

## DA FUNZ. BOOL AL CIRCUITO E VICEVERSA

martedì 18 ottobre 2022 17:55

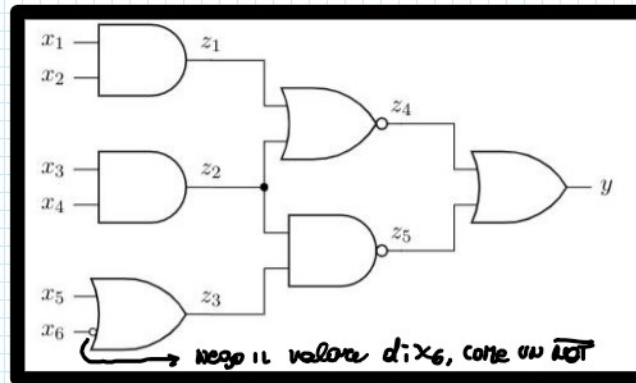
**FUNZIONI BOOLEANE  $\longrightarrow$  CIRCUITI**  
**CIRCUITI  $\longrightarrow$  FUNZIONI BOOLEANE**

Se voglio passare da una funzione Booleana al circuito, quando la precedenza dei miei operatori è pari a quella più interni, e si realizza quella parte della funzione, come circuito.

L'uscita della porta la andrò a comporre con gli operatori con precedenza minore.

Se voglio passare dal circuito alla funzione, si assegna un nome all'uscita di ogni porta e scriviamo l'uscita a partire dalla composizione di queste variabili.

### ESEMPIO: DAL CIRCUITO ALLA FUNZIONE



$y$  è l'uscita: È l'OR di  $z_4$  e  $z_5 \rightarrow y = z_4 + z_5$

$z_4$  è NOR di  $z_1$  e  $z_2 \rightarrow z_4 = (z_1 \downarrow z_2)$

$z_5$  è NAND di  $z_2$  e  $z_3 \rightarrow z_5 = (z_2 \uparrow z_3)$

MOMENTANEAMENTE DIVENTA

$$y = (z_1 \downarrow z_2) + (z_2 \uparrow z_3)$$

$z_1$  è AND di  $x_1$  e  $x_2$ ;

$z_2$  è AND di  $x_3$  e  $x_4$ ;

$z_3$  è l'OR di  $x_5$  e  $\overline{x_6}$ ;

$$y = ((x_1 \cdot x_2) \downarrow (x_3 \cdot x_4)) + ((x_3 \cdot x_4) \uparrow (x_5 \cdot \overline{x_6}))$$

NON È UNA SOMMA DI PRODOTTI. TRASFORMIAMOLA

$$y = ((x_1 \cdot x_2) + (x_3 \cdot x_4)) + (x_3 \cdot x_4 \cdot (x_5 \cdot \overline{x_6}))$$

PER ARRIVARE A QUESTA TRASFORMAZIONE È NECESSARIO CONOSCERE



PER ARRIVARE A QUESTA TRASFORMAZIONE È NECESSARIO CONOSCERE LE LEGGI DI "DE-MORGAN" PERCHÉ DEVE ESSERE UNA SOMMA DI PRODOTTI!

- per ottenere una porta AND, è necessario utilizzare una porta NOR con ingressi negati.
- ottenere una porta OR si ottiene utilizzando una porta NAND con ingressi negati.
- è possibile ottenere una porta NAND utilizzando la porta OR con ingressi negati.
- una porta NOR è ottenuta mediante una porta AND con tutte le voci negate.

? SÌ, SÌ?

- Somma Logica**:  $(+) = (\vee) = \text{OR}$ ;
- Prodotto Logico**:  $(\cdot) = (\wedge) = \text{AND}$ ;

$$\overline{r+s} \xrightarrow{\text{DE MORGAN}} \sim \bar{r} \cdot \bar{s}, \quad \overline{r \cdot s} \xrightarrow{\text{DE MORGAN}} \sim \bar{r} + \bar{s},$$

ESEMPIO: DA FUNZIONE BOOLEANA AL CIRCUITO.

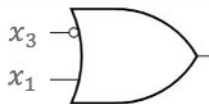
Si va a vedere qual'è l'elemento più interno:

- Consideriamo la funzione:

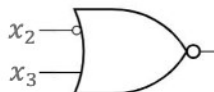
$$y = x_1 x_2 ((\bar{x}_2 \downarrow x_3) + (\bar{x}_1 (x_1 + \bar{x}_3)))$$

Mi trovo quello prima;

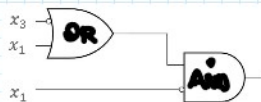
$$x_1 + \bar{x}_3$$



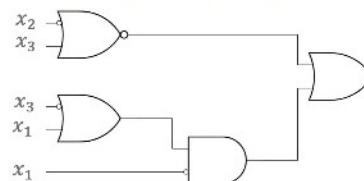
$$\bar{x}_2 \downarrow x_3$$



$$\bar{x}_1 \cdot (x_1 + \bar{x}_3)$$



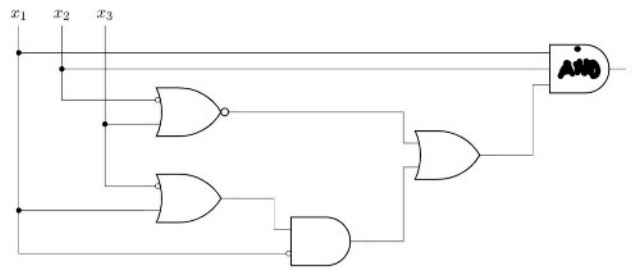
$$((\bar{x}_2 \downarrow x_3) + (\bar{x}_1 (x_1 + \bar{x}_3)))$$



$$x_1 \cdot x_2 ((\bar{x}_2 \downarrow x_3) + (\bar{x}_1 (x_1 + \bar{x}_3)))$$



- Alla fine, otteniamo il circuito per l'intera funzione



Questo è il circuito della funzione booleana! Composto le mie porte logiche!

**FINÈ COSTRUZIONE!**

## CRITICAL PATH

MA È UN BUON CIRCUITO?

BISOGNA ANALIZZARE DUE VARIABILI: **COSTO, TEMPO.**

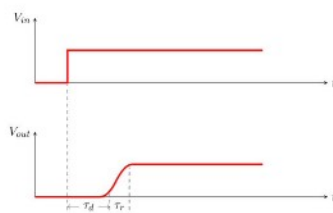
**COSTO** = quante componenti elettroniche utilizziamo per realizzare il circuito.

**TEMPO** = quanto è veloce il circuito a calcolare l'uscita dati gli ingressi?

NEL TEMPO C'È UN RITARDO, NON SIAMO IN UN MONDO IDEALE.

- Un circuito di commutazione ha un ritardo di calcolo

Ritardo di commutazione



- I circuiti sono componenti fisiche, pertanto se applichiamo un gradino in ingresso, l'uscita si stabilizzerà dopo un po' di tempo
  - $\tau_d$ : ritardo di commutazione (tempo per arrivare al 10% del valore finale)
  - $\tau_r$ : tempo di salita (tempo per arrivare al 90% del valore finale)
- Per semplicità, di solito si considera un unico tempo di propagazione  $\tau_p$

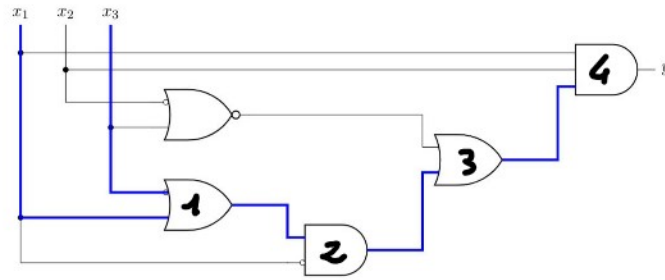
IL TEMPO DI PROPAGAZIONE SI ACCUMULA QUANDO CI SONO PIÙ PORTE IN CASCATA.

PER STIMARE LE PRESTAZIONI SI RICORRE AL **CRITICAL PATH**.

ossia il percorso più lungo che un segnale di input attraversa in un circuito;



CRITICAL  
PATH →



Ritardo pari a:  $4 \tau_p$ .

↳ # di porte logiche che attraversa.

IL VALORE CORRETTO DELLA FUNZIONE SI STABILIZZA DOPO  $4 \tau_p$ .

PRIMA DI QUEL TEMPO HO DEI FENOMENI TRANSITORI, OSSIA VALORI NON CORRETTI.

LA TECNICA CON CUI DECIDEREMO IN CUI IL CIRCUITO HA CALCOLATO le nostre TRANSIZIONI, SI CHIAMA "TEMPO DI CLOCK".

↳ PIÙ IL CIRCUITO È LUNGO IL TEMPO DI CLOCK AUMENTA. la frequenza si abbassa che è il contrario del periodo.