



Sistemas y Señales I

Trabajo Práctico N° 2 Simulación Digital de Sistemas Dinámicos

Problemas a Incluir en el Informe del TP

Autores: Cátedra SyS-I

Mayo de 2023

Problema 1: Sistema mecánico rotacional

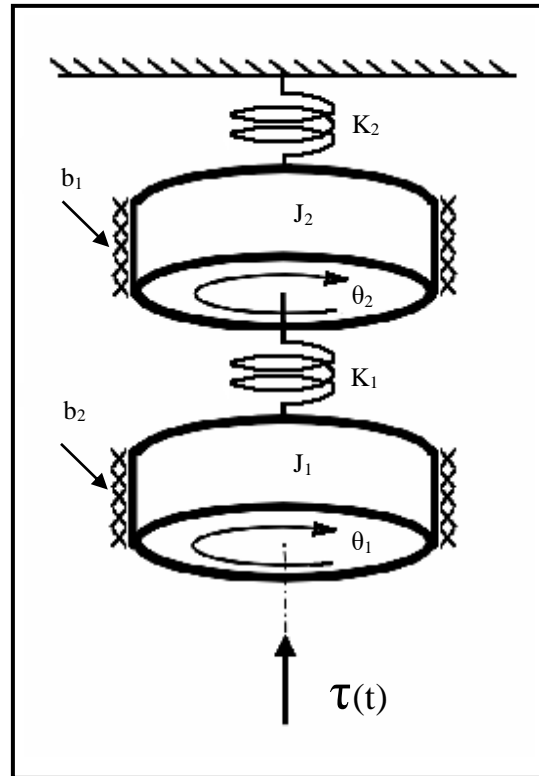
El modelo 205a de ECP que se encuentra en el Laboratorio de Automatización y Control (LAC), y que se muestra en la Fig. 1.a, es un sistema mecánico rotacional que permite varias configuraciones a partir de la conexión, mediante resortes de torsión, de hasta 3 discos (cuyas masas pueden variarse) y un servo motor que permite simular diferentes torques aplicados al sistema.

Considere la configuración particular del sistema mecánico rotacional cuyo diagrama se muestra en la Fig. 1.b. Este sistema consta de dos inercias y dos resortes, con rozamiento de tipo viscoso en ambas inercias. Asumiendo los siguientes valores de los parámetros:

$$J_1 = J_2 = 0.009 \text{ [N m s}^2\text{/rad]} \quad K_1 = K_2 = 2.7114 \text{ [N m / rad]} \quad b_1 = b_2 = 0.02 \text{ [N m s/ rad]}$$



(a) Modelo 205a ECP.



(b) Diagrama para el sistema de dos inercias y dos resortes.

Figura 1: Sistema Mecánico Rotacional.

- a. Escriba el sistema de ecuaciones de primer orden que describe la dinámica del sistema en la forma matricial de ecuaciones de estado/ecuación de salida

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

donde $x = [\theta_1 \ \omega_1 \ \theta_2 \ \omega_2]^T$ es el vector de estado, $u = \tau$ es la entrada, e $y = x_1$ es la salida del sistema, y donde A , B , C y D son las matrices del sistema de dimensiones adecuadas.

- b. Interprete físicamente la respuesta del sistema a un pulso de amplitud $\tau = 0.5 \text{ [N m]}$ y duración $D = 4$ segundos, suponiendo condiciones iniciales nulas, simulando el modelo con las rutinas ODE de Matlab.

- c. Halle la función transferencia entre la entrada $u = \tau$ y la salida $y = x_1$. Analice la estabilidad entrada-salida del sistema. Tenga en cuenta que en la función transferencia devuelta por Matlab pueden existir coeficientes despreciables.
- d. Obtenga una gráfica de los Diagramas de Bode de Amplitud y Fase para la transferencia calculada en c.
- e. Calcule los polos y ceros de la función transferencia del punto anterior y analice la relación con el Diagrama de Bode obtenido anteriormente.
- f. A partir de una medición experimental realizada sobre el equipo de laboratorio ECP Model 205a con las mismas condiciones experimentales del apartado b., se obtuvieron los datos de medición que se encuentran en el archivo `datos_TP2_P1_2020.m.`, donde en la matriz `evol` se tiene:
columna 1: número de muestra
columna 2: Tiempo en seg
columna 4: ángulo del encoder 1 en cuentas
columna 5: ángulo del encoder 2 en cuentas

Realice una gráfica comparativa entre el ángulo de la inercia 1 simulada en b. y el ángulo de la inercia 1 medido experimentalmente. Realice otra gráfica aparte para el ángulo de la inercia 2. Tenga en cuenta que la relación de cuentas es de 1 rad=2544 cuentas. Extraiga conclusiones respecto a posibles diferencias.

Problema 2: Sistema de Levitación magnética

La Figura 2 representa esquemáticamente un sistema de suspensión magnético de una esfera diamagnética. El objetivo del sistema es lograr que la esfera diamagnética quede suspendida a una distancia determinada $y(t)$ del extremo del electroimán, a través de la regulación de la corriente $i(t)$ por el mismo mediante el control de la tensión de alimentación $u(t)$. La fuerza magnética sobre la esfera puede modelarse como

$$F_{mag}(t) = \frac{k i^2(t)}{y(t)} \quad (1)$$

donde k es una constante de proporcionalidad.

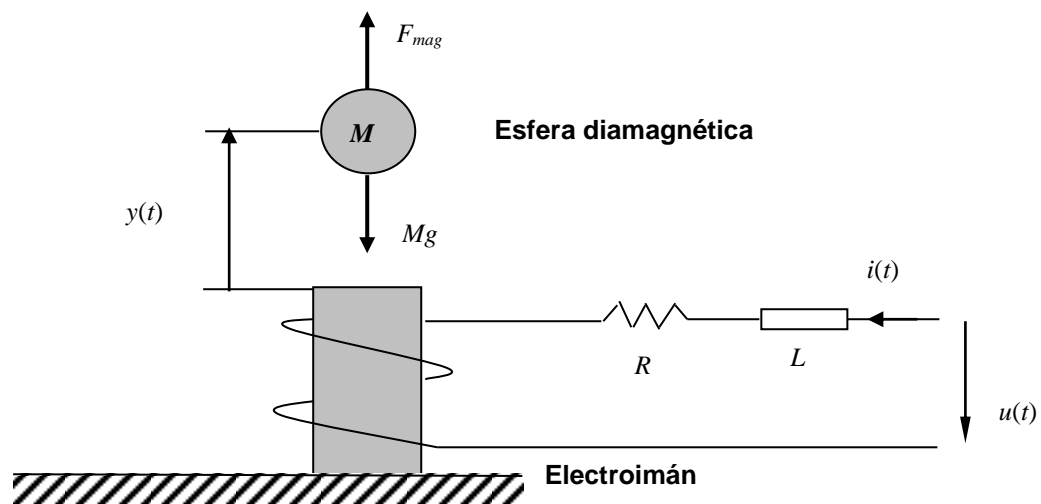


Figura 2: Diagrama esquemático de un sistema de suspensión magnética de una esfera.

Los valores de los parámetros del sistema son los siguientes:

$$R = 20 \, \Omega$$

$$b = 0.5 \, \text{Ns/m}$$

$$L = 0.01 \, \text{Hy}$$

$$k = 2 \, \text{Nm/A}^2$$

$$M = 0.2 \, \text{Kg}$$

$$g = 9.8 \, \text{m/s}^2$$

- a. Plantee las ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica del sistema. Considere que, además de la fuerza magnética y de la fuerza peso, existe un rozamiento de tipo viscoso de la esfera con el aire (fuerza de roce proporcional a la velocidad de la esfera: $F_b(t) = b \dot{y}(t)$).
- b. Realice un Diagrama de Bloques (**sin derivadores**) del sistema, considerando como **entrada** la tensión $u(t)$ de alimentación del electroimán, y como **salida** la posición $y(t)$ de la esfera. Considere la aceleración de la gravedad g como una entrada constante.
- c. Calcule los valores de equilibrio \bar{i} e \bar{y} de las variables $i(t)$ e $y(t)$, respectivamente, correspondientes a una tensión de alimentación constante $u(t) = \bar{u} = 10 \text{ V}$.
NB: Tenga en cuenta que en equilibrio las derivadas de todas las variables del sistema son nulas.
- d. Implemente el diagrama de bloques del apartado b. en Simulink, y realice la simulación del modelo para entradas escalón de amplitudes 2 V y 0.2 V, a partir del valor $\bar{u} = 10 \text{ V}$. Considere como condiciones iniciales de los integradores a los valores de equilibrio de las respectivas variables.
- e. Realice gráficas de las variables $u(t)$, $y(t)$, e $i(t)$ versus t .
- f. Como probablemente ya ha podido observar, debido a la relación (1) que vincula la fuerza magnética con la corriente y con la posición de la esfera, el sistema resulta **no lineal**. Para pequeñas variaciones alrededor de una posición de equilibrio (correspondiente a un valor constante de $u(t)$) la relación (1) se puede aproximar por una ecuación lineal de la forma:

$$F_{mag}(t) \approx \bar{F}_{mag} + k_i \Delta i(t) + k_y \Delta y(t) \quad (2)$$

donde

$$\bar{F}_{mag} = \frac{k \bar{i}^2}{\bar{y}}, \quad k_i = \left. \frac{\partial F_{mag}(t)}{\partial i} \right|_{i(t)=\bar{i}; y(t)=\bar{y}}, \quad k_y = \left. \frac{\partial F_{mag}(t)}{\partial y} \right|_{i(t)=\bar{i}; y(t)=\bar{y}},$$

$$\Delta i(t) = i(t) - \bar{i}, \quad \Delta y(t) = y(t) - \bar{y},$$

siendo \bar{i} e \bar{y} los valores de equilibrio de $i(t)$ e $y(t)$, respectivamente.

Realice un diagrama de bloques (sin derivadores) del **modelo incremental lineal** del sistema correspondiente a una tensión de alimentación constante $u(t) = \bar{u} = 10 \text{ V}$. El diagrama de bloques del modelo incremental lineal se obtiene reemplazando la expresión (1) por la (2) y pasivando (es decir haciendo cero) las entradas correspondientes a los valores de equilibrio en el DB del apartado b.. Calcule los valores de las constantes k_i y k_y .

- g. Implemente el diagrama de bloques del apartado f. en Simulink, y realice la simulación del modelo para entradas escalón de amplitudes 2 V y 0.2 V a partir del valor $\bar{u} = 10 \text{ V}$.
- h. Realice gráficas de las variables $u(t)$, $y(t)$, e $i(t)$ versus t .
- i. Compare las gráficas del apartado h. con las correspondientes del apartado e. Indique las posibles razones por las cuales las gráficas difieren.
- j. Halle la función transferencia $G(s)$ entre la entrada incremental Δu y la salida incremental Δy , para los valores de k_i y k_y calculados en el apartado f. Determine si el sistema es BIBO estable.
- k. Haga un Diagrama de Bode de amplitud y fase de la función transferencia calculada en el apartado j. Utilice el comando `bode` de Matlab.
- l. Se implementa un control por realimentación de salida del tipo P (Proporcional) para el modelo incremental lineal de los apartados f. y g., como se indica en la Figura 3.

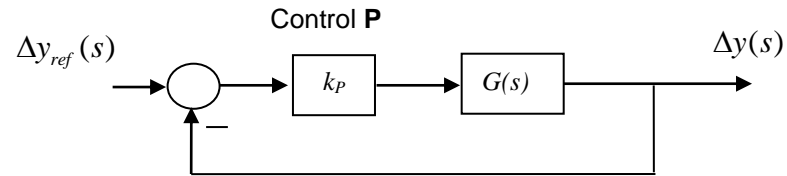


Figura 3: Control Proporcional

Determine el rango de valores de la constante k_p que asegura que el sistema en lazo cerrado de la Figura 3 sea BIBO estable.

- m.** Implemente en Simulink el sistema en lazo cerrado de Figura 3, para un valor $k_p = 1000$. Realice la simulación del modelo para una entrada escalón de amplitud 0.2 en $\Delta y_{ref}(t)$.