

# Výrokovologické spojky

## 2. prednáška · Matematika (4): Logika pre informatikov

---

Ján Klúka, Jozef Šiška

Letný semester 2020/2021

Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky  
Katedra aplikovanej informatiky

Výrokovologické spojky

    Boolovské spojky

    Implikácia

    Ekvivalencia

    Syntax výrokovologických formúl

    Sémantika výrokovologických formúl

    Správnosť a vernosť formalizácie

Minulý týždeň sme sa naučili:

- Čo sú symboly jazyka *atomických formúl* logiky prvého rádu.
- Čo sú atomické formuly.
- Čo sú štruktúry.
  - Neprázdna doména + interpretačná funkcia.
  - Konštanty označujú objekty.
  - Predikáty označujú vzťahy a vlastnosti.
- Kedy sú atomické formuly pravdivé v danej štruktúre.
- Jazyk atomických formúl je oproti slovenčine veľmi slabý.
  - Môžu byť pravdivé vo veľmi čudných štruktúrach.
  - Veľa sme vyjadrovali približne.

# Výrokovologické spojky

---

Atomické formuly logiky prvého rádu môžeme spájať do zložitejších tvrdení **výrokovologickými spojkami**.

- Zodpovedajú spojkám v slovenčine, ktorými vytvárame súvetia.
- Významom spojky je vždy **boolovská funkcia**, teda funkcia na pravdivostných hodnotách spájaných výrokov. Pravdivostná hodnota zloženého výroku závisí **iba** od pravdivostných hodnôt podvýrokov.

## Príklad 2.1

Negácia, konjunkcia, disjunkcia, implikácia, ekvivalencia, ...

# Nevýrokovologické spojky

## Negatívny príklad

Spojka *pretože* **nie je** výrokovologická.

## Dôkaz.

Uvažujme o výroku „*Karol je doma, pretože Jarka je v škole*“.

**Je** pravdivý v situácii: Je 18:00 a Karol je doma, aby nakrmil psa Bobíka, ktorý by inak bol hladný až do 19:30, keď sa Jarka vráti zo školy, kde má cvičenia od 17:20 do 18:50.

**Nie je** pravdivý v situácii: Jarka išla ráno do školy, ale Karol ostal doma, lebo je chorý. S Jarčinou prítomnosťou v škole to nesúvisí.

V oboch situáciách sú výroky „*Karol je doma*“ aj „*Jarka je v škole*“ pravdivé, ale pravdivostná hodnota zloženého výroku je rôzna.

**Nezávisí** iba od pravdivostných hodnôt podvýrokov (ale od existencie vzťahu **príčina-následok** medzi nimi).

Spojka *pretože* teda nie je **funkciou** na pravdivostných hodnotách.



# Výrokovologické spojky

---

## Boolovské spojky

# Negácia

Negácia  $\neg$  je **unárna** spojka — má jeden argument, formulu.

Zodpovedá výrazom *nie*, „*nie je pravda, že ...*“, predpone *ne-*.

Ľubovoľne vnáratelná.

Formula vytvorená negáciou sa **nezátvorkuje**.

Okolo argumentu negácie **nepridávame** zátvorky,  
ale môže ich mať on sám, ak to jeho štruktúra vyžaduje.

## Príklad 2.2

$\neg \text{doma}(\text{Karol})$

Karol **nie** je doma.

$\neg \text{Jarka} \doteq \text{Karol}$

Jarka **nie** je Karol.

$\neg \neg \neg \text{poslúcha}(\text{Cilka})$

**Nie** je pravda, že **nie** je pravda,  
že Cilka **neposlúcha**.

~~$(\neg \text{doma}(\text{Karol}))$~~

nesprávna

~~$\neg(\text{doma}(\text{Karol}))$~~

syntax



# Konjunkcia

---

Konjunkcia  $\wedge$  je **binárna** spojka.

Zodpovedá spojкам *a, aj, i, tiež, ale, avšak, no, hoci, ani, ba (aj/ani), ...*

Formalizujeme ňou zlučovacie, stupňovacie a odporovacie súvetia:

- Jarka je doma **aj** Karol je doma.  
 $(\text{doma}(\text{Jarka}) \wedge \text{doma}(\text{Karol}))$
- Jarka je v škole, **no** Karol je doma.  
 $(\text{v\_škole}(\text{Jarka}) \wedge \text{doma}(\text{Karol}))$
- **Ani** Jarka nie je doma, **ani** Karol tam nie je.  
 $(\neg \text{doma}(\text{Jarka}) \wedge \neg \text{doma}(\text{Karol}))$
- **Nielen** Jarka je chorý, **ale aj** Karol je chorý.  
 $(\text{chorý}(\text{Jarka}) \wedge \text{chorý}(\text{Karol}))$

Zloženú formulu vždy **zátvorkujeme**.

## Formalizácia viacnásobných vetných členov konjunkciou

Zlučovacie viacnásobné vetné členy tiež formalizujeme ako konjunkcie:

- Jarka aj Karol sú doma.  
 $(\text{doma}(\text{Jarka}) \wedge \text{doma}(\text{Karol}))$
- Karol sa potkol a spadol.  
 $(\text{potkol\_sa}(\text{Karol}) \wedge \text{spadol}(\text{Karol}))$
- Jarka dostala Bobíka od mamy a otca.  
 $(\text{dostal}(\text{Jarka}, \text{Bobík}, \text{mama}) \wedge \text{dostal}(\text{Jarka}, \text{Bobík}, \text{otec}))$

Podobne (jednoduché a viacnásobné zlučovacie) prívlastky vlastností:

- Eismann je ruský špión.  
 $(\text{Rus}(\text{Eismann}) \wedge \text{špión}(\text{Eismann}))$
- Bobík je malý čierny psík.  
 $((\text{malý}(\text{Bobík}) \wedge \text{čierny}(\text{Bobík})) \wedge \text{pes}(\text{Bobík}))$

Zlučovacie súvetia niekedy vyjadrujú časovú následnosť,  
ktorá sa pri priamočiarom preklade do logiky prvého rádu **stráca**:

- Jarka a Karol sa stretli **a** išli do kina.  
$$(\text{stretli\_sa}(\text{Jarka}, \text{Karol}) \wedge (\text{do\_kina}(\text{Jarka}) \wedge \text{do\_kina}(\text{Karol})))$$
- Jarka a Karol išli do kina **a** stretli sa.  
$$((\text{do\_kina}(\text{Jarka}) \wedge \text{do\_kina}(\text{Karol})) \wedge \text{stretli\_sa}(\text{Jarka}, \text{Karol}))$$

# Disjunkcia

---

Disjunkcia  $\vee$  je binárna spojka, ktorá zodpovedá spojkám *alebo*, či, „*bud'...*, *alebo...*“ v **inkluzívnom** význame (môžu nastať aj obe možnosti).

Disjunkciou formalizujeme vylučovacie súvetia:

- Jarka je doma **alebo** Karol je doma.  
(doma(Jarka)  $\vee$  doma(Karol))
- Buď je Karol doma, **alebo** je Jarka v škole.  
(doma(Karol)  $\vee$  v\_škole(Jarka))

Zloženú formulu vždy **zátvorkujeme**.

## Formalizácia viacnásobných vetných členov disjunkciou

---

Viacnásobné vetné členy s vylučovacou spojkou tiež prekladáme ako disjunkcie:

- Doma je Jarka alebo Karol.  
 $(\text{doma}(\text{Jarka}) \vee \text{doma}(\text{Karol}))$
- Jarka je doma alebo v škole.  
 $(\text{doma}(\text{Jarka}) \vee \text{v\_škole}(\text{Jarka}))$
- Jarka dostala Bobíka od mamy alebo otca.  
 $(\text{dostal}(\text{Jarka}, \text{Bobík}, \text{mama}) \vee \text{dostal}(\text{Jarka}, \text{Bobík}, \text{otec}))$
- Bobík je čierny či tmavohnedý psík.  
 $((\text{čierny}(\text{Bobík}) \vee \text{tmavohnedý}(\text{Bobík})) \wedge \text{pes}(\text{Bobík}))$

## Exkluzívna disjunkcia

---

Konštrukcia *bud'...*, *alebo ...* **neznamená** nutne exkluzívnu disjunkciu.

- Bobík a Cilka sa pobili.  
Bud' Bobík pohrýzol Cilku, alebo Cilka poškrabala Bobíka.  
(Mohlo sa stať jedno aj druhé.)

Niekedy samotné *alebo* znamená exkluzívnu disjunkciu.

- Jarka je doma alebo v škole.  
(Nemôže byť súčasne na dvoch miestach.)

Exkluzívnu disjunkciu môžeme vyjadriť zložitejšou formulou:

## Exkluzívna disjunkcia

---

Konstrukcia *bud'...*, *alebo ...* **neznamená** nutne exkluzívnu disjunkciu.

- Bobík a Cilka sa pobili.  
Bud' Bobík pohrýzol Cilku, alebo Cilka poškrabala Bobíka.  
(Mohlo sa stať jedno aj druhé.)

Niekedy samotné *alebo* znamená exkluzívnu disjunkciu.

- Jarka je doma alebo v škole.  
(Nemôže byť súčasne na dvoch miestach.)

Exkluzívnu disjunkciu môžeme vyjadriť zložitejšou formulou:

$$((\text{doma}(\text{Jarka}) \vee \text{v\_škole}(\text{Jarka})) \wedge \\ \neg(\text{doma}(\text{Jarka}) \wedge \text{v\_škole}(\text{Jarka}))).$$

Formuly s binárnymi spojkami sú vždy uzátvorkované.

Dajú sa jednoznačne rozložiť na podformuly a interpretovať.

Slovenské tvrdenia so spojkami nie sú vždy jednoznačné:

- Karol je doma a Jarka je doma alebo je Bobík šťastný.

❓  $((\text{doma}(\text{Karol}) \wedge \text{doma}(\text{Jarka})) \vee \text{šťastný}(\text{Bobík}))$

❓  $(\text{doma}(\text{Karol}) \wedge (\text{doma}(\text{Jarka}) \vee \text{šťastný}(\text{Bobík})))$

- Karol je doma alebo Jarka je doma a Bobík je šťastný.

❓  $((\text{doma}(\text{Karol}) \vee \text{doma}(\text{Jarka})) \wedge \text{šťastný}(\text{Bobík}))$

❓  $(\text{doma}(\text{Karol}) \vee (\text{doma}(\text{Jarka}) \wedge \text{šťastný}(\text{Bobík})))$



# Jednoznačnosť rozkladu v slovenčine

Slovenčina má prostriedky podobné zátvorkám:

- Karol aj Jarka sú (obaja) doma alebo je Bobík šťastný.  
 $((\text{doma}(\text{Karol}) \wedge \text{doma}(\text{Jarka})) \vee \text{šťastný}(\text{Bobík}))$
- Karol je doma a buď je doma Jarka, alebo je Bobík šťastný.  
Aj Karol je doma, aj je doma Jarka alebo je Bobík šťastný.  
 $(\text{doma}(\text{Karol}) \wedge (\text{doma}(\text{Jarka}) \vee \text{šťastný}(\text{Bobík})))$
- Doma je Karol alebo Jarka a Bobík je šťastný.  
Nieko z dvojice Karol a Jarka je doma a Bobík je šťastný.  
 $((\text{doma}(\text{Karol}) \vee \text{doma}(\text{Jarka})) \wedge \text{šťastný}(\text{Bobík}))$
- Buď je doma Karol, alebo je doma Jarka a Bobík je šťastný.  
 $(\text{doma}(\text{Karol}) \vee (\text{doma}(\text{Jarka}) \wedge \text{šťastný}(\text{Bobík})))$

Príslušnosť výrokov k spojкам vyjadrujú viacnásobný vetný člen (+*obaja*, *nieko z*) a kombinácie spojok *bud'...*, *alebo ...*; *aj ..., aj ...*; *ani ..., ani ...*; atď.

## Oblasť platnosti negácie

Výskyt negácie sa vzťahuje na **najkratšiu nasledujúcu formulu** — **oblasť platnosti** tohto výskytu.

- $((\neg \text{doma}(\text{Karol}) \wedge \text{doma}(\text{Jarka})) \vee \text{šťastný}(\text{Bobík}))$
- $(\neg (\text{doma}(\text{Karol}) \wedge \text{doma}(\text{Jarka}))) \vee \text{šťastný}(\text{Bobík})$

Argument negácie je **uzátvorkovaný práve vtedy**, keď je **priamo** vytvorený binárnou spojkou:

- ✓  $\neg \neg (\text{doma}(\text{Karol}) \wedge \text{doma}(\text{Jarka}))$
- ✗  $\neg (\neg (\text{doma}(\text{Karol}) \wedge \text{doma}(\text{Jarka})))$

# Negácia rovnostného atómu

Rovnosť nie je spojka, preto:

✓  $\neg \text{Jarka} \doteq \text{Karol}$  — Jarka **nie** je Karol.

✗  $\neg ( \text{Jarka} \doteq \text{Karol} )$

Zátvorky sú zbytočné, lebo čítanie

„*«Nie je pravda, že Jarka» sa rovná Karol*“ je nezmyselné:

1. Syntakticky: Negácia sa vzťahuje na formulu.  
Konštanta nie je formula, rovnosť s oboma argumentmi je.
2. Sémanticky: Negácia je funkcia na pravdivostných hodnotách.  
Konštanty označujú objekty domény.  
Objekty nie sú pravdivé ani nepravdivé.

## Dohoda 2.3

Formulu  $\neg \tau \doteq \sigma$  budeme skrátene zapisovať  $\tau \not\equiv \sigma$ .

# Výrokovologické spojky

---

Implikácia

# Implikácia

Implikácia  $\rightarrow$  je binárna spojka približne zodpovedajúca podmienkovému podradovaciemu súvetiu *ak ..., tak ...*

Vo formule  $(A \rightarrow B)$  hovoríme podformule  $A$  **antecedent** a podformule  $B$  **konzekvent**.

Formula vytvorená implikáciou je **nepravdivá** v **jedinom** prípade: antecedent je pravdivý a konzekvent nepravdivý.

 Tomuto významu nezodpovedajú všetky súvetia *ak ..., tak ...*

Napr. výrok „Ak by Sarah prišla, Jim by prišiel tiež“ je nepravdivý, keď ním chceme povedať, že si myslíme, že išli rovnakým autobusom, ale Jim išiel iným a zmeškal ho.

Implikácia plne nevystihuje ani prípady, keď *ak ..., tak ...* vyjadruje (neboolovský) vzťah príčina-následok (ako *pretože*).

*Keď ..., potom ...* má často význam časovej následnosti, ktorý implikácia nepostihuje.

# Nutná a postačujúca podmienka

---

Implikáciu vyjadrujú aj súvetia:

Jim príde, **ak** príde Kim.

Jim príde, **iba ak** príde Kim.

Vedľajšie vety (*príde Kim*) sú **podmienkami** hlavnej vety (*Jim príde*).

Ale je medzi nimi **podstatný rozdiel**:

Jim príde, **ak** príde Kim.

**postačujúca**  
podmienka

Jim príde, **iba ak** príde Kim.

**nutná**  
podmienka

# Postačujúca podmienka

---

Jim príde, **ak** príde Kim.

- Na to, aby prišiel Jim, **stačí**, aby prišla Kim.
- Teda, ak príde Kim, tak príde aj Jim.
- Nepravdivé, keď Kim príde, ale Jim **ne**príde.
- Zodpovedá teda  $(\text{príde}(\text{Kim}) \rightarrow \text{príde}(\text{Jim}))$ .

Vo všeobecnosti:

$$A, \text{ ak } B. \quad \rightsquigarrow \quad (B \rightarrow A)$$

Iné vyjadrenia:

- Jim príde, **pokiaľ** príde Kim.

# Nutná podmienka

Jim príde, **iba ak** príde Kim.

- Na to, aby prišiel Jim, **je nevyhnutné**, aby prišla Kim, ale nemusí to stačiť.
- Teda, ak Jim príde, tak príde aj Kim.
- Nepravdivé, keď Jim príde, ale Kim **ne**príde.
- Zodpovedá teda  $(\text{príde}(\text{Jim}) \rightarrow \text{príde}(\text{Kim}))$ .

Vo všeobecnosti:

$$A, \text{ iba ak } B. \quad \rightsquigarrow \quad (A \rightarrow B)$$

Iné vyjadrenia:

- Jim príde, **iba pokiaľ** s Kim.
- Jim príde **iba** spolu s Kim.
- Jim **ne**príde **bez** Kim.



# Nutná a postačujúca podmienka rukolapne

---

Určite by sa vám páčilo, keby z pravidiel predmetu vyplývalo:

*Logikou prejdete, **ak** odovzdáte všetky domáce úlohy.*

*Stačilo by odovzdať úlohy a nebolo by nutné urobiť nič iné.*

Žiaľ, z našich pravidiel vyplýva:

*Logikou prejdete, **iba ak** odovzdáte všetky domáce úlohy.*

*Odovzdať úlohy je nutné, ale na prejdenie to nestačí.*

$(A \rightarrow B)$  formalizuje (okrem iných) zložené výroky:

- Ak  $A$ , tak  $B$ .
- Ak  $A$ , tak aj  $B$ .
- Ak  $A$ ,  $B$ .
- Pokiaľ  $A$ , [tak (aj)]  $B$ .
- $A$ , iba/len/jedine ak/pokiaľ(/keď)  $B$ .
- $A$  nastane iba spolu s  $B$ .
- $A$  nenastane bez  $B$ .
- $B$ , ak/pokiaľ(/keď)  $A$ .

# Výrokovologické spojky

---

Ekvivalencia

Ekvivalencia  $\leftrightarrow$  vyjadruje, že ňou spojené výroky majú rovnakú pravdivostnú hodnotu.

Zodpovedá slovenským výrazom *ak a iba ak; vtedy a len vtedy, keď; práve vtedy, keď; rovnaký ... ako ...; taký ... ako ....*

- Jim príde, ak a iba ak príde Kim.  
( $\text{príde}(\text{Jim}) \leftrightarrow \text{príde}(\text{Kim})$ )
- Číslo  $n$  je párne práve vtedy, keď  $n^2$  je párne.  
( $\text{párne}(n) \leftrightarrow \text{párne}(n^2)$ )
- Müller je taký Nemec, ako je Stirlitz Rus.  
( $\text{Nemec}(\text{Müller}) \leftrightarrow \text{Rus}(\text{Stirlitz})$ )

Ekvivalencia ( $A \leftrightarrow B$ ) zodpovedá tvrdeniu,  
že  $A$  je nutnou aj postačujúcou podmienkou  $B$ .

Budeme ju preto považovať za **skratku** za formulu

$$((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)).$$

## Ďalšie spojky a vetné konštrukcie

---

V slovenčine a iných prirodzených aj umelých jazykoch sa dajú tvoriť aj oveľa komplikovanejšie podmienené tvrdenia:

- Karol je doma, *ak* je Jarka v škole, *inak* má Jarka obavy.
- Karol je doma, *ak* je Jarka v škole,  
*inak* má Jarka obavy, *okrem* prípadov, keď je Bobík s ním.

Výrokovologické spojky sa dajú vytvoriť aj pre takéto konštrukcie, ale väčšinou sa to nerobí.

Na ich vyjadrenie stačia aj základné spojky. Mohli by sme pre ne vymyslieť označenie a považovať aj ako skratky, podobne ako ekvivalenciu.

# Výrokovologické spojky

---

Syntax výrokovologických formúl

# Syntax a sémantika formúl s výrokovologickými spojkami

---

Podobne ako pri atomických formulách, aj pri formulách s výrokovologickými spojkami potrebujeme **zadefinovať** — presne a záväzne — ich **syntax** (skladbu) a **sémantiku** (význam).

Niektoré definície preberieme, iné rozšírime alebo modifikujeme, ďalšie pridáme.

**Syntax** výrokovologických formúl logiky prvého rádu špecifikuje:

- z čoho sa skladajú,
- čím sú a akú majú štruktúru.



# Symboly výrokovologickej časti logiky prvého rádu

## Definícia 2.4

*Symbolmi jazyka  $\mathcal{L}$  výrokovologickej časti logiky prvého rádu sú:*

*mimologické symboly*, ktorými sú

- *individuové konštanty* z nejakej neprázdnej spočítateľnej množiny  $\mathcal{C}_{\mathcal{L}}$
- a *predikátové symboly* z nejakej spočítateľnej množiny  $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$ ;

*logické symboly*, ktorými sú

- *výrokovologické spojky*  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$  (nazývané, v uvedenom poradí, *symbol negácie*, *symbol konjunkcie*, *symbol disjunkcie*, *symbol implikácie*);
- a *symbol rovnosti*  $\doteq$ ;

*pomocné symboly*  $(, )$  a  $,$  (ľavá zátvorka, pravá zátvorka a čiarka).

Množiny  $\mathcal{C}_{\mathcal{L}}$  a  $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$  sú disjunktné. Pomocné ani logické symboly sa nevyskytujú v symboloch z  $\mathcal{C}_{\mathcal{L}}$  ani  $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$ .

Každému symbolu  $P \in \mathcal{P}_{\mathcal{L}}$  je priradená *arita*  $\text{ar}_{\mathcal{L}}(P) \in \mathbb{N}^+$ .

Definícia atomických formúl je takmer rovnaká ako doteraz:

## Definícia 2.5

Nech  $\mathcal{L}$  je jazyk výrokovologickej časti logiky prvého rádu.

**Rovnostný atóm** jazyka  $\mathcal{L}$  je každá postupnosť symbolov  $c_1 \doteq c_2$ , kde  $c_1$  a  $c_2$  sú indivíduové konštanty z  $\mathcal{C}_{\mathcal{L}}$ .

**Predikátový atóm** jazyka  $\mathcal{L}$  je každá postupnosť symbolov  $P(c_1, \dots, c_n)$ , kde  $P$  je predikátový symbol z  $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}$  s aritou  $n$  a  $c_1, \dots, c_n$  sú indivíduové konštanty z  $\mathcal{C}_{\mathcal{L}}$ .

**Atomickými formulami** (skrátene **atómami**) jazyka  $\mathcal{L}$  súhrnne nazývame všetky rovnostné a predikátové atómy jazyka  $\mathcal{L}$ .

Množinu všetkých atómov jazyka  $\mathcal{L}$  označujeme  $\mathcal{A}_{\mathcal{L}}$ .

# Čo sú výrokovologické formuly?

Majme jazyk  $\mathcal{L}$ , kde  $\mathcal{C}_{\mathcal{L}} = \{\text{Kim}, \text{Jim}, \text{Sarah}\}$  a  $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \{\text{príde}^1\}$ .

Čo sú formuly tohto jazyka?

- Samotné atómy, napr.  $\text{príde}(\text{Sarah})$ .
- Negácie atómov, napr.  $\neg \text{príde}(\text{Sarah})$ .
- Atómy alebo aj ich negácie spojené spojkou, napr.  $(\neg \text{príde}(\text{Kim}) \vee \text{príde}(\text{Sarah}))$ .
- Ale negovať a spájať spojkami môžeme aj zložitejšie formuly, napr.  $(\neg(\text{príde}(\text{Kim}) \wedge \text{príde}(\text{Sarah})) \rightarrow (\neg \text{príde}(\text{Kim}) \vee \neg \text{príde}(\text{Sarah})))$ .

Ako to presne a úplne popíšeme?

# Čo sú výrokovologické formuly?

---

Ako presne a úplne popíšeme, čo je formula?

**Induktívnou** definíciou:

1. Povieme, čo sú základné formuly,  
ktoré sa nedajú rozdeliť na menšie formuly.
  - ▶ Podobne ako báza pri matematickej indukcii.
2. Opíšeme, ako sa z jednoduchších formúl skladajú zložitejšie.
  - ▶ Podobne ako indukčný krok pri matematickej indukcii.
3. Zabezpečíme, že nič iné nie je formulou.

## Definícia 2.6

Nech  $\mathcal{L}$  je jazyk výrokovologickej časti logiky prvého rádu.

**Množina  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  formúl jazyka  $\mathcal{L}$**  je (3.) **najmenšia** množina postupností symbolov, ktorá spĺňa všetky nasledujúce podmienky:

1. Každý atóm z  $\mathcal{A}_{\mathcal{L}}$  je formulou z  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ .
- 2.1. Ak  $A$  patrí do  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ , tak aj postupnosť symbolov  $\neg A$  patrí do  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  a nazývame ju **negácia** formuly  $A$ .
- 2.2. Ak  $A$  a  $B$  sú v  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ , tak aj postupnosti symbolov  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$  a  $(A \rightarrow B)$  patria do  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  a nazývame ich postupne **konjunkcia**, **disjunkcia** a **implikácia** formúl  $A$  a  $B$ .

Každý prvok  $A$  množiny  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  nazývame **formulou** jazyka  $\mathcal{L}$ .

### Dohoda 2.7

Formuly označujeme meta premennými  $A, B, C, X, Y, Z$ , podľa potreby aj s dolnými indexmi.

### Dohoda 2.8

Pre každú dvojicu formúl  $A, B \in \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  je zápis  $(A \leftrightarrow B)$  skratka za formulu  $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A))$ .

Technicky  $(\cdot \leftrightarrow \cdot) : \mathcal{E}_{\mathcal{L}} \rightarrow \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  funkcia na formulách definovaná ako  $(A \leftrightarrow B) = ((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A))$  pre každé dve formuly  $A$  a  $B$ .

### Príklad 2.9

Ako by sme podľa definície 2.6 mohli dokázať, že  $(\neg \text{príde}(\text{Kim}) \rightarrow (\text{príde}(\text{Jim}) \vee \text{príde}(\text{Sarah})))$  je formula?  
Teda, ako by sme ju podľa definície 2.6 mohli **vytvoriť**?

## Veta 2.10 (Princíp indukcie na konštrukciu formuly)

Nech  $P$  je ľubovoľná vlastnosť formúl ( $P \subseteq \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ ). Ak platí súčasne

1. každý atóm z  $\mathcal{A}_{\mathcal{L}}$  má vlastnosť  $P$ ,
- 2.1. ak formula  $A$  má vlastnosť  $P$ , tak aj  $\neg A$  má vlastnosť  $P$ ,
- 2.2. ak formuly  $A$  a  $B$  majú vlastnosť  $P$ , tak aj každá z formúl  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$  a  $(A \rightarrow B)$  má vlastnosť  $P$ ,

tak všetky formuly majú vlastnosť  $P$  ( $P = \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ ).

## Definícia 2.11

*Vytvárajúcou postupnosťou* nad jazykom  $\mathcal{L}$  výrokovologickej časti logiky prvého rádu je ľubovoľná konečná postupnosť  $A_0, \dots, A_n$  postupností symbolov, ktorej každý člen

- je atóm z  $\mathcal{A}_{\mathcal{L}}$ , alebo
- má tvar  $\neg A$ , pričom  $A$  je niektorý predchádzajúci člen postupnosti, alebo
- má jeden z tvarov  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \rightarrow B)$ , kde  $A$  a  $B$  sú niektoré predchádzajúce členy postupnosti.

*Vytvárajúcou postupnosťou pre  $X$*  je ľubovoľná vytvárajúca postupnosť, ktorej posledným prvkom je  $X$ .



## Formula a existencia vytvárajúcej postupnosti

### Tvrdenie 2.12

*Postupnosť symbolov  $A$  je formulou vtedy a len vtedy, keď existuje vytvárajúca postupnosť pre  $A$ .*

### Osnova dôkazu.

$(\Rightarrow)$  Indukciou na konštrukciu formuly

$(\Leftarrow)$  Indukciou na dĺžku vytvárajúcej postupnosti



## (Ne)jednoznačnosť rozkladu formúl výrokovej logiky

Čo keby sme zadefinovali „formuly“ takto?

### Definícia „formúl“



Nech  $\mathcal{L}$  je jazyk výrokovologickej časti logiky prvého rádu.

Množina  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  „formúl“ jazyka  $\mathcal{L}$  je (3.) **najmenšia** množina postupností symbolov, ktorá spĺňa všetky nasledujúce podmienky:

1. Každý atóm z  $\mathcal{A}_{\mathcal{L}}$  je „formulou“ z  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ .
- 2.1. Ak  $A$  patrí do  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ , tak aj postupnosť symbolov  $\neg A$  patrí do  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ .
- 2.2. Ak  $A$  a  $B$  sú v  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ , tak aj postupnosti symbolov  $A \wedge B$ ,  $A \vee B$  a  $A \rightarrow B$  patria do  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ .
- 2.3. ak  $A$  patrí do  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ , tak aj postupnosť symbolov  $(A)$  je v  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ .

Každý prvok  $A$  množiny  $\mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  nazývame „formulou“ jazyka  $\mathcal{L}$ .

Čo znamená „formula“

$(\text{príde}(\text{Jim}) \rightarrow \text{príde}(\text{Kim}) \rightarrow \neg \text{príde}(\text{Sarah}))?$

Pre našu definíciu formúl platí:

## **Tvrdenie 2.13 (o jednoznačnosti rozkladu)**

*Pre každú formulu  $X \in \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  v jazyku  $\mathcal{L}$  platí práve jedna z nasledujúcich možností:*

- $X$  je atóm z  $\mathcal{A}_{\mathcal{L}}$ .
- Existuje práve jedna formula  $A \in \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  taká, že  $X = \neg A$ .
- Existujú práve jedna dvojica formúl  $A, B \in \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  a jedna spojka  $b \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$  také, že  $X = (A \ b \ B)$ .

## Problémy s vytvárajúcou postupnosťou

---

Vytvárajúca postupnosť popisuje konštrukciu formuly podľa definície formúl:

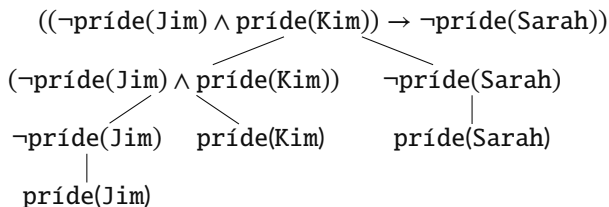
$\text{príde}(\text{Jim}), \text{príde}(\text{Sarah}), \neg \text{príde}(\text{Jim}), \text{príde}(\text{Kim}),$   
 $\neg \text{príde}(\text{Sarah}), (\neg \text{príde}(\text{Jim}) \wedge \text{príde}(\text{Kim})),$   
 $((\neg \text{príde}(\text{Jim}) \wedge \text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg \text{príde}(\text{Sarah}))$

ale

- môže obsahovať „zbytočné“ prvky;
- nie je jasné ktoré z predchádzajúcich formúl sa *bezprostredne* použijú na vytvorenie nasledujúcej formuly.

Akou „dátovou štruktúrou“ vieme vyjadriť konštrukciu formuly bez týchto problémov?

Konštrukciu si vieme predstaviť ako *strom*:



Takéto stromy voláme *vytvárajúce*.

Ako ich *presne* a *všeobecne* popíšeme — zdefinujeme?

## Definícia 2.14

**Vytvárajúci strom**  $T$  pre formulu  $X$  je binárny strom obsahujúci v každom vrchole formulu, pričom platí:

- v koreni  $T$  je formula  $X$ ,
- ak vrchol obsahuje formulu  $\neg A$ , tak má práve jedno dieťa, ktoré obsahuje formulu  $A$ ,
- ak vrchol obsahuje formulu  $(A \ b \ B)$ , kde  $b$  je jedna z binárnych spojok, tak má dve deti, pričom ľavé dieťa obsahuje formulu  $A$  a pravé formulu  $B$ ,
- vrcholy obsahujúce atómy sú listami.

# Syntaktické vzťahy formúl

---

Uvažujme formulu:

$$((\neg \text{príde}(\text{Jim}) \wedge \text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg \text{príde}(\text{Sarah}))$$

Ako nazveme formuly, z ktorých vznikla?

$$\text{príde}(\text{Sarah}), \neg \text{príde}(\text{Jim}), (\neg \text{príde}(\text{Jim}) \wedge \text{príde}(\text{Kim})), \dots$$

Ako nazveme formuly, z ktorých *bezprostredne/priamo* vznikla?

$$(\neg \text{príde}(\text{Jim}) \wedge \text{príde}(\text{Kim})) \quad \text{a} \quad \neg \text{príde}(\text{Sarah})$$

Ako tieto pojmy presne zdefinujeme?

### Definícia 2.15 (Priama podformula)

Pre všetky formuly  $A$  a  $B$ :

- Priamou podformulou  $\neg A$  je formula  $A$ .
- Priamymi podformulami  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$  a  $(A \rightarrow B)$  sú formuly  $A$  (ľavá priama podformula) a  $B$  (pravá priama podformula).



## Definícia 2.16 (Podformula)

Vzťah *byť podformulou* je najmenšia relácia na formulách spĺňajúca pre všetky formuly  $X$ ,  $Y$  a  $Z$ :

- $X$  je podformulou  $X$ .
- Ak  $X$  je priamou podformulou  $Y$ , tak  $X$  je podformulou  $Y$ .
- Ak  $X$  je podformulou  $Y$  a  $Y$  je podformulou  $Z$ ,  
tak  $X$  je podformulou  $Z$ .

Formula  $X$  je *vlastnou podformulou* formuly  $Y$  práve vtedy, keď  $X$  je podformulou  $Y$  a  $X \neq Y$ .

Miera zložitosti/veľkosti formuly:

- Jednoduchá: dĺžka, teda počet symbolov
  - Počíta aj pomocné symboly.
  - Nič nemá mieru 0, ani atómy.
- Lepšia: počet netriviálnych krokov pri konštrukcii formuly
  - pridanie negácie,
  - spojenie formúl spojkou.

Túto lepšiu mieru nazývame *stupeň formuly*.

## Príklad 2.17

Aký je stupeň formuly  $((\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg \text{príde}(\text{Kim})) \wedge \neg(\text{príde}(\text{Sarah}) \rightarrow \text{príde}(\text{Jim})))$ ?

Ako stupeň zadefinujeme?

Podobne ako sme zadefinovali formuly — induktívne:

1. určíme hodnotu stupňa pre atomické formuly,
2. určíme, ako zo stupňa priamych podformúl vypočítame stupeň z nich zloženej formuly.

# Stupeň formuly

## Definícia 2.18 (Stupeň formuly)

Pre všetky formuly  $A$  a  $B$  a všetky  $n, n_1, n_2 \in \mathbb{N}$ :

- Atomická formula je stupňa 0.
- Ak  $A$  je formula stupňa  $n$ , tak  $\neg A$  je stupňa  $n + 1$ .
- Ak  $A$  je formula stupňa  $n_1$  a  $B$  je formula stupňa  $n_2$ , tak  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$  a  $(A \rightarrow B)$  sú stupňa  $n_1 + n_2 + 1$ .

## Definícia 2.18 (Stupeň formuly presnejšie a symbolicky)

**Stupeň**  $\deg(X)$  formuly  $X \in \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  definujeme pre všetky formuly  $A$ ,  $B \in \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$  nasledovne:

- $\deg(A) = 0$ , ak  $A \in \mathcal{A}_{\mathcal{L}}$ ,
- $\deg(\neg A) = \deg(A) + 1$ ,
- $\deg((A \wedge B)) = \deg((A \vee B)) = \deg((A \rightarrow B)) = \deg(A) + \deg(B) + 1$ .

Pomocou stupňa vieme indukciu na konštrukciu formuly zredukovať na špeciálny prípad matematickej indukcie:

## Veta 2.19 (Princíp indukcie na stupeň formuly)

*Nech  $P$  je ľubovoľná vlastnosť formúl ( $P \subseteq \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ ). Ak platí súčasne*

- 1. báza indukcie: každá formula stupňa 0 má vlastnosť  $P$ ,*
- 2. indukčný krok: pre každú formulu  $X$  z predpokladu, že všetky formuly menšieho stupňa ako  $\deg(X)$  majú vlastnosť  $P$ , vyplýva, že aj  $X$  má vlastnosť  $P$ ,*

*tak všetky formuly majú vlastnosť  $P$  ( $P = \mathcal{E}_{\mathcal{L}}$ ).*

# Výrokovologické spojky

---

Sémantika výrokovologických formúl

Význam formúl výrokovologickej časti logiky prvého rádu popíšeme podobne ako význam atomických formúl pomocou **štruktúr**.

Definícia štruktúry takmer nemeň:

## Definícia 2.20

Nech  $\mathcal{L}$  je jazyk výrokovologickej časti logiky prvého rádu.

**Štruktúrou** pre jazyk  $\mathcal{L}$  nazývame dvojicu  $\mathcal{M} = (D, i)$ , kde  $D$  je ľubovoľná **neprázdna** množina nazývaná **doména** štruktúry  $\mathcal{M}$ ;  $i$  je zobrazenie, nazývané **interpretačná funkcia** štruktúry  $\mathcal{M}$ , ktoré

- každému symbolu konštanty  $c$  jazyka  $\mathcal{L}$  priraduje prvok  $i(c) \in D$ ;
- každému predikátovému symbolu  $P$  jazyka  $\mathcal{L}$  s aritou  $n$  priraduje množinu  $i(P) \subseteq D^n$ .



## Definícia 2.21

Nech  $\mathcal{M} = (D, i)$  je štruktúra pre jazyk  $\mathcal{L}$  výrokovologickej časti logiky prvého rádu. Reláciu **formula  $A$  je pravdivá v štruktúre  $\mathcal{M}$**  ( $\mathcal{M} \models A$ ) definujeme **induktívne** pre všetky arity  $n > 0$ , všetky predikátové symboly  $P$  s aritou  $n$  všetky konštanty  $c_1, c_2, \dots, c_n$ , a všetky formuly  $A, B$  jazyka  $\mathcal{L}$  nasledovne:

- $\mathcal{M} \models c_1 \doteq c_2$  vtt  $i(c_1) = i(c_2)$ ,
- $\mathcal{M} \models P(c_1, \dots, c_n)$  vtt  $(i(c_1), \dots, i(c_n)) \in i(P)$ ,
- $\mathcal{M} \models \neg A$  vtt  $\mathcal{M} \not\models A$ ,
- $\mathcal{M} \models (A \wedge B)$  vtt  $\mathcal{M} \models A$  a zároveň  $\mathcal{M} \models B$ ,
- $\mathcal{M} \models (A \vee B)$  vtt  $\mathcal{M} \models A$  alebo  $\mathcal{M} \models B$ ,
- $\mathcal{M} \models (A \rightarrow B)$  vtt  $\mathcal{M} \not\models A$  alebo  $\mathcal{M} \models B$ ,

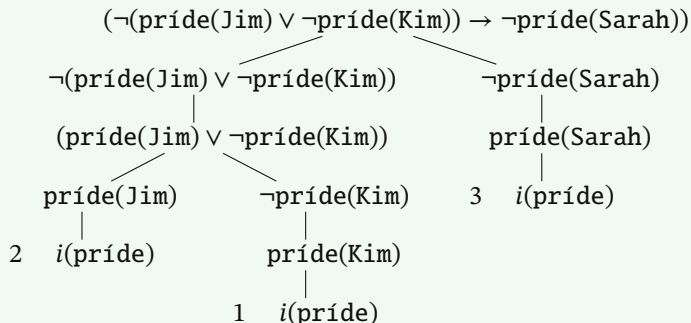
kde **vtt** skrakuje *vtedy a len vtedy* a  $\mathcal{M} \not\models A$  skrakuje  *$A$  nie je pravdivá v  $\mathcal{M}$* .

## Vyhodnotenie pravdivosti formuly

### Príklad 2.22 (Vyhodnotenie pravdivosti formuly v štruktúre)

Majme štruktúru  $\mathcal{M} = (D, i)$  pre jazyk o party, kde  $D = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  
 $i(\text{Kim}) = 1$ ,  $i(\text{Jim}) = 2$ ,  $i(\text{Sarah}) = 3$ ,  $i(\text{príde}) = \{1, 3\}$ .

Formuly vyhodnocujeme podľa definície postupom zdola nahor  
(od atómov cez zložitejšie podformuly k cieľovej formule):

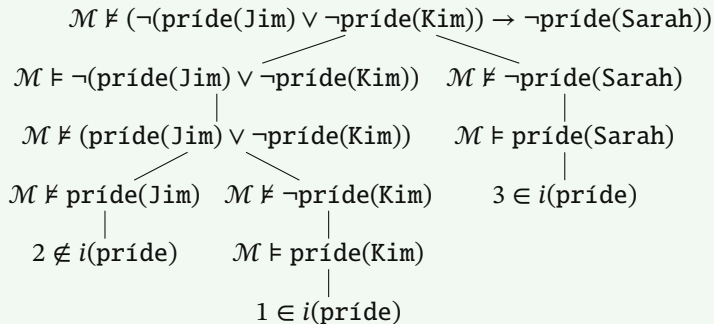


## Vyhodnotenie pravdivosti formuly

### Príklad 2.22 (Vyhodnotenie pravdivosti formuly v štruktúre)

Majme štruktúru  $\mathcal{M} = (D, i)$  pre jazyk o party, kde  $D = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  
 $i(\text{Kim}) = 1$ ,  $i(\text{Jim}) = 2$ ,  $i(\text{Sarah}) = 3$ ,  $i(\text{príde}) = \{1, 3\}$ .

Formuly vyhodnocujeme podľa definície postupom zdola nahor  
(od atómov cez zložitejšie podformuly k cieľovej formule):



# Vyhodnotenie pravdivosti formuly

## Príklad 2.23 (Vyhodnotenie pravdivosti formuly v štruktúre)

Majme štruktúru  $\mathcal{M} = (D, i)$  pre jazyk o party, kde  $D = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  
 $i(\text{Kim}) = 1$ ,  $i(\text{Jim}) = 2$ ,  $i(\text{Sarah}) = 3$ ,  $i(\text{príde}) = \{1, 3\}$ .

Vyhodnotenie pravdivosti môžeme zapísať aj tabuľkou:

	$p(J)$	$p(K)$	$\neg p(K)$	$(p(J) \vee \neg p(K))$	$\neg(p(J) \vee \neg p(K))$	...
$\mathcal{M}$	$\not\models$	$\models$	$\not\models$	$\not\models$	$\models$	

	$p(S)$	$\neg p(S)$	$(\neg(p(J) \vee \neg p(K)) \rightarrow \neg p(S))$
$\mathcal{M}$	$\models$	$\not\models$	$\not\models$

kde  $p = \text{príde}$ ,  $K = \text{Kim}$ ,  $J = \text{Jim}$  a  $S = \text{Sarah}$ .

Všimnite si, že v záhlaví tabuľky  
je vytvárajúca postupnosť vyhodnocovanej formuly.

### Príklad 2.24 (Nájdienie štruktúry, v ktorej je formula pravdivá)

**V akej štruktúre**  $\mathcal{M} = (D, i)$  je pravdivá formula

$$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg\text{príde}(\text{Sarah}))?$$

Na zodpovedanie je dobré postupovať podľa definície pravdivosti zhora nadol (od cieľovej formuly cez podformuly k atómom):

$$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg\text{príde}(\text{Sarah}))$$

vtt

## Príklad 2.24 (Nájdenie štruktúry, v ktorej je formula pravdivá)

**V akej štruktúre**  $\mathcal{M} = (D, i)$  je pravdivá formula

$$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg \text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg \text{príde}(\text{Sarah}))?$$

Na zodpovedanie je dobré postupovať podľa definície pravdivosti zhora nadol (od cieľovej formuly cez podformuly k atómom):

$$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg \text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg \text{príde}(\text{Sarah}))$$

vtt  $\mathcal{M} \not\models \neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg \text{príde}(\text{Kim}))$  alebo

$$\mathcal{M} \models \neg \text{príde}(\text{Sarah})$$

vtt

## Príklad 2.24 (Nájdenie štruktúry, v ktorej je formula pravdivá)

**V akej štruktúre**  $\mathcal{M} = (D, i)$  je pravdivá formula

$$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg\text{príde}(\text{Sarah}))?$$

Na zodpovedanie je dobré postupovať podľa definície pravdivosti zhora nadol (od cieľovej formuly cez podformuly k atómom):

$$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg\text{príde}(\text{Sarah}))$$

vtt  $\mathcal{M} \not\models \neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim}))$  alebo

$$\mathcal{M} \models \neg\text{príde}(\text{Sarah})$$

vtt  $\mathcal{M} \models (\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim}))$  alebo  $\mathcal{M} \not\models \text{príde}(\text{Sarah})$

vtt

### Príklad 2.24 (Nájdenie štruktúry, v ktorej je formula pravdivá)

**V akej štruktúre**  $\mathcal{M} = (D, i)$  je pravdivá formula

$$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg \text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg \text{príde}(\text{Sarah}))?$$

Na zodpovedanie je dobré postupovať podľa definície pravdivosti zhora nadol (od cieľovej formuly cez podformuly k atómom):

$$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg \text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg \text{príde}(\text{Sarah}))$$

vtt  $\mathcal{M} \not\models \neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg \text{príde}(\text{Kim}))$  alebo

$$\mathcal{M} \models \neg \text{príde}(\text{Sarah})$$

vtt  $\mathcal{M} \models (\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg \text{príde}(\text{Kim}))$  alebo  $\mathcal{M} \not\models \text{príde}(\text{Sarah})$

vtt  $\mathcal{M} \models \text{príde}(\text{Jim})$  alebo  $\mathcal{M} \models \neg \text{príde}(\text{Kim})$  alebo

$$\mathcal{M} \not\models \text{príde}(\text{Sarah})$$

vtt



## Príklad 2.24 (Nájdenie štruktúry, v ktorej je formula pravdivá)

**V akej štruktúre**  $\mathcal{M} = (D, i)$  je pravdivá formula

$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg\text{príde}(\text{Sarah}))?$

Na zodpovedanie je dobré postupovať podľa definície pravdivosti zhora nadol (od cieľovej formuly cez podformuly k atómom):

$\mathcal{M} \models (\neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim})) \rightarrow \neg\text{príde}(\text{Sarah}))$

vtt  $\mathcal{M} \not\models \neg(\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim}))$  alebo

$\mathcal{M} \models \neg\text{príde}(\text{Sarah})$

vtt  $\mathcal{M} \models (\text{príde}(\text{Jim}) \vee \neg\text{príde}(\text{Kim}))$  alebo  $\mathcal{M} \not\models \text{príde}(\text{Sarah})$

vtt  $\mathcal{M} \models \text{príde}(\text{Jim})$  alebo  $\mathcal{M} \models \neg\text{príde}(\text{Kim})$  alebo

$\mathcal{M} \not\models \text{príde}(\text{Sarah})$

vtt  $i(\text{Jim}) \in i(\text{príde})$  alebo  $i(\text{Kim}) \notin i(\text{príde})$  alebo

$i(\text{Sarah}) \notin i(\text{príde})$ .

# Výrokovologické spojky

---

Správnosť a vernosť formalizácie

**Správnou formalizáciou** výroku je taká formula,  
ktorá je pravdivá **za tých istých okolností** ako formalizovaný výrok.

Formuly dokážeme vyhodnocovať iba v štruktúrach.

Preto **za tých istých okolností** znamená **v tých istých štruktúrach**.

# Vernosť formalizácie

Výrok „Nie je pravda, že Jarka a Karol sú doma“  
sa dá **správne** formalizovať ako

$$\neg(\text{doma}(\text{Jarka}) \wedge \text{doma}(\text{Karol})),$$

ale rovnako **správna** je aj formalizácia

$$(\neg \text{doma}(\text{Jarka}) \vee \neg \text{doma}(\text{Karol})),$$

lebo je pravdivá v rovnakých štruktúrach.

Pri formalizácii sa snažíme o správnosť, ale zároveň **uprednostňujeme**  
formalizácie, ktoré **vernejšie** zachytávajú štruktúru výroku.

Zvyšuje to pravdepodobnosť, že sme neurobili chybu,  
a uľahčuje hľadanie chýb.

Prvá formalizácia je vernejšia ako druhá, a preto ju uprednostníme.

# Znalosti na pozadí

---

Na praktických cvičeniach ste sa stretli so **znalosťami na pozadí** (background knowledge): vzájomná výlučnosť vlastností *je Nemec* a *je Rus*, ktorá v úlohe nebola explicitne uvedená.

Uprednostňujeme ich vyjadrovanie **samostatnými formulami**.

Rovnaké dôvody ako pre vernosť.

# Skutočné súčasti významu a konverzačné implikatury

Niektoré tvrdenia **vyznievajú** silnejšie, ako naozaj sú:

- „Prílohou sú buď zemiaky alebo šalát“  
znie ako exkluzívna disjunkcia.
- „Prejdete, ak všetky úlohy vyriešite na 100 %.“  
znie mnohým ako ekvivalencia.

**Skutočnú časť významu** tvrdenia  
**nemôžeme poprieť** v dodatku k pôvodnému tvrdeniu bez sporu s ním.

- Keď k tvrdeniu „Karol a Jarka sú doma“  
dodáme „Ale Karol nie je doma,“ dostaneme sa do sporu.  
Takže „Karol je doma“  
je skutočne časťou významu pôvodného výroku.

## Skutočné súčasti významu a konverzačné implikatury

Časť významu tvrdenia, ktorú **môžeme poprieť** dodatkami bez sporu s pôvodným tvrdením, sa nazýva **konverzačná implikatura** (H. P. Grice).

**Nie je skutočnou časťou významu** pôvodného tvrdenia.

- Prílohou sú buď zemiaky alebo šalát.

*Ale môžete si dať aj oboje.*

Dodatok popiera exkluzívnosť, ale nie je v spore s tvrdením.

Takže exkluzívnosť nie je súčasťou významu základného tvrdenia, je to iba konverzačná implikatura.

- Prejdete, ak všetky úlohy vyriešite na 100 %.

*Ale nemusíte mať všetko na 100 %, aby ste prešli.*

Dodatok popiera implikáciu „Prejdete, iba ak všetky úlohy vyriešite na 100 %“, ale nie je v spore s pôvodným tvrdením.

Táto implikácia teda nie je skutočne časťou významu základného tvrdenia, je to len konverzačná implikatura.