9. Trasmissione del calore: convezione.

9.1. *[base]* Determinare il numero di Nusselt relativo allo scambio convettivo tra una sfera di acciaio di diametro D = 10 cm e temperatura superficiale costante T_S = 100 °C immersa in acqua a temperatura T_{inf} = 20 °C. La sfera cede all’acqua una potenza termica pari a 150 W.

Sono noti: k_{acc} = 15 W/mK, ρ_{acc} = 7800 kg/m^3, c_{acc} = 1 kJ/kgK, k_{H2O} = 0.3 W/mK, ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3, c_{H2O} = 4.2 kJ/kgK, μ_{H2O} = 0.0009 Ns/m^2.

[$\boldsymbol{Nu = 19.9}$]

9.2. *[base]* Determinare il coefficiente di scambio termico convettivo sulla superficie interna di un condotto a sezione circolare con la relazione di Dittus-Boelter: $Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.3}$. Sono note le seguenti grandezze: portata massica di fluido $\dot{m}$ = 2 kg/s, diametro del condotto D = 3 cm, massa volumica del fluido ρ = 900 kg/m^3, viscosità dinamica del fluido μ = 0.002 Ns/m^2, Pr = 12.7, conduttività termica del fluido k = 0.3 W/mK.

[$\boldsymbol{h = 2483.7\ W/m^2K}$]

9.3. *[intermedio]* Dell’olio lubrificante alla temperatura di 60 °C scorre alla velocità di 2 m/s su di una piastra lunga 5 m. La piastra è mantenuta alla temperatura di 20 °C. Sapendo che, per flusso su lastra piana, valgono le seguenti correlazioni:

$Nu = 0.664 \cdot Re^{0.5} \cdot Pr^{1/3}$ moto laminare;
$Nu = 0.037 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{1/3}$ moto turbolento;

Determinare la potenza termica scambiata per unità di larghezza con l’intera piastra, note le proprietà termofisiche dell’olio: ρ = 876 kg/m^3, k = 0.144 W/mK, Pr = 2870, ν = 242·10^{-6} m^2/s. Si ricorda che nel caso di lastra piana il numero di Reynolds critico è pari a 3.5·10^5.

[$\boldsymbol{\dot{Q}/L = 11048\, W/m}$]

9.4. *[intermedio]* Un fluido scorre in un tubo a sezione circolare di lunghezza 10 m e diametro interno 25 mm. Sono noti:

- La portata massica: $\dot{m}$ = 3 kg/min;
- La massa volumica del fluido: ρ = 866 kg/m^3;
- Il calore specifico del fluido: c = 2.035 kJ/kgK;
- La viscosità dinamica del fluido: μ = 0.0836 Ns/m^2;
- La conduttività termica del fluido: k = 0.141 W/mK.

Determinare il coefficiente convettivo sapendo che valgono le seguenti relazioni:

$Nu = 3.66$ moto laminare (Re $\leq$ 2000)
$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.3}$ moto turbolento (Re $\geq$ 4000)

Determinare *h* nel caso in cui la portata massica valga 3000 kg/min ed il diametro interno sia di 5 cm.

$[\boldsymbol{h_1 = 20.6\ W/m^2K}$; $\boldsymbol{h_2 = 1209\ W/m^2K}]$

9.5. *[intermedio]* Si consideri una lastra piana sottile di superficie 0.6×0.6 m^2 in un ambiente a 30 °C. Una superficie della piastra è mantenuta a 90 °C mentre l'altra è isolata. Si determini la potenza termica trasmessa nel caso di lastra verticale e nel caso di lastra orizzontale con superficie calda rivolta verso l'alto. Per la valutazione del coefficiente convettivo, nel caso di lastra verticale, si utilizzino le seguenti correlazioni:

$Nu = 0.59 \cdot Ra^{1/4}$ moto laminare (Ra = $10^4 \div 10^9$)
$Nu = 0.1 \cdot Ra^{1/3}$ moto turbolento (Ra = $10^9 \div 10^{13}$)

Per la valutazione del coefficiente convettivo, nel caso di lastra orizzontale, si utilizzino le seguenti correlazioni:

$Nu = 0.54 \cdot Ra^{1/4}$ moto laminare (Ra = $10^4 \div 10^7$)
$Nu = 0.15 \cdot Ra^{1/3}$ moto turbolento (Ra = $10^7 \div 10^{11}$)

$[\boldsymbol{\dot{Q}_1 = 98.7\ W}$; $\boldsymbol{\dot{Q}_2 = 138.2\ W}]$

9.6. *[avanzato]* Per misurare la velocità di una corrente d'aria viene impiegata una "sonda a filo caldo". Il sistema è schematizzabile come un cilindro di lunghezza indefinita disposto perpendicolarmente al flusso d'aria. Il cilindro, realizzato in rame e di diametro pari a 0.5 mm, è riscaldato elettricamente da una potenza per unità di lunghezza pari a 50 W/m, e la sua temperatura superficiale è di T_F = 150°C. La temperatura dell'aria è pari a T_A = 15°C. Si richiede di:

a. Scrivere l'equazione di bilancio energetico e ricavare il coefficiente di scambio termico convettivo tra l'aria e la superficie del cilindro.
b. Determinare l'espressione analitica che esprime la distribuzione di temperatura nella sezione del cilindro in funzione del suo raggio.
c. Determinare dove la temperatura del cilindro è massima e il suo valore numerico.
d. Determinare la velocità dell'aria, considerando un meccanismo di convezione forzata per la quale valga la seguente correlazione:

$$Nu = 0.683 \cdot {Re_D}^{0.4663} \cdot Pr^{0.33}$$

Proprietà termofisiche aria:

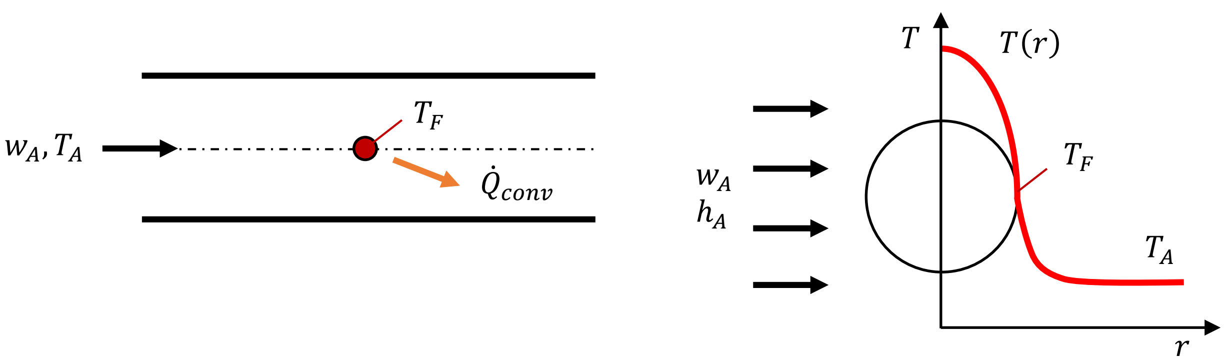
- Conduttività termica $k_A = 0.026$ W/mK
- Calore specifico $c_{p,A} = 1007.4$ J/kgK
- Densità $\rho_A = 1.2$ kg/m^3
- Viscosità $\mu_A = 19.05 \cdot 10^{-6}$ kg/ms

Proprietà termofisiche rame:
Conduttività termica $k_{Cu} = 390$ W/mK

Soluzione

Di seguito sono riportate le ipotesi che si possono adottare:

- la potenza elettrica viene convertita interamente in potenza termica generata internamente al filo caldo in modo uniforme $\sigma = 50\ W/m =$ costante;
- la distribuzione di temperatura è monodimensionale lungo il raggio del cilindro;
- il problema può essere considerato per unità di lunghezza del filo caldo;
- la potenza generata viene interamente dissipata per convezione con l'aria;
- il fenomeno è stazionario.



a) Bilancio energetico sul filo caldo:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} = \dot{Q}_{conv}^{\leftarrow} + \dot{Q}_{gen} = 0$$

Non si accumula energia nel tempo e la potenza generata viene dissipata interamente per convezione con l'aria.

La legge di Newton ci fornisce l'espressione dello scambio convettivo (nota: la potenza è entrante se la temperatura dell'aria è maggiore di quella della superficie del filo caldo)

$$\dot{Q}_{conv}^{\leftarrow} = hS(T_A - T_F)$$

La superficie di scambio del filo caldo è la superficie del cilindro di lunghezza L e diametro D:

$$S = \pi D L$$

La generazione interna di potenza è dato dal prodotto tra la generazione interna per unità di volume, σ, e il volume del filo caldo

$$\dot{Q}_{gen} = \sigma V = \sigma \pi R^2 L$$

Il valore fornito corrisponde a

$$\frac{\dot{Q}_{gen}}{L} = \sigma \pi R^2 = 50 \ W/m$$

Nota: il valore di σ è

$$\sigma = 2.5465 \cdot 10^8 \ \ W/m^3$$

Quindi abbiamo

$$h\pi DL(T_A - T_F) + \sigma \pi R^2 L = 0$$

$$h = \frac{\sigma \pi R^2}{\pi D(T_F - T_A)} = \frac{50}{\pi \cdot 0.0005(150 - 15)} = 235.8 \ W/m^2 K$$

b) L'equazione generale della conduzione, che esprime la distribuzione della temperatura in un corpo omogeneo ed isotropo è la seguente

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = k\nabla^2 T + \sigma$$

Considerando il problema di conduzione monodimensionale e stazionaria in un corpo cilindrico, l'equazione si semplifica e diventa

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\sigma}{k} = 0$$

Integrando otteniamo l'espressione della distribuzione di temperatura

$$T = -\frac{\sigma}{4k} r^2 + C \ln r + D$$

Le costanti C e D si determinano in funzione delle condizioni al contorno.
Al centro del cilindro abbiamo una condizione di simmetria (flusso termico in direzione normale (radiale) nullo) mentre sulla superficie esterna la temperatura è imposta (dato del problema).
Otteniamo quindi

$$\begin{cases} r = 0 \\ \dfrac{dT}{dr} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} r = R \\ T = T_F \end{cases} \qquad \begin{cases} C = 0 \\ D = T_F + \dfrac{\sigma}{4k} R^2 \end{cases}$$

$$T = \frac{\sigma}{4k}(R^2 - r^2) + T_F$$

c) La temperatura è massima al centro del filo caldo ($r = 0$)

$$T_{max} = \frac{2.5465 \cdot 10^8}{4 \cdot 390} 0.00025^2 + 150 = 150.01 \ °C$$

d) La velocità dell'aria è calcolabile dal numero di Reynolds che a sua volta è calcolabile dalla correlazione tra Nu, Re_D e Pr

Iniziamo con il calcolo dei numeri adimensionali conosciuti:

$$Nu = \frac{hD}{k_A} = \frac{235.8 \cdot 0.0005}{0.026} = 4.53$$

$$Pr = \frac{\mu_A c_{P,A}}{k_A} = \frac{19.05 \cdot 10^{-6} \cdot 1007.4}{0.026} = 0.74$$

Il numero di Reynolds è dato da

$$Re_D = \left(\frac{Nu}{0.683 \cdot Pr^{0.33}}\right)^{1/0.4663} = 71.56$$

Infine

$$w_A = Re_D \frac{\mu_A}{\rho_A D} = 71.56 \cdot \frac{19.05 \cdot 10^{-6}}{1.2 \cdot 0.0005} = 2.27 \ m/s$$