

EJERCICIOS DE POLINOMIOS Y ECUACIONES. 1º BACH. CIENCIAS INV.

- 1) Dados los polinomios $P(x) = 2x^3 - 3x + 5$ y $Q(x) = x^2 + 5x - 3$, calcula:
- a) $P(x) + Q(x)$ b) $P(x) - Q(x)$ c) $P(x) \cdot Q(x)$ d) $P(x):Q(x)$
- 2) De los siguientes polinomios calcula su valor numérico cuando $x = -2$. ¿Es el -2 raíz de alguno de ellos?
- a) $-5x + 7$ b) $x^2 + 6x + 8$ c) $-x^4 + 3x - 4$ d) $-3x^5 - 10$
- 3) Realiza las siguientes divisiones por el método tradicional:
- a) $(5x^3 - 3x^2 + 2x - 1):(x - 3)$ b) $(3x^4 + 2x^2 - 5):(x + 4)$
 c) $(-x^6 + 3x^3 + 2x + 1):(x + 1)$ d) $(x^5 - 2):(x - 2)$
- 4) Realiza estas divisiones de polinomios:
- a) $(4x^3 - 2x^2 + 5x - 6):(x^2 + 4)$ b) $(x^5 - 5x + 1):(x^2 + 5)$
 c) $(3x^3 + 2x^2 - 1):(2x + 7)$ d) $(x^5 - 1):(x^2 - 1)$
- 5) Realiza las divisiones del apartado 3 por el método de Ruffini.
- 6) Calcula el valor de m para que se cumplan las siguientes condiciones:
- a) El polinomio $2x^4 - 3x^2 + m$ sea divisible entre $x - 4$
 b) Al dividir el polinomio $x^5 - 3x^3 + mx^2 - 3$ entre $x + 2$ salga de resto 9.
 c) Al dividir $x^3 + mx^2 - 5x + 7$ entre $x - 1$ salga el mismo resto que al dividirlo entre $x + 3$.
- 7) Usando solamente la extracción de factor común y las identidades notables, factoriza estos polinomios:
- a) $2x^5 + 4x^4$ b) $x^2 - 10x + 25$ c) $x^3 + 12x^2 + 36x$ d) $x^4 - x^2$
- 8) Factoriza los siguientes polinomios:
- a) $x^2 - 7x - 30$ b) $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ c) $x^4 - 8x^2 - 9$ d) $2x^3 - x^2 - 13x - 6$
 e) $5x^4 - 18x^3 + 24x^2 - 14x + 3$ f) $2x^4 - 27x^3 + 123x^2 - 205x + 75$
- 9) Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:
- a) $\frac{x+7}{x^2-49}$ b) $\frac{6x+6}{4x^2-24x-28}$ c) $\frac{x^2-6x+9}{x^3-9x^2+27x-27}$
 d) $\frac{x^3-3x^2+4}{x^3-3x-2}$ e) $\frac{x^4-6x^3+9x^2}{x^4-3x^3}$ f) $\frac{2x^4-5x^3-2x^2+11x-6}{2x^4-7x^3+x^2+16x-12}$
- 10) Completa las fracciones para que sean equivalentes:
- a) $\frac{\quad}{x-3} = \frac{x^2+4x-5}{x^2+2x-15}$ b) $\frac{x}{x+8} = \frac{\quad}{x^2-64}$ c) $\frac{x^2-5x+4}{2x^2-x-1} = \frac{\quad}{2x^3+5x^2-4x-3}$

11) Realiza las siguientes sumas y restas de fracciones algebraicas y simplifica el resultado final cuando se pueda:

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

b) $\frac{3x}{x^2} - \frac{2}{x^2 - x}$

c) $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-1}$

d) $\frac{3}{x+5} - \frac{x}{x^2 - 25}$

e) $\frac{x+1}{x^2 - 4} + \frac{x-1}{x^2 - 4x + 4}$

f) $\frac{x}{x^2 - 2x - 24} + \frac{x^2}{x^2 - 8x + 12}$

g) $\frac{x+2}{x^3 + 7x^2 + 8x - 16} + \frac{2x-3}{x^3 + 2x^2 - 7x + 4}$

12) Realiza estas operaciones y simplifica el resultado:

a) $\frac{2}{x-3} \cdot \frac{x-3}{x+2}$

b) $\frac{x+1}{(x-5)^2} : \frac{x+2}{x-5}$

c) $\frac{x^2 - 25}{x+3} \cdot \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 10x + 25}$

d) $\frac{x^5 - x^4}{x-1} : \frac{x^3 + 2x^2}{5}$

13) Realiza las siguientes operaciones combinadas con fracciones algebraicas y simplifica el resultado:

a) $\left(\frac{x-2}{x^2 - x - 6} - \frac{x+5}{x^2 - 2x - 8} \right) \cdot \frac{x+2}{-8x^2 + 31x - 23}$

b) $\frac{x^2 - x - 6}{x+2} : \frac{x^2 - 4x + 3}{2x-5} + \frac{7-3x}{x^2 - 2x + 1}$

14) Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas.

a) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$ b) $x^4 - 18x^2 + 81 = 0$ c) $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$ d) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$

e) $(x^2 + 2)^2 - 12 \cdot (x^2 - 1) = 0$ f) $x^6(x+3)^2 - x^2(3x^2 - 1)^2 = 6x^7 - (x+1)^2 + 3x^4 + 2x - 1$

15) Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales.

a) $\sqrt{x+11} + 1 = 4$ b) $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{63 + \sqrt{2x}}}} = 2$ c) $5 + 3\sqrt{4-x} = 11 + 4x$

d) $x^2 + \sqrt{x^4 - 17} = 17$ e) $\sqrt{x+3} = 10 - \sqrt{7+x}$

16) Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

a) $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2$

b) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+4} = 1$

c) $\frac{8x^2}{x^2 - 4} + \frac{8}{x+2} = 0$

$$d) \frac{8}{x^2 - 4} = \frac{4 - x}{x^2 - x - 2}$$

$$e) \frac{7x - 1}{x^2 + x} - \frac{3}{x} = \frac{2x - 2}{x^2 + 2x}$$

17) Calcula todas las soluciones de estas ecuaciones de grado mayor que 2.

$$a) x^3 - x = 0$$

$$b) x^3 - 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$c) x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$$

$$d) 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$e) 2x^4 + 5x^3 - 22x^2 + 15x = 0$$

$$f) x^4 + 4x^3 - 25x^2 - 16x + 84 = 0$$

18) Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales.

$$a) 5^{2c+1} \cdot 25 = 125^x \cdot 5$$

$$b) 7^{x^2-5x+4} = 1$$

$$c) 2^x - 2^{x+1} + 3 \cdot 2^x - 256 = 0$$

$$d) 3^x + 2 \cdot 3^x - 134 = 109$$

$$e) 4^{x-1} + 4^{x-2} - 4^{x-3} - 4^{x-4} = 300$$

$$f) 2^x + 2^{x+3} = \frac{9}{4}$$

19) Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas

$$a) \log x + \log 5 = \log 30$$

$$b) \log_2(x+3) = \log_2(x-5) + \log_2 3$$

$$c) \log_5 x + \log_5(x+4) = \log_5 21$$

$$d) \frac{\log_3 x}{2} - \log_3(3x) = -2$$

$$e) \log_6\left(\frac{x}{72}\right) = 1 - \log_6(3x)$$

$$f) \log\left(\frac{x}{2}\right) + \log(5x) = \log\left(\frac{x}{20}\right) + 3$$

20) Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado.

$$a) 6x - 3 > x + 2$$

$$b) 2x - 3 - x \leq 7 - x$$

$$c) 2(x - 5) + 7 < 6x + 13$$

$$d) -(5 - x) - 3x \geq 2(x + 3) + 9$$

$$e) \frac{x+1}{2} - 5 < \frac{x}{3} - 4$$

$$f) \frac{x+10}{-5} + 1 \geq x + 11$$

21) Resuelve estas inecuaciones de segundo grado.

$$a) x^2 - 8x + 15 < 0$$

$$b) x^2 + 5x - 6 \geq 0$$

$$c) x^2 - 6x + 9 < 0$$

$$d) x^2 + 10x + 30 \geq 0$$

$$e) 3(x+2)^2 - 12x > 15$$

$$f) x^2 - 13(x+2) \leq -68$$

Soluciones:

- 1) a) $2x^3 + x^2 + 2x + 2$ b) $2x^3 - x^2 - 8x + 8$ c) $2x^5 + 10x^4 - 9x^3 - 10x^2 + 34x - 15$
 d) Cociente = $2x - 10$, resto = $53x - 25$
- 2) a) 17 b) 0 c) -26 d) 86. Es raíz del polinomio b.
- 3) a) Cociente $5x^2 + 12x + 38$, resto 113 b) Cociente $3x^3 - 12x^2 + 50x - 200$, resto 795
 c) Cociente $-x^5 + x^4 - x^3 + 4x^2 - 4x + 6$, resto -5 d) Cociente $x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$, resto 30
- 4) a) Cociente $4x - 2$, resto $-11x + 2$ b) Cociente $x^3 - 5x$, resto $20x + 1$
- c) Cociente $\frac{3}{2}x^2 - \frac{17}{4}x + \frac{119}{8}$, resto $-\frac{841}{8}$ d) Cociente $x^3 + x$, resto $x - 1$
- 5) Los mismos del ejercicio 3. 6) a) $m = -464$ b) $m = 5$ c) $m = 1$
- 7) a) $2x^4(x + 2)$ b) $(x - 5)^2$ c) $x(x + 6)^2$ d) $x^2(x + 1)(x - 1)$
- 8) a) $(x + 3) \cdot (x - 10)$ b) $(x - 2)(x - 3)(x - 4)$ c) $(x - 3)(x + 3)(x^2 + 1)$
 d) $(x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (2x + 1)$ e) $(x - 1)^3 \cdot (5x - 3)$ f) $(x - 5)^2 \cdot (x - 3) \cdot (2x - 1)$
- 9) a) $\frac{1}{x - 7}$ b) $\frac{3}{2x - 14}$ c) $\frac{1}{x - 3}$ d) $\frac{x - 2}{x + 1}$ e) $\frac{x - 3}{x}$ f) $\frac{x - 1}{x - 2}$
- 10) a) $x - 1$ b) $x^2 - 8x$ c) $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$
- 11) a) $\frac{x + 1}{x^2}$ b) $\frac{3x - 5}{x \cdot (x - 1)}$ c) $\frac{3x - 5}{(x - 2) \cdot (x - 1)}$ d) $\frac{2x - 15}{(x + 5) \cdot (x - 5)}$
 e) $\frac{2x^2 - 4}{(x + 2) \cdot (x - 2)^2}$ f) $\frac{x^3 + 5x^2 - 2x}{(x - 2) \cdot (x + 4) \cdot (x - 6)}$ g) $\frac{3x^2 + 6x - 14}{(x - 1)^2 \cdot (x + 4)^2}$
- 12) a) $\frac{2}{x + 2}$ b) $\frac{x + 1}{(x + 2) \cdot (x - 5)}$ c) $\frac{x^2 + 5x}{x - 5}$ d) $\frac{5x^2}{x + 2}$
- 13) a) $\frac{1}{(x - 4) \cdot (x - 1) \cdot (x - 3)}$ b) $\frac{2x^2 - 10x + 12}{(x - 1)^2}$
- 14) a) $\pm 2, \pm 5$ b) ± 3 c) ± 2 d) 1 y -2 e) ± 2 f) Sin solución
- 15) a) -2 b) $\frac{1}{2}$ c) 0 d) ± 3 e) 9
- 16) a) -9 y 3 b) ± 2 c) 1 d) 0 y -6 e) -3 y 1
- 17) a) $1, -1$ y 0 b) 3 c) $1, -2$ y -3 d) 1 y $\frac{1}{2}$ e) $0, 1, -5$ y $\frac{3}{2}$ f) $2, -2, 3$ y -7
- 18) a) 2 b) 1 y 4 c) 7 d) 4 e) 5 f) -2
- 19) a) 6 b) 9 c) 3 d) 9 e) 12 f) 20
- 20) a) $(1, +\infty)$ b) $(-\infty, 5]$ c) $(-4, +\infty)$ d) $(-\infty, -5]$ e) $(-\infty, 3)$ f) $(-\infty, -10]$
- 21) a) $(3, 5)$ b) $(-\infty, -6] \cup [1, +\infty)$ c) \emptyset d) \mathbb{R} e) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ f) $[6, 7]$