TEOREMA DI SHANNON

sabato 15 ottobre 2022 18:03

TEOREMA DI SHANNON

SI OTTIENE UN'ESPRESSIONE CANONICA DA UNA TABELLA DI VERITÀ.

UNA VARIABILE PUÒ AVERE VALORI 0 e 1, PERTANTO:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m) = x_1 \cdot \overbrace{f(1, \underline{x_2, \dots, x_m})}^{\text{Residui}} \underset{\text{OR}}{+} \overline{x_1} \cdot \overbrace{f(0, x_2, \dots, x_m)}^{\text{Residui}}$$

vale 0 quando il residuo si moltiplica per $\overline{x_1}$ (negato).

funzione calcolata nelle altre variabili, forzando la prima a zero.

funzione calcolata nelle altre variabili, forzando la prima a uno.

Una delle due è vera, se $x_1=0$ vale solo a destra, ossia $f(0,x_2,\dots x_m)$.

ITERANDO:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_m) = {} & \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \dots \cdot \overline{x_m} \cdot f(0,0,\dots 0) + \\ & x_1 \cdot \overline{x_2} \cdots \overline{x_m} \cdot f(1,0,\dots 0) + \quad \text{(levo il negato su } x_1\text{)} \\ & \overline{x_1} \cdot x_2 \cdots \overline{x_m} \cdot f(0,1,\dots 0) + \dots \quad \text{(levo il negato su } x_2\text{)} \\ & x_1 \cdot x_2 \cdots \overline{x_m} \cdot f(1,1,\dots 0) + \quad \text{(levo il negato su } x_1 \text{ e } x_2\text{)} \\ & x_1 \cdot x_2 \cdots x_m \cdot f(1,1,\dots 1). \quad \text{(levo il negato su tutte).} \end{aligned}$$

1:14:27
00G

SI FANNO TUTTE LE CONFIGURAZIONI, NEGANDOLE SE VALGONO ZERO E LASCIARLE NORMALI SE VALGONO UNO, MOLTIPLICATE PER IL valore della FUNZIONE.

Posso generalizzare questo, CIASCUN TERMINE messo IN "OR" sarà SCRITTO con le mie variabili alla $a_i \in \{0,1\}$ e

$$\boxed{\begin{aligned} x_i^{a_i} &= x_i \text{ se } a_i = 1, \\ x_i^{a_i} &= \overline{x_i} \text{ se } a_i = 0\,! \end{aligned}}$$

quindi:

$$\boxed{x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3} \cdot \dots \cdot x_m^{a_m} \cdot f(a_1, a_2, a_3, \dots, a_m)}$$

ma devono essere sommate

COMPATTANDO TUTTO:

PRIMA FORMA CANONICA (SOMME DI PRODOTTI)

di MINTERMINI

FORMA CANONICA DISGIUNTIVA.

$$\sum_{K=0}^{2^m-1} \underbrace{m_K}_{\text{MINTERMINE } (x_1^{a_1} x_2^{a_2} \cdots x_m^{a_m})} f(K) = f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$$

MINTERMINE $(x_1^{a_1} x_2^{a_2} \cdots x_m^{a_m})$

(IN CIASCUN MINTERMINE, LE VARIABILI COMPAIONO UNA SOLA VOLTA, IN FORMA DIRETTA O NEGATA)

$$a_i \in \{0,1\}$$

Quindi io moltiplico le mie variabili X_1, X_2, X_3 (a seconda se siano dirette o negate) per il valore di y.

ESEMPIO.

x	x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

Quali sono le righe che scompariranno? quelle per cui $f(K)=0$.

$$\sum_{K=0}^{2^m-1} m_K \underbrace{f(K)}_{=y}$$

RESTERANNO SOLO TERMINI m_K associati a $y=1$.

PRENDO TUTTI I PRODOTTI m_K PER CUI $f(K)=1$. → somme di prodotti!

POSSO ANCHE UTILIZZARE DE-MORGAN E NEGARE L'ESPRESSIONE.

$$\sum_{K=0}^{2^m-1} m_K \overline{f(K)} = \overline{f(x_1, x_2, \ldots, x_m)} \quad (y=0)$$

quali sono le righe della mia tabella

$K=0$

Righe della mia tabella dove $y=0$.

$$= \overline{\sum_{K=0}^{2^m-1} m_K \overline{f(K)}} = \prod_{K=0}^{2^m-1} \overline{m_K \overline{f(K)}}$$

DA SOMMA PRODOTTO

Prodotto di somme

$$\prod_{K=0}^{2^m-1} (M_K + f(K)) = f(x_1, x_2, \dots x_m)$$

m_K negato diventa M_K e ho tolto il negato da f_K.

MAX TERMINE

È DEL TIPO $x_i^{a_i}$ CON $a_i \in \{0,1\}$

e $\boxed{\begin{array}{l} x_i^{a_i} = x_i \quad \text{se } a_i = 0 \\ x_i^{a_i} = \overline{x_i} \quad \text{SE } a_i = 1 \end{array}}$

FINE 1:23:41

MINTERMINI, seleziono le righe per cui $y=1$
MAX TERMINI, seleziono le righe per cui $y=0$.

Posso costruirli o una somma di elementi o un prodotto di elementi.