ESEMPIO

domenica 16 ottobre 2022 14:08

- Consideriamo la seguente funzione di commutazione definita mediante tabella di verità

k	x_1	x_2	x_3	$f(\mathbf{k})$
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

MinTermini = Corrispondono alla configurazione $k=0,4,5,7$ $(y=1)$;

MaxTermini = Corrispondono alla configurazione $k=1,2,3,6$ $(y=0)$;

PER I MINTERMINI VALE: (Somma di prodotti)

$y=1$

$$\sum_{k=0}^{2^m-1} m_k \underset{\substack{\| \\ 1}}{f(k)} = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

a_i valore che popola la tabella

$x_i^{a_i} = x_i$ se $a_i = 1$,

$x_i^{a_i} = \overline{x_i}$ se $a_i = 0$!

PER I MAXTERMINI VALE: (Prodotto di somme)

$y=0$

$$\prod_{k=0}^{2^m-1} (M_k + \underset{\substack{\| \\ 0}}{f(k)}) = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

$x_i^{a_i} = x_i$ se $a_i = 0$

$x_i^{a_i} = \overline{x_i}$ se $a_i = 1$

1^a RIGA: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$. e se $a_i = 0$, allora prendo il suo negato!

$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$ (prodotto)

4^a RIGA: $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$: $x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}$ (prodotto)

5^a RIGA: $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$: $x_1\overline{x_2}x_3$ (prodotto)

7^a RIGA: $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$: $x_1x_2x_3$ (prodotto)

PER I MINTERMINI:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} + x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3} + x_1\overline{x_2}x_3 + x_1x_2x_3$$

SOMMA LOGICA PER MIN TERMINI che servirà per i circuiti.

se $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, $\rightarrow$ $111 + 011 + 010 + 000$

$1 + 0 + 0 + 0 = 1$

$+ = OR$

$\cdot = AND$

Si fanno le prove...

se $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ $\rightarrow$ $000 + 100 + 101 + 111$

$0 + 0 + 0 + 1 = 1$

se $x_1 = x_2 = x_3 = 1 \rightarrow$ 000 + 100 + 101 + 111

0 + 0 + 0 + 1 = 1

PER I MAXTERMINI: $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + x_2 + \overline{x_3}) \cdot (x_1 + \overline{x_2} + x_3) \cdot (x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_2} + x_3)$

E ABBIAMO TROVATO la FORMA NORMALE CANONICA.

PRIMA FORMA CANONICA : SOMMA DI PRODOTTI

PER I MINTERMINI: $f(x_1,x_2,x_3) = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} + x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3} + x_1\overline{x_2}x_3 + x_1x_2x_3$

SOMMA LOGICA PER MIN TERMINI che SERVIRÀ PER I CIRCUITI.

- **prima forma canonica** o **forma disgiuntiva**, detta anche S.O.P. (*sum of products*, somma di prodotti), costruita come somme di prodotti fondamentali, cioè da termini che comprendono tutte le variabili della funzione, in forma vera o negata, detti mintermini, in corrispondenza dei valori di uscita della funzione uguali a 1. Essa si può scrivere in generale per n variabili:

$$f(x_0, \dots, x_{n-1}) = \sum_{i=0}^{2^n-1} f(i) \cdot P_i$$

- Somma Logica : (+) = (∨) = **OR** ;
- Prodotto Logico : (•) = (∧) = **AND** ;

SECONDA FORMA CANONICA: PRODOTTO DI SOMME.

PER I MAXTERMINI: $f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + x_2 + \overline{x_3}) \cdot (x_1 + \overline{x_2} + x_3) \cdot (x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_2} + x_3)$

- **seconda forma canonica** o **forma congiuntiva**, detta anche P.O.S. (*product of sums*, prodotto di somme), costruita da prodotti di somme fondamentali, cioè da termini che comprendono tutte le variabili della funzione, in forma vera o negata, detti maxtermini, in corrispondenza dei valori di uscita della funzione uguali a 0. Anch'essa si può generalizzare ad n variabili:

$$f(x_0, \dots, x_{n-1}) = \prod_{i=0}^{2^n-1} (f(i) + S_i)$$

UNA FORMA CANONICA DEVE ESSERE COMPLETA, OSSIA DEVE AVERE TUTTI I TERMINI (NEGATI O NO) MOLTIPLICATI / SOMMATI FRA DI LORO. A SECONDA SE PARLIAMO DI MINTERMINI O MAXTERMINI.

IN OGNI FORMA CANONICA, CHE SIA SU UN MIN-TERMINE O MAX-TERMINE, TUTTE LE VARIABILI DELLA FUNZIONE COMPAIONO UNA E UNA SOLA VOLTA!
MA DEVONO ESSERE PRESENTI TUTTE LE VARIABILI.

COME FACCIO A FAR COMPARIRE UNA VARIABILE SE NON LA HO?

LEMMA 3: OGNI SOMMA DI PRODOTTI NON COMPLETI P È EQUIVALENTE AD UNA SOMMA DI PRODOTTI COMPLETA.

GRAZIE A: $q \sim q \wedge 1$, $1 \sim x \vee x'$, $q \wedge (r \vee s) \sim (q \wedge r) \vee (q \wedge s)$

- Somma Logica: $(+) = (\vee)$ = OR;
- Prodotto Logico: $(\cdot) = (\wedge)$ = AND;

1. $\underbrace{(x \cdot y' \cdot 1)}_{\text{MANCA } z} + \underbrace{(x \cdot z' \cdot 1)}_{\text{MANCA } y} + \underbrace{(y' \cdot z \cdot 1)}_{\text{MANCA } x}$

$\boxed{(x \cdot y' \cdot (z + z'))} + \boxed{(x \cdot z' \cdot (y + y'))} + \boxed{(y' \cdot z \cdot (x + x'))}$

$\boxed{(x \cdot y' \cdot z) + (x \cdot y' \cdot z')} + \boxed{(x \cdot z' \cdot y) + \cancel{(x \cdot z' \cdot y')}} + \boxed{\cancel{(y' \cdot z \cdot x)} + (y' \cdot z \cdot x')}$

SONO TUTTI DIVERSI? NO.

Questa è una S.D.P fondamentali complete ma RIDONDANTE, UNO LO TOLGO.

$$(x \cdot y' \cdot z) + (x \cdot y' \cdot z') + (x \cdot z' \cdot y) + (y' \cdot z \cdot x')$$

$\left[x_i + \overline{x_i} = 1\right]$ REGOLA!

2. $x_1 x_3 + \overline{x_1}(x_2 + \overline{x_3})$

$x_1 x_3 + \overline{x_1} x_2 + \overline{x_1}\,\overline{x_3}$

$x_1 \cdot 1 \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot 1 + \overline{x_1} \cdot 1 \cdot \overline{x_3}$

$x_1 \cdot (x_2 + \overline{x_2}) \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot (x_3 + \overline{x_3}) + \overline{x_1} \cdot (x_2 + \overline{x_2}) \cdot \overline{x_3}$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$

SOMMA DI PRODOTTI fondamentale, NON RIDONDANTE.

IL PROBLEMA DI QUESTA FORMA CANONICA È CHE È TROPPO LUNGA, QUELLO CHE POSSIAMO È USARE LA FORMA DECIMALE.

AGGIUNGENDO LA COLONNA K CHE TRADUCE LE RIGHE da BINARIO A DECIMALE, NULLA DI PIÙ.