

NAND E NOR SONO OPERATORI UNIVERSALI.

(1)

(↓)

- Somma logica : $(+) = (\vee) = \text{OR}$;
- Prodotto Logico : $(\cdot) = (\wedge) = \text{AND}$;

- In ogni caso, si può effettuare una doppia negazione e sfruttare il teorema di De Morgan

SE IO HO UNA SOMMA di TERMINI, POSSO NEGARE SINGOLARMENTE QUESTI TERMINI, E TRASFORMARE LA SOMMA IN PRODOTTO.

$$X + YZ + \bar{X}\bar{Z} = \overline{\bar{X}} + \overline{\bar{Y}\bar{Z}} + \overline{\bar{X}\bar{Z}} = X \cdot YZ \cdot \bar{X}\bar{Z}$$

NAND

- $a | a = \bar{a}$

- $\overline{\bar{a} \cdot \bar{b}} = a + b = (\underbrace{a | a}_{\text{OR}}) \cdot (\underbrace{b | b}_{\text{OR}})$

- $\overline{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b)} = \overline{(a \cdot b)} + \overline{(a \cdot b)} = a + b$
 doppia negazione si semplifica e cambia segno
 \parallel
 $(a | b) \cdot (a | b)$

- $a | (a | a) = \overline{a \cdot \bar{a}} = \overline{a + \bar{a}} = \bar{1} = 0$
ri cambia il segno
la base rimane uguale!

- $(a | (a | a)) | (a | (a | a)) = (a \cdot \bar{a}) | (a \cdot \bar{a}) = 1 | 1 = 0$

N.B. $a \cdot \bar{a} = \bar{a} \cdot a = a + \bar{a} = 1$

NOR

- L'operatore NOR è stato definito come duale dell'operatore NAND, quindi anch'esso deve essere universale. Infatti:

- $a \downarrow a = \bar{a}$
- $(a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b) = \overline{\bar{a} + \bar{b}} = a \cdot b$
- $(a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b) = \overline{\overline{a + b}} = a + b$
- $a \downarrow (a \downarrow a) = 0$
- $(a \downarrow (a \downarrow a)) \downarrow (a \downarrow (a \downarrow a)) = 1$

- L'operatore NAND permette, da solo, di esprimere tutta l'algebra booleana (*operatore universale*).
- Infatti:
 - $a|a = \bar{a}$
 - $(a|a)|(b|b) = \overline{\bar{a} \cdot \bar{b}} = a + b$
 - $(a|b)|(a|b) = \overline{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b)} = (a \cdot b) + (a \cdot b) = a \cdot b$
 - $a|(a|a) = \overline{a \cdot \bar{a}} = a + \bar{a} = 1$
 - $(a|(a|a))|(a|(a|a)) = 1|1 = 0$
- È quindi possibile esprimere tutte le costanti e gli operatori fondamentali dell'algebra booleana sfruttando solo ed esclusivamente l'operatore NAND