



**POLITECNICO**  
MILANO 1863

## Esercitazione 02 - Trasformazioni

*Esercizio 04* ([link registrazione](#))

**Corso di Fisica Tecnica**  
**a.a. 2019-2020**

***Prof. Gaël R. Guédon***  
Dipartimento di Energia, Politecnico di Milano

## E02: Trasformazioni

### Esercizio 04

Questo esercizio è pieno di "trappole". Per prima cosa l'anidride carbonica è un gas poliatomico lineare, quindi si comporta come un gas biatomico ! Un secondo trabocchetto è che la seconda domanda, per come è scritta, non mostra il fatto che la trasformazione sia scomponibile in due trasformazioni separate, una isobara e una a volume costante (si capisce meglio con i grafici nelle slide più avanti)

- 2.4. [avanzato] Una massa di anidride carbonica ( $\text{CO}_2$ ) è contenuta all'interno di un cilindro chiuso da un pistone, entrambi adiabatici. La pressione, il volume e la temperatura del gas sono inizialmente  $P_1 = 1 \text{ bar}$ ,  $V_1 = 3 \text{ dm}^3$ ,  $T_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ . Il pistone viene caricato improvvisamente con un peso che fa scendere <sup>trasformazione irreversibile</sup> istantaneamente il pistone comprimendo, con una trasformazione non quasi-statica, il gas fino ad una pressione  $P_2 = 14.9 \text{ bar}$  e un volume  $V_2 = 1 \text{ dm}^3$ . Determinare le variazioni di energia interna, entalpia, entropia del gas a seguito della compressione. Lo stesso gas viene in seguito messo in contatto con un serbatoio di calore a temperatura  $T_s = 1700 \text{ }^\circ\text{C}$  e si riscalda fino a portarsi in equilibrio con il serbatoio. Sapendo che la corsa del pistone viene limitata superiormente da un fermo ( $V_{\text{max}} = 1.2 \text{ dm}^3$ ), determinare temperatura, volume, pressione del gas nello stato finale e calore e lavoro scambiati durante la trasformazione.

$$[\Delta U_{12} = 2980 \text{ J}; \Delta H_{12} = 4171 \text{ J}; \Delta S_{12} = 2.88 \text{ J/K}; T_3 = 1973.15 \text{ K}; \\ V_3 = 1.2 \text{ dm}^3; P_3 = 16.16 \text{ bar}; L_{23}^{\rightarrow} = 298 \text{ J}; Q_{23}^{\leftarrow} = 1421 \text{ J}]$$

La prima trasformazione (prima domanda) è facile, abbiamo le grandezze iniziali e finali e sono sufficienti per determinare le tre variazioni richieste.

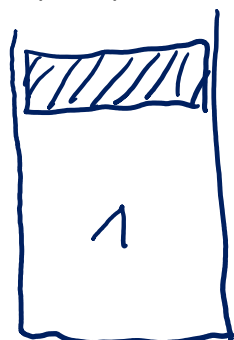
La secondatrasformazione (seconda domanda) è difficile perchè nel testo è descritto un caso reale e sta a noi schematizzarlo in modo da poterlo studiare.

# E02: Trasformazioni

## Esercizio 04

3

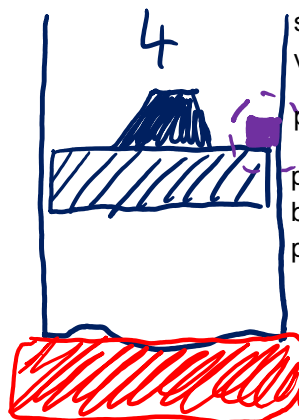
Il primo passo è sempre lo schema:



cilindro pistone, stato iniziale,  
o stato 1



stato finale della prima domanda  
o stato 2



stato finale della seconda domanda o stato 4 (non parliamo  
volutamente dello stato 3, capiremo più avanti)

perno che blocca il pistone.

pistone si muove nuovamente a causa dell'espansione ma si  
blocca al pistone. La pressione del gas cresce finché il gas e la  
piastra non sono in equilibrio termico

serbatoio di calore (1700 gradi)

①

$$T_1 = 30^\circ\text{C} = 303,15\text{ K}$$

$$P_1 = 1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$$

$$V_1 = 3\text{ dm}^3 = 0,003\text{ m}^3$$

$$\textcircled{4} V_4 = 1,2\text{ dm}^3 = 0,0012\text{ m}^3$$

$$T_4 = T_s = 1700^\circ\text{C} = 1973,15\text{ K}$$

②

$$T_2 = ?$$

$$P_2 = 14,9\text{ bar} = 14,9 \times 10^5\text{ Pa}$$

$$V_2 = 1\text{ dm}^3 = 0,001\text{ m}^3$$

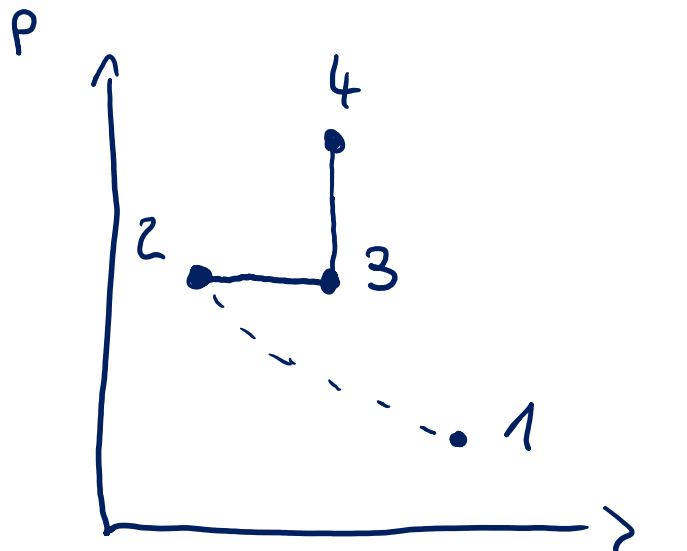
$$P_4 = ?$$

# E02: Trasformazioni

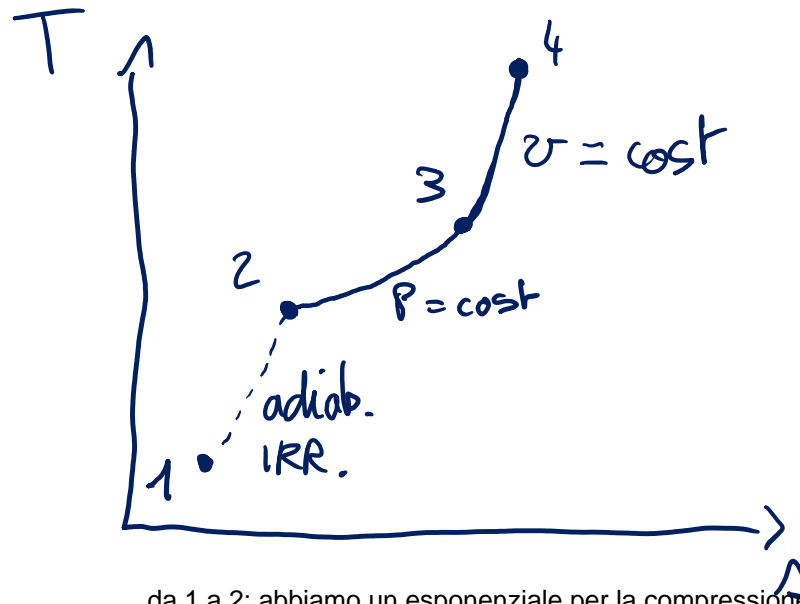
## Esercizio 04

Rappresentiamo le trasformazioni nei diagrammi P-v e T-s.

4



da 1 a 2: compressione irreversibile e adiabatica, che è rappresentata da un'iperbolica. essendo irreversibile non è rappresentabile (facciamo un'iperbole tratteggiata)  
da 2 a 3: Scaldando la CO<sub>2</sub> la pressione rimane la stessa (il peso applica una pressione costante), ma il volume aumenta, finché il pistone non incontra il perno (stato 3)  
da 3 a 4: il gas è contenuto dal perno e quindi il volume è costante, mentre la pressione aumenta.



da 1 a 2: abbiamo un esponenziale per la compressione adiabatica irreversibile.  
da 2 a 3: abbiamo ancora un'altro esponenziale con pressione costante  
da 3 a 4: abbiamo un'altro esponenziale con volume costante

[l'esercitazione è finita ! per il continuo c'è un video extra-lezione dedicato !]

## Esercizio 04

$$M = \frac{P_1 V_1}{R^* T_1} = \frac{1 \times 10^5 \times 0,003}{\frac{8314}{44} \times 303,15} = 0,0052 \text{ kg}$$

$$\textcircled{2} \quad T_2 = \frac{P_2 V_2}{M R^*} \quad T_2 = \frac{14,9 \times 10^5 \times 0,001}{0,0052 \times \frac{8314}{44}} = 1516 \text{ K}$$

$$T_2 = 1243 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta U_{12} = M c_v (T_2 - T_1) = 0,0052 \times \frac{5}{2} \times \frac{8314}{44} (1516 - 303) = 2980 \text{ J}$$

$$\Delta H_{12} = M c_p (T_2 - T_1) = 0,0052 \times \frac{7}{2} \times \frac{8314}{44} (1516 - 303) = 4171 \text{ J}$$

$$\Delta S_{12} = M \left[ c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{P_2}{P_1} \right] = 0,0052 \left[ \frac{7}{2} \frac{8314}{44} \ln \left( \frac{1516}{303} \right) - \frac{8314}{44} \ln \left( \frac{14,9}{1} \right) \right]$$

$$\Delta S_{12} = 2,88 \text{ J/K}$$

↓ in K

## Esercizio 04

③ 2-3 trasf isobara fino a volume  $V_3 = 1,2 \text{ dm}^3$

$$P_3 = P_2 = 14,9 \text{ bar}$$

$$\text{EdS } T_3 = \frac{P_3 V_3}{MR^*}$$

$$\text{Eq. della trasf. } \frac{T}{V} = \text{cost}$$

$$\frac{T_3}{V_3} = \frac{T_2}{V_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_2} T_2$$

$$T_3 = \frac{0,0012}{0,001} 1516 = 1820 \text{ K} \rightarrow 1547^\circ\text{C}$$

$$\textcircled{4} \text{ EdS } P_4 = \frac{MR^* T_4}{V_4}$$

3-4 trasf isocora  $V_4 = V_3$

$$P_4 = \frac{0,0052 \frac{8314}{44} 1973}{0,0012} = 16,16 \text{ bar} = 16,16 \times 10^5 \text{ Pa}$$



## Esercizio 04

Per una generica trasf.  $Q^{\leftarrow} = M c_x (T_f - T_{in})$  e  $L^{\rightarrow} = M \int P dv$

2-3 isobara  $Q_{23}^{\leftarrow} = M c_p (T_3 - T_2)$

$$\Delta U_{23} = Q_{23}^{\leftarrow} - L_{23}^{\rightarrow} \quad L_{23}^{\rightarrow} = Q_{23}^{\leftarrow} - \Delta U_{23} = M c_p (T_3 - T_2) - M c_v (T_3 - T_2)$$

$$L_{23}^{\rightarrow} = M P_2 \Delta v_{23} = P_2 \Delta V_{23} = P_2 (V_3 - V_2)$$

3-4 isocora  $Q_{34}^{\leftarrow} = M c_v (T_4 - T_3)$

$$L_{34}^{\rightarrow} = 0 \quad (v = \text{cost})$$

$$\Delta U_{34} = Q_{34}^{\leftarrow} - L_{34}^{\rightarrow} = Q_{34}^{\leftarrow} = M c_v (T_4 - T_3)$$

$$Q_{24}^{\leftarrow} = Q_{23}^{\leftarrow} + Q_{34}^{\leftarrow} = M c_p (T_3 - T_2) + M c_v (T_4 - T_3)$$

$$L_{24}^{\rightarrow} = L_{23}^{\rightarrow} + L_{34}^{\rightarrow} = P_2 (V_3 - V_2)$$