****МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**Практикум по курсу**

**"Суперкомпьютеры и параллельная обработка данных"**

**Разработка параллельной версии программы для перемножения матриц с использованием алгоритма Фокса.**

**ОТЧЕТ**

**о выполненном задании**

студента 325 учебной группы факультета ВМК МГУ

Ивачева Федора Владиславовича

Москва, 2017 г.

Оглавление

[1 Постановка задачи - 2 -](#_Toc469570567)

[2 Описание алгоритма Фокса умножения матриц - 2 -](#_Toc469570568)

[2.1 Основа: последовательный алгоритм - 2 -](#_Toc469570569)

[2.2 Параллельный алгоритм - 3 -](#_Toc469570570)

[3 Результаты замеров времени выполнения - 3 -](#_Toc469570571)

[3.1 Таблицы - 3 -](#_Toc469570572)

[3.2 3D-графики - 6 -](#_Toc469570573)

[3.2.1 OpenMP на Regatta - 7 -](#_Toc469570574)

[3.2.3 OpenMP на Bluegene - 7 -](#_Toc469570576)

[4 Анализ результатов - 8 -](#_Toc469570579)

[5 Выводы - 8 -](#_Toc469570580)

# Постановка задачи

Даны две квадратные матрицы. Необходимо найти их произведение при помощи алгоритма Фокса (используя блочное разделение матриц):

\* = ,

где каждый блок матрицы С определяется в соответствии с выражением

=

За основу берутся вычисления, выполняемые над матричными блоками.

Требуется:

1. Реализовать параллельную версию предложенного алгоритма с использованием технологий OpenMP и MPI.

2. Исследовать масштабируемость полученной параллельной программы: построить графики зависимости времени исполнения от числа процессоров для различного объёма входных данных.

3. Для каждого набора входных данных найти количество процессоров, при котором время выполнения задачи перестаёт уменьшаться.

4. Определить основные причины недостаточной масштабируемости программы при максимальном числе процессоров.

5. Сравнить эффективность OpenMP и MPI-версий параллельной программы.

# Описание алгоритма Фокса умножения матриц

## Основа: последовательный алгоритм

Простейшая форма алгоритма Фокса умножения матриц имеет стандартный вид алгоритма умножения матриц.

Этот алгоритм является итеративным и ориентирован на последовательное вычисление единичных блоков матрицы С (т.е. ее клеток). Предполагается выполнение n^3 операций умножения и столько же операций сложения элементов исходных матриц. Количество выполненных операций имеет порядок O(n^3).

## Параллельный алгоритм

В алгоритме Фокса базовые подзадачи отвечают за вычисления отдельных блоков матрицы С и при этом на каждой итерации подзадачи располагаются только необходимые для этого блоки матриц А и В – т.е. по одному блоку от каждой матрицы.

Пронумеруем подзадачи исходя из расположения результирующих блоков матрицы С, то есть пара (i,j) будет соответствовать подзадаче, отвечающей за вычисление блока .

На каждой подзадаче (i,j) будут находиться четыре блока: 1) блок 2) блок 3) блоки и , получаемые подзадачей в процессе вычислений.

Этапы алгоритма:

1. Инициализация: каждой подзадаче передаются соответствующие блоки и обнуляются
2. Проводятся n итераций, где на итерации stage для каждой строки блок пересылается на все подзадачи той же строки; индекс j вычисляется по формуле (i+stage)%n; к прибавляется произведение полученных в результате пересылок блоков; пересылаются подзадачам, являющимся соседями сверху данной подзадачи в сетке подзадач (для нижней строки это будет нулевая строка).

Рассматривается наиболее простой случай, когда число процессоров является полным квадратом от количества блоков по горизонтали и вертикали. Таким образом нагрузка между процессорами будет одинаковой.

Ниже приведены краткие заметки по реализациям параллельных алгоритмах на OpenMP и MPI. Коды программ можно найти в github-репозитории: <https://github.com/Teodorissimo/FoxAlgorithm>

Результаты замеров времени выполнения

Ниже приведены результаты замеров времени программ на суперкомпьютерах Bluegene и Regatta: непосредственно в табличной форме и наглядно на 3D-графиках.

Программа была запущена в конфигурациях:

* на Regatta - 1,4,16 ядер для OpenMP-программы;
* на Bluegene - 1,4 для OpenMP.

Каждая конфигурация была запущена 3 раза. Ниже приведены усредненные результаты.

## Таблицы

OpenMP на Regatta:

Time: время работы на компьютере, ProcNum – количество потоков, mSize – размер матрицы.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Time: | 6.5784023630 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 1024 |
| Time: | 6.6194283440 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 1024 |
| Time: | 7.5763089820 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 1024 |
| Time: | 0.0408303400 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.0541550861 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.0472249080 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.0012958440 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 16 |
| Time: | 0.0012841460 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 16 |
| Time: | 0.0012700780 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 16 |
| Time: | 85.7909919030 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 2048 |
| Time: | 85.8028811560 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 2048 |
| Time: | 85.6750405960 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 2048 |
| Time: | 0.1271177900 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.1415040290 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.1562151030 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.0027930280 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0028297230 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0028006520 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.8277926030 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 512 |
| Time: | 0.5670156280 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 512 |
| Time: | 0.6911229900 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 512 |
| Time: | 0.0100089260 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0141682220 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0140133740 | ||||||| | ProcNum: | 16 | mSize: | 64 |
| Time: | 158.2899041710 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 1024 |
| Time: | 158.7339290300 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 1024 |
| Time: | 158.4148839150 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 1024 |
| Time: | 0.1029303400 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.1023085590 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.1037036410 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.0002375870 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 16 |
| Time: | 0.0002348110 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 16 |
| Time: | 0.0002364970 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 16 |
| Time: | 0.8256592310 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.8287470620 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.8250791660 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.0016570530 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0016608140 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0016745490 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 32 |
| Time: | 8.1224482741 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 512 |
| Time: | 8.0856177230 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 512 |
| Time: | 8.0051871610 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 512 |
| Time: | 0.0129247630 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0136507320 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0128888800 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 64 |
| Time: | 39.1748762120 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 1024 |
| Time: | 37.0674204530 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 1024 |
| Time: | 35.3792220050 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 1024 |
| Time: | 0.0720227270 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.0652327720 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.0603217830 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.0004408830 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 16 |
| Time: | 0.0004397630 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 16 |
| Time: | 0.0004525810 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 16 |
| Time: | 359.7314773990 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 2048 |
| Time: | 359.9895335840 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 2048 |
| Time: | 360.4479481780 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 2048 |
| Time: | 0.6196236710 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.4881290401 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.5258770680 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.0015733560 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0015707460 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0016025870 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 32 |
| Time: | 2.1838203200 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 512 |
| Time: | 2.5181763820 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 512 |
| Time: | 1.8722037890 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 512 |
| Time: | 0.0083420560 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0101751330 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0101772260 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 64 |

OpenMP на Bluegen:

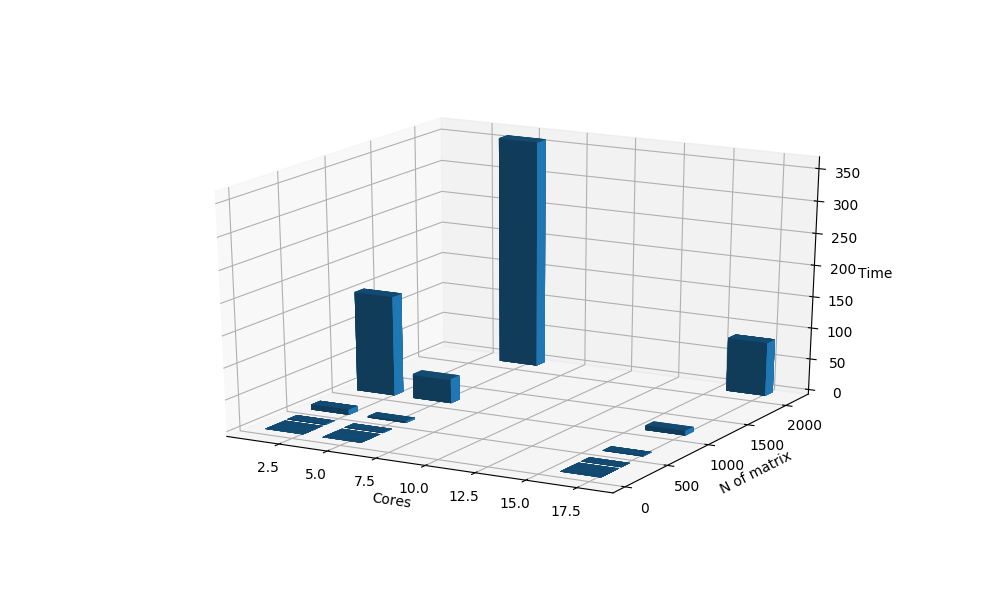
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Time: | 69.8710839748 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 1024 |
| Time: | 69.8710358143 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 1024 |
| Time: | 69.8710470200 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 1024 |
| Time: | 0.1374161243 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.1374440193 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.1374418736 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 128 |
| Time: | 1.0885188580 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 256 |
| Time: | 1.0885190964 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 256 |
| Time: | 1.0885200500 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.0018868446 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0018570423 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0018849373 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 32 |
| Time: | 8.7369418144 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 512 |
| Time: | 8.7369351387 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 512 |
| Time: | 8.7369420528 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 512 |
| Time: | 0.0046641827 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0046639442 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0046641827 | ||||||| | ProcNum: | 1 | mSize: | 64 |
| Time: | 17.5834381580 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 1024 |
| Time: | 17.6578750610 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 1024 |
| Time: | 17.6251900196 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 1024 |
| Time: | 0.0168728828 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.0168819427 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.0168480873 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 128 |
| Time: | 0.2760000229 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.2738280296 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.2739291191 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 256 |
| Time: | 0.0016369820 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0016369820 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 32 |
| Time: | 0.0016369820 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 32 |
| Time: | 2.2061159611 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 512 |
| Time: | 2.2060608864 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 512 |
| Time: | 2.2061388493 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 512 |
| Time: | 0.0023140907 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0023398399 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 64 |
| Time: | 0.0023419857 | ||||||| | ProcNum: | 4 | mSize: | 64 |

--

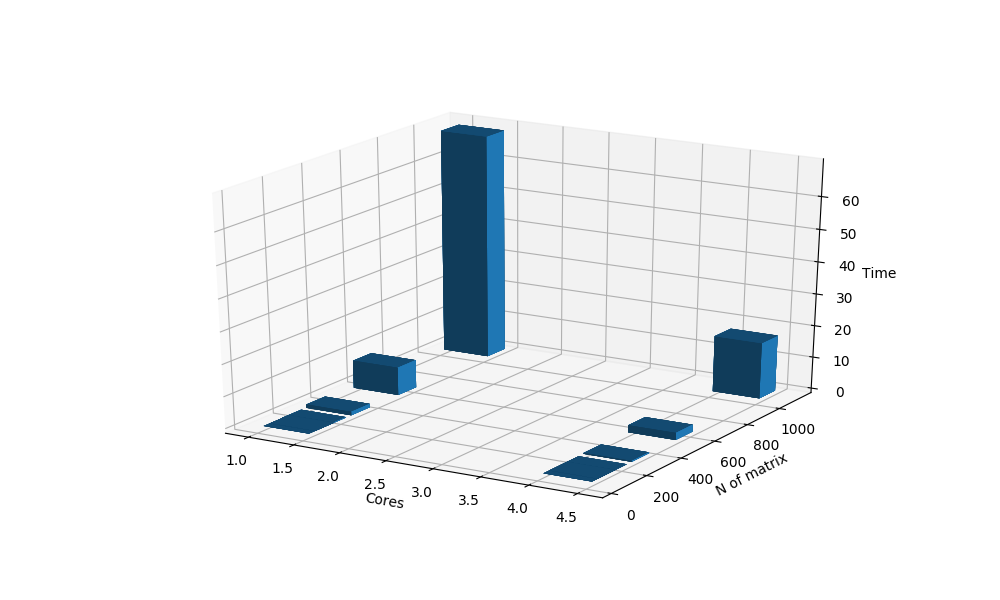
## 3D-графики

На Regatta был запущен алгоритм на размерах матриц до 2048 на 2048, но при использовании одного потока время выполнения программы превысило максимальные 15 минут (поэтому такая конфигурация не отображена на графике). На Bluegene алгоритм уже был запущен для матриц размером до 1024, чтобы не превышать критическое время работы алгоритма.

### OpenMP на Regatta



### OpenMP на Bluegene



# Анализ результатов

Благодаря использованию техногии OpenMP возможен практически линейный прирост производительности при увеличении числа потоков.

Если количество потоков превышает количество клеток матрицы, то улучшение выполнения алгоритма прекратится, следовательно, теоретически, наилучшая конфигурация – это количество потоков, равное количеству клеток.

# Выводы

Выполнена работа по разработке параллельной версии алгоритма Фокса умножения матриц с OpenMP. Проанализировано время выполнения алгоритмов на Regatta и Bluegene.

Выводы будут дополнены после написания алгоритма на MPI.