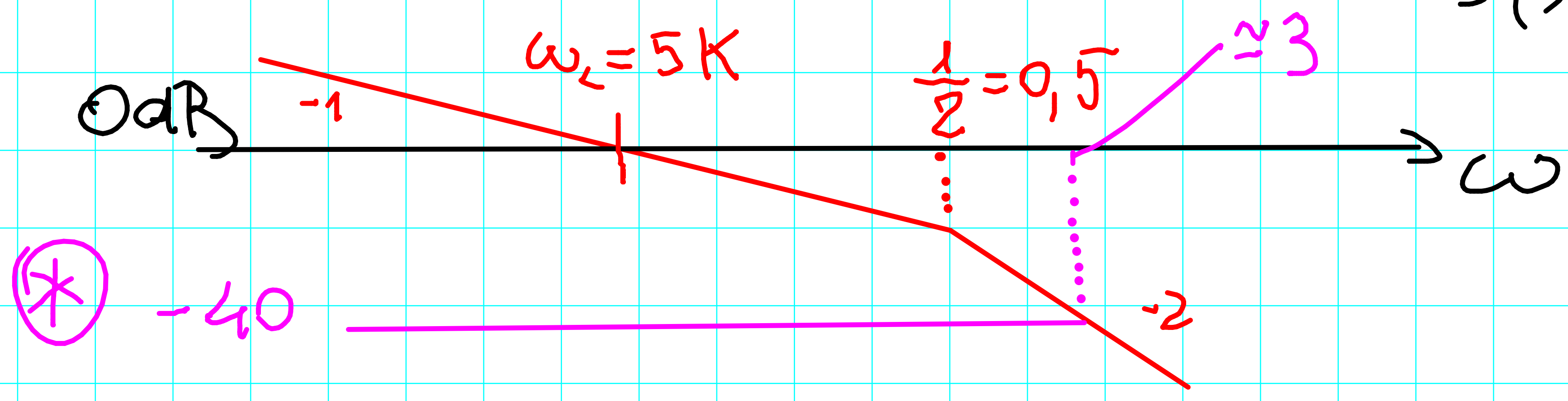
e $R(s)$ puramente integrale tale da produrre $\varphi_m = 60°$

1) ω_c ? (anche approx.)

2) T_s tale che $\omega_s \geq 30\,\omega_c$, $|L(j\omega_N)|_{dB} \leq -40$ e che, trascurando il ritardo di calcolo, φ_m non scenda sotto i $50°$

3) $u(k) = \dots$ usando Tustin

1) $R(s) = K/s \Rightarrow L(s) = \dfrac{5K}{s(1+2s)}$



$\omega_c = 5K$

$\varphi_c = -90° - \text{arctg}°(2 \cdot 5K)$

$\varphi_m = 60° \Rightarrow \text{arctg}°(10K) = 30° \Rightarrow K = \frac{1}{10} \text{tg}\, 30° \simeq 0{,}058$

$\omega_c \simeq 5K \simeq 0{,}29$

DBM asintotico

2) $\omega_s \geq 30\,\omega_c \Rightarrow \frac{2\pi}{T_s} \geq 30 \cdot 0{,}29 \Rightarrow T_s \leq 0{,}72$

(*) $|L(j\omega)|_{dB} \leq -40$ per $\omega \geq 3 \Rightarrow \omega_s = 2 \cdot 3 = 6$

$\Rightarrow \frac{2\pi}{T_s} \leq 6 \quad T_s \leq \sim 1$

RAD

0,29

$\frac{1}{2}\omega_c T_s \leq 10° \cdot \frac{\pi}{180°} \dots \Rightarrow T_s \leq 1{,}2$

S&H
uno int.
calcolo (se uno $\frac{3}{2}$)

avevo 60° a TC
devo stare sopra 50° a TD

Vincolo + restr. $T_s \leq 0{,}72$ Scelgo $T_s = 0{,}5$

3) $$R^*(z) = R\left(\frac{2}{T_s}\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{U(z)}{E(z)}$$

TUSTIN

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0{,}058}{\frac{2}{0{,}5}\frac{z-1}{z+1}} = 0{,}0145\,\frac{z+1}{z-1}$$

$$(z-1)\,U(z) = 0{,}0145\,(z+1)\,E(z)$$

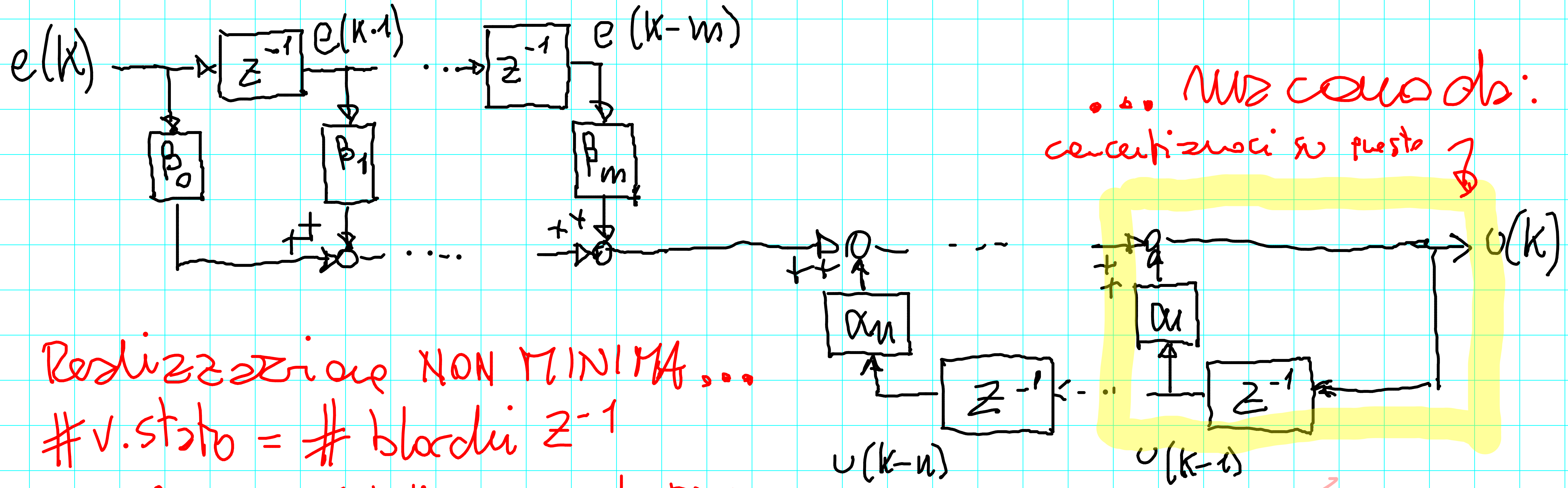
$$u(k) = u(k-1) + 0{,}0145\,\big(e(k) + e(k-1)\big)$$

$\square$

TIPICA STRUTTURA DI UN REGOLATORE LTI a TD per l'implementazione

$$u(k) = \underbrace{\alpha_1 u(k-1) + \alpha_2 u(k-2) \dots + \alpha_n u(k-n)}_{} + \underbrace{\beta_0 e(k) + \beta_1 e(k-1) \dots + \beta_m e(k-m)}_{}$$

m ritardi unitari



… ma comodo: concentriamoci su questo

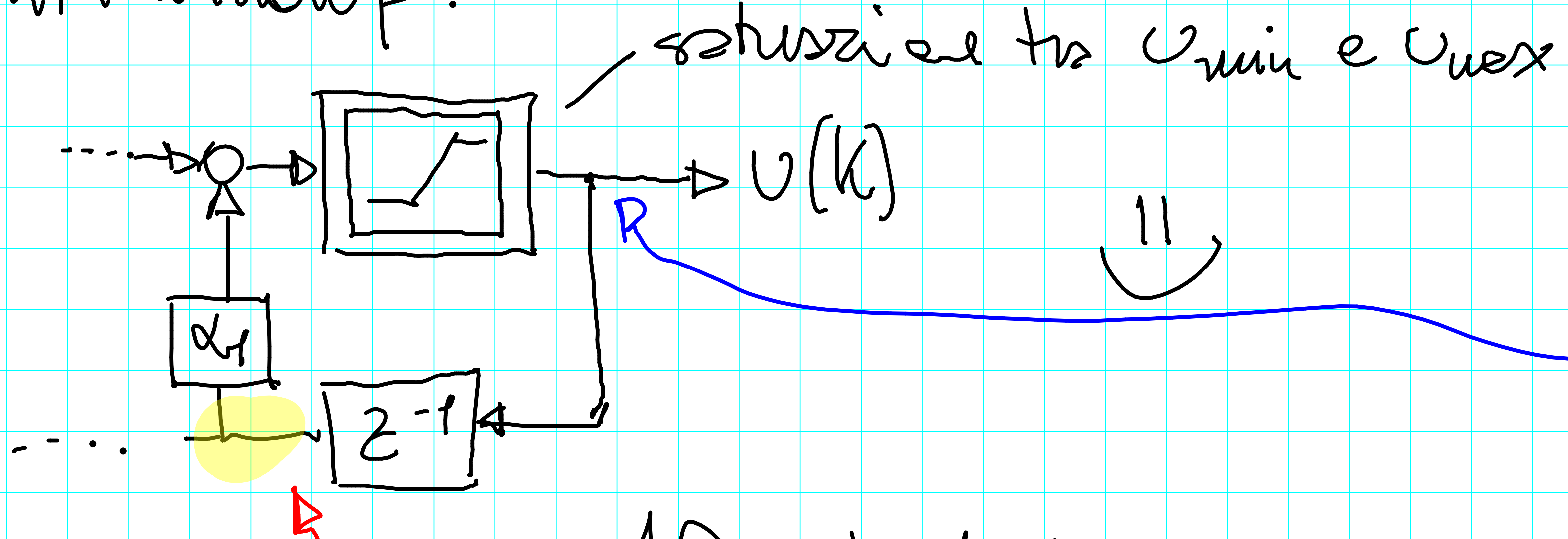
n ritardi unitari

Realizzazione NON MINIMA…

$\#$ v. stato $= \#$ blocchi z^{-1}

$= n + m$ (stati $=$ u passate ED e passate)

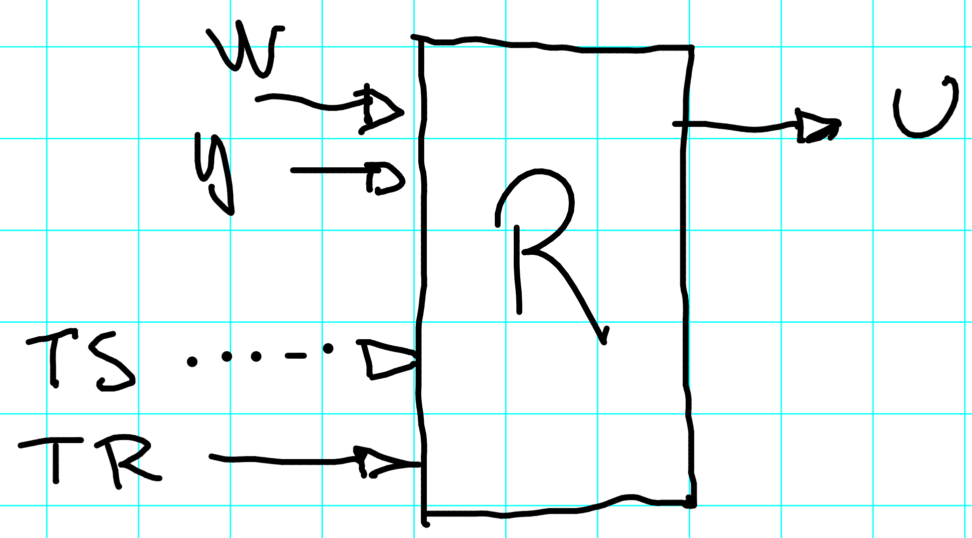
Anti windup :



No windup perchè viene ricordato ciò che si è applicato

Per fare così mi occorre avere TRA le v. di stato le u passate
e questo richiede di avere anche i valori passati di e
$\Rightarrow$ real. non minima

Tracking:



TS (boolean): TRACK SWITCH

TR (real): TRACK REFERENCE

Quando TS = F

u viene calcolato dalla legge di controllo

Quando TS = T

u viene posto uguale a TR

ES TIPICO
TR = controllo manuale

E LO STATO DI R DEVE ADATTARSI COERENTEMENTE

Soluzione (che evidentemente richiede realizz. non minima)