



POLITECNICO
MILANO 1863

Esercitazione 05 - Sistemi aperti

Esercizio 02 ([link registrazione](#))

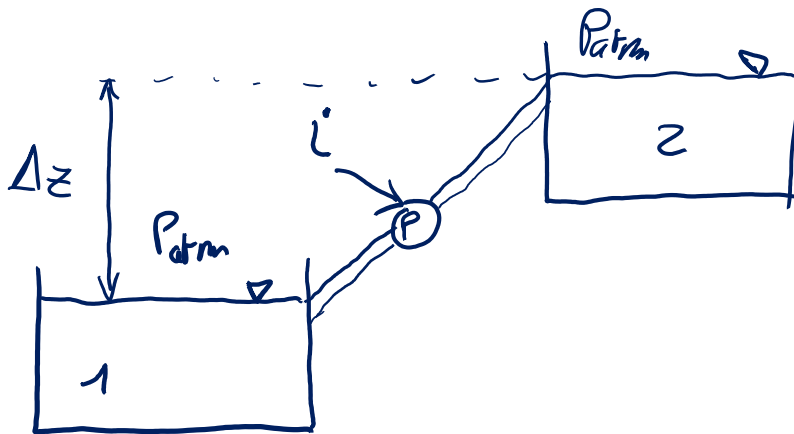
Corso di Fisica Tecnica
a.a. 2019-2020

Prof. Gaël R. Guédon
Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

Esercizio 02

5.2. [avanzato] Una pompa ha la funzione di portare acqua da un bacino inferiore ad uno superiore posto 30 m sopra il livello del primo, entrambi a pressione atmosferica, attraverso una condotta di diametro $d = 10$ cm e lunghezza $L = 60$ m. Calcolare la potenza che assorbe la pompa nell'ipotesi che le velocità sulla sezione di ingresso e di uscita della condotta siano trascurabili e che la pompa operi in regime stazionario con una portata pari a $50 \text{ m}^3/\text{h}$. Si analizzi il caso ideale in cui le perdite di carico siano trascurabili ed il caso reale, in cui vi siano perdite di carico distribuite. Sono dati inoltre la massa volumica dell'acqua $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ e la sua viscosità dinamica $\mu = 10^{-3} \text{ Pa s}$.

$$[\dot{L}_{ideale} = 4087.5 \text{ W}; \dot{L}_{reale} = 4285 \text{ W}]$$



PAT1:

$$\Delta z = z_2 - z_1 = 30 \text{ m}$$

$$L = 60 \text{ m}$$

$$d = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$\dot{V} = 50 \text{ m}^3/\text{h} = 0,01389 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{H_2O} = 10^{-3} \text{ Pa s}$$

$$\dot{L} = ?$$

CASO IDEALE:

$$\frac{dM}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \Rightarrow \dot{m}_{in} = \dot{m}_{out} = \dot{m}$$

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_{in} \left(h_{in} + g z_{in} + \frac{1}{2} w_{in}^2 \right) - \dot{m}_{out} \left(h_{out} + g z_{out} + \frac{1}{2} w_{out}^2 \right) + \dot{Q} - \dot{L}_e$$

$$\frac{dS}{dt} = \dot{S}_0 + \dot{m}_{in} s_{in} - \dot{m}_{out} s_{out} + \dot{S}_{irr}$$

Regime stazionario

Velocità trascurabile

Pompa \rightarrow adiabatica

Caso ideale (reversibile)

$$\dot{m} (h_{in} - h_{out} + g(z_{in} - z_{out})) - \dot{L}_e^{\rightarrow} = 0 \quad \underline{\dot{m} = \text{cost}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{m} (s_{in} - s_{out}) = 0 \Rightarrow s_{in} = s_{out} \end{array} \right.$$

Acqua liq. perfetto $\Delta h = c \Delta T + v \Delta P$

$$\Delta s = c \ln \frac{T_{out}}{T_{in}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta s = 0 \Rightarrow T_{out} = T_{in} \Rightarrow \Delta T = 0 \\ \text{Hyp: } P_{in} = P_{out} = P_{atm} \Rightarrow \Delta P = 0 \end{array} \right\} \Delta h = 0$$

$$\Rightarrow \dot{L}_e^{\rightarrow} = \dot{m} g (z_{in} - z_{out})$$

Esercizio 02

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = 13,89 \text{ kg/s}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$z_{in} - z_{out} = -\Delta z = -30 \text{ m}$$

$$\dot{L}_e^{\rightarrow} = -13,89 \times 9,81 \times 30 = -4087,8 \text{ W}$$

$$\dot{L}_p = -\dot{L}_e^{\rightarrow} = 4087,8 \text{ W} \quad (\text{IDEALE})$$

CASO REALE: ($\dot{S}_{irr} > 0$)

$$0 = \dot{m} \left(\underbrace{h_{in} - h_{out}}_{\text{Hyp. trascurabile}} + g(z_{in} - z_{out}) \right) - \dot{L}_e^{\rightarrow} + \dot{L}_{\Delta p}$$

Hyp. trascurabile

$L > < 0$ pozzo

(sorgente negativa)

$$\dot{L}_{p, \text{REALE}} = \dot{m} g (z_{out} - z_{in}) - \dot{L}_{\Delta p}$$

$$\dot{L}_{\Delta p} = -f \frac{L}{D} \rho \frac{w^2}{2} \dot{V}$$

Esercizio 02

$$\dot{L}_{P,REALE} = \dot{L}_{P,IDEALE} + \dot{V} f \frac{L}{D} \rho \frac{w^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \cdot \quad w \rightarrow \quad \dot{m} &= \rho \Omega w & \rho &= 1000 \text{ kg/m}^3 \\ & & \Omega &= \pi \frac{d^2}{4} = 0,007854 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow w = \frac{\dot{m}}{\rho \Omega} = 1,77 \text{ m/s}$$

$$\cdot \quad f \rightarrow \quad Re = \frac{\rho w d}{\mu} = \frac{1000 \times 1,77 \times 0,1}{0,001} = 176839$$

$Re > 2000 \Rightarrow$ Regime turbolento

$$f = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} = 0,0154$$

$$\dot{V} \rho \frac{L}{8} \frac{\omega^2}{2} = 197,2 \text{ W}$$

$$\Rightarrow \dot{L}_{p, \text{REALE}} = 4285 \text{ W}$$