

# Общая физика: Оптика

## Вопрос по выбору

Кулаев Фёдор Б04-303, Ветров Алексей Б04-303

2 июня 2025 г.

### 1 Цель работы:

- Исследовать и протестировать различные варианты оптических схем подзорных труб
- Спроектировать и собрать позорную трубу с автофокусировкой
- Сравнить реальное угловое увеличение устройства с теоретическим
- Пронаблюдать различные типы аббераций

### 2 Используемые материалы и оборудование:

Линзы: Собирающие +3D, +15D, +16D, +20D; Рассеивающая -20D. В итоговом устройстве установлены: окуляр - +16D и объектив - +3D.

Профиль металлический(1 метр); 3D-принтеры; метизы; камера RPi Camera Module 3; микрокомпьютер Raspberry Pi 4; делитель луча; мотор постоянного тока;

### 3 Выбор подходящей оптической схемы

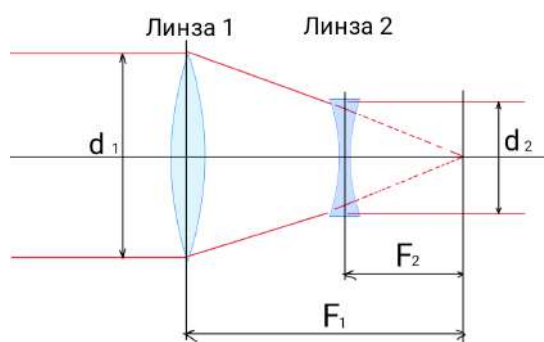


Схема Галиллей

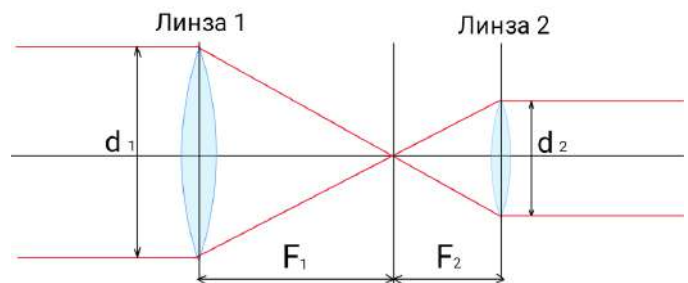


Схема Кеплера

Для обеих оптических схем увеличение вычисляется по формуле:

$$\Gamma = \frac{D_{\text{окуляра}}}{D_{\text{объектива}}} \approx 5.3$$

Мы распечатали оправы для линз и протестировали обе схемы на самодельной оптической скамье, представляющей из себя металлический профиль.



Оправы для линз



Тестирование

В качестве демонстрации мы сделали фотографии полученные с помощью телескопа по схеме Кеплера, используя три линзы - объектива на 3 диоптрии и окуляра - две сложенные вплотную линзы на 15 и 16 диоптрий. Теоретическое увеличение составляет чуть больше 10.



Без телескопа



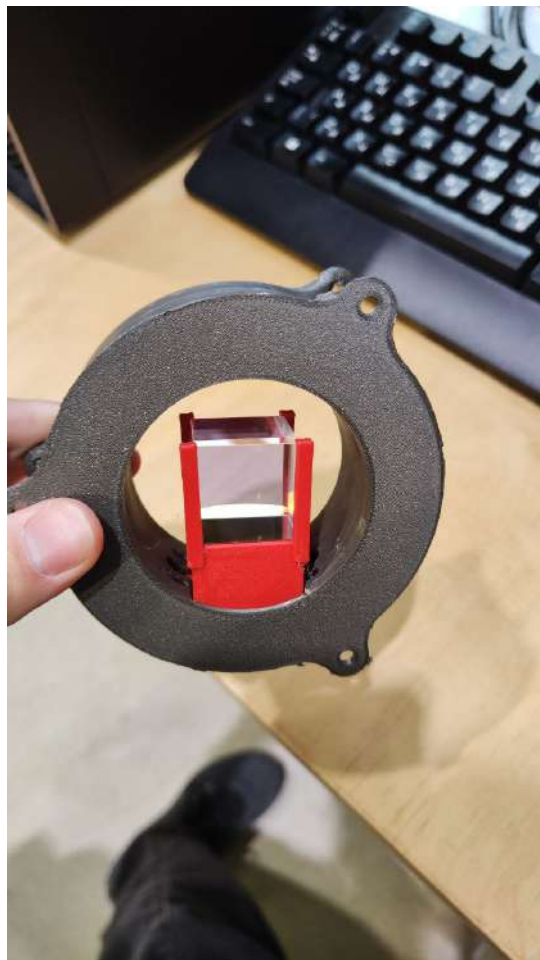
С телескопом (дополнительно перевернуто)

В итоге мы остановились на схеме Кеплера, в котором окуляр - собирающая линза на 16 диоптрий, а объектив - собирающая линза на 3 диоптрий. Для схемы Галиллеевской при наблюдении в рассеивающую линзу - собирающая линза с наблюдаемым объектом кажутся далеко, что усложнило бы работу автофокуса. Третью линзу в схему мы не стали ставить ввиду большого количества аберраций, которые искажали изображение и затрудняли работу автофокуса.

## 4 Сборка устройства



Делитель луча



Делитель луча в сборке

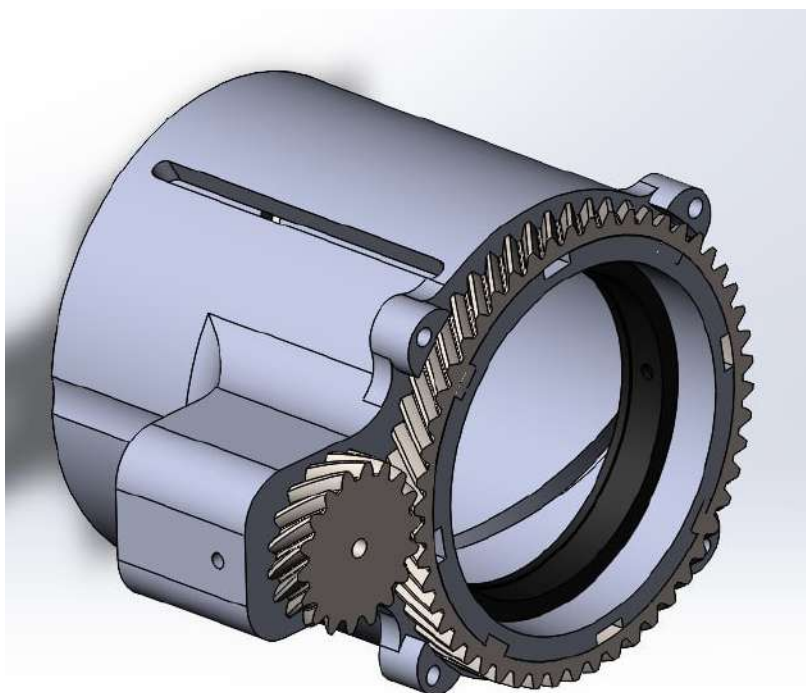


Рис. 1 — Механизм движения объектива

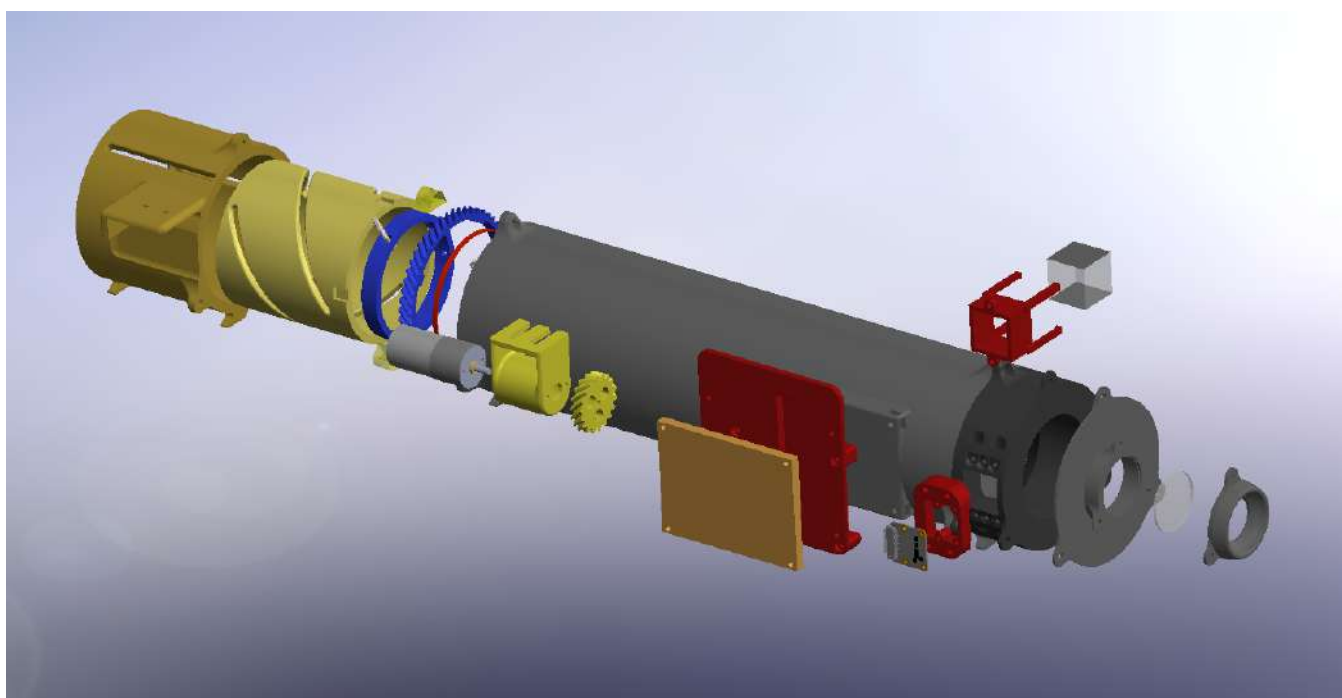


Рис. 2 — Взрыв-схема всего устройства

## 5 Реализация контрастного автофокуса

1. Свет, прошедший через оптическую схему, попадает на делитель луча и раздваивается. Одна половина света попадает в глаз наблюдателя, а вторая - на камеру.
2. Далее выбираем зону, по которой будем вычислять значение функции контрастности - таким образом мы ограничиваем область, которая будет учитываться при анализе. При необходимости она может быть выбрана из любой части кадра, но для простоты будем вырезать центральную часть. Этот шаг подразумевает, что во время работы внутри области будут лежать точки на равном расстоянии до объектива.
3. Для каждого RGB пикселя с обрезанного изображения мы считаем воспринимаемую яркость по следующей формуле:

$$I = 0.299 * R + 0.587 * G + 0.114 * B$$

Формула носит экспериментальный характер и показывает например, что зелёный цвет мы видим лучше всего, так как максимум чувствительности глаза при дневном освещении приходится на длину волны 560 нм.

Соответственно на этом этапе мы получили матрицу 'яркостей'

4. Далее для каждой пары соседних элементов матрицы мы вычисляем модуль их разницы (тем самым получая градиент нашей дискретной функции двух переменных) и полученные значения складываем.
5. Итоговая сумма и будет значением функции контрастности при некотором положении линз.
6. Мы проходим весь диапазон движения линзы с малым шагом и находим положение, где функция контрастности максимальна.
7. Возвращаем линзу в это положение.

## 6 Экспериментальное измерение увеличения

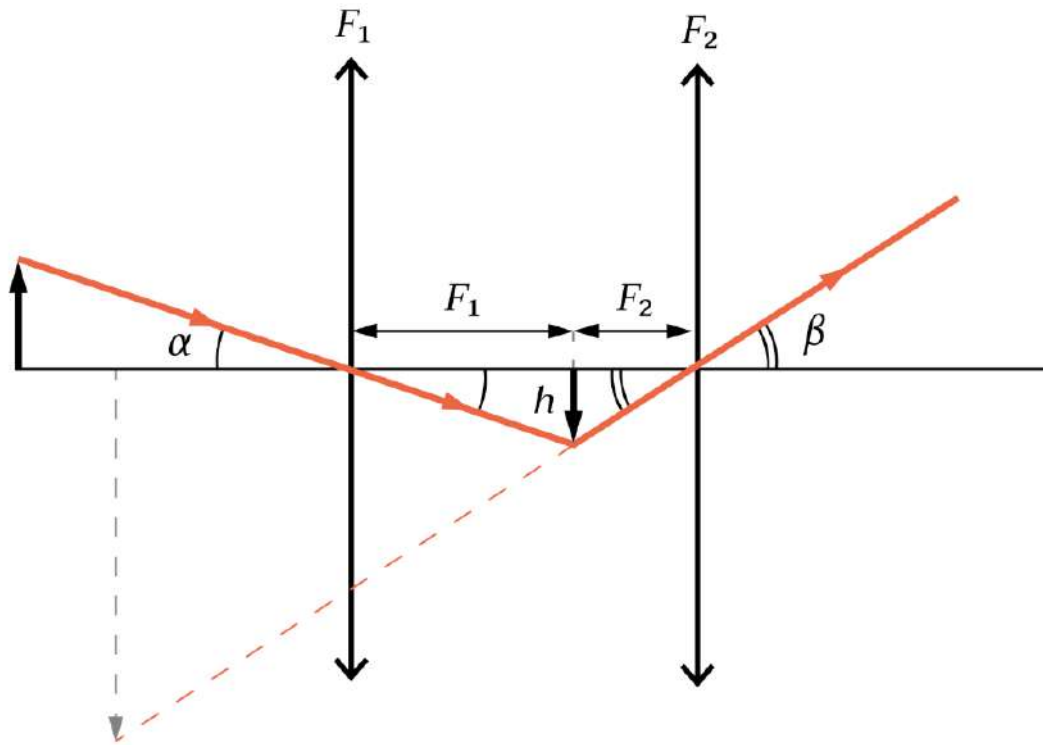


Рис. 3 — Оптическая схема телескопа

В предположении что все углы малые, отношение угловых размеров предмета будет равняться просто отношению количества пикселей на фотографии, которые будет занимать наш предмет.

$$\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{L_{\text{с телескопом}}}{L_{\text{без телескопа}}} = \frac{N(\text{пикселей})_{\text{с телескопом}}}{N(\text{пикселей})_{\text{без телескопа}}}$$



Без телескопа



С телескопом

В этой паре изображений высота дома соответствовала 3470 пикселям с телескопом и 668 пикселям без телескопа.





Без телескопа



С телескопом

В следующей паре изображений высота останкинской башни соответствовала 3190 пикселям с телескопом и 610 пикселям без телескопа.

Мы провели ещё несколько измерений и итоговые результаты занесли в таблицу:

$N_{\text{эксперимента}}$	$N(\text{пикселей})_{\text{с телескопом}}$	$N(\text{пикселей})_{\text{без телескопа}}$	$\Gamma$
1	3470	668	5.2
2	3190	610	5.2
3	3510	662	5.3
4	2980	562	5.3
5	3240	626	5.2

Усредняя, получаем, что  $\Gamma_{\text{экспериментальное}} = 5.2$ , при том, что теоретическое составляет  $\Gamma_{\text{теоретическое}} = 5.3$ .



## 7 Зависимость положения изображения от положения линз и расстояния до объекта

Для анализа возможных положений наблюдаемого изображения проведем расчеты в приближении тонкой линзы.

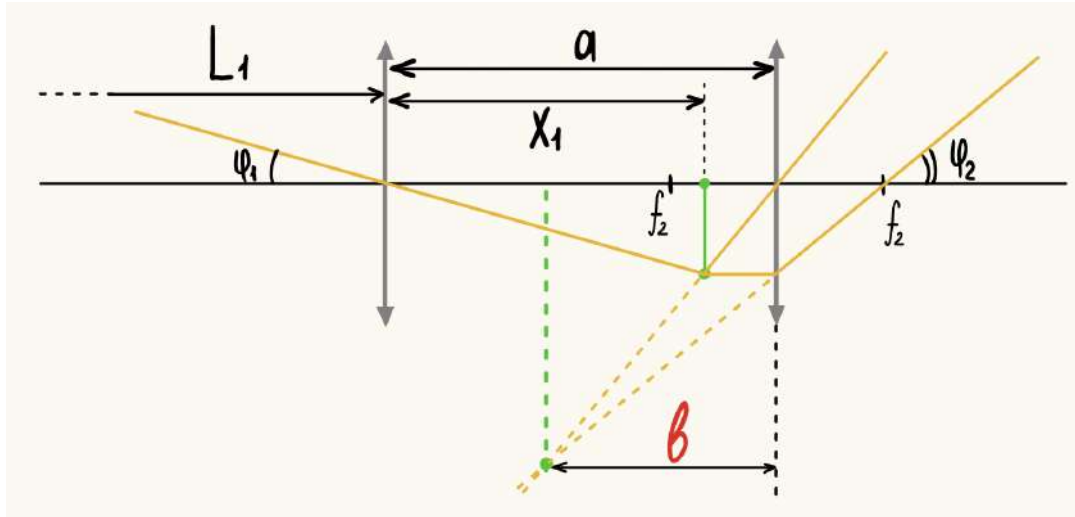


Рис. 4 — Схема формирования изображения

где  $a$  - расстояние между линзами,  $x_1$  - расстояние от объектива до даваемого им действительного изображения,  $L_1$  - расстояние от объекта до объектива,  $b$  - расстояние от окуляра до мнимого изображения. Нам интересна  $b$ , так как она с точностью до константы (расстояния от глаза до окуляра) будет описывать расстояние от глаза до изображения, которое мы будем наблюдать.

Запишем выражения:

$$x_1 = \frac{f_1 L_1}{L_1 - f_1}$$

И далее, учитывая что расстояние от окуляра до действительного изображения -  $x_2 = a - x_1$  получаем:

$$b = \frac{(a - x_1)f_2}{f_2 - (a - x_1)}$$

Также приведем окончательную зависимость  $b(a, L_1)$ :

$$b = \frac{(a - \frac{f_1 L_1}{L_1 - f_1})f_2}{f_2 - (a - \frac{f_1 L_1}{L_1 - f_1})}$$

Для анализа построим поверхность, которую задает это уравнение, в координатах  $(x; y; z) = (L_1; a; b)$ . Также построим сечения полученной поверхности плоскостями  $L_1 = \text{const}$  с шагом 10м и  $a = \text{const}$  с шагом 1мм.

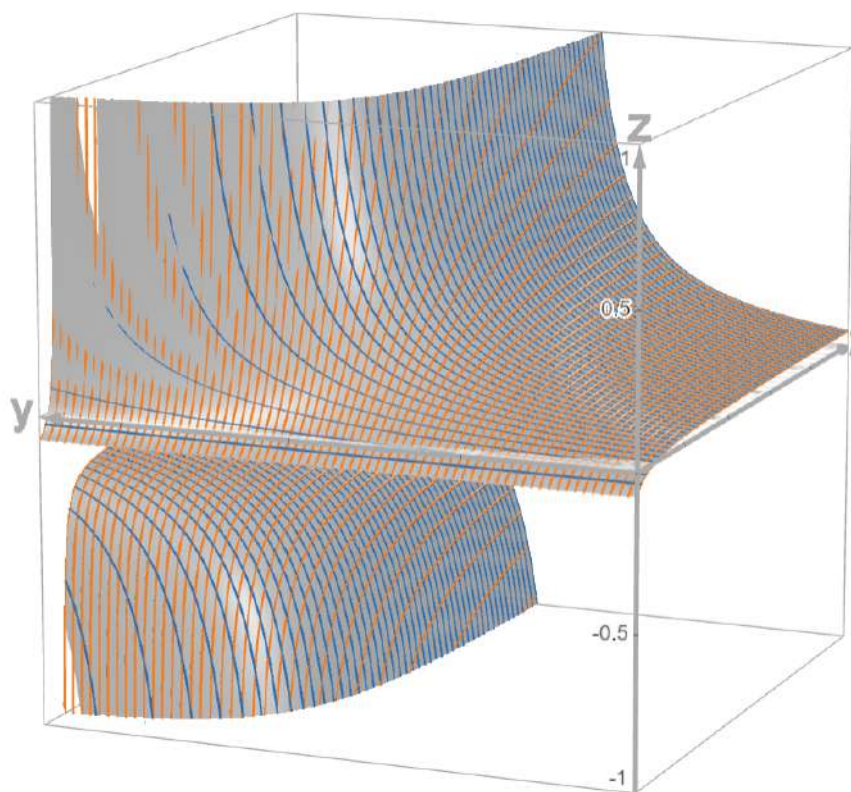
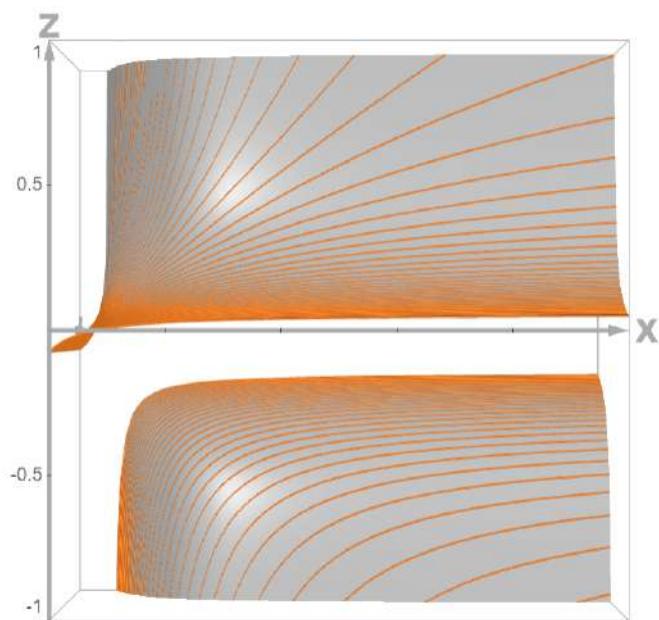
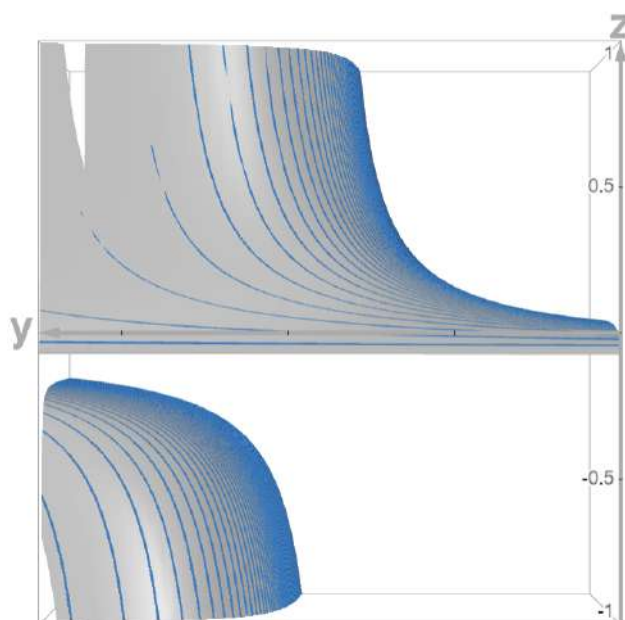


Рис. 5 — Зависимость расстояния до видимого изображения



Сечения  $a = \text{const}$



Сечения  $L_1 = \text{const}$

## 8 Описание готового устройства

Устройство представляет собой крупногабаритную подзорную трубу, которая обладает возможностью фокусироваться на объекты, находящиеся в диапазоне расстояний 3-10000 метров. Увеличение нашей трубы составляет 5.33, при этом изображение получается перевёрнутым. Для фокусировки устройству требуется порядка пары секунд, в течение которых подзорную трубу необходимо статично удерживать для корректной работы автофокуса.

## 9 Различные способы реализации автофокуса

В различных оптических приборах и фототехнике существует три основных типа автофокуса:

- Контрастный

В профессиональных камерах алгоритм схож с нашим. Основное отличие в высокой точности и скорости обработки входных данных, что позволяет реализовывать фокусировку методом градиентного спуска (максимизируя функцию контрастности). Это, в свою очередь, дает возможность использовать автофокус в "слеящем" режиме.

- Фазовый

В этом варианте входной пучок света делится на две части. Основная попадает на матрицу, а оставшаяся на специальное устройство, схема которого представлена на рисунке:

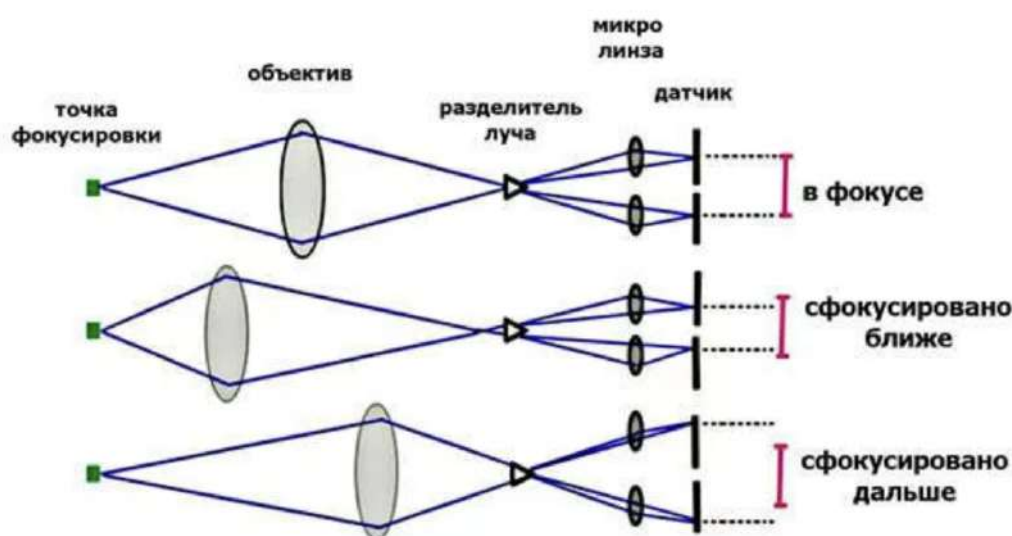


Рис. 6 — Схема фазового автофокуса

Соответственно, датчик измеряет расстояние между пятнами от двух разделённых пучков света. После обработки полученных данных механизм смещает линзу.

Данный автофокус имеет несколько преимуществ по сравнению с контрастным: по расстоянию между пятнами мы сразу можем понять, на какое расстояние и в какую сторону

необходимо сдвинуть линзу, что заметно ускоряет процесс, а также он более эффективен в условиях низкой освещенности.

- **Лазерный**

В этом случае дополнительно устанавливается лазерный дальномер, который определяет абсолютное расстояние от объекта до объектива. Из полученного значения рассчитывается оптимальное положение линз. Этот способ является одним из самых точных и быстрых, так как лазер позволяет очень точно измерить расстояние, также он абсолютно не зависит от условий освещения. Но у него есть и существенный минус: с ростом расстояния до объекта сильно возрастает необходимая мощность лазера, что ограничивает область применения.

(можно привести численное значение по формулам рассеяния Рэлея и поглощения по Бугеру-Ламберту-Беру)

## 10 Абберации

Различные абберации (искажения) являются неотъемлемой частью любого оптического прибора, в том числе и нашей подзорной трубы. Продемонстрируем различные виды аббераций и пронаблюдаем их на примере собранного устройства.

### 10.1 Хроматические абберации

На практике линзы не идеальны и для материала, из которого они изготовлены есть дисперсия. Соответственно, оптическая плотность для каждого из цветов разная, из-за чего фокусное расстояние линзы для разных длин волн своя.

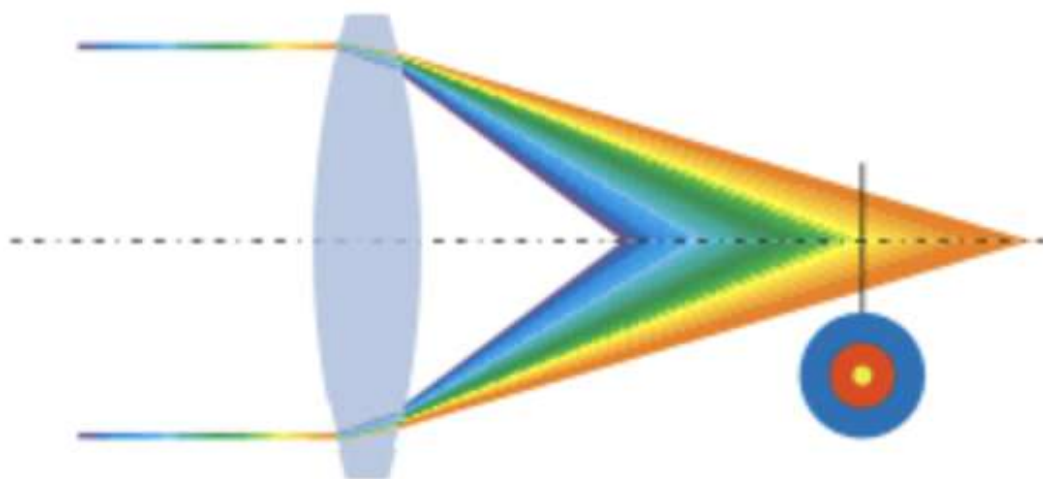


Рис. 7 — Хроматические абберации

Количественно дисперсионные свойства материалов и соответственно то, насколько сильно

будут наблюдаться хроматические aberrации при изготовлении стекла из соответствующего материала, описывает число Аббе  $V_d$ .

$$V_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$

где:

- $n_d$  – показатель преломления для жёлтой линии гелия d (587.6 нм)
- $n_F$  – показатель преломления для синей линии водорода F (486.1 нм)
- $n_C$  – показатель преломления для красной линии водорода C (656.3 нм)

Чем выше  $V_d$ , тем меньше материал подвержен хроматическим aberrациям.

Существуют способы ахроматизации системы линз. Ниже приведем одну из них:

Запишем изменение фокусного расстояния линзы  $\delta f$  в зависимости от изменения показателя преломления  $\delta n$ :

$$\frac{f}{\delta f} = -\frac{n - 1}{\delta n}$$

Примем, что  $\delta n = n_C - n_f$ ,  $n \approx n_D$ , тогда формула преобразуется в  $\frac{f}{\delta f} = V_d$ . Также с учетом формулы для фокусного расстояния системы линз  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{l}{f_1 f_2}$  получим условие на ахроматизацию ( $\delta f = 0$ ):

$$\frac{\delta f_1}{f_1^2} + \frac{\delta f_2}{f_2^2} - \frac{l}{f_1 f_2} \left( \frac{\delta f_1}{f_1} + \frac{\delta f_2}{f_2} \right) = 0$$

Которое при подстановке полученных выше равенств обретает удобный вид:

$$\frac{f_2}{V_{d1}} + \frac{f_1}{V_{d2}} = l \left( \frac{1}{V_{d1}} + \frac{1}{V_{d2}} \right)$$

## 10.2 Сферические абберации

Из-за отличия сферической поверхности от параболической и гиперболической при работе с непараксиальными лучами мы наблюдаем сферические абберации.

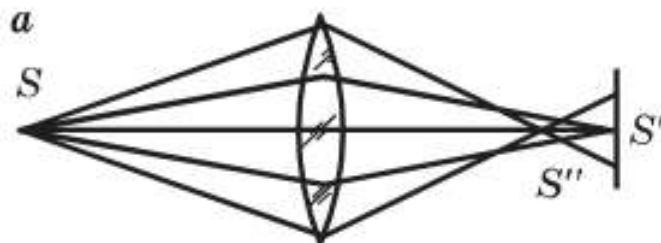


Рис. 8 — Сферическая абберация простой линзы

Сферическую абберацию удастся устранить лишь для определенного расстояния до предмета. Для зрительных труб и обычных фотообъективов выбирают удаленный предмет, объективы микроскопов корректируют для положения предмета непосредственно перед фокусом

Остальные типы аббераций возникают, если объект лежит не на оптической оси системы.

## 10.3 Кома

Эта абберация возникает при отображении внеосевых точек предмета широкими пучками лучей. Лучи из точки Q, проходящие ближе к краям линзы, преломляются сильнее, чем требуется для их схождения в точку Q' пересечения параксиальных лучей, и образуют в плоскости параксиальных изображений кружки рассеяния, которые заполняют область между прямыми, выходящими из Q'.

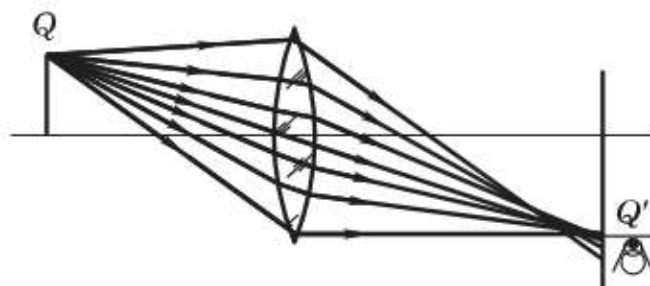


Рис. 9 — Абберация комы

## 10.4 Дисторсия

В оптических системах возможно искажение геометрической формы изображения протяженного предмета. Если линейное увеличение растет по мере удаления от оптической оси к краям



поля зрения, изображение квадрата приобретает вид «подушки» (а) Так бывает при расположении ограничивающей пучки диафрагмы позади линзы.

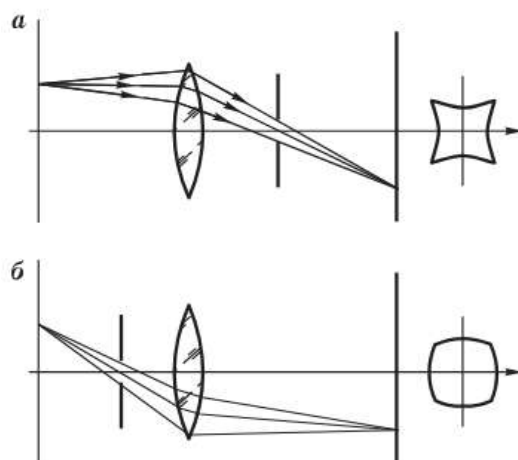


Рис. 10 — Дисторсия при разных положениях диафрагмы

Если диафрагма находится перед линзой, увеличение по краям поля зрения меньше, чем в центре, и изображение квадрата приобретает вид «бочки» (б). В системе двух линз при расположении диафрагмы между линзами можно добиться почти полного уничтожения дисторсии, так как подушкообразная дисторсия, создаваемая первой линзой, компенсируется бочкообразной дисторсией второй линзы.