CODICE DI HAMMING

giovedì 13 ottobre 2022 14:41

CODICE DI HAMMING

È UN codice che permette di aggiungere un certo numero di bit ai bit di dati. I BIT AGGIUNTI SONO bit di parità e vengono inseriti nelle posizioni che sono potenze di 2, essia (1,2,4,8,16...). GLI ALTRI bit SONO bit di dati.

Aumentando la ridondanza del messaggio è POSSIBILE conoscere anche la posizione del bit errato e quindi correggerlo, il codice di hamming fornisce questa possibilità.

DATA UNA PAROLA DI CODICE $\mathfrak{m} = m + K$ CIFRE, DOVE:

- m È IL NUMERO DI BIT DEL MESSAGGIO ORIGINALE;
- K È IL NUMERO DI BIT AGGIUNTIVI AL MESSAGGIO ORIGINALE;

I bit IN POSIZIONE 2^i SONO bit di parità.

Ciascun bit di parità controlla la correttezza dei bit di informazione, la cui posizione espressa IN BINARIO, ha UN 1 nella potenza di 2 corrispondente al bit di parità.

$$m + 1 \leq 2^K - K$$

$$m \leq 2^K - K - 1$$

Posizione cifra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Dato codificato	p1	p2	d1	p4	d2	d3	d4	p8	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	p16	d12	d13	d14	d15
	K_1	K_2		K_3				K_4								K_5				

bit codework

m bit = 15 $\quad$ K bit = 5 $\longrightarrow$ $m + K = 20 = \mathfrak{m}$

SE HO 15 bit DA RAPPRESENTARE, QUANTI K-bit AGGIUNTIVI SERVONO? 5!

$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$

Dobbiamo sfruttare questa relazione: $\boxed{m + 1 \leq 2^K - K}$

Nel NOSTRO caso: $m = 15$

$$16 \leq 2^K - K$$

se $K = 5$

$$16 \leq 27 \checkmark$$

$\longrightarrow$ SERVONO $K=5$ cifre AGGIUNTIVE

ESEMPIO: $m = 10,\ K = 4 \rightarrow 11 \leq 2^4 - 4$, CodeBLOCK $= 10 + 4 = 14$

IL BIT DI PARITÀ Si USA all'INTERNO DEL codice di HAMMING.

ESERCIZIO

- SUPPONIAMO DI VOLER CODIFICARE $\boxed{0110000}$

$m = 7$

1. Calcoliamo i bit aggiuntivi: $8 \leq 2^k - K$, $K=4 \rightarrow 8 \leq 28$
2. Calcoliamo il codeword: $n = m + k = 7 + 4 = 11$
3. "FASE IMPORTANTE": Costruzione della tabella corretta!

$2^0 = 1$ bit sì e uno no	→ PARTENDO DA 1
$2^1 = 2$ bit sì e due no	→ PARTENDO DA 2
$2^2 = 4$ bit sì e 4 no	→ PARTENDO DA 4
$2^3 = 8$ bit sì e 8 no	→ PARTENDO DA 8

PARITÀ: Vale 1 se il numero di 1 nella codifica ridondante è dispari.

	2^0	2^1		2^2				2^3					
Indici:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		PARITÀ PARI
Bit codificati:	P_1	P_2	0	P_3	1	1	0	P_4	0	0	0		
Analizzo N° 1 → 2^0	✓		✓		✓		✓		✓		✓	#1 = 1	1
Analizzo N° 1 → 2^1		✓	✓			✓	✓			✓	✓	#1 = 1	1
Analizzo N° 1 → 2^2				✓	✓	✓	✓					#1 = 2	0
Analizzo N° 1 → 2^3								✓	✓	✓	✓	#1 = 0	0

IL VALORE CODIFICATO È: **11001100000**

IN RICEZIONE IL RICEVENTE CALCOLA SE C'È UN BIT ERRATO, CALCOLA LE POSIZIONI, LE SOMMA.

↱ ERRORE

SUPPONIAMO DI RICEVERE IN RICEZIONE 11001100100

0110100

	2^0	2^1		2^2				2^3					
Indici:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		PARITÀ PARI
Bit codificati:	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0		
Analizzo N° 1 → 2^0	✓		✓		✓		✓		✓		✓	#1 = 3	1
Analizzo N° 1 → 2^1		✓	✓			✓	✓			✓	✓	#1 = 2	0
Analizzo N° 1 → 2^2				✓	✓	✓	✓					#1 = 2	0
Analizzo N° 1 → 2^3								✓	✓	✓	✓	#1 = 1	1

ANALIZZO N° 1 → 2^3

✓ ✓ ✓ ✓ #1 = 1 1

$N_C = (1001)_2 = (9)_{10}$

↓

NUMERO di CONTROLLO

IL BIT ERRATO È IN NONA POSIZIONE!